
EXPLOSION DE LARMES BATAVIQUES ET ANALYSE DES FRAGMENTS

INTRODUCTION	2
Histoire	2
Démarche du TIPE	3
THÉORIE	4
Verre	4
Trempe	4
Polarimétrie	6
Fragmentation	8
PROGRESSION	8
Conjectures	8
Matériau amorphe et petits fragments	9
Influence de l'enveloppe et des vacuoles sur le coeur	9
Energie emmagasinée et dimension fractale	11
Protocole : Déroulement et modifications	11
1-Fabriquer un nombre conséquent de larmes de verre	11
2-Mesurer le diamètre maximal de chaque larme de verre	12
3-Analyser qualitativement les contraintes par polarimétrie	12
4-Exploser les larmes de verre et prendre une photo de chacune des familles de fragments	15
5-Utiliser un algorithme de traitement d'image qui compte les fragments et leur surface (en pixels)	16
Problème : fragments de petite taille	16
5- Faire une analyse statistique sur les fragments de grande taille	17
Analyse des résultats	17
Polarimétrie	17
Analyse statistique	20
Exemple : histogramme de la taille des fragments	21
Dimension fractale D	21
Médiane et quartiles : diagramme en boîte	21
Moyenne	22
RÉSULTATS	23
Dimension fractale	23

Nombre de fragments	25
Taille moyenne	25
CONCLUSION	27
Contraintes, dimension fractale et taille de fragments	27
Influence de l'enveloppe :	27
Optimisation	27
ANNEXES	28
Quelques images données par polarimétrie	28
Larme S1	28
Larme S3	28
Larme S7	29
Larme S8	29
Larme S9	30
Larme S10	30
Larme P1	31
Larme P2	31
Code source informatique	Erreur ! Signet non défini.
Ouvrages et articles consultés	33
Contacts	33

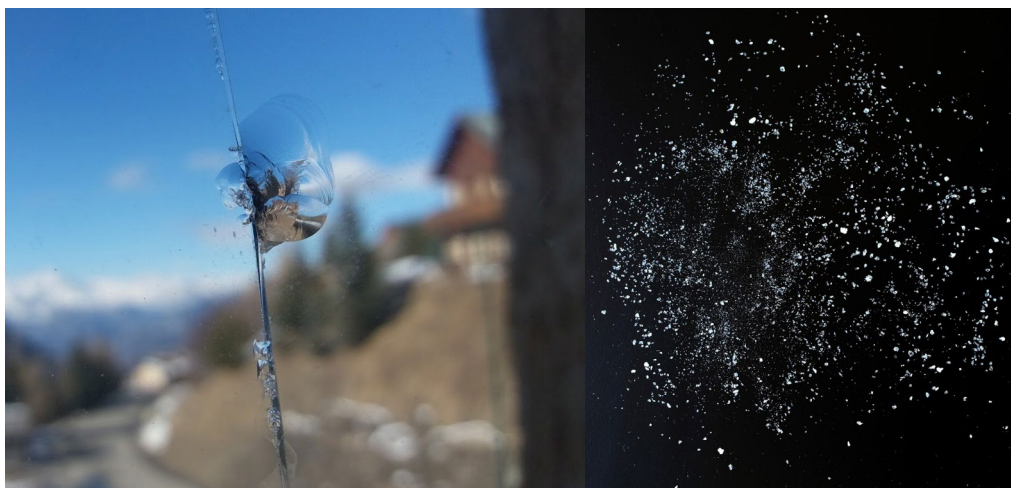
INTRODUCTION

Histoire

Les larmes bataviques, larmes de verre ou *Prince Rupert's Drops* ont été réalisées pour la première fois au début du XVII^e siècle en Allemagne. En 1660, le Prince Rupert les a fait découvrir au Roi Charles II en Grande Bretagne, qui les a confiées aux scientifiques de la Royal Society pour qu'ils expliquent leurs curieuses propriétés. Ces petites structures de verre en forme de goutte avec un bulbe en verre résistant à des coups de marteau ont attisé la curiosité de ces scientifiques. Ayant un bulbe si résistant, elles explosent lorsqu'on pince la tige et se cassent en des milliers de morceaux parfois aussi petits qu'un grain de poussière. Cette importante résistance a d'ailleurs été exploitée pour développer le verre trempé que nous retrouvons aujourd'hui dans de nombreux domaines de la vie courante (écrans de téléphones, pare-brise, ...). De plus, l'étude de la fragmentation de ces larmes de verre a permis de mieux comprendre la fragmentation des gouttes de magma et la production de cendres volcaniques au fond des océans.

Démarche du TIPE

J'ai découvert les larmes bataviques en regardant cette vidéo : [Mystery of Prince Rupert's Drop at 130,000 fps - Smarter Every Day 86](#). Après quelques recherches, j'ai pu voir qu'elles pouvaient supporter de très fortes pressions et je me suis demandé quel lien il y avait entre les conditions de fabrication et la résistance à la compression. J'en ai discuté avec un spécialiste du verre qui m'a expliqué que la résistance d'un objet en verre dépend beaucoup de son état de surface, les larmes de verre n'étant pas calibrées, les résultats ne seraient donc pas probants. En effet, elles sont toutes uniques et on ne peut pas facilement maîtriser leur taille, forme et nombre de vacuoles. Il a fallu changer d'approche. La première fois que j'ai manipulé les larmes de verre, j'ai remarqué que les fragments étaient très petits et ne blessaient pas. En effet, lorsque des verres "usuels" se cassent, ils se brisent en quelques dizaines de morceaux alors que les verres trempés explosent en de milliers de très petits fragments.



Brisure sur un verre non trempé ayant subi un petit impact et fragments d'une larme batavique

Il m'est alors venu l'idée d'étudier les fragments de larmes bataviques grâce à un code informatique qui ferait le comptage et l'étude statistique des fragments pour tenter d'établir un lien entre une larme de verre et ses fragments.

J'ai aussi appris qu'il était possible de visualiser des contraintes au sein d'un matériau transparent par polarimétrie. Je me suis donc intéressée aux phénomènes de biréfringence accidentelle dans le verre.

Mon objectif a été d'établir un lien entre une larme de verre (ses contraintes, ses vacuoles et son diamètre maximal) et les fragments issus de son explosion.

THÉORIE

Verre

Les types de verre employés ici sont des verres sodocalciques et pyrex. Les **verres sodocalciques** sont composés de silice SiO_2 , de calcium et de sodium, la composition est variable en fonction de l'utilisation que l'on en fait. C'est le type de verre le plus courant, il représente environ 90% de la production mondiale. Le **pyrex** est un verre connu pour son faible coefficient de dilatation et sa résistance à la chaleur, il est très utilisé pour la verrerie en chimie. Il est aussi composé de silice, majoritairement, mais il contient aussi près de 10% de trioxyde de Bore.

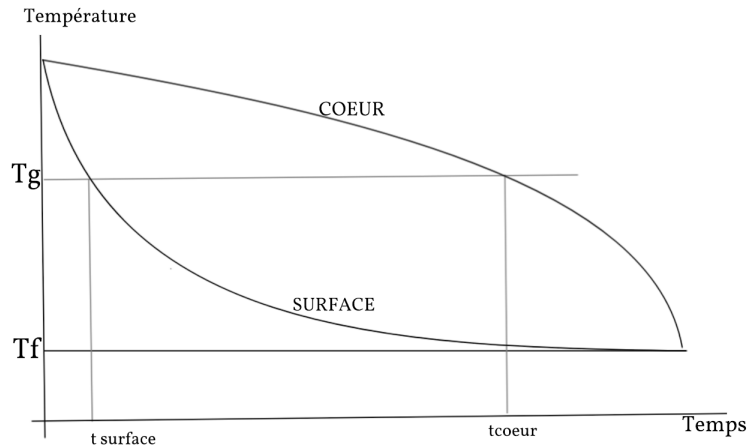
Trempe

La trempe thermique consiste à faire subir à du verre fondu un refroidissement rapide. La trempe est aussi utilisée en métallurgie et peut se faire dans des bains de liquide (eau, huiles, ou autre) ou par jets d'air.

Les mécanismes de la trempe peuvent être résumés ainsi : la surface se solidifie et se contracte bien plus vite que le coeur.



Refroidissement différé lors d'une trempe



Evolution qualitative de la température de la surface et du coeur

L'enveloppe se solidifie à l'instant $t_{surface}$, une fois en phase condensée, on peut considérer qu'elle devienne quasiment indilatable.

Entre $t = t_{surface}$ et $t = t_{coeur}$, on a un coeur liquide qui se refroidit dans une enveloppe solide. Avec la diminution de température, le verre se contracte de l'enveloppe au centre jusqu'à solidification lorsque $T = T_g$ (la température de transition vitreuse).

La contraction d'une longueur L_0 de verre au cours de son refroidissement est donnée par la relation :

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

où α est le coefficient de dilatation isobare, caractéristique du verre employé.

En réalité, le verre ne s'est pas complètement contracté car il est enfermé dans une enveloppe trop grande. Finalement, le verre a en quelque sorte subi une élongation.

(D'ailleurs, on observe des "bulles" dans les larmes de verre que j'ai appelé vacuoles. Elles seraient peut-être le résultat d'une "cavitation" et seraient alors vides, j'aurais aimé le vérifier)

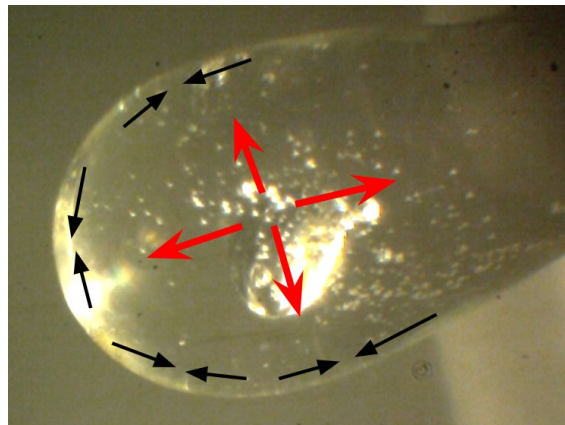
Par la loi de HOOKE, on lie l'élongation ε aux contraintes :

$$\sigma = \varepsilon E$$

$$\text{où } \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}$$

σ étant la contrainte et E étant le module de Young

Le coeur et l'enveloppe diffèrent aussi par le sens et la nature des contraintes. L'enveloppe est relativement fine, environ 10% du diamètre. En son sein, les contraintes sont des contraintes de compression, comme une clé de voûte. Ces contraintes rendent difficile la propagation des défauts, la force appliquée pour rompre un barreau de verre peut passer de 800N à 3500 N d'une non verre trempé à un verre trempé. . C'est ce qui confère au bulbe sa résistance extraordinaire aux chocs et fortes pressions. Par contre, au sein du coeur de la larme de verre siègent des contraintes centripètes très importantes résultants de la contraction tardive du coeur de la larme de verre, c'est ce qui est responsable de l'explosion de la larme lorsque des défauts se propagent.



Sens des contraintes au sein de la larme de verre

Polarimétrie

La **photoélasticité** est une méthode expérimentale qui permet l'analyse des contraintes sur toute une région d'un modèle. Entre autres, elle permet de visualiser la répartition des contraintes dans la larme de verre et déceler les régions où le gradient de contraintes est plus ou moins élevé ainsi que plus ou moins régulier.

Le phénomène utilisé en photoélasticité est celui de la **biréfringence** (double réfraction) dite accidentelle que développent certains matériaux transparents lorsqu'ils sont contraints. Il existe alors une relation entre les axes principaux de contraintes et les axes optiques principaux.

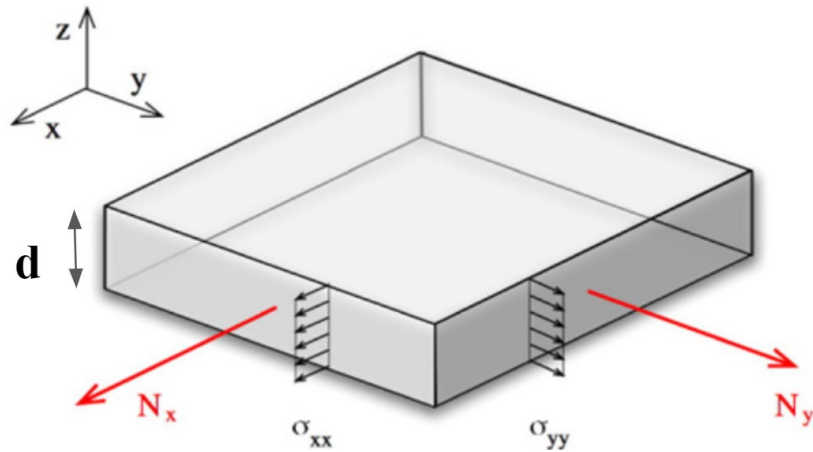


Schéma : Bloc de verre et coordonnées cartésiennes

Dans le cas simple d'un bloc de verre, comme représenté sur le schéma ci-dessus, éclairé par une lumière se propageant suivant l'axe (Oz) et soumis à des contraintes suivant (Ox) et (Oy), on constate que les deux composantes du champ électrique associé à l'onde lumineuse vont se déphaser après avoir traversé le morceau de verre. Ce déphasage est lié à une différence de marche entre les composantes E_x et E_y à la traversée de la lame. Si on appelle n_x et n_y les indices de réfraction principaux, cette différence de marche vaut : $\delta = \Delta n \cdot d$ où d est l'épaisseur de la lame et $\Delta n = n_x - n_y$.

Les coefficients n_x et n_y résultant de la biréfringence accidentelle sont liés à la différence de contraintes selon x et y que subit l'édifice. Plus précisément, les différences respectives de contraintes et d'indices principaux sont proportionnelles.

$$n_x - n_y = k(\sigma_x - \sigma_y)$$

La différence de marche vaut donc :

$$\delta = (n_x - n_y)d = k \cdot d \cdot (\sigma_x - \sigma_y)$$

Sachant que l'ordre d'interférences $p = \delta/\lambda$ est entier dans le cas d'interférences constructives et est demi-entier dans le cas d'interférences destructives, on en déduit que la longueur d'onde λ est éteinte lorsque :

$$k \cdot d \cdot (\sigma_x - \sigma_y) = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

(m étant un entier)

Lorsque la lame est éclairée en lumière blanche, plusieurs longueurs d'onde peuvent être annulées : on obtient une teinte caractéristique du produit $d \cdot (\sigma_x - \sigma_y)$. On comprend alors

que la teinte que l'on observe nous renseigne à la fois sur l'état de contrainte et sur l'épaisseur locale.

Fragmentation

Les phénomènes de fragmentation sont étudiés dans divers aspects de la physique, de l'astrophysique à la géologie. L'un des modèles fréquemment employé est celui de la fragmentation fractale introduite par Turcotte.

Turcotte a proposé un modèle de fragmentation en cascade que l'on peut résumer ainsi : L'édifice se rompt en une population de taille d_0 fixée. Une fraction f de celle-ci ($0 < f < 1$) se fragmente en morceaux de dimension $d_1 = \alpha \cdot d_0$ ($0 < \alpha < 1$) puis une fraction f de ces plus petits fragments se fragmente en morceaux de taille $d_2 = \alpha \cdot d_1$. Ce processus est répété un grand nombre de fois.

Après quelque calculs et approximations, on arrive à modéliser la distribution statistique des fragments par une loi de puissance : le nombre de fragments de taille comprise entre s et $s + ds$ devrait être correctement approximé par une loi de la forme :

$$dn(s) = C \cdot s^{(-D)}$$

où D est la dimension fractale.

PROGRESSION

Conjectures

Tout au long de mon TIPE, je me suis permise d'émettre quelques conjectures que mes expériences pourraient éventuellement confirmer ou infirmer. Les voici :

Contraintes et taille de fragments

Plus les contraintes au sein du verre sont grandes plus les fragments sont petits. Les contraintes correspondent à une énergie potentielle qui, lors d'une rupture, est libérée. Cet apport d'énergie permet de rompre les interactions de cohésion dans le verre. Plus il y a de d'interactions rompues, plus il y a de fragments.

Matériau amorphe et petits fragments

Le verre est un matériau amorphe. Plus il se solidifie lentement, moins le matériau est amorphe, il devient plus régulier. La trempe conduit alors forcément à des matériaux très amorphes, surtout au niveau de l'enveloppe qui se solidifie très rapidement. Lors d'une rupture, *a fortiori*, lors d'une rupture explosive, les brisures suivent les joints de grains d'autant plus nombreux que le verre est amorphe. Les joints de grains sont les interfaces entre deux zones uniformes et ordonnées au sein d'un cristal polycristallin. Rappelons qu'un solide polycristallin est constitué de nombreux cristaux localement réguliers aléatoirement combinés (orientations, tailles et formes variables). Ainsi, je m'attends à obtenir de très petits fragments provenant de l'enveloppe qui se solidifie très vite et de plus gros fragments provenant du coeur de la lame batavique. Effectivement, on arrive à le voir dans la vidéo mentionnée plus tôt :



Capture d'écran de la vidéo [Mystery of Prince Rupert's Drop at 130,000 fps - Smarter Every Day 86](#)

Influence de l'enveloppe et des vacuoles sur le coeur

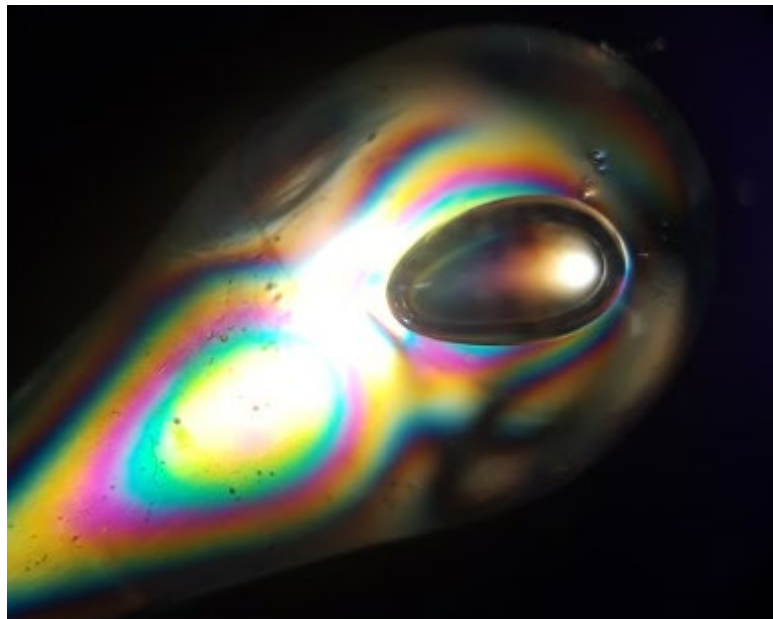
L'enveloppe est autour du coeur. Le coeur devra donc la "casser" pour exploser. En d'autres termes, une partie de l'énergie libérée sera consommée pour casser l'enveloppe au lieu de fragmenter le coeur. Ainsi, il résulte de l'explosion des gros fragments très fissurés que je

soupçonne de provenir du coeur. De ce fait, je pense qu'une enveloppe épaisse entraîne la formation de fragments en moyenne plus gros provenant du coeur.



Fragment de grande taille (par rapport aux autres), très fissuré mais non brisé

A l'inverse les vacuoles, offrent de l'espace pour que le coeur se fragmente. Par polarimétrie, on voit qu'il n'y a pas d'"enveloppe concave". Par conséquent, je pense qu'un nombre important de vacuoles, ou plutôt un volume important de vacuoles, conduit à la formation de fragments en moyenne plus petits.



Enveloppe (noire) et contraintes croissantes autour de la vacuole

Energie emmagasinée et dimension fractale

Le chercheur Yongfu Xu a écrit une publication sur le lien entre la dimension fractale d'une famille de fragments et l'énergie de fracture [1], c'est-à-dire l'énergie qui a été apportée à l'édifice (de marbre) pour le rompre. Il a alors montré que la dimension fractale est une fonction croissante de l'énergie de la forme :

$$D = A + B \log E_m$$

où E_m est l'énergie de fracture ($B > 0$)

Dans le cas des larmes de verre, j'ai pensé que, lors de l'explosion, l'énergie de fracture correspond à l'énergie résiduelle emmagasinée lors de la trempe. En effet, il me semble que l'énergie que je confère à l'édifice en pinçant la tige est négligeable devant l'énergie emmagasinée lors de la trempe vu la puissance de l'explosion.

D'ailleurs, le chercheur qui a effectué cette étude s'est intéressé à la dimension fractale sur le diamètre car il triait ses fragments par tamisage. Sa dimension fractale portait sur une longueur la mienne porte sur une surface (longueur au carré) ainsi j'ose espérer qu'à un facteur 2 près, la tendance sera conservée.

Protocole : Déroulement et modifications

1-Fabriquer un nombre conséquent de larmes de verre

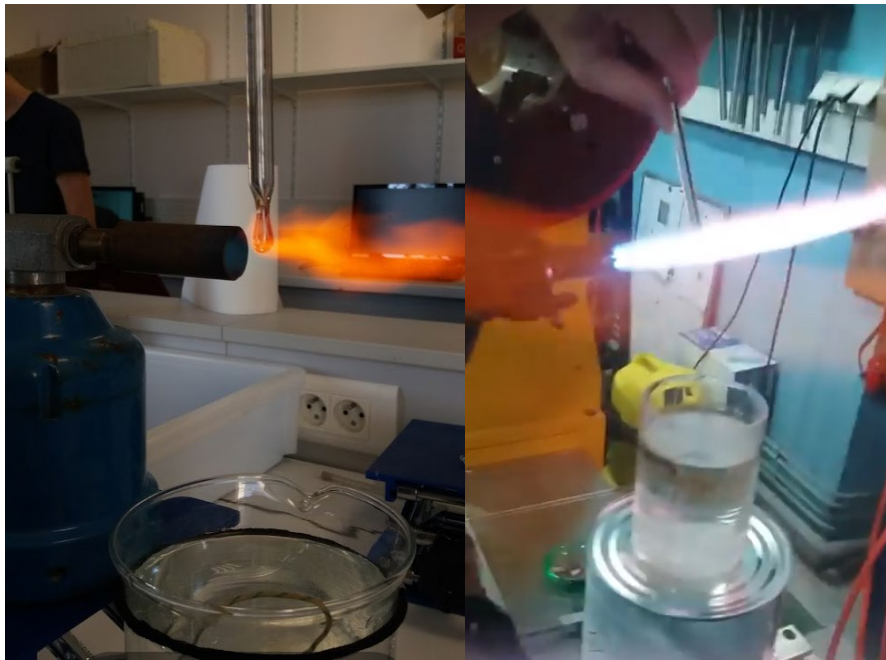


Grâce à un chalumeau, j'ai réussi à fabriquer des larmes de verre dans notre laboratoire. Il fallait en moyenne 10 minutes pour en faire fondre une. De plus, un grand nombre d'entre elles ont explosé au fond du récipient. L'explosion précoce

est due à de trop fortes contraintes résiduelles dues à une contraction rapide du verre dans un bain trop froid.

Je me alors suis tournée vers un verrier, T. Beldi, qui m'en a fabriqué une douzaine en pyrex et en verre sodocalcique. La température du bain était un facteur crucial pour assurer la

formation des larmes de verre. C'est d'ailleurs à ce stade que j'ai abandonné mon idée initiale de lier les contraintes aux conditions de fabrication.

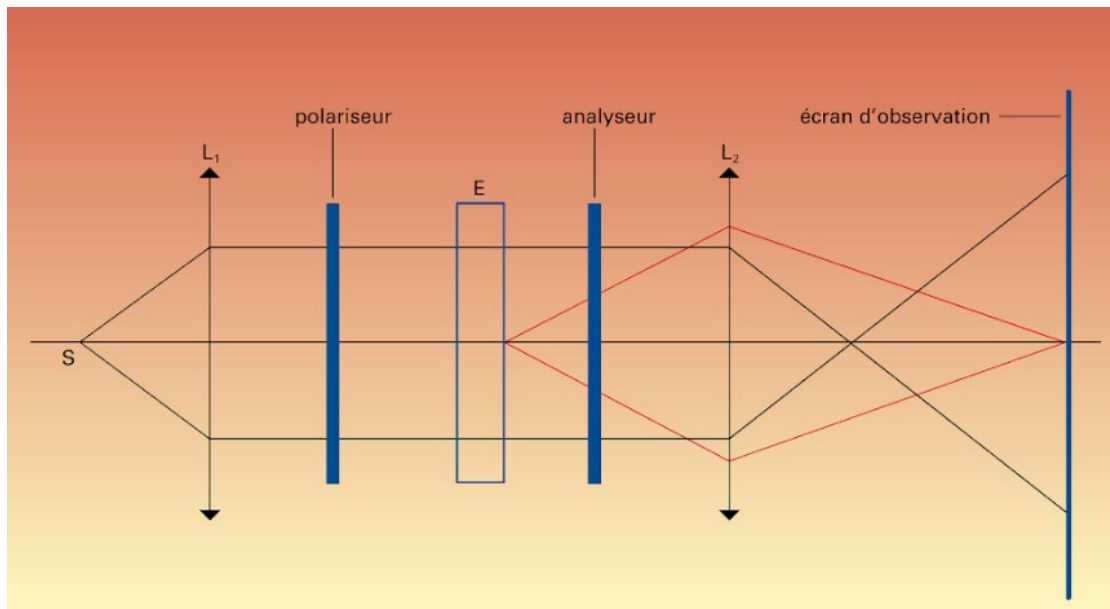


2-Mesurer le diamètre maximal de chaque larme de verre



3-Analyser qualitativement les contraintes par polarimétrie

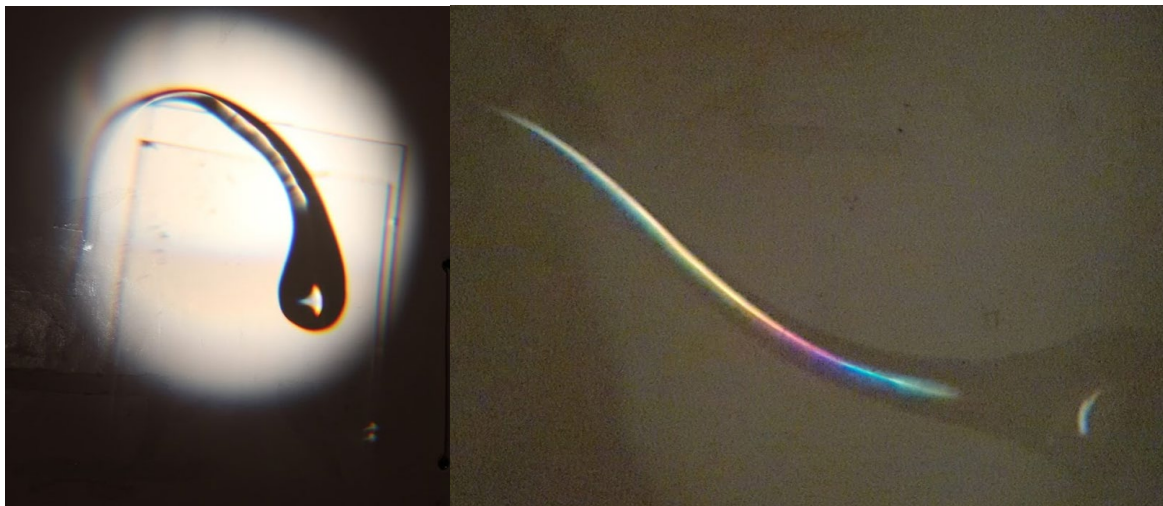
Dans un premier temps, j'ai tenté le montage suivant :

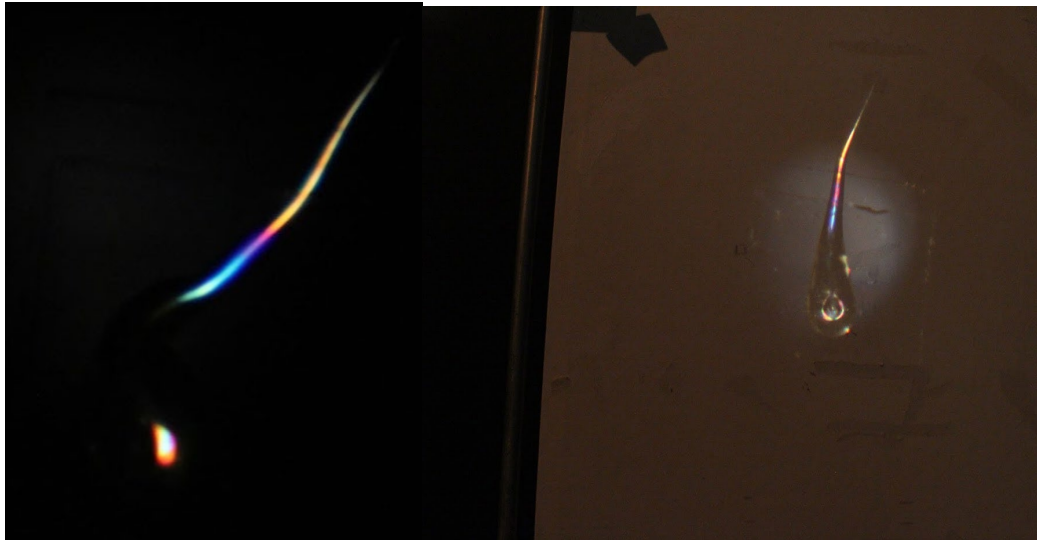


E : lame de verre

L'objet étant trop épais, je n'arrivais à voir sur l'écran que les contraintes dans la tige (et pas systématiquement)

Quelques images obtenues sur un écran :





Ce n'était pas ce que je voulais et il était difficile de comparer les larmes de verre avec de tels clichés.

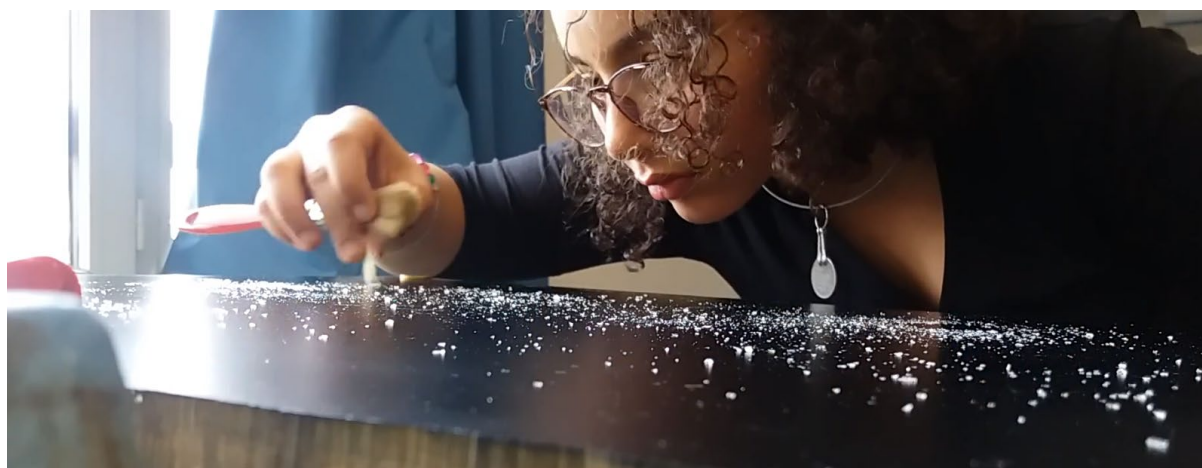
Je me suis tournée vers une chercheuse, Emma Liu, qui m'a conseillé d'utiliser un microscope polariseur. Mais ceux dont nous disposons au lycée, utilisés en géologie, ont un champ trop petit, donc je ne pouvais pas voir les larmes de verre dans leur intégralité. J'ai donc eu l'idée d'utiliser une loupe binoculaire avec deux feuilles de polaroïds croisées pour observer les larmes de verre.



Ce dispositif m'a effectivement permis de voir les phénomènes de biréfringence dans la larme de verre.

4-Exploser les larmes de verre et prendre une photo de chacune des familles de fragments

Je cassais chaque larme de verre dans une boîte puis je disposais les fragments sur un fond noir pour les photographier (avec quelques pièces de monnaie pour avoir l'échelle réelle).





5-Utiliser un algorithme de traitement d'image qui compte les fragments et leur surface (en pixels)

En annexe : l'intégralité du code informatique.

Problème : fragments de petite taille

Lorsque j'ai eu mes premiers résultats, la moyenne des tailles de fragments était très différente d'une photo à une autre pour une même larme de verre. De plus, sur mes images, il y avait un très grand nombre de fragments "n'occupant" qu'un pixel. Sur mes images, 1 mm^2 correspond à 6 à 12 pixels, la valeur diffère pour chaque image. Un fragment de taille numérique 1 pixel peut tout aussi bien mesurer $0,15 \text{ mm}^2$ que $0,30 \text{ mm}^2$, l'incertitude est beaucoup trop importante, les tailles perdent de leur sens. Cela expliquait aussi pourquoi les coefficients de corrélation entre $\log(n(s))$ et $\log(s)$ lors du calcul de la dimension fractale étaient si éloignés de 1.

J'ai donc choisi de ne m'intéresser qu'aux fragments de "grande" taille. J'ai choisi 2mm^2 de telle sorte à ce que le plus petit fragment pris en compte soit décrit par au moins une dizaine de pixel, ainsi, sa taille sera connue à au moins 10% près. Pour mieux comprendre prenons un fragment de surface projetée minimale (2mm^2), sur l'image la plus pixélisée sur laquelle 1mm^2 réel correspond à 6 pixels seulement, ce fragment sera décrit par 12 pixels à plus ou moins 1 pixel (compte tenu de sa forme irrégulière). De ce fait, le pourcentage d'incertitude relative vaut :

1/12 inférieur à 1/10

On aura donc bien une incertitude relative supérieure à 10 %.

5- Faire une analyse statistique sur les fragments de grande taille

J'ai alors recueilli pour chaque famille de fragments les informations suivantes sur les fragments de taille réelle supérieure à 2mm^2 (cette surface correspond au projeté du fragment sur le fond noir parallèlement à l'appareil photo) :

- ☐ Effectif
- ☐ Taille moyenne (et écart-type, non exploité)
- ☐ Médiane, premier et troisième quartiles
- ☐ Dimension fractale

Analyse des résultats

Polarimétrie

En me servant de l'échelle des teintes en polarimétrie , je pouvais repérer les différentes franges. Par convention, on compte les franges "rose" qui nous renseignent sur la différence de marche.

Sur des éprouvettes de géométrie bien connue, il est envisageable de quantifier les contraintes au sein d'un édifice grâce à la polarimétrie. En revanche, pour des objets tels que les larmes bataviques, c'est possible mais difficile, il faudrait faire appel à une méthode appelée en anglais *Integrated Photoelasticity* qui suppose une connaissance au micromètre près de la géométrie de l'édifice étudié. Cette approche était hors de ma portée.

Les larmes de verre n'ont certes pas une géométrie facile à étudier mais sont globalement "lisses". Ainsi, j'ai attribué aux contraintes ce qui sort de l'ordinaire et du prévisible. On peut

alors qualitativement estimer l'importance de contraintes ainsi que comparer l'état de contrainte entre deux larmes de verre. Plus précisément, on peut comparer les formes des lignes de contraintes, ainsi que l'étendue plus ou moins importante des isochrones (zones où l'on observe la même teinte).

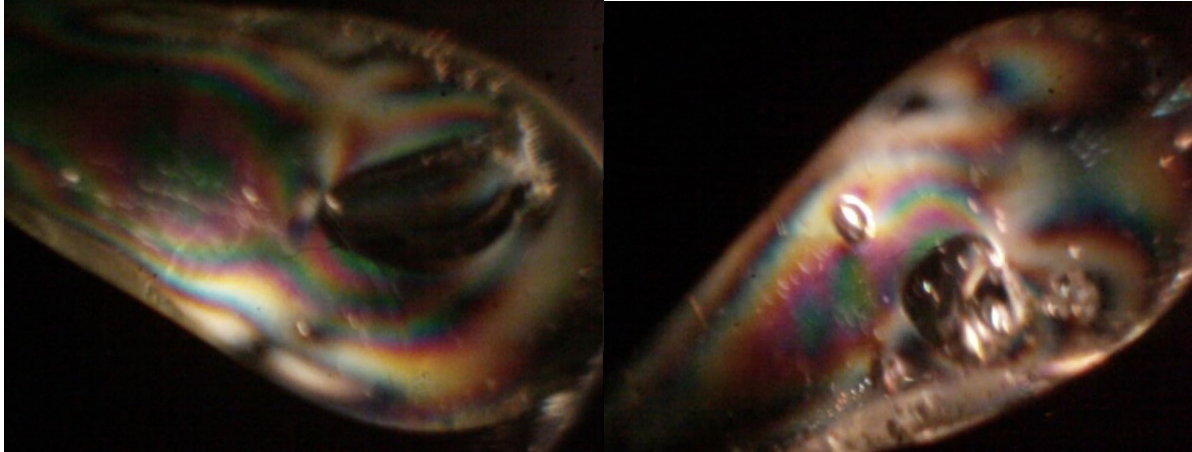
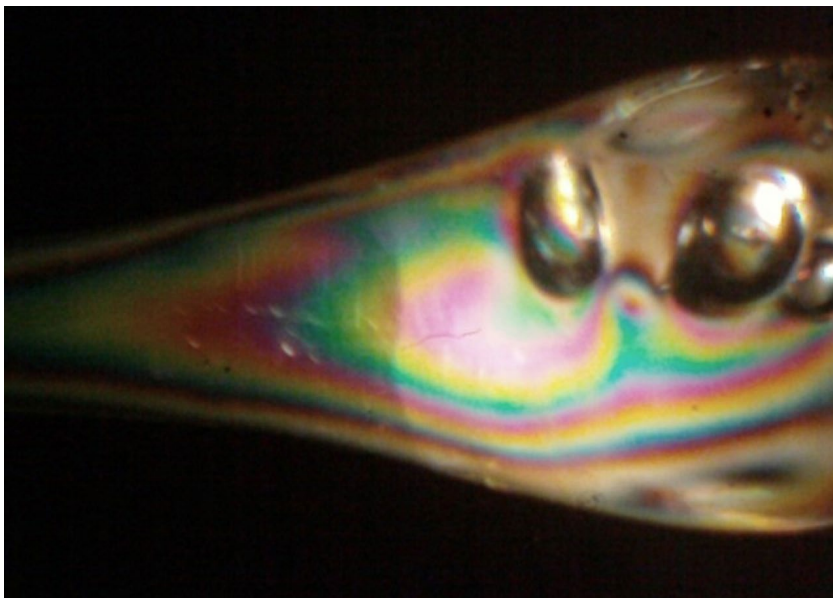
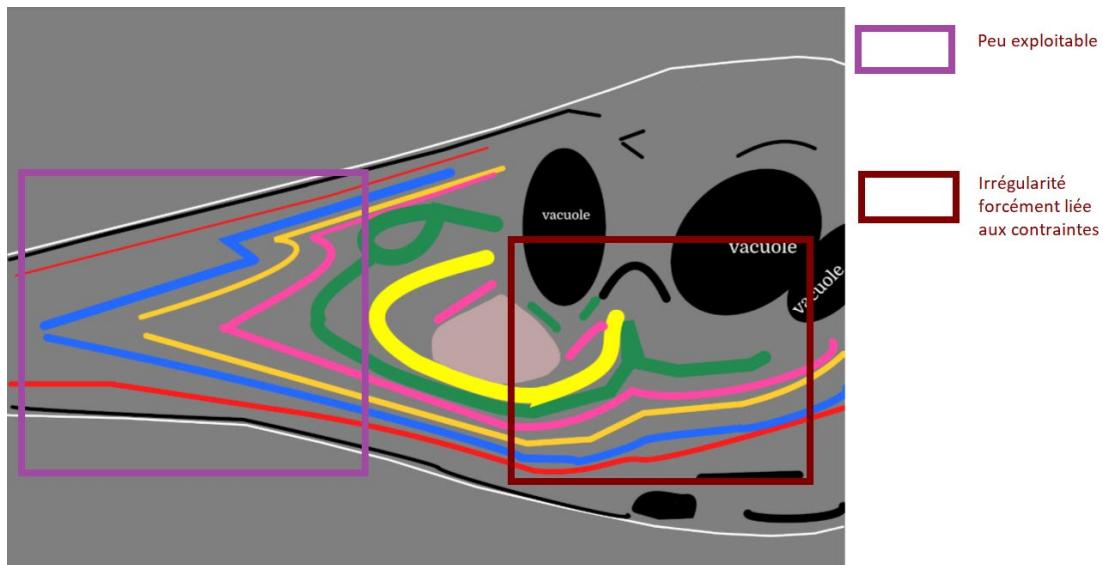


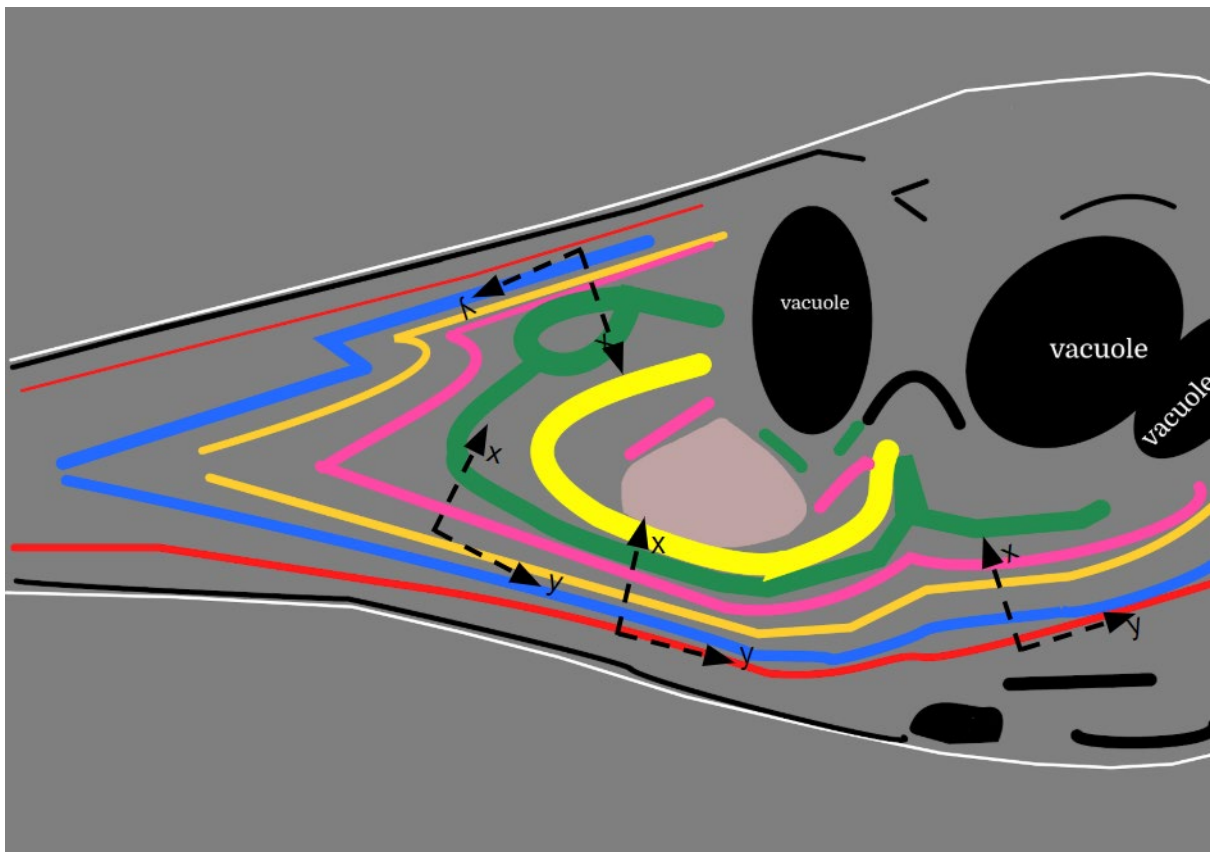
Figure d'interférences variées mais comparables - s1 (à gauche) et s10 (à droite)

Exemple d'étude :





J'avais aussi pensé à une approche semi quantitative. J'ai compté le nombre maximal de franges en dehors de la zone encadrée en violet en pensant que cela pouvait me renseigner sur l'évolution des contraintes selon x en considérant que celles selon y sont uniformes. Mais j'ai abandonné cette approche car je ne la trouvais pas très fiable.



Finalement, je n'ai utilisé la photoélasticité que pour :

- ❑ repérer la présence ou non d'une enveloppe plus ou moins épaisse, il s'agit d'une frange sombre aux extrémités de la larme
- ❑ noter l'étalement d'isochrones au centre des larmes de verre, signe de contraintes qui varient fortement pour compenser la variation d'épaisseur.

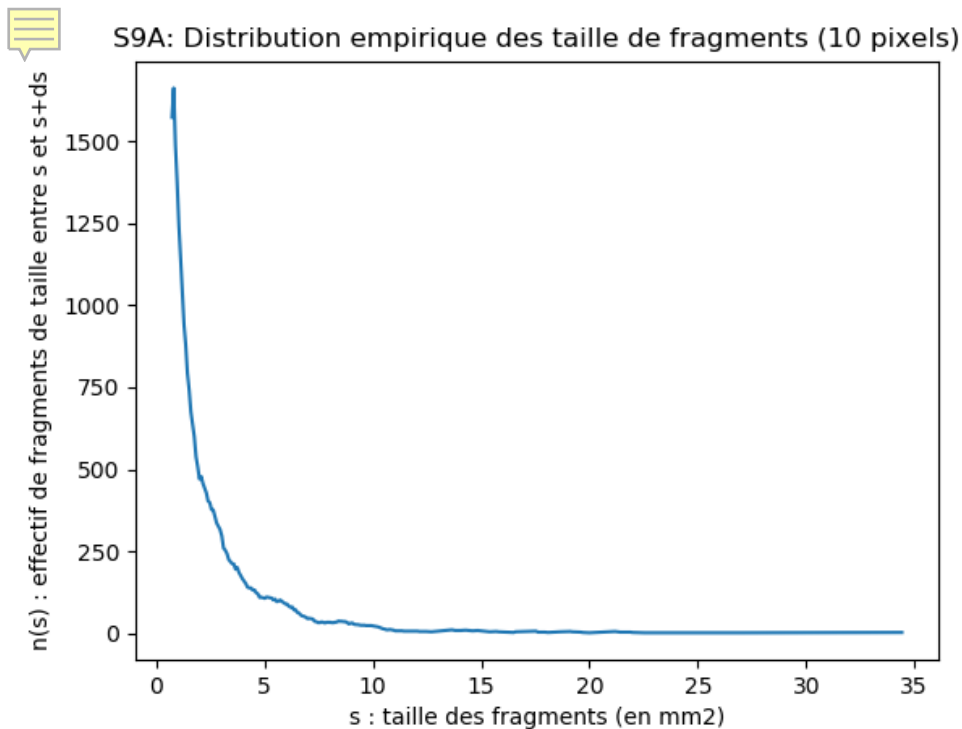
J'ai résumé le tout en comparant la "régularité" des figures d'interférences, d'autres raisons confortent cette idée, elles seront développées dans le paragraphe qui suit.

Analyse statistique

Initialement, je voulais comparer l'influence des vacuoles, du grand diamètre et des contraintes repérées par polarimétrie sur la dimension fractale, la taille moyenne et le nombre de grands fragments. Mais, au vu des résultats obtenus, en voyant que la dimension fractale n'était corrélée qu'au diamètre et pas aux contraintes, j'ai confirmé l'invalidité de mon interprétation par polarimétrie et ai choisi de ne prendre en compte que la régularité des figures d'interférences.

En admettant les résultats obtenus par Yongfu Xu, j'ai considéré que la dimension fractale (plus ou moins élevée) était le meilleur indicateur d'énergie emmagasiné. De plus, par "symétrie des fonctions modélisant les loi de puissance par rapport à la droite $x=y$ ", le fait de ne prendre que les gros fragments ne remet pas en cause la valeur de la dimension fractale. Plus exactement, si la distribution suit bien une loi de puissance, la dimension fractale sera la même. Mais la taille minimale choisie est si faible qu'il serait fort surprenant de voir un comportement très différent sur les plus petits fragments.

Exemple : histogramme de la taille des fragments



(toutes les autres distributions ont un profil similaire)

Finalement, j'ai étudié l'influence des vacuoles, des irrégularités des contraintes, du diamètre et de la dimension fractale sur la taille moyenne et le nombre de fragments.

Dimension fractale D

$$dn(s) = C \cdot s^{(-D)}$$

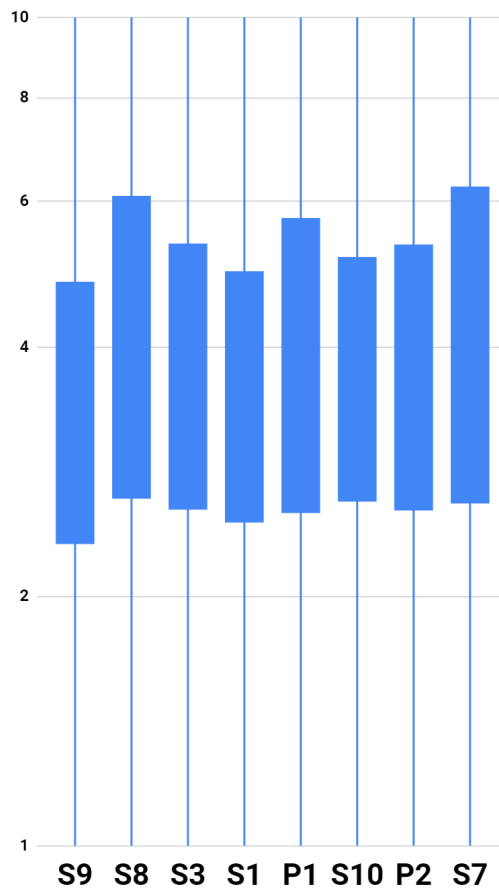
Le coefficient de corrélation entre $\log(s)$ et $\log(n(s))$ a systématiquement été supérieur à 0.98 donc les tailles de fragments suivent bien une loi de puissance.

Par ailleurs, d'autres chercheurs ayant aussi travaillé sur la dimension fractale et sur le diamètre, ont trouvé des dimensions fractales autour de $D=2,0$ [2]. Les dimensions fractales que j'ai calculé sur la surface tournent aussi autour de 2. Je ne retrouve pas le facteur 2 que j'avais soupçonné.

Médiane et quartiles : diagramme en boîte

Le diagramme en boîte ne s'est pas avéré très utile, d'autant plus qu'il ne traite que les fragments de relative grande taille et non pas la totalité des fragments.

Diagramme en boîte de la distribution des fragments



En ordonnée la surface des fragments en mm^2 ; en abscisse la larme de verre étudiée

Moyenne

Les moyennes obtenus varient entre 4.41mm^2 et 5.17mm^2 . Beaucoup de larmes de verre ont des tailles moyennes de fragments assez proches, j'ai donc trouvé plus pertinent de ne comparer que 4 les larmes de verres de taille de fragments moyenne maximales et minimales.

RÉSULTATS

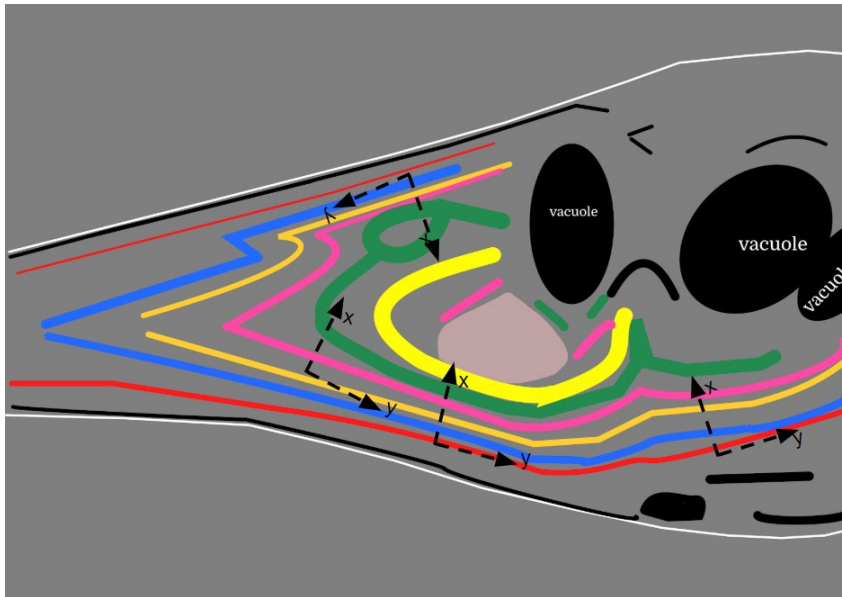
Dimension fractale

	Grand diamètre (en mm²)	Grandes, Moyennes, petites vacuoles	Polarimétrie	<u>Dimension fractale</u>
S10	6.34	1;2;0	centre des anneaux bas, 1ere isochrone bleue étalée sur la moitié du bulbe, très grande enveloppe, <i>régulier</i>	2.1735
S7	6.78	1;1;dizaines	Taille de guêpe (autour de la vacuole+centre bas), <i>régulier</i>	1.972
S9	<u>6.93</u>	1;0;0	pas de centre, grandes isochrones haut du <i>bulbe (irrégulier)</i> avec 2 ronds, bas <i>régulier</i>	<u>2.285</u>
S8	/	0;4;10	<i>irrégulier</i> , fine enveloppe	1.933
S3	6.48	1;0;15	très irrégulier, petit centre en bas, enveloppe large, isochrone étalée autour de la vacuole	2.019
S1	<u>6.92</u>	1;0;20	taille de guêpe sous la vacuoles, <i>régulier</i>	<u>2.222</u>
P1	08.05	1 longue;0;0	centre bas, taille de guêpe, <i>régulier</i>	1.981
P2	/	3;4;0	assez régulier autour de la vacuole, haut du bulbe noir	2.128

J'ai appelé taille de guêpe les enveloppes non régulières faisant de part et d'autre de la larme deux bosses convexes. Le tout ressemble à une taille de guêpe.

On remarque un **lien avec le diamètre des fragments** : les larmes de grands diamètres donnent de grandes dimensions fractales. Je trouve cela cohérent avec mon hypothèse sur l'énergie emmagasinée. Plus le diamètre est grand, plus l'"élongation" entre le coeur et l'enveloppe est élevé. Comme mentionné plus tôt, le coeur n'a pas pu se contracté, il était

donc en élongation permanente. Cette élongation est responsable d'une force qui, lors de la rupture libère un travail (une énergie) d'autant plus élevée que l'élongation est importante.



Je constate aussi que les larmes de verre présentant une isochrone étendue au niveau du bulbe ont une grande dimension fractale. L'épaisseur de verre étant rapidement croissante au niveau du bulbe, je suppose que cela impliquerait le gradient de la différence de contraintes compense la forte variation d'épaisseur d (dans le produit $\delta = (n_x - n_y)d = k \cdot d \cdot (\sigma_x - \sigma_y)$). Finalement, en considérant que les contraintes selon y sont uniformes, ou du moins de variation négligeable devant celles des contraintes selon x , on pourrait penser que la variation de la différence $(\sigma_x - \sigma_y)$ correspond la variation de σ_x seulement. Dans cette approximation, on déduit que les larmes de verre avec des isochrones étalées ont de fortes contraintes. Ainsi, cela irait dans le sens de ma première conjecture.

Nombre de fragments

	Grand diamètre	Grandes, Moyennes, petites vacuoles	Polarimétrie	Dimension fractale	Nombre de fragments (> 2mm ²)
S7	6.78	1;1;dizaines	Taille de guêpe (autour de la vacuole + centre bas), régulier	<u>1.972</u>	<u>2380</u>
S8	/	0;4;10	irrégulier, fine enveloppe	<u>1.933</u>	<u>2120</u>
S10	6.34	1;2;0	centre des anneaux bas, 1ere isochrone bleue étalée sur la moitié du bulbe, très grande enveloppe, régulier en bas	2.1735	1420
S9	6.93	1;0;0	pas de centre, grandes isochrones haut du bulbe (irrégulier) avec 1 ronds, bas régulier	2.285	1370
P2	/	3;4;0	assez régulier autour de la vacuole, haut du bulbe noir	2.128	1340
S1	6.92	1;0;20	taille de guêpe sous la vacuole, régulier, enveloppe visible	<u>2.222</u>	<u>950</u>
P1	08.05	1longue;0;0	centre bas, <u>taille de guêpe marquée</u> , régulier	<u>1.981</u>	<u>950</u>
S3	6.48	1;0;15	très irrégulier, petit centre en bas, enveloppe large, isochrone étalée autour de la vacuole	<u>2.019</u>	<u>730</u>

Cette fois, on peut noter un **lien entre la dimension fractale et le nombre de fragments**. Les larmes à grandes dimension fractale donc grande énergie emmagasinée donnent moins de grands fragments. Il était même frappant que les larmes S1 et S9 ont donné beaucoup plus de petits fragments, semblables à de la poussière. Conséquemment, les grands fragments sont moins nombreux.

Aussi, on remarque un **lien entre l'enveloppe et le nombre de fragments** mais il est moins marqué. On constate que les larmes ayant une grande enveloppe donnent plus de grands fragments.

Taille moyenne

	Grand diamètre	Grandes, Moyennes petites vacuoles	Polarimétrie	Dimension fractale	Taille moyenne
S7	6.78	1;1;dizaines	Taille de guêpe (autour de la vacuole + centre bas), régulier	1.972	<u>5.17</u>
P1	08.05	1 longue;0;0	taille de guêpe sous la vacuoles,régulier, enveloppe visible	1.981	<u>5.10</u>
S8	/	0;4;10	irrégulier, grande enveloppe	1.933	4.93
P2	/	3;4;0	irrégulier autour de la vacuole, enveloppe, haut du bulbe noir	2.128	4.76
S3	6.48	1;0;15	très irrégulier,petit centre en bas, enveloppe large, isochrone rouge autour de la vacuole	2.019	4.75
S1	6.92	1;0;20	taille de guêpe sous la vacuoles,régulier, enveloppe visible	2.222	<u>4.55</u>
S10	6.34	1;2;0	centre des anneaux bas, 1ere isochrone bleue étalée sur la moitié du bulbe, très grande enveloppe,régulier en bas	2.1735	<u>4,41</u>
S9	6.93	1;0;0	pas de centre, grandes isochrones haut du bulbe (irrégulier) avec 2 ronds, bas régulier	2.285	<u>4.40</u>

Lien entre la dimension fractale et la taille moyenne des fragments : En classant dans l'ordre décroissant les tailles moyennes, on voit que la tendance prévue est quasiment respectée : la taille des fragments est presque une fonction décroissante de la dimension fractale.

Bien que moins marqué, on constate aussi que les larmes de verres qui ont beaucoup de vacuoles ont en moyenne de plus grands fragments comme conjecturé.

Le lien avec le diamètre n'est pas évident .

CONCLUSION

En conclusion, avec les résultats que j'ai pu obtenir, j'ai pu repérer quelques corrélations entre les caractéristiques des larmes de verre et celle des fragments issus de l'explosion.

Contraintes, dimension fractale et taille de fragments

Effectivement, sur mes échantillons, les larmes de grandes dimension fractale ont donné de plus petits fragments

Influence de l'enveloppe :

La conjecture selon laquelle une grande enveloppe conduirait à de grands fragments n'a pas été vérifiée de manière marquée sur mes échantillons.

Optimisation

Notons que je suis consciente du fait que, pour plusieurs raisons, je n'ai pu avoir accès qu'aux grandes tendances. Les raisons principales sont les suivantes :

- je n'ai étudié que 8 larmes de verre
- je n'ai travaillé que sur les grands fragments

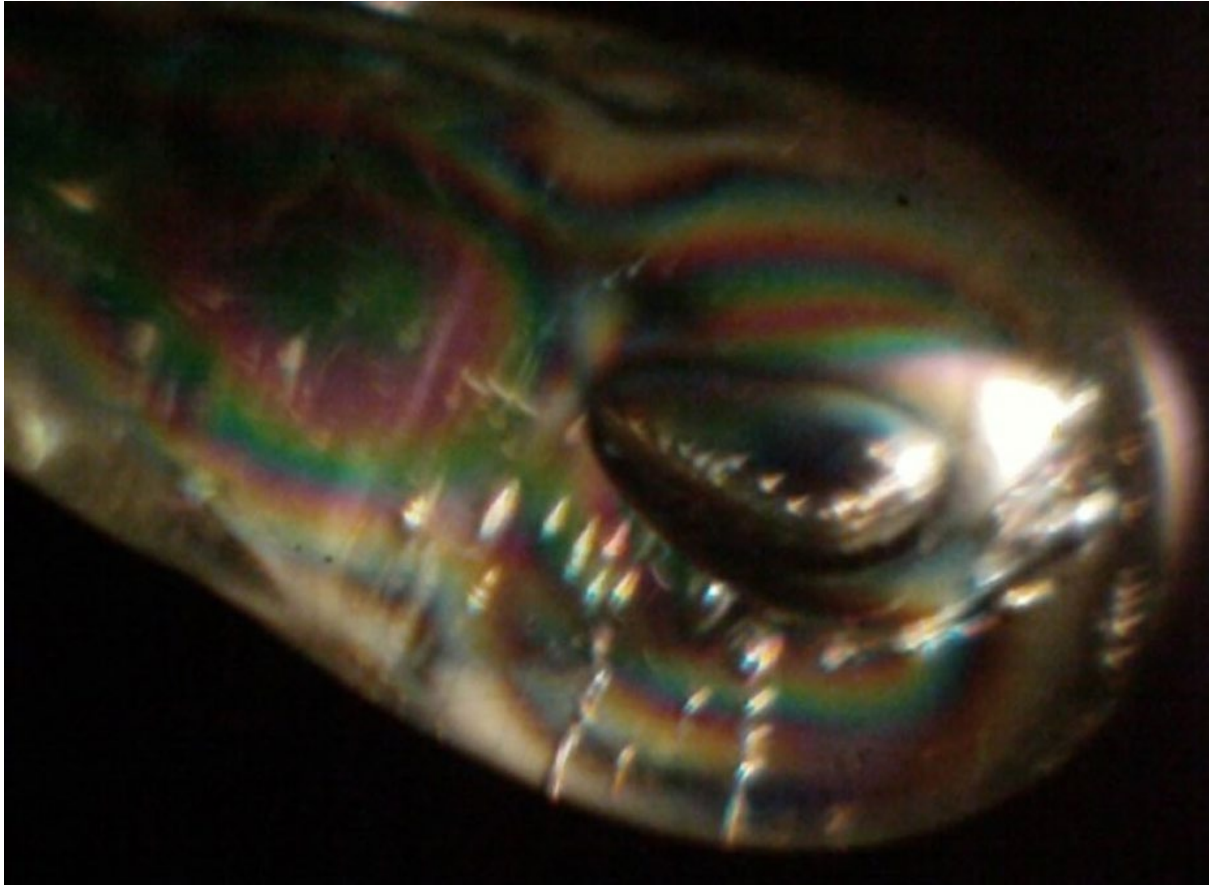
En rétrospective, je me permets de proposer quelques points que j'aurais aimé améliorer.

- ☐ Je regrette de ne pas avoir eu plus de larmes de verre. J'aurais certainement eu des tendances plus marquées ou même différentes.
- ☐ De plus, avec une plaque noire plus grande et j'aurais pu améliorer les photos prises et donc avoir des résultats plus fiables. Plus exactement, j'aurais aimé recueillir plus des données sur de plus petits fragments. Étant majoritaires, ils sont peut-être bien plus "représentatifs" de la larme de verre
- ☐ J'aurais aimé procéder à un tri par tamisage pour comparer les résultats obtenus avec mes résultats informatiques

ANNEXES

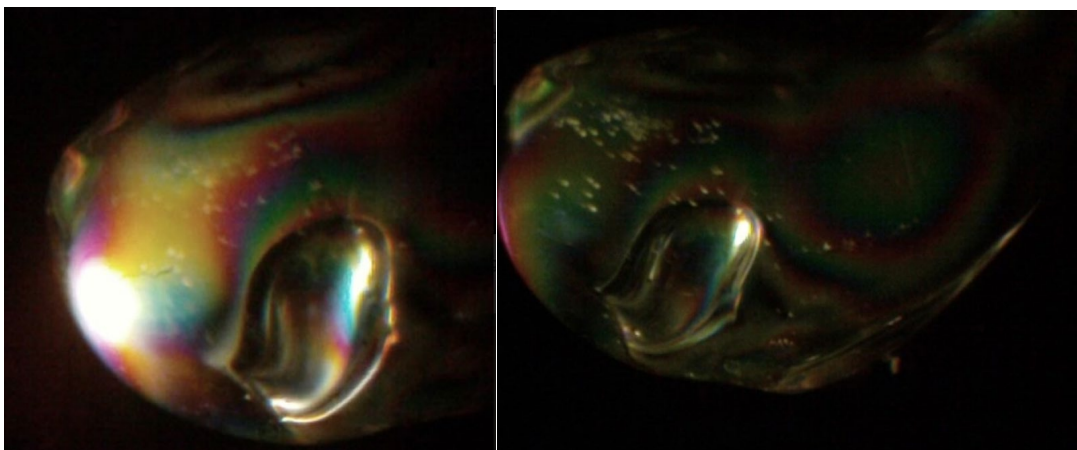
Quelques images données par polarimétrie

Larme S1



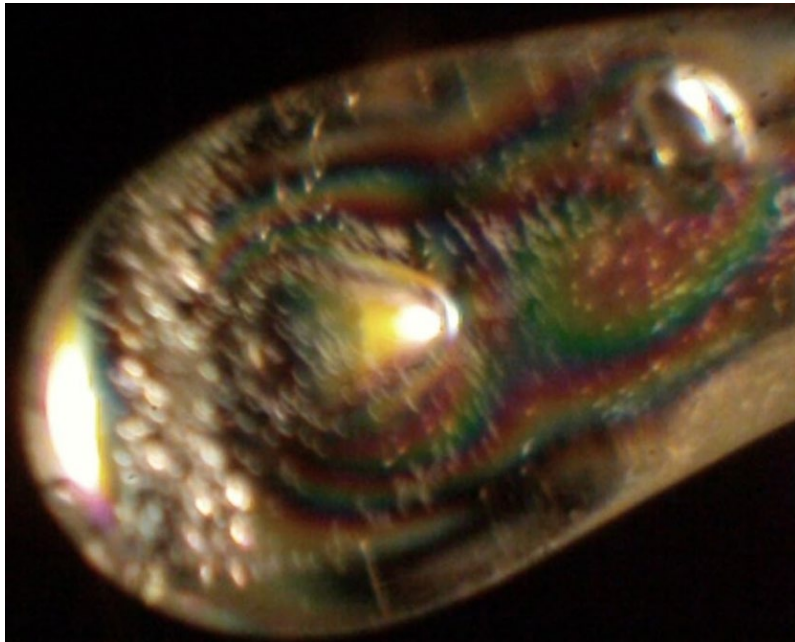
taille de guêpe sous la vacuoles,régulier, enveloppe visible

Larme S3



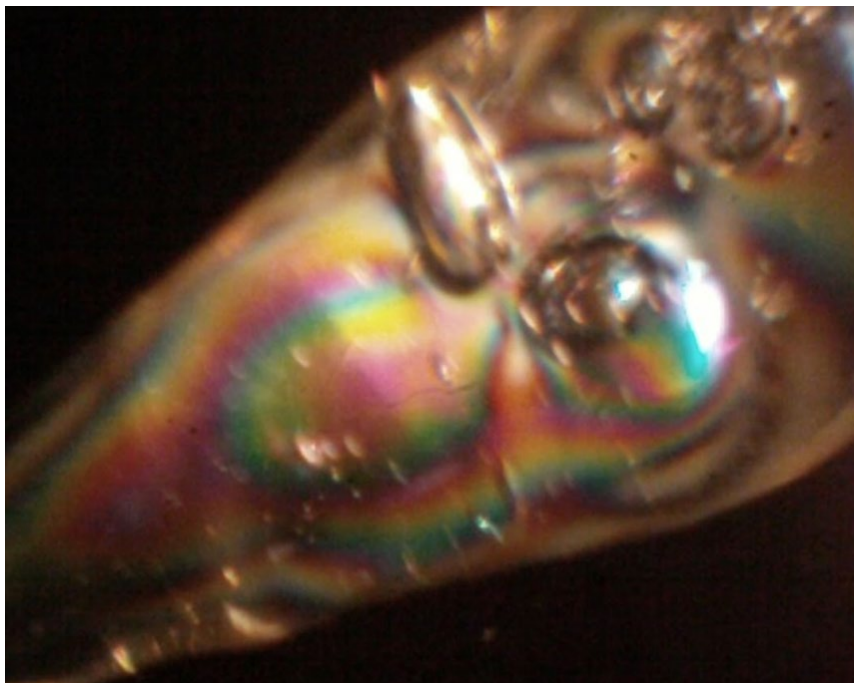
très irrégulier,petit centre en bas, enveloppe large, isochrone étalée autour de la vacuole

Larme S7



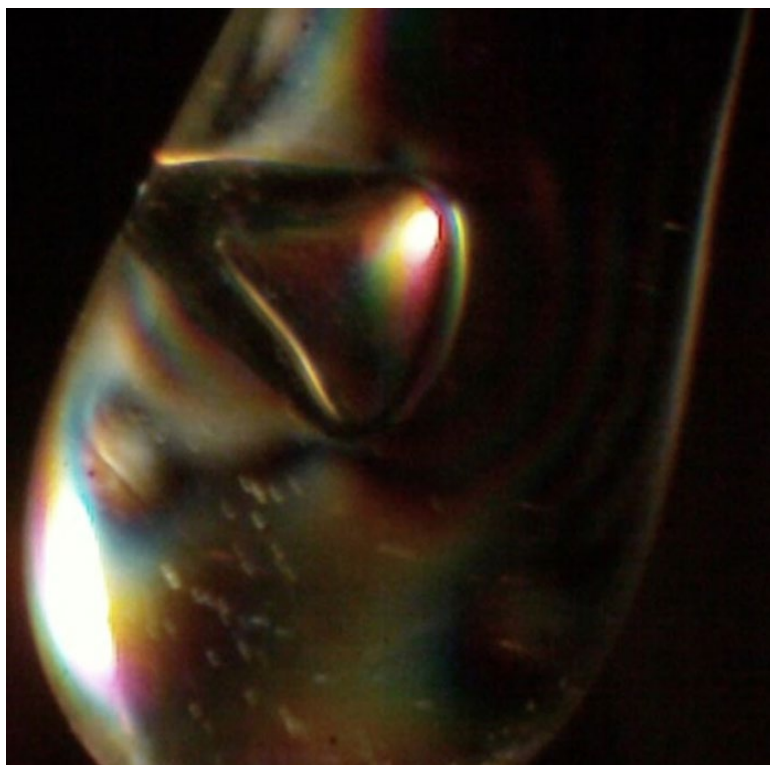
Taille de guêpe (autour de la vacuole + centre bas), régulier

Larme S8



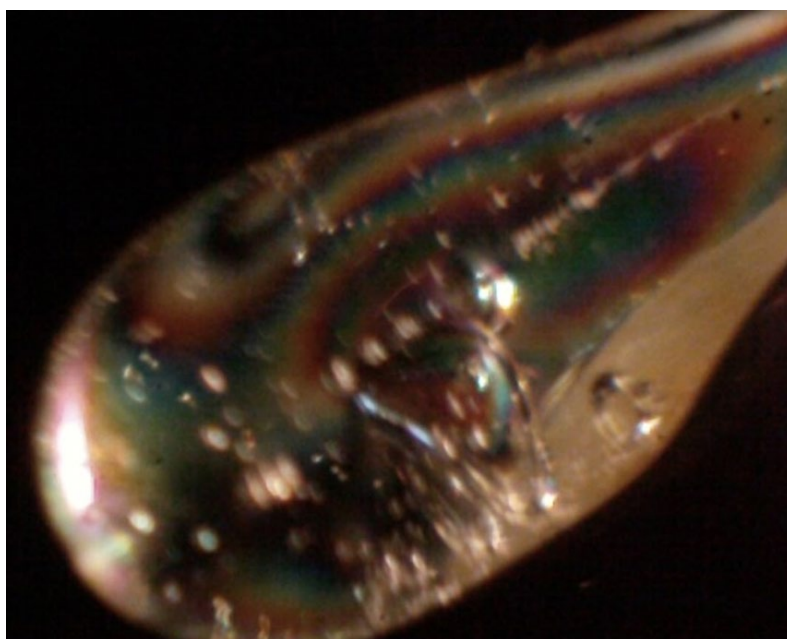
irrégulier, enveloppe fine

Larme S9



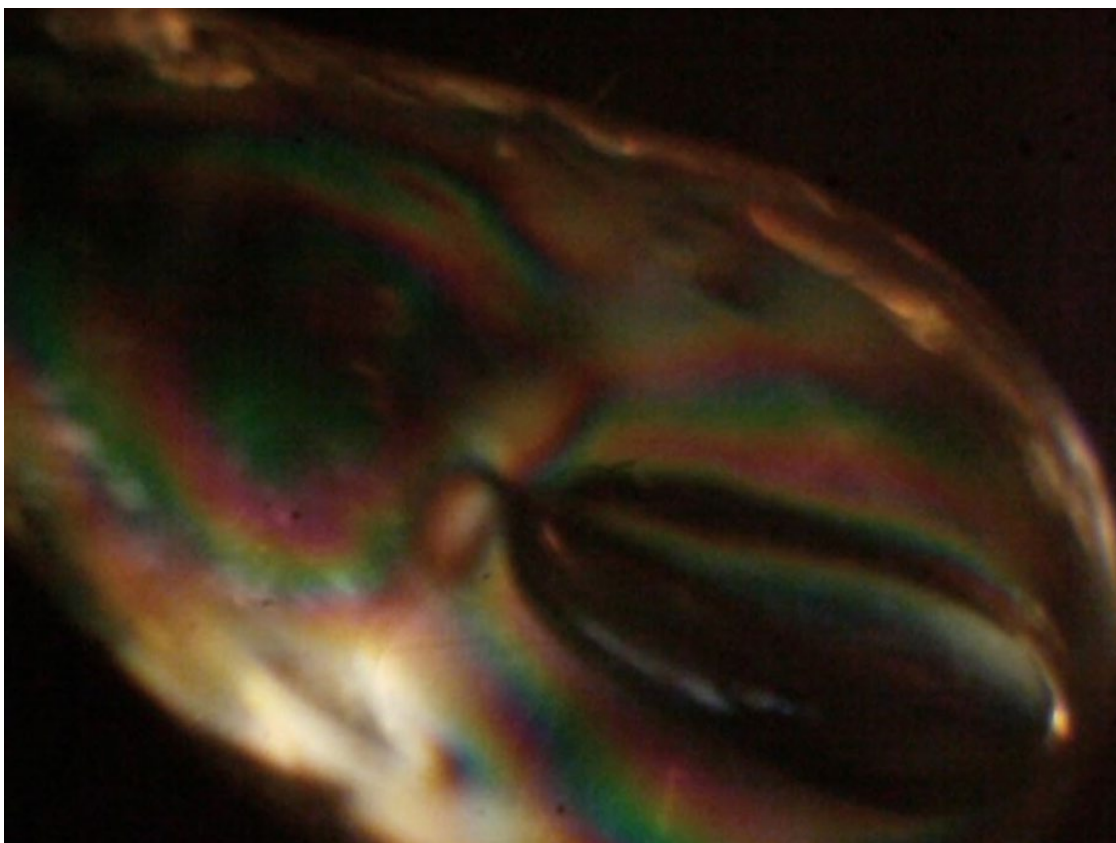
pas de centre, grandes isochrones haut du bulbe (irrégulier) avec 2 ronds, bas régulier

Larme S10



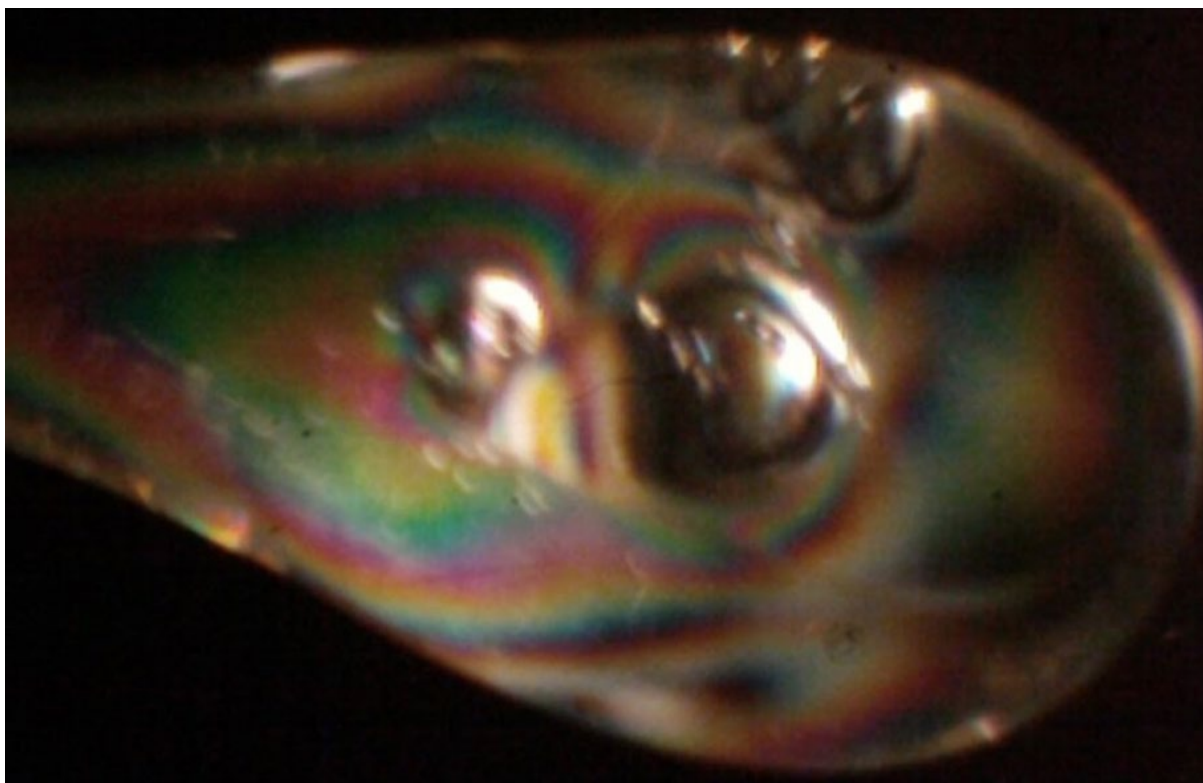
centre des anneaux bas, 1ere isochrone bleue étalée sur la moitié du bulbe, très grande
enveloppe, régulier en bas

Larme P1



centre bas, taille de guêpe marquée ,régulier

Larme P2



assez régulier autour de la vacuole, haut du bulbe noir

Ouvrages et articles consultés

- [1] S. Testu, J-M. Ricard, S. Etienne : *Renforcement mécanique du verre par trempe thermique*
- [2] M. P. Silverman(a), W. Strange, J. Bower, L. Ikejimba : *Fragmentation of explosively metastable glass*
- [3] *The role of thermal stresses in hydromagmatic fragmentation*
<http://emmaliu.weebly.com/prince-ruperts-drops.html> (consulté pour la dernière fois en janvier 2018)
- [4] *Photoélasticité* <https://www.universalis.fr/encyclopedie/elasticite/7-photoelasticite/>
- [5] *Les techniques photoélastiques*, Analyse expérimentale des contraintes, Cours 2012
Département Génie Mécanique Polytechnique Montréal
(Pages 1-37)
- [6] H. Aben, J. Anton, M. Ōis, K. Viswanathan, S. Chandrasekar, M. M. Chaudhri : *On the extraordinary strength of Prince Rupert's drops*
AIP Applied Physics Letter 109 (2016)
- [7] M. Fruchart, P. Lidon, E. Thibierge, M. Champion, A. Le Diffon
Physique expérimentale : Optique, mécanique des fluides, ondes et thermodynamiques
Chapitre III.6
- [8] Yongfu Xu, Depart. of Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China:
The fractal evolution of particle fragmentation under different fracture energy
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032591017307933>

Contacts

- Tristan Beldi, verrier à l'université de Montpellier
- Laurent Duffour, ingénieur à Primeverre
- Usine de verre recyclé à Marrakech (j'ai fabriqué des larmes de verre avec du verre fondu cette fois dans un four, avant même de se solidifier elle se fracture violemment)
- Emma Liu, chercheur à Cambridge, Department of Earth Sciences