

1 Analyse de document

1. On applique le premier principe et le second principe au fluide qui fait des cycle de transformations dans la machine suivant le cycle de Carnot :

✘ Premier principe : $\Delta U = W + Q_1 + Q_2 = 0$.

✘ Second principe (égalité de Clausius car sources idéales) : $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$.

✘ rendement :

$$r = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

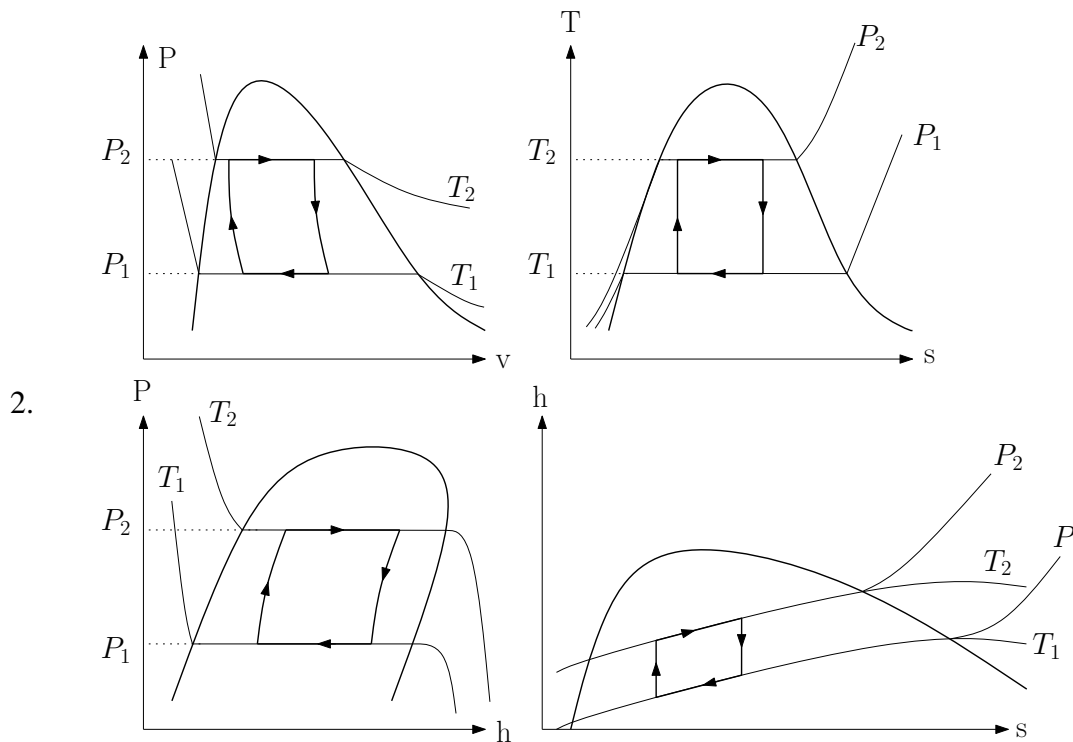


FIGURE 1 – Cycle de Carnot dans les différents diagrammes

3. Machine à vapeur.

On établit ici le rendement du cycle de Carnot associé aux machines thermiques monophasées et diphasées classiques. Rappel : le cycle de Carnot associé à une machine thermique de type moteur est le cycle de Carnot dont la source chaude a la température la plus élevée du cycle (lors du contact avec la source chaude) et dont la température de la source froide est la température la plus basse (lors du contact avec la source froide). son rendement est :

$$r_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

✘ Machine monophasée (machine à air) :

— Moteur à essence (Cycle Otto) : $T_f \approx 300 \text{ K}$; $T_c \approx 1500 \text{ K}$ et donc $r_{Carnot} \approx 80\%$.

— Moteur Diesel (Cycle Diesel) : $T_f \approx 300 \text{ K}$; $T_c \approx 1200 \text{ K}$ et donc $r_{Carnot} \approx 75\%$.

— Moteur à Air (Cycle Brayton équipant les avions) : $T_f \approx 300 \text{ K}$; $T_c \approx 1300 \text{ K}$ et donc $r_{Carnot} \approx 77\%$.

✕ Machine diphasées (machine à vapeur) :

— Centrale à charbon (Cycle de Rankine) : $T_f \approx 300 \text{ K}$; $T_c \approx 840 \text{ K}$ et donc $r_{Carnot} \approx 64\%$.

À la température T_c , l'eau est bien sur sous pression : $P = 165 \text{ bar}$.

— Centrale nucléaire (Cycle de Rankine) : $T_f \approx 300 \text{ K}$; $T_c \approx 560 \text{ K}$ et donc $r_{Carnot} \approx 46\%$.

À la température T_c , l'eau est bien sur sous pression : $P = 71 \text{ bar}$.

4. Cycle de Rankine.

- (a) L'eau arrive dans le générateur de vapeur à une température différente de la température de la source chaude (générateur de vapeur). On a donc une inhomogénéité des températures au cours de la transformation (vaporisation) et celle-ci est fondamentalement irréversible.
- (b) La condensation de l'eau s'accompagne toujours d'un transfert thermique (liquéfaction). Ce transfert thermique implique que la transformation n'est plus adiabatique et donc n'est plus adiabatique réversible. La conséquence immédiate est la baisse du rendement de la machine.

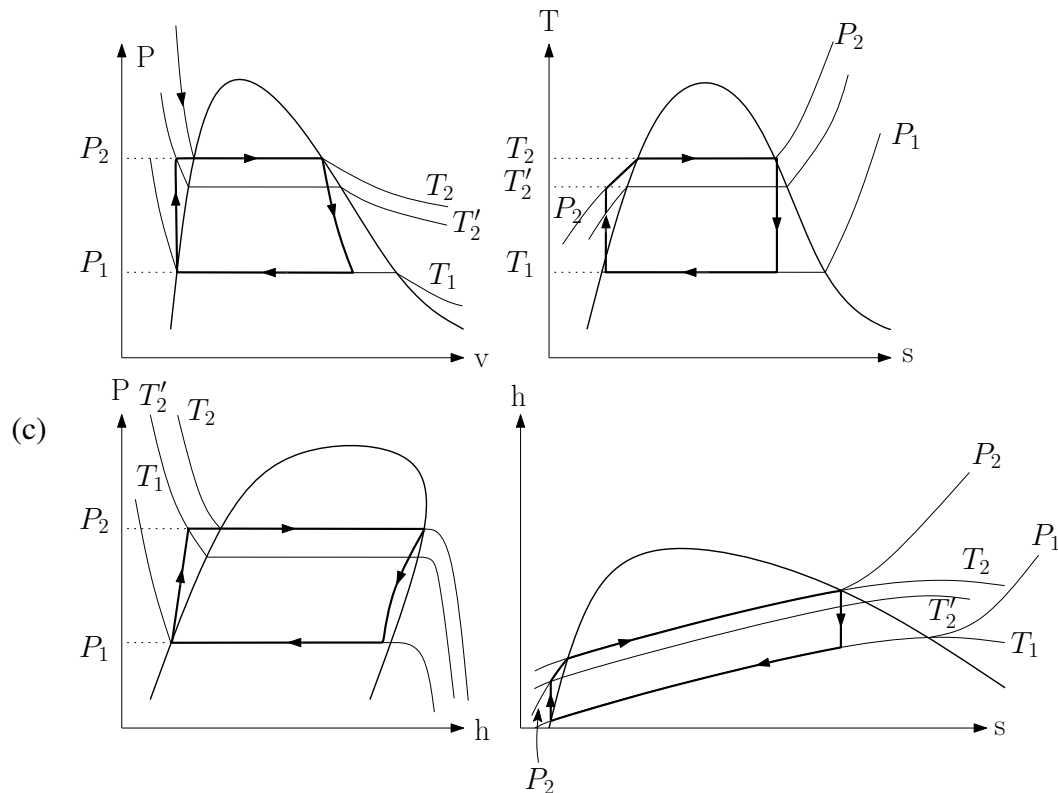


FIGURE 2 – Cycle de Rankine dans les différents diagrammes

Pour cycle de Carnot associé : il faut aller chercher la température la plus élevée lors du contact avec la source chaude et donc augmenter considérablement la pression lors du passage dans la pompe.

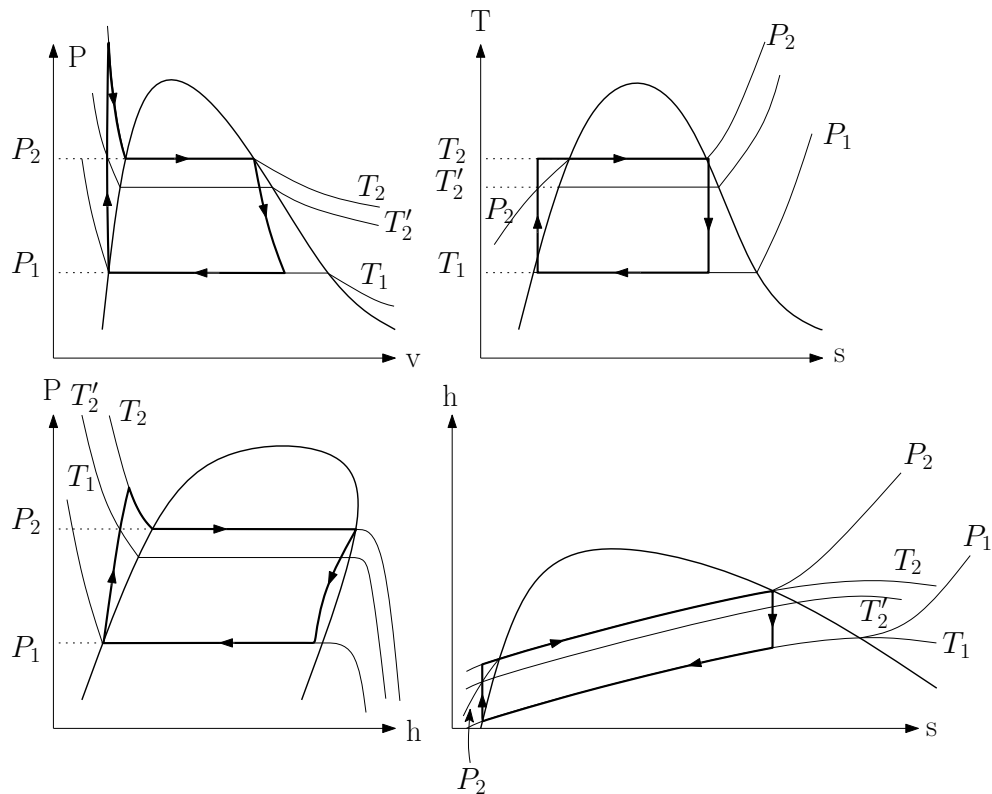


FIGURE 3 – Cycle de Carnot associé dans les différents diagrammes

(d) On part du principe que l'air sous la courbe nous donne (à un signe près) le transfert thermique reçu par le fluide au cours de la transformation.

✘ Pour le cycle de Rankine, on a donc :

$$r_R = \frac{|W|}{Q_c} = \frac{Q_{tot}}{Q_c} = \frac{Q_{tot}}{Q_{CC'} + Q_{C'D}}$$

Or : Q_{tot} est égale à l'aire sous la courbe du cycle (ABCC'DA) tandis que $Q_{CC'} + Q_{C'D}$ est l'aire sous la courbe du cycle ($A_0B_0CC'DA_0$). Soit :

$$Q_{tot} = S_2 \text{ et } Q_{CC'} + Q_{C'D} = S_1 + S_2$$

D'où :

$$r_R = \frac{S_2}{S_1 + S_2}$$

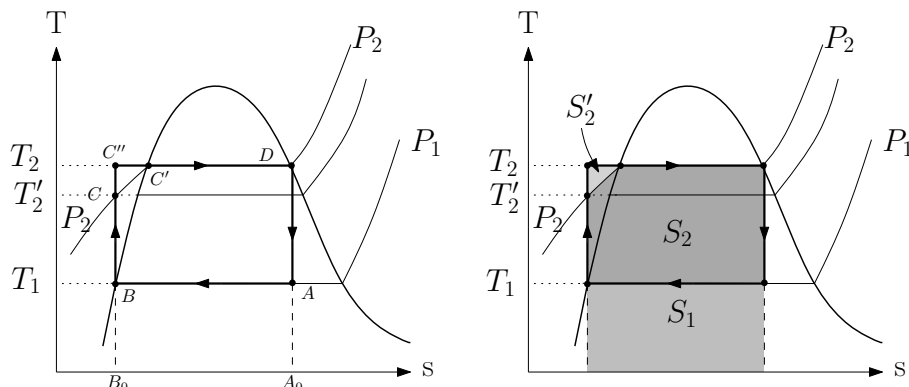


FIGURE 4 – Calculs des rendements à l'aide des surfaces

✘ Pour le cycle de Carnot, on a :

$$r_C = \frac{|W|}{Q_c} = \frac{Q_{tot}}{Q_c} = \frac{Q_{tot}}{Q_{C''C'} + Q_{C'D}}$$

Or : Q_{tot} est égale à l'aire sous la courbe du cycle $(ABC''C'DA)$ tandis que $Q_{C''C'} + Q_{C'D}$ est l'aire sous la courbe du cycle $(A_0B_0C''C'DA_0)$. Soit :

$$Q_{tot} = S_2 \cup S_2' = S_3 \text{ et } Q_{C''C'} + Q_{C'D} = S_1 + S_3$$

D'où :

$$r_R = \frac{S_3}{S_1 + S_3}$$

Sachant que $S_3 > S_2$, on trouve bien $r_C > r_R$.

(e) Pourquoi ne pas utiliser le cycle de Carnot ?

- ✘ Lorsque l'on comprime l'eau liquide, la pression augmente vite alors que l'échauffement est faible. Ainsi, dans le cycle de Carnot, la compression (BC) s'accompagne d'une très forte augmentation de pression. Cette forte augmentation de pression pose des problèmes techniques et financiers.
- ✘ Lors de la surchauffe (transformation (DD')), avant passage dans les turbines, la température de l'eau doit rester à température constante pour un cycle de Carnot. De fait la pression doit diminuer : ce qui diminue le travail fourni par l'eau aux turbines.

5. Cycle de Rankine de base.

- ✘ Diagramme (P, v) : Les isothermes du côté de la phase liquide sont quasiment verticales, tout comme la courbe de saturation : lors de la compression, la pression augmente très vite alors que la température et le volume n'ont quasiment pas variés. On peut donc confondre les points C et C'. Notons que le chemin suivi dans le diagramme est alors confondu avec la courbe d'ébullition.
- ✘ Diagramme (T, s) : Les isobares du côté de la phase liquide sont quasiment verticales : lors de la compression, la température reste quasiment constante et on peut confondre B et C.
- ✘ Diagramme (P, h) : même raisonnement que pour le diagramme (P, v)
- ✘ Diagramme (h, s) : même raisonnement que pour le diagramme (T, s)

Le cycle obtenu est très classique (souvent appelé cycle de Rankine et non cycle de Rankine de base) mais ne pas oublier comment il a été obtenu : Le passage du condenseur au générateur de vapeur, qui se fait le long de la courbe d'ébullition, est obtenu en réalité en deux étapes : compression isenthalpique de la phase liquide (sans travail ni transfert thermique) et échauffement isobare du liquide (transfert thermique uniquement). Ainsi dans ce cycle, le passage du condenseur au générateur de vapeur est réalisé sans travail et avec transfert thermique.

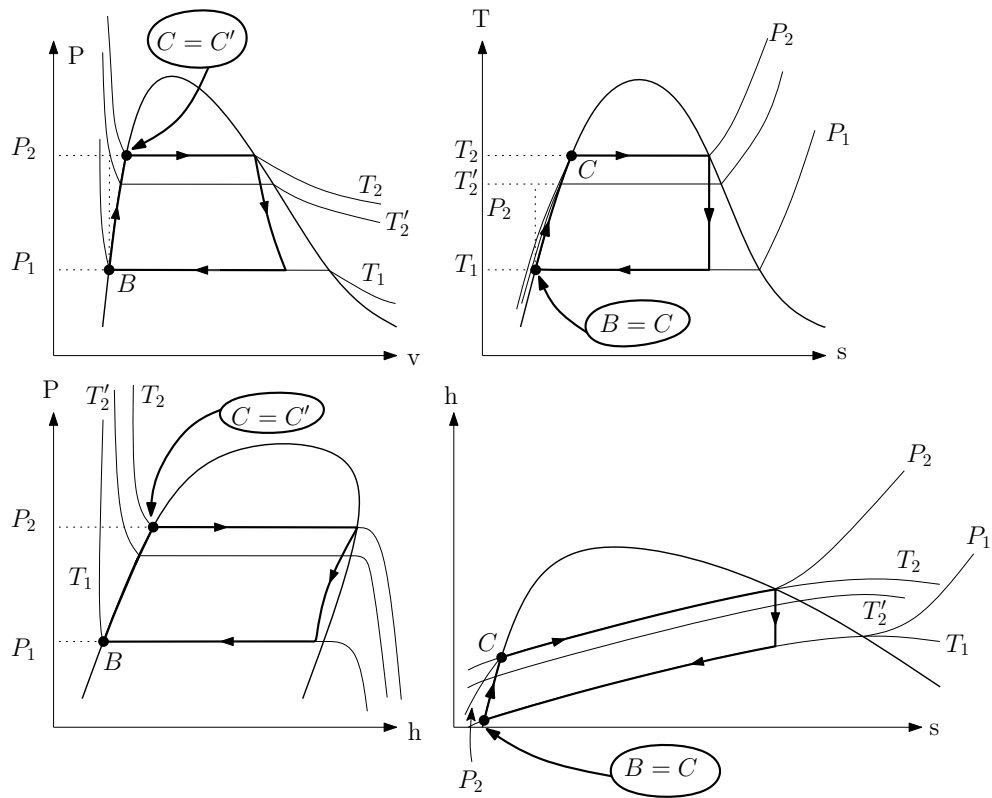


FIGURE 5 – Cycle de rankine de base

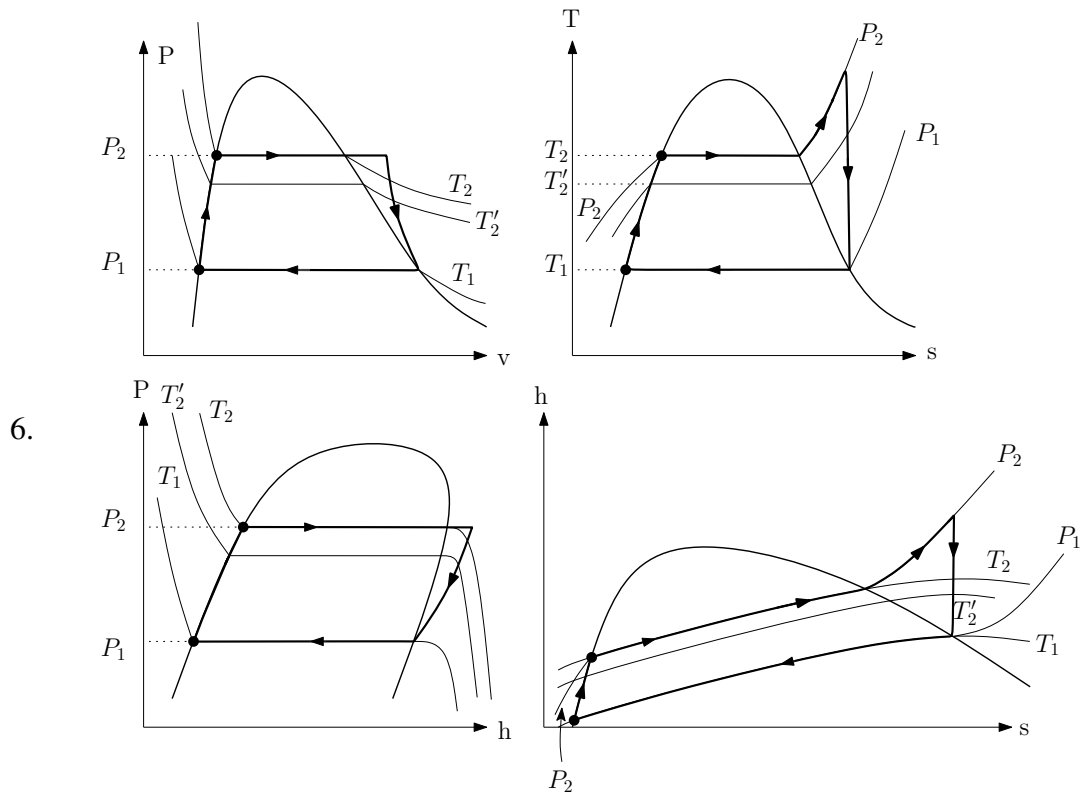


FIGURE 6 – Cycle de Hirn de base

2 Étude d'une centrale nucléaire

On commence par placer les différents points sur le cycle :

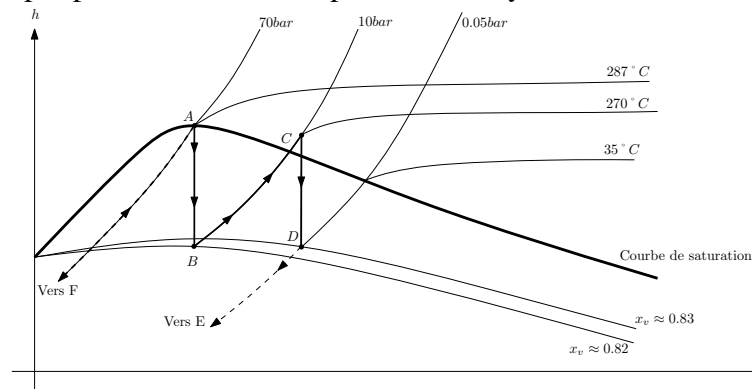


FIGURE 7 – Diagramme (T, s) du cycle

On remarque que les points E et F ne peuvent pas être représentés sur le diagramme. Pour obtenir les enthalpies massiques et entropies massiques de ces points, on utilise la capacité calorifique de l'eau liquide.

En prenant comme référence $h = 0$ et $s = 0$ pour $T = T_0 = 0^\circ\text{C}$, on obtient :

$$\begin{cases} h_F = c_l(T_F - T_0) \\ h_E = c_l(T_E - T_0) \\ s_F = c_l \ln\left(\frac{T_F}{T_0}\right) \\ s_E = c_l \ln\left(\frac{T_E}{T_0}\right) \end{cases}$$

Sachant que ces points correspondent à du liquide saturant ($x_v = 0$), on a : $T_F = T_A = 287^\circ\text{C}$ et $T_E = T_D$.

\Rightarrow on en déduit : $h_F = 1200 \text{ kJ/kg} = 287 \text{ kcal/kg}$ et $s_F = 3 \text{ kJ/K/kg} = 0.72 \text{ kcal/K/kg}$

D'où le tableau :

pts	h	s	T ($^\circ\text{C}$)	P (atm)	x_v
A	$6.6 \times 10^2 \text{ kcal/kg} = 2.8 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$	$1.4 \text{ kcal/K/kg} = 5.8 \text{ kJ/kg/K}$	287	70	1
B	$5.8 \times 10^2 \text{ kcal/kg} = 2.40 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$	$s_A = s_B$	180	10	0.82
C	$7.1 \times 10^2 \text{ kcal/kg} = 3.0 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$	$1.7 \text{ kcal/K/kg} = 7.0 \text{ kJ/kg/K}$	270	70	sèche
D	$5.1 \times 10^2 \text{ kcal/kg} = 2.1 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$	$s_D = s_C$	35	0.05	0.83
E	$35 \text{ kcal/kg} = 1.5 \times 10^2 \text{ kJ/kg}$	$\text{kcal/K/kg} = 0.51 \text{ kJ/kg/K}$	35	0.05	0
F	$2.9 \times 10^2 \text{ kcal/kg} = 1.2 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$	$0.72 \text{ kcal/K/kg} = 3.0 \text{ kJ/kg/K}$	287	70	0

On applique alors le premier principe industriel aux différents éléments de l'installation :

$$\Delta h = w' + q$$

D'où le tableau :

éléments	Δh	w'	q
Turbines τ_1 (AB)	$h_B - h_A = -0.4 \times 10^3$ kJ/kg	$\Delta h_{AB} < 0$	0
Générateur de vapeur (BC)	$h_C - h_B = 0.6 \times 10^3$ kJ/kg	0	$\Delta h_{BC} > 0$
Turbines τ_2 (CD)	$h_D - h_C = -0.9 \times 10^3$ kJ/kg	$\Delta h_{CD} < 0$	0
Condenseur (DE)	$h_E - h_D = -1.95 \times 10^3$ kJ/kg	0	$\Delta h_{DE} < 0$
Pompe ¹ (EF)	$h_F - h_E = 1.2 \times 10^3$ kJ/kg	0	$\Delta h_{EF} > 0$
Générateur de vapeur (FA)	$h_A - h_F = 2.5 \times 10^3$ kJ/kg	0	$\Delta h_{FA} > 0$

Pour déterminer le débit, on applique à nouveau le premier principe industriel mais sous la forme :

$$D_m (h_S - h_E) = P + \dot{Q}$$

En utilisant cette expression pour l'ensemble des turbines, on obtient :

$$P = P_{turbines} = -(P_{AB} + P_{CD}) = -D_m (h_B - h_A + h_D - h_C)$$

D'où :

$$D_m = \frac{-P}{h_B - h_A + h_D - h_C}$$

L'application numérique donne : $D_m = 1.0 \times 10^3$ kg/s.

Le rendement de l'installation s'écrit :

$$r = \frac{|W'|}{Q_c} = \frac{Q_{tot}}{Q_c} = \frac{q_{BC} + q_{DE} + q_{EF} + q_{FA}}{q_{BC} + q_{EF} + q_{FA}} = 1 + \frac{q_{DE}}{q_{BC} + q_{EF} + q_{FA}}$$

$$r = 1 + \frac{h_E - h_D}{h_C - h_B + h_F - h_E + h_A - h_F}$$

L'application numérique donne :

$$r = 37\%$$

Le rendement du cycle de Carnot associé, sachant que $T_c = T_A$ (température la plus élevée lors du contact avec le générateur de vapeur) et que $T_f = T_D$ (température la plus basse lors du contact avec le condenseur) donne :

$$r_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 45\%$$

Le théorème de Carnot est bien vérifié.