Isolation thermique d'un tube

1) Analyse qualitative :

un ajout d'isolant augmente la résistance thermique conductive mais diminue la résistance thermique conducto-convective ($\frac{1}{h'S}$) car la surface extérieure augmente.
On n'a donc pas forcément une augmentation de la résistance thermique.

* Sans isolant $\vec{j}_{th} = -K_1 \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$ en stationnaire

$\phi = j_{th}(r)\, 2\pi r L = cte$ "

$$\Rightarrow -K_1 2\pi L r \frac{dT}{dr} = \phi \Rightarrow T_1 - T_2 = \phi_{12} \frac{\ln R_2/R_1}{K_1 2\pi L}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{th\,cond} = \frac{\ln(R_2/R_1)}{K_1 2\pi L}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{th\ \text{tube sans isolant}} = \frac{1}{h 2\pi R_1 L} + \frac{\ln(R_2/R_1)}{K_1 2\pi L} + \frac{1}{h' 2\pi R_2 L}}$$

* Avec isolant

$$\boxed{R'_{th\ \text{tube avec isolant}} = \frac{1}{h 2\pi R_1 L} + \frac{\ln R_2/R_1}{K_1 2\pi L} + \frac{\ln R_3/R_2}{K_2 2\pi L} + \frac{1}{h' 2\pi R_3 L}}$$

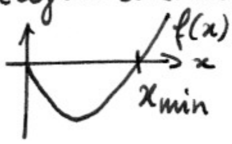
$$R'_{th} - R_{th} = \frac{1}{2\pi L K_2} \left(\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right) + \frac{K_2}{h'} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right) \right)$$

$$\boxed{R'_{th} - R_{th} = \frac{1}{2\pi L K_2} \left(\ln(1+x) - C \frac{x}{1+x} \right)}$$ où $x = \frac{e}{R_2}$ et $C = \frac{K_2}{h' R_2}$

$f(x) = \ln(1+x) - C \frac{x}{1+x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1+x-C}{(1+x)^2}$ $\quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \underline{x = C-1}$

Donc $\boxed{\text{Si } C < 1}$ $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ monotone croissante
$\Rightarrow \Delta R_{th}$ augmente qd e augmente à partir de 0.
$\rightarrow$ l'ajout d'isolant isole !

$\boxed{\text{Si } C > 1}$ $f(x)$ d'abord décroissante $\Rightarrow f(x) < 0$ l'ajout d'isolant diminue la résistance thermique !
Il faut $x > x_{min}$ pour que $R'_{th} > R_{th}$



2) AN : $C = \frac{K_2}{h' R_2} = 3$ (2^e situation) Résolution graphique
$x_{min} = 15{,}6 \Rightarrow e_{min} = R_2 x_{min}$
$= 156\,mm$

3) Il faut $C < 1$ soit $K_2 < h' R_2$ càd $\underline{K_2 < 0{,}1\, W.m^{-1}.K^{-1}}$

(meilleur isolant que celui de l'AN de 2)).