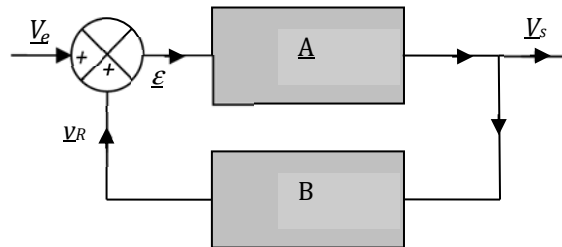


LES LASERS

I. LE LASER : UN OSCILLATEUR A REACTION.

1. OSCILLATEUR A REACTION.

Considérons un oscillateur à réaction :



Pour que le système soit le lieu d'oscillations auto-entretenues, il faut que $V_s(t)$ soit non nulle avec $V_e(t) = 0$.

RECHERCHE DE SOLUTIONS SINUSOÏDALES.

Sachant que la fonction de transfert du système est : $\underline{H} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{1-AB}$ on en déduit que pour que le système soit le siège d'oscillations sinusoïdales, il faut que : $\underline{AB} \Big|_{\omega=\omega_{osc}} = 1$:

- Le gain en tension de la boucle doit être égal à 1 : $|\underline{A}, \underline{B}| = 1$ pour $\omega = \omega_{osc}$
- Le déphasage de la boucle de rétroaction doit être nul : $\phi_A + \phi_B = 0$ pour $\omega = \omega_{osc}$

Ce dernier point est à rapprocher des conditions pour observer des interférences constructives en optique : Les signaux doivent être en phase.

Rappelons que la résolution de l'équation complexe : $\underline{AB} = 1$, nous donne deux équations réelles et donc nous permet de déterminer la pulsation des oscillations (ω_{osc}) ainsi qu'une condition reliant différents paramètres de l'oscillateurs pour les oscillations démarrent (condition d'accrochage).

À titre d'exemple, pour l'oscillateur à pont de Wien, on a :

$$A = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

$$B = \frac{j\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)}{1 + \frac{1}{Q}j\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$$

La condition $\underline{AB} = 1$ donne ici : $\omega_{osc} = \omega_o$ et $A = \frac{1}{Q}$

CONDITION D'ACCROCHAGE (RAPPELS)

- On étudie la tension V_s obtenue en sortie à partir d'une tension d'entrée V_e et on se place dans le cas simple où A et B sont réelles.

En premier on obtient : $V_s = A \times V_e$

Puis : $V_s = A \times V_e + A^2 B \times V_e = A \times V_e (1 + AB)$

Puis : $V_s = A \times V_e + AB(A \times V_e + A^2 B \times V_e) = A \times V_e (1 + AB + (AB)^2)$

Puis : $V_s = A \times V_e + AB(A \times V_e (1 + AB + (AB)^2)) = A \times V_e (1 + AB + (AB)^2 + (AB)^3)$

\Rightarrow On obtient ainsi une suite géométrique de raison AB .

\Rightarrow Pour obtenir des signaux non nuls, en l'absence de générateur, il faut que cette suite diverge et donc que $AB > 1$

- En généralisant ce résultat au cas où \underline{A} et \underline{B} sont complexes, on retrouve bien la condition d'accrochage vue avec les oscillateurs quasi sinusoïdaux : $|\underline{A} \cdot \underline{B}|_{\omega=\omega_{osc}} > 1$
- Rappelons que, cette condition étant vérifiée, l'amplitude des oscillations augmente tant que le fonctionnement de l'oscillateur est linéaire. Elle est limitée par l'apparition de non linéarités permettant de revenir à $|\underline{A} \cdot \underline{B}| = 1$
- Pour l'oscillateur à Pont de Wien, la condition $|\underline{A} \cdot \underline{B}|_{\omega=\omega_{osc}} > 1$ se traduit par $A > \frac{1}{Q}$

2. CIRCUIT DE RETROACTION RESONANT.

FUNCTIONNEMENT

- Pour commencer, reprenons l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien :

La chaîne directe est un amplificateur ($A = 1 + \frac{R_1}{R_2} = cste \quad \forall \omega$) et le circuit de rétroaction est un filtre passe-bande de pulsation de résonance $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et de facteur de qualité $Q = \frac{1}{3}$: on parle de circuit résonant ou résonateur.

Une étude indicelle du système montre que, en régime linéaire, l'équation différentielle vérifiée par $V_r(t)$ est de la forme :

$$\frac{d^2 V_r}{dt^2} - \left(A - \frac{1}{Q}\right) \omega_0 \frac{dV_r}{dt} + \omega_0^2 V_r = 0$$

Ainsi, pour avoir des oscillations sinusoïdales, il faut que $A = \frac{1}{Q}$. Autrement dit, il faut que l'énergie dissipée à chaque cycle dans l'oscillateur (ou résonateur) soit compensée par l'énergie apportée par l'amplificateur.

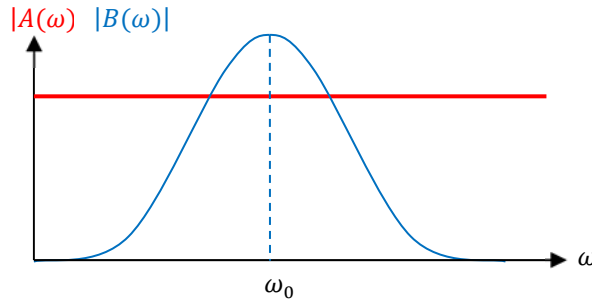
Notons que pour le démarrage des oscillations, il faut que $A > \frac{1}{Q}$: on retrouve bien la condition d'accrochage précédente.

- On peut généraliser ce résultat de la manière suivante :

Un oscillateur à rétroaction résonante délivre un signal non nul si l'énergie dissipée dans le résonateur pendant une période est compensée par l'énergie apportée par l'amplificateur pendant cette même période.

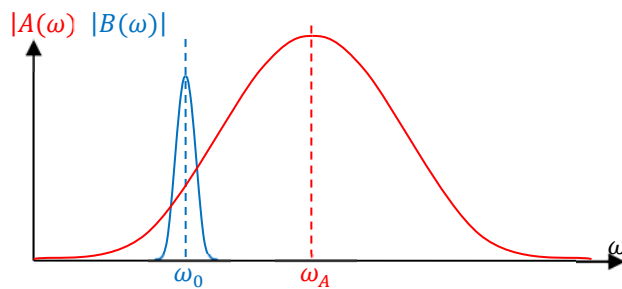
CARACTERISTIQUES SPECTRALES DU SIGNAL EMIS

- Les variations de $|A(\omega)|$ et $|B(\omega)|$, dans le cas de l'oscillateur à pont de Wien sont données ci-dessous :



⇒ La fréquence d'accrochage est celle du résonateur (circuit de rétroaction)

- Dans un cas plus général, on a :

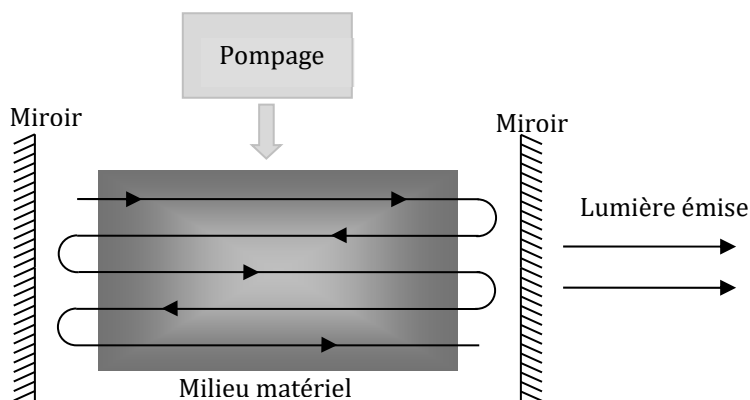


On admet alors les résultats suivants :

- ✓ La condition d'accrochage $|\underline{A} \cdot \underline{B}|_{\omega=\omega_{osc}} > 1$ est satisfaite si les deux courbes se recouvrent suffisamment.
- ✓ La pulsation des oscillations est intermédiaire entre les deux pulsations ω_0 et ω_A .
- ✓ Si l'une des deux courbes est très étroite devant l'autre (souvent le cas du résonateur) alors c'est elle qui fixe la pulsation des oscillations.

3. SCHEMA DE PRINCIPE DU LASER.

Le schéma ci-dessous présente le principe de fonctionnement d'un Laser : un dispositif de pompage approprié rend un milieu matériel amplificateur pour les ondes lumineuses. Ce milieu est placé entre deux miroirs parallèles qui renvoient sans cesse la lumière (rétroaction) vers l'amplificateur.



En l'absence de milieu matériel, on a une cavité électromagnétique classique : en supposant les miroirs parfaitement réfléchissants, on peut calculer les fréquences propres de ce résonateur. En pratique, les miroirs ne sont pas parfaitement réfléchissants et l'énergie électromagnétique stockée dans le résonateur s'échappe vers l'extérieur. Ainsi, la durée de vie d'un rayonnement dans la cavité est limitée (on montre que l'amplitude d'un tel rayonnement décroît exponentiellement).

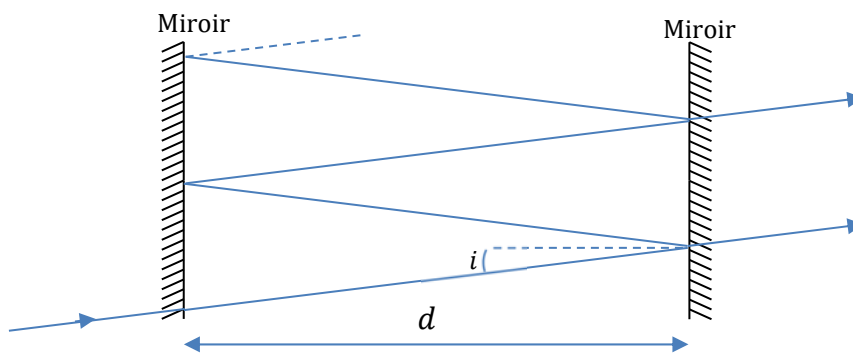
On place maintenant un milieu amplificateur dans la cavité : si l'amplification que les ondes subissent après un aller-retour dans la cavité compense la diminution de l'amplitude due aux réflexions partielles sur les miroirs, alors on a un phénomène d'auto-entretien : le résonateur devient une source lumineuse qui émet de la lumière à travers les miroirs semi-transparents : c'est l'effet laser.

II. LE RESONATEUR FABRY-PEROT.

La cavité présentée précédemment est une cavité Fabry-Pérot (FP) : C'est une cavité très sélective en longueur d'onde car elle fait interférer un grand nombre de rayons lumineux.

Les coefficients de réflexion R_1 et R_2 des miroirs sont en général très proches de 1 : $R_1 R_2 \approx 1$

Une onde incidente pénètre dans la cavité FP et rebondit d'un miroir à un autre : la condition $R_1 R_2 \approx 1$ fait que un grand nombre de rayons lumineux vont ainsi sortir de la cavité et interférer à l'infini (dans le plan focal d'une lentille convergente).

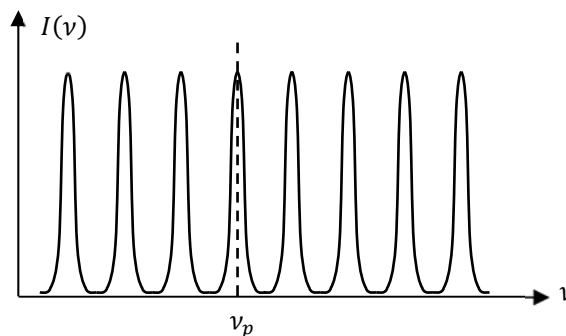


Le déphasage entre deux rayons lumineux émergents successifs est : $\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ avec $\delta = 2d \cos i$

Dans le plan focal de la lentille, on observe des maxima d'intensité pour $\phi = 2p\pi$ où p est un entier

\Rightarrow Les fréquences correspondantes, sous incidence normale, sont : $\nu_p = p \left(\frac{c}{2d} \right)$

L'éclairement $I(\nu)$ obtenu au foyer image de la lentille est représenté ci-dessous :



Notons que la largeur des pics est d'autant plus fine que le nombre de rayons lumineux qui interfèrent est élevé.

Si l'on considère le laser comme un oscillateur à réaction, et donc si la cavité FP peut être considérée comme la chaîne retour (du type résonateur), alors la fonction $I(\nu)$ correspond à la réponse fréquentielle de la chaîne retour B introduite dans le 1^{ère} partie de ce chapitre.

III. LE PROCESSUS D'AMPLIFICATION OPTIQUE.

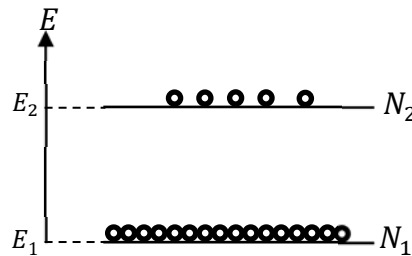
1. LES TROIS PROCESSUS D'INTERACTION MATIERE/RAYONNEMENT.

C'est en travaillant sur le rayonnement du corps noir qu'Einstein a introduit les trois processus de l'interaction matière-rayonnement. Il s'agit de :

- ✓ L'émission spontanée.
- ✓ L'émission stimulée.
- ✓ L'absorption.

NOTION DE TRANSITION RADIATIVE

Pour expliquer ces trois mécanismes, on considère un échantillon de matière comportant N atomes (N très grand de l'ordre du nombre d'Avogadro) indépendants et identiques. On considère qu'il n'y a que deux niveaux d'énergie possibles entre lesquels se répartissent les N atomes ; on désigne par E_1 et E_2 les énergies correspondantes, $E_1 < E_2$ correspondant au niveau fondamental. On note alors N_1 (resp. N_2) le nombre d'atomes dans l'état d'énergie E_1 (resp. E_2).



Quand l'échantillon est à l'équilibre thermique à la température T , ces populations prennent des valeurs obéissant à la statistique de Maxwell-Boltzman :

$$\begin{cases} N_{1e} = A \exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right) \\ N_{2e} = A \exp\left(-\frac{E_2}{k_B T}\right) \end{cases} \quad \text{avec} \quad A = \frac{N}{\exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right) + \exp\left(-\frac{E_2}{k_B T}\right)}$$

Notons que si $E_2 - E_1 \gg k_B T$ alors $N_{2e} \ll N_{1e}$: A l'équilibre thermique, seul le fondamental est pratiquement peuplé.

La distribution d'atomes peut être écartée de l'équilibre, les populations prenant alors des valeurs différentes de celles données précédemment. Pour revenir à l'équilibre, la distribution doit échanger de l'énergie avec l'extérieur : les atomes vont effectuer des transitions entre les deux niveaux pour ramener les populations aux valeurs N_{1e} et N_{2e} . On appelle processus de relaxation l'ensemble des mécanismes mis en jeu lors de ces transitions.

Une transition, définie précédemment, est dite radiative, quand les échanges d'énergie avec l'extérieur se font par rayonnement, la fréquence de rayonnement étant donnée par la formule : $E_2 - E_1 = h \nu_{at}$

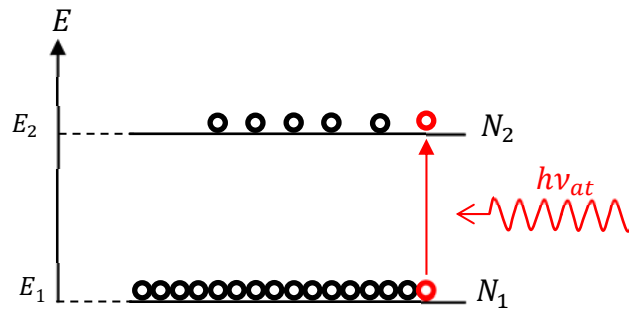
PROCESSUS D'ABSORPTION

Pour passer du niveau fondamental E_1 au niveau excité E_2 , un atome absorbe du rayonnement.

Le nombre d'atomes qui passent de E_1 à E_2 pendant un temps dt est proportionnel à dt ; à N_1 et à la densité d'énergie électromagnétique u_ν à la fréquence ν_{at} :

$$(dN_2)_{abs} = -(dN_1)_{abs} = B \times u_\nu \times N_1 \times dt$$

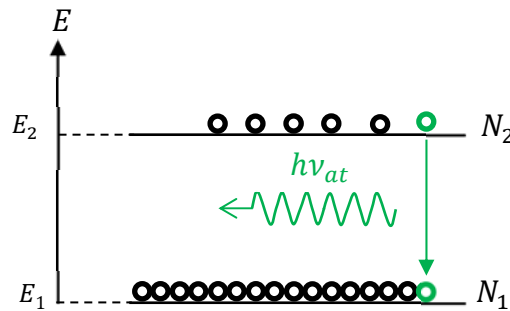
ⁱ $u_\nu(\nu) = \frac{d(u_{em})}{d\nu}$ s'exprime donc en $J \cdot s \cdot m^{-3}$, ici il s'agit donc de $u_\nu(\nu_{at})$



PROCESSUS D'EMISSION SPONTANEE

Pour permettre à un atome de se désexciter, on imagine un processus exponentiel, selon lequel le nombre d'atomes qui pendant dt , retombent de E_2 à E_1 , est proportionnel à la population du niveau E_2 ; à dt mais est indépendant de u_ν :

$$-(dN_2)_{sp} = (dN_1)_{sp} = A \times N_2 \times dt$$



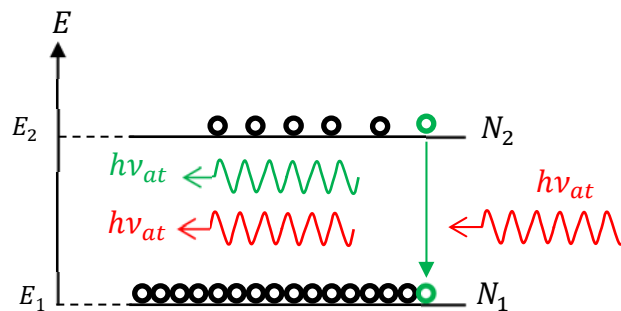
Le photon émis lors de ce processus a une énergie bien déterminée mais sa phase, sa direction de propagation et sa polarisation sont aléatoires. C'est ce processus qui prédomine dans les sources lumineuses usuelles et leur donne leur caractère incohérent et peu directionnel.

PROCESSUS D'EMISSION STIMULEE

Les atomes peuvent se désexciter sous l'influence du rayonnement : le nombre d'atomes qui, pendant dt , par émission stimulée passent de E_2 à E_1 est proportionnel à dt ; à N_2 et à la densité d'énergie électromagnétique u_ν à la fréquence ν_{at} :

$$-(dN_2)_{st} = (dN_1)_{st} = B' \times u_\nu \times N_2 \times dt$$

Ainsi, dans le processus d'émission stimulée, un photon incident entraîne la désexcitation de l'atome avec émission d'un photon possédant exactement les mêmes propriétés que lui : même énergie mais aussi même phase, même direction de propagation et même polarisation. Autrement dit, le photon émis est un « clone » du photon incident.



Notons enfin, que les coefficients A , B et B' , appelés coefficient d'Einstein, sont des constantes de proportionnalité introduites phénoménologiquement par Einstein. Il a ensuite déterminé leurs expressions à partir de la loi sur le rayonnement du corps noir.

2. RELATIONS ENTRE LES COEFFICIENTS D'EINSTEIN.

En prenant en compte les trois mécanismes d'émission spontanée, d'émission stimulée et d'absorption, on obtient :

$$\left(\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_1}{dt}\right)_{abs} + \left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{sp} + \left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{st} = -B \times u_\nu \times N_1 + A \times N_2 + B' \times u_\nu \times N_2 = -\frac{dN_2}{dt}$$

À l'équilibre, on obtient donc :

$$B \times u_{\nu e} \times N_{1e} = (A + B' \times u_{\nu e}) \times N_{2e}$$

soit, sachant que : $\frac{N_{1e}}{N_{2e}} = \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) = \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)$:

$$u_{\nu e} = \frac{\left(\frac{A}{B}\right)}{\exp\frac{h\nu}{k_B T} - \left(\frac{B}{B'}\right)}$$

Cette expression est à rapprocher de la densité spectrale d'énergie électromagnétique d'un corps noir à la température T :

$$u_{\nu e} = \frac{\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\right)}{\exp\frac{h\nu}{k_B T} - 1}$$

⇒ En identifiant les deux formules, on trouve :

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \text{ et } \frac{B}{B'} = 1$$

3. SIGNIFICATION PHYSIQUE DE A : DUREE DE VIE D'UNE TRANSITION RADIATIVE.

Reprenons les équations vérifiées par N_1 et N_2 , en introduisant $N = N_1 + N_2$ le nombre d'atomes de la distribution :

$$\frac{dN_1}{dt} + (A + 2 \times B \times u_\nu) \times N_1 = (A + B \times u_\nu) \times N$$

$$\frac{dN_2}{dt} + (A + 2 \times B \times u_\nu) \times N_2 = B \times u_\nu \times N$$

La distribution d'atomes étant à l'équilibre à la température T , on s'écarte de l'équilibre, par un processus quelconque : N_2 , N_1 et u_ν gardent des valeurs proches de l'équilibre. Comme il s'agit de transitions optiques, la différence d'énergie $E_2 - E_1 = h\nu$ est très grande devant $k_B T$.

Dans ces conditions : $u_\nu \approx u_{\nu e} = \frac{\left(\frac{A}{B}\right)}{\exp\frac{h\nu}{k_B T} - \left(\frac{B}{B'}\right)} \approx \left(\frac{A}{B}\right) \times \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) \Rightarrow u_\nu B \approx A \times \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) \ll A$

D'où :

$$\frac{dN_1}{dt} + A \times N_1 = A \times N$$

$$\frac{dN_2}{dt} + A \times N_2 = 0$$

⇒ Les populations reviennent donc à leurs valeurs à l'équilibre avec la même constante de temps :

$$\tau_{rad} = \frac{1}{A} \text{ Durée de vie radiative de l'état excité}$$

4. SATURATION D'UNE TRANSITION PAR POMPAGE OPTIQUE.

La distribution d'atomes étant à l'équilibre, on l'éclaire subitement avec un faisceau lumineux intense de même fréquence que la transition atomique (faisceau de pompage) : N_2, N_1 et u_ν ne gardent plus des valeurs proches de l'équilibre. Pour simplifier, on supposera que l'épaisseur de l'échantillon est suffisamment faible pour que le faisceau de pompage ne soit pas sensiblement atténué en traversant la distribution : u_ν est alors constante dans tout l'échantillon.

Le système d'équations vérifié par N_1 et N_2 étant :

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} + (A + 2 \times B \times u_\nu) \times N_1 &= (A + B \times u_\nu) \times N \\ \frac{dN_2}{dt} + (A + 2 \times B \times u_\nu) \times N_2 &= B \times u_\nu \times N \end{aligned}$$

On obtient, en régime permanentⁱⁱ :

$$\begin{aligned} N_{1p} &= N \frac{A + B \times u_\nu}{A + 2 \times B \times u_\nu} \\ N_{2p} &= N \frac{B \times u_\nu}{A + 2 \times B \times u_\nu} \end{aligned}$$

Si le faisceau est suffisamment intense alors on peut considérer que $A \ll B u_\nu$, on obtient alors :

$$N_{1p} = N_{2p} = \frac{N}{2}$$

Ainsi, par un pompage optique intense, sur un système à deux niveaux, on peut au mieux égaliser les populations des deux niveaux.

5. INFLUENCE DE LA LARGEUR DE RAIE.

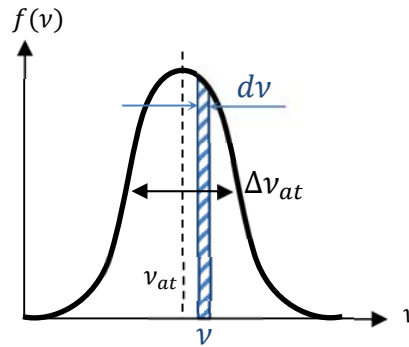
Sachant la durée de vie du niveau d'énergie E_2 est finie (τ_{rad}), on en déduit que la différence entre les deux niveaux d'énergie n'est connue qu'avec une précision limitée $\Delta E = \Delta E_2$ telle que : $\Delta E \times \tau_{rad} \gtrsim \hbar$.

De même, la raie d'émission présente une certaine largeur $\Delta\nu$ telle que $\Delta\nu \times \tau_{rad} \gtrsim 1$.

Ainsi, la raie d'émission présente un profil spectral caractérisé par la fonction $f(\nu)$, présentant un maximum aigu au voisinage de $h\nu_{at} = E_2 - E_1$ que l'on construit de manière à ce que : $\int_{profil} f(\nu) d\nu = 1$.

ⁱⁱ La résolution du système donne, compte tenu des conditions initiales et en posant $\frac{1}{\tau} = (A + 2 \times B \times u_\nu)$:

$$\begin{aligned} N_1(t) &= N_{1e} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + N \frac{A + B \times u_\nu}{A + 2 \times B \times u_\nu} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \\ N_2(t) &= N_{2e} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + N \frac{B \times u_\nu}{A + 2 \times B \times u_\nu} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \end{aligned}$$



Ce profil spectral intervient alors dans les expressions de $\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{abs}$ et $\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{st}$ de la manière suivante :

- $\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{abs} = -B \times N_1 \times u_\nu \times f(\nu) d\nu$
- $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st} = B \times N_2 \times u_\nu \times f(\nu) d\nu$ ⁱⁱⁱ

⇒ En raison de cet élargissement, des photons n’ayant pas une énergie exactement égale à $h\nu = E_2 - E_1$ pourront participer aux transitions radiatives.

6. PROCESSUS D’AMPLIFICATION.

On considère un faisceau lumineux se propageant dans la distribution d’atomes décrite précédemment. On note I_ν l’intensité lumineuse de ce faisceau qui peut varier au fur et à mesure de la propagation avec $h\nu = E_2 - E_1$. Le groupe d’atomes n’est pas à l’équilibre thermodynamique et l’interaction entre le rayonnement et la matière se fait selon les trois mécanismes décrits précédemment.

Pour simplifier notre étude, on suppose que :

- On peut négliger l’émission spontanée.
- On est en régime quasi-stationnaire, c’est-à-dire que $n_1 = \frac{dN_1}{d\tau}$ et $n_2 = \frac{dN_2}{d\tau}$ sont quasiment constantes au cours du temps (densités volumiques des populations).

On note (Oz) la direction de propagation du faisceau, le milieu matériel occupant l’espace compris entre $z = 0$ et $z = d$.

La densité spectrale du faisceau (en $W / m^2 / Hz$) après la traversée d’une épaisseur z du milieu matériel s’écrit :

$$S_\nu(z) = S_\nu(0) \times \exp(-a(\nu) \times z)$$
 ^{iv}

Où $a(\nu)$ est le coefficient d’absorption (si $a(\nu) > 0$) ou d’amplification (si $a(\nu) < 0$) du milieu.

L’expression de $a(\nu)$ est obtenue en considérant les processus d’absorption et d’émission (stimulée) en raisonnant comme suit.

Si :

- ✓ Pour une fréquence ν donnée, à $d\nu$ près,
- ✓ Dans un volume élémentaire Sdz , centré en z ,
- ✓ Pendant un temps dt ,

un nombre $dN_1 = dn_1(Sdz)$ d’atomes passent de E_1 à E_2 par absorption et si, pendant ce même temps, un nombre $dN_2 = dn_2(Sdz)$ d’atomes passent de E_2 à E_1 par émission spontanée, alors la densité spectrale du faisceau varie de dS_ν , tel que :

ⁱⁱⁱ On a donc : $\int f(\nu) d\nu = 1$, $f(\nu)$ est donc en seconde.

^{iv} Rappel : $dI_\nu = S_\nu \times d\nu$

$$dS_v = \frac{1}{S} dP_v = \frac{1}{S} \frac{d^2 P(\nu)}{d\nu} = \frac{1}{S} \frac{(dN_2 - dN_1)}{dt d\nu} h\nu = \frac{(dn_2 - dn_1)}{dt d\nu} dz \times h\nu$$

Sachant que : $\frac{dS_v}{S_v} = -a(\nu) \times dz$, on obtient :

$$-a(\nu) \times S_v \times dz = \frac{(dn_2 - dn_1)}{dt d\nu} dz \times h\nu$$

Les variations des populations, dn_1 et dn_2 , sont déterminées grâce aux coefficients d'Einstein :

- $dn_1 = B \times n_1 \times u_\nu \times f(\nu) d\nu \times dt$
- $dn_2 = B \times n_2 \times u_\nu \times f(\nu) d\nu \times dt$

Sachant que : $S_\nu = u_\nu c$ vii, on obtient :

$$a(\nu) = -(n_2 - n_1)B \times f(\nu) \times \frac{h\nu}{c}$$

En remplaçant B par $\frac{Ac^3}{8\pi h\nu^3} = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3 \tau_{rad}}$, on peut écrire :

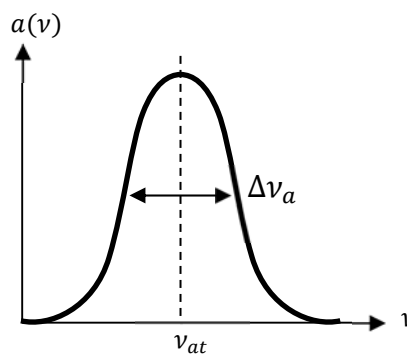
$$a(\nu) = -(n_2 - n_1) \times f(\nu) \times \frac{c^2}{8\pi \nu^2 \tau_{rad}}$$

Ainsi :

- À l'équilibre thermodynamique $n_{1e} \gg n_{2e}$ et donc $a(\nu) > 0$: Il y a absorption.
- Si l'on réalise un pompage optique, de façon à avoir $n_2 > n_1$, alors on a $a(\nu) < 0$: il y a amplification.

Autre conséquence importante :

Le profil spectral du gain $a(\nu)$ est identique à celui de la raie d'émission. Autrement dit, plus la largeur de raie sera importante, plus la bande passante du gain $\Delta\nu_a$ sera importante.



v P_ν est la puissance spectrale du faisceau : $P_\nu = S_\nu \times S$, elle s'exprime en W/ Hz et est reliée à la puissance élémentaire transportée par le faisceau dans la bande spectrale $d\nu$ autour de ν par : $dP(\nu) = P_\nu \times d\nu$.

vi On rappelle que la puissance transportée par un débit $D_\nu = \frac{dN}{dt}$ de photons est : $P = \frac{dN}{dt} \times h\nu$.

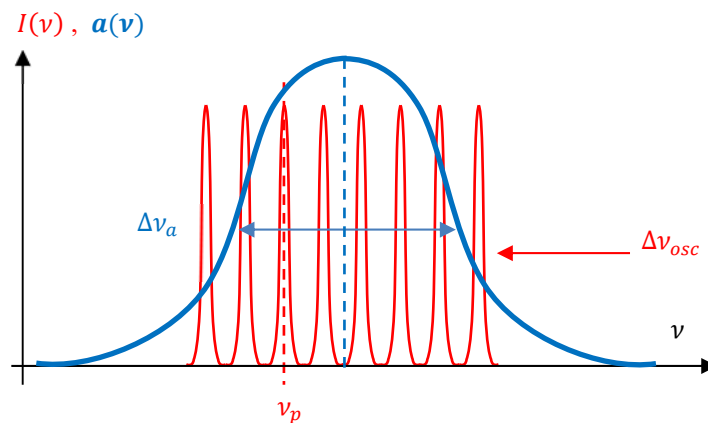
vii Cette relation est tout simplement la relation $\langle \Pi \rangle(\nu) = I(\nu) = \langle u_{em} \rangle(\nu) \times c$, exprimée en densités spectrales.

IV. MODES LONGITUDINAUX D'UNE CAVITE LASER.

1. CARACTERISTIQUES SPECTRALES DES OSCILLATIONS EMISES.

En reprenant le raisonnement suivi pour les oscillateurs à réaction, on superpose la réponse spectrale de la chaîne directe (amplificateur), en l'occurrence ici $a(\nu)$ avec la réponse spectrale de la chaîne retour (oscillateur), en l'occurrence ici $I(\nu)$:

On voit ainsi, qu'en général, il y aura plusieurs et éventuellement un grand nombre de modes du résonateur pour lesquels la condition d'accrochage est satisfaite : tous les modes de fréquences suffisamment voisines de la fréquence centrale de la courbe de gain seront entretenus.



2. MODES LONGITUDINAUX.

En général, un laser émet donc un grand nombre de raies extrêmement monochromatiques et de fréquences très voisines : on dit qu'il fonctionne en régime multimode.

Les fréquences de ces modes sont régulièrement réparties : la distance entre deux modes consécutifs étant $\nu_{p+1} - \nu_p = \left(\frac{c}{2d}\right)$.

On parle de modes longitudinaux.

Le régime de fonctionnement d'un laser est le mode multimode aléatoire : Les différents modes ne sont pas couplés et oscillent indépendamment les uns des autres. L'intensité émise par les lasers est la somme des intensités relatives aux différents modes.

On peut supprimer le caractère aléatoire entre les phases des différents modes par un bouclage à verrouillage de phase : les différents modes étant cohérents, l'intensité émise par le laser est obtenue en sommant d'abord les amplitudes relatives à chaque mode. Pour réduire le nombre de modes du laser, en choisissant un gain étroit et en donnant à la cavité FP une longueur suffisamment petite pour que la distance entre deux modes soit supérieure à la largeur spectrale de ce gain.

V. LASER HE-NE.

Le laser He-Ne est le premier laser à gaz ayant fonctionné en mode continu, aujourd'hui c'est l'un des lasers les plus utilisés dans l'industrie, la recherche et la médecine.

Pour une transition donnée la probabilité d'émission stimulée (pour 1 atome dans l'état excité éclairé par 1 photon) est égale à la probabilité d'absorption (pour 1 atome dans l'état fondamental éclairé par un photon).

Il est impossible en pompant une seule transition atomique d'obtenir une inversion de population $N_2 > N_1$

Au maximum (Fort pompage), on aura : $N_1 = N_2$

1. MILIEU ACTIF.

Le milieu actif est un mélange He-Ne. Il s'agit d'un système à quatre niveaux (voir figure ci-dessous).

L'émission laser est due aux transitions du néon.

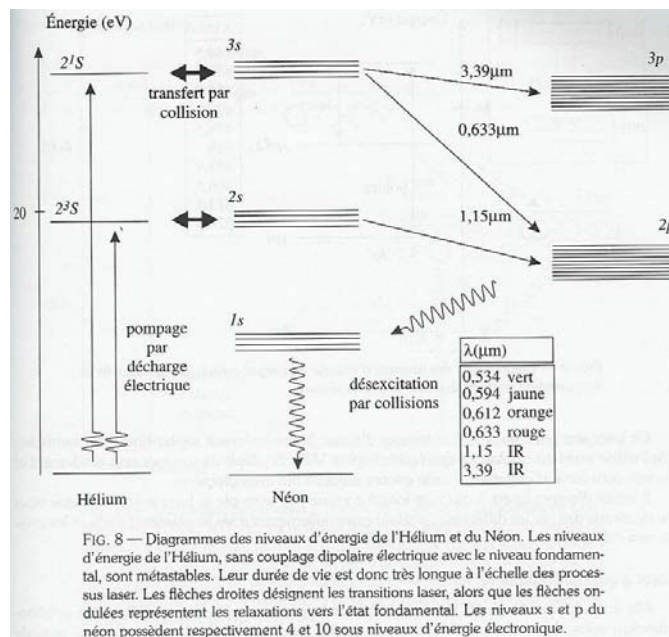
Les principales transitions impliquées sont :

3s-3p : 3,39 μm (IR moyen).

3s-2p : 0,6328 μm (rouge), 0,534 μm (vert)

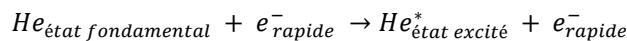
2s-2p : 1,15 μm (IR proche) (qui fut en fait la première transition laser à être observée).

L'hélium sert à exciter le néon par transfert collisionnel, il sert également à refroidir le mélange gazeux par thermalisation.

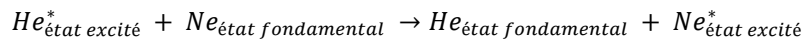


L'excitation du milieu actif se fait en deux temps :

- ✓ Une décharge électrique de quelques mA sous quelques kV excite les atomes d'hélium. En fait le champ électrique accélère les électrons libres qui peuvent alors exciter les atomes d'hélium :



- ✓ Puis, les atomes d'hélium excitent les atomes de néon par transfert collisionnel :



La durée de vie des états excités du néon est de quelques millisecondes (états métastables) tandis que celle des états inférieurs est de l'ordre de 10^{-8} seconde. On observe donc une forte inversion de population. La désexcitation des atomes de néon s'effectue ensuite par émission stimulée de 3s vers 3p, ou de 3s vers 2p, ou de 2s vers 2p. Le retour vers l'état fondamental se fait enfin par désexcitation collisionnelle avec les parois du tube laser (d'où l'importance jouée par le tube capillaire).

2. MODES LONGITUDINAUX.

La cavité hémisphérique est la plus courante dans les lasers He-Ne commerciaux de faible puissance (quelques mW) :

- ✓ Un miroir plan d'un côté, de facteur de réflexion d'environ 100 %
- ✓ Un miroir de sortie concave dont le centre de courbure est sur le miroir plan (facteur de réflexion 98 %).

Les miroirs sont recouverts de couches diélectriques multiples qui donnent un pouvoir réflecteur très élevé pour un domaine spectral très étroit ; ceci permet de discriminer les trois types de transition laser possibles.

Le profil de la raie d'émission spontanée (c'est-à-dire en l'absence d'effet laser) est caractérisé par sa largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$. La largeur dite naturelle (due à la durée de vie du niveau c'est-à-dire à l'émission spontanée est élargie par différents phénomènes physiques : effet Doppler, collisions...)

Pour le laser He-Ne, c'est l'effet Doppler qui est responsable d'un élargissement $\Delta\nu$ de l'ordre de 1300 MHz.

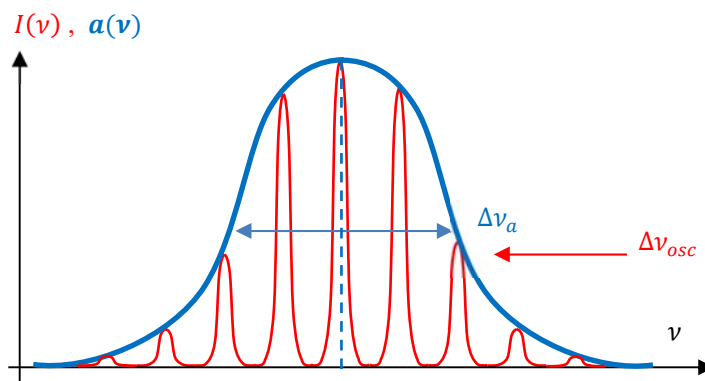
Si le profil de la raie laser possède une largeur $\Delta\nu_a$ supérieure à l'intervalle spectral libre $\Delta\nu_L = \Delta\nu_{osc}$ de la cavité laser, plusieurs modes longitudinaux sont susceptibles d'osciller.

Exemple :

Pour une cavité de 30cm, on a :

- ✓ $\Delta\nu_{osc} = \frac{c}{2L} = 500 \text{ MHz}$
- ✓ $\Delta\nu_a = 1300 \text{ MHz}$

On observe donc 5 modes longitudinaux significatifs (dont 2 atténués).



En fonction des pertes de la cavité le spectre d'émission sera modifié : seuls peuvent osciller les modes longitudinaux^{viii} pour lesquels le gain du milieu est supérieur aux pertes :

$$(n_2 - n_1)B \times f(\nu) \times \frac{h\nu}{c} > \text{pertes}$$

Les pertes du milieu ont ici de multiples causes dont les principales sont :

- ✓ Les pertes à travers le miroir de sortie (cependant nécessaires pour observer le rayonnement laser!),

^{viii} Pour savoir si tous les modes susceptibles d'osciller oscillent effectivement, il faut regarder s'il y a ou non des phénomènes de compétition entre modes.

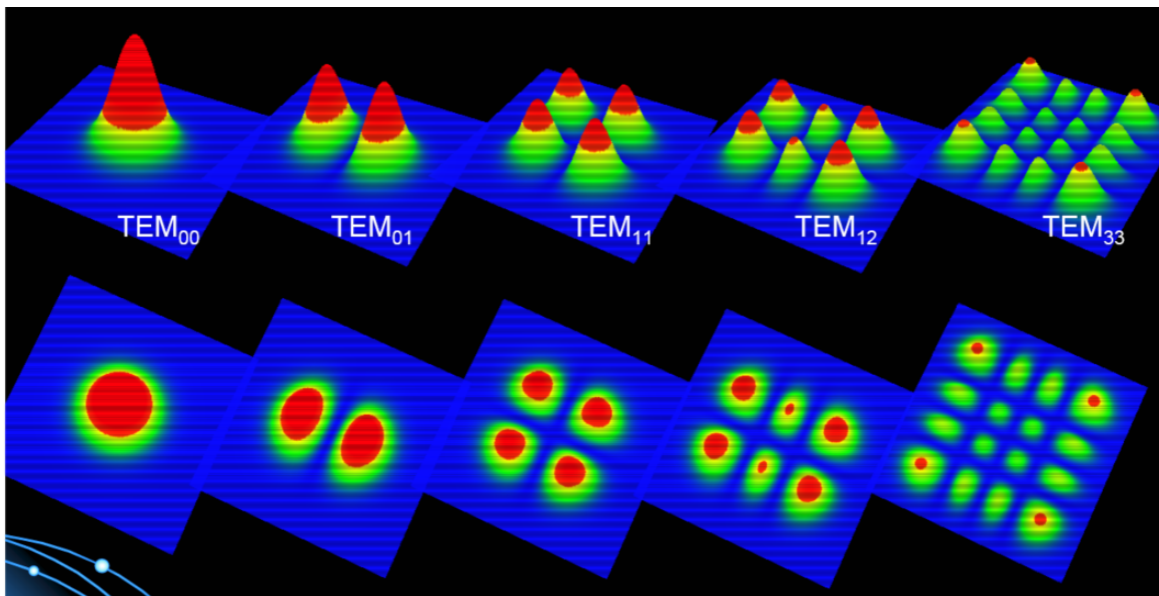
- ✓ En effet, si le profil d'émission spontanée de tous les atomes possède la largeur $\Delta\nu$ (élargissement homogène), un atome excité verra son émission stimulée par le premier photon qui l'atteindra. Statistiquement, il y a plus de chance que ce soit un photon correspondant à la raie la plus intense. Dans une telle situation de compétition entre modes, une raie intense a plus de chance d'être amplifiée qu'une raie peu intense : de proche en proche, la raie intense "étouffe" les autres.
- ✓ Dans les cas d'élargissement non homogène, chaque atome possède une largeur d'émission beaucoup plus petite que $\Delta\nu$, mais centrée pour chaque atome à une fréquence différente de telle sorte que l'ensemble des atomes ait une largeur d'émission qui couvre plusieurs modes longitudinaux. Dans ce cas, chaque atome excité ne peut être désexcité que par un photon dont la longueur d'onde tombe dans sa plage individuelle d'émission ; il n'y a pas compétition entre modes, et plusieurs raies peuvent coexister.

- ✓ L'absorption et la diffusion par les miroirs,
- ✓ L'absorption du milieu due à des transitions autres que celle considérée.

Notons enfin, qu'il existe des les modes transverses électromagnétiques (ou modes TEM_{np}) du laser dus à la possibilité d'amplification laser sur des trajets optiques non axiaux l'existence de ces modes influe sur la divergence du faisceau laser ainsi que sur le nombre de taches (spots) présents dans le faisceau.

Si les modes longitudinaux (ou axiaux) déterminent les caractéristiques de longueur d'onde et de largeur spectrale du laser, le seul mode transverse auquel nous nous intéresserons (le mode TEM₀₀ appelé aussi mode gaussien en raison de la distribution radiale d'intensité dans ce mode) caractérise la divergence du faisceau.

Le principal objectif technologique pour la construction d'un laser est d'obtenir le maximum d'énergie dans ce mode.



3. DESCRIPTION DU FAISCEAU GAUSSIEN.

La résolution de l'équation de propagation en théorie scalaire de la lumière fournit pour amplitude complexe de l'onde lumineuse associée à un faisceau laser d'axe de révolution (*Oz*) en un point *M*(*r*, *θ*, *z*) de l'espace repéré par ses coordonnées cylindriques d'axe (*Oz*) l'expression :

$$\underline{a}(r, z) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{W^2(z)}\right) \exp j\left(-\frac{2\pi}{\lambda}z - \frac{\pi r^2}{\lambda R(z)}\right)$$

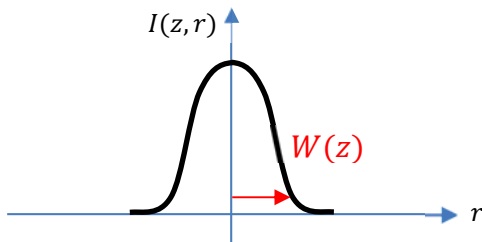
Avec :

- ✓ $W(z) = W_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}$
- ✓ $z_0 = \frac{\pi W_0^2}{\lambda}$
- ✓ $R(z) = z + \frac{z_0^2}{z}$

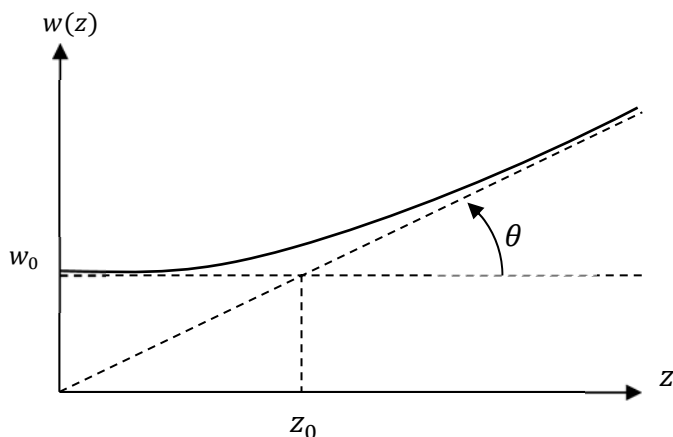
On en déduit l'intensité lumineuse :

$$I(z, r) = |\underline{a}(r, z)|^2 = A_0 \frac{W_0^2}{W^2(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{W^2(z)}\right)$$

Le graphe de $I(z, r)$ en fonction de r , à z fixé, a la forme d'une gaussienne de telle sorte que $W(z)$ apparaît comme **le rayon du bord du faisceau**.^{ix}



Le graphe de $W(z)$ fait apparaître deux zones :



- ✓ Pour $|z| \ll z_0$, $W(z)$ varie peu et on peut considérer le faisceau comme cylindrique de rayon W_0 .
- ✓ Pour $|z| \gg z_0$, on a $W(z) \approx \frac{W_0}{z_0} z$ de telle sorte que le bord du faisceau est conique de centre O et de demi-angle au sommet : $\theta = \frac{W_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi W_0}$

On peut ainsi faire l'analogie avec la diffraction que ferait un trou de rayon W_0 éclairé par une OPPM de longueur d'onde λ :

$$\theta_{\text{trou}} = \frac{1,22\lambda}{2W_0}$$

⇒ La diffraction est une propriété attachée à la propagation d'un faisceau confiné.

Dans le cas du laser, tout se passe comme si le faisceau diffractait sur son propre bord dans la zone cylindrique.

On appelle longueur de Rayleigh, notée L_R , la distance mesurée à partir du point de cote $z = 0$ où le rayon W_0 est minimal à laquelle on bascule du modèle faisceau cylindrique au modèle du faisceau conique.

En $z = L_R$, le rayon $\theta \times L_R$ du faisceau est égal au rayon W_0 du faisceau cylindrique :

$$W_0 = \theta \times L_R = \frac{\lambda L_R}{\pi W_0} \Rightarrow L_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} = z_0$$

Pour un laser hélium-néon, tel que $W_0 = 1\text{mm}$ et $\lambda = 632\text{ nm}$, on trouve $L_R \approx 5\text{m}$.

^{ix} Pour $r = W(z)$, $I = \frac{I_{\text{max}}}{e^2} = 0.14 I_{\text{max}}$

⇒ Un tel laser utilisé à l'échelle du mètre délivre donc un faisceau cylindrique avec une très bonne approximation.

La longueur de Rayleigh peut être interprétée comme l'ordre de grandeur de la distance à partir de laquelle la diffraction du laser sur les bords modifie de manière significative la forme du faisceau, le faisant progressivement passer d'une forme cylindrique à une forme conique.

VI. ETUDE D'UN FAISCEAU LASER.

1. FOCALISATION D'UN FAISCEAU LASER.

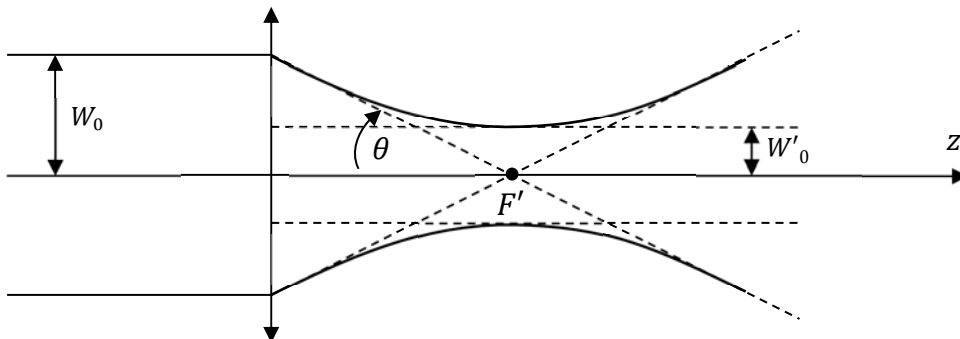
Plaçons une lentille mince convergente de focale f' de telle sorte que son axe optique soit confondu avec l'axe du laser, dans la zone nettement en deçà de la distance de Rayleigh où le faisceau est quasi cylindrique de rayon W_0 . Dans le cadre de l'optique géométrique, les rayons incidents sont tous parallèles à l'axe optique donc convergent au foyer F_0 de la lentille et le faisceau qui émerge de la lentille est conique de demi-angle au sommet $= \frac{W_0}{f'}$.

En réalité on observe une tache focale et ce fait peut s'interpréter en utilisant le renversement du temps dans la construction qui a permis de définir la longueur de Rayleigh. Le faisceau conique ne peut pas vraiment converger en F' mais y atteint son rayon minimal W'_0 tel que :

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi W'_0}$$

Soit :

$$W'_0 = \frac{\lambda f'}{\pi W_0}$$



On voit donc l'intérêt de choisir f' la plus courte possible. En pratique le rayon de bord a de la lentille doit être supérieur à W_0 si on veut conserver tout le faisceau laser initial. Il faut donc prendre une lentille d'ouverture numérique $\frac{a}{f'}$ la plus grande possible mais on est gêné par les aberrations. Par exemple avec $a \approx f' \approx W_0$, il vient :

$$W'_0 \approx \lambda$$

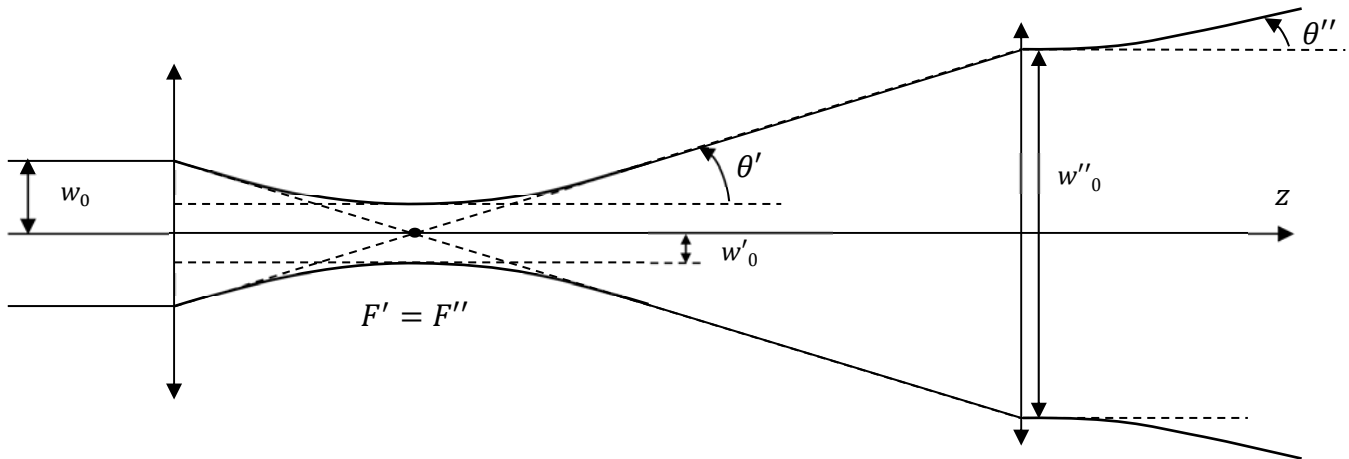
Partant d'un laser He-Ne de puissance 0,1 mW, on obtient une intensité lumineuse $I_0 = 3 \times 10^{11} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ en sortie et une intensité lumineuse $I'_0 = 9 \times 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ sur la tache de focalisation.

2. TELESCOPE LASER.

Plaçons une deuxième lentille mince convergente de focale f'' de telle sorte que son foyer objet F'' coïncide avec le point de focalisation F' du laser par la première lentille. Avec une tache de rayon $W'_0 \approx \lambda$, on a $\theta' = \frac{\lambda}{\pi W'_0} \approx \frac{1}{\pi}$ et $L'_R = \frac{\pi W'^2_0}{\lambda} \approx \pi \lambda$ de telle sorte que la deuxième lentille soit naturellement située au-delà de la longueur de Rayleigh dans la zone où le faisceau est conique.

Dans le cadre de l'optique géométrique, ce faisceau émerge de la deuxième lentille parallèlement à l'axe optique avec un rayon $W_0'' \approx f''\theta' \approx \frac{f''}{\pi}$ qui représente naturellement le rayon minimal du faisceau émergent. D'après l'étude générale d'un faisceau laser, au-delà de sa longueur de Rayleigh L_R'' , le faisceau émergent aura une divergence angulaire :

$$\theta'' \approx \frac{\lambda}{\pi W_0''} = \frac{\lambda}{f''} \approx 10^{-6} \text{ rad pour } f'' \approx 1 \text{ m}$$



3. DIFFRACTION DE FRAUNHOFER AVEC UN LASER ?

Ce paragraphe a pour but de répondre à un problème fréquemment rencontré lors des expériences de diffraction réalisées avec un laser He-Ne. Il exploite les propriétés géométriques des faisceaux gaussiens déjà décrites pour préciser quelles sont, dans ce cas les conditions de validité de l'approximation de Fraunhofer.

De manière générale, si Δx est la dimension de l'objet diffractant, R est le rayon de courbure de la surface d'onde atteignant l'objet diffractant ($R > 0$ si l'onde est divergente), et D est la distance objet-écran alors, les conditions de Fraunhofer sont réalisées si :

$$\frac{(\Delta x)^2}{8} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{D} \right) \ll \lambda$$

Cette condition est réalisée si R et D sont suffisamment grands, et plus précisément :

1. CONDITION SUR LA POSITION DE L'ECRAN :

$$\frac{(\Delta x)^2}{8} \left(\frac{1}{D} \right) \ll \lambda$$

Soit :

$$\Delta x < \frac{\lambda D}{\Delta x}$$

On peut interpréter de la façon suivante cette condition : $\frac{\lambda D}{\Delta x}$ est la largeur sur l'écran des plus petits détails de la figure de diffraction. Il faut donc choisir D suffisamment grande pour que cette largeur soit supérieure à celle de la largeur utile de l'objet diffractant. Cette vérification peut s'effectuer au cours de l'expérience sans calculs.

Ordre de grandeur :

Fente de 0,1 mm : D doit être supérieure à 2 cm

Réseau éclairé avec un faisceau laser non élargi : D doit être supérieure à 2 m !

2. CONDITION SUR LA POSITION DE L'OBJET DIFFRACTANT.

a. CAS OU L'OBJET NE DIAPHRAGME PAS LE FAISCEAU LASER (RESEAU)

On peut alors considérer que $\Delta x \approx 2W$ où W est le rayon caractéristique du faisceau gaussien au niveau de l'objet. En utilisant les expressions de W , R et a , données précédemment, la condition devient : $z \ll 2\pi L_r$ où z est la distance entre l'objet diffractant et le waist. Il faut donc que l'objet soit le plus proche possible du waist : il faut donc placer l'objet le plus près possible du waist, et au moins qu'il soit dans le domaine de Rayleigh. En pratique, on collera la pupille à la sortie du tube laser.

b. CAS OU L'OBJET DIAPHRAGME LE FAISCEAU LASER (FENTE, BIFENTE).

La condition sur la position de l'objet est alors plus facilement vérifiée. Le cas le moins favorable correspond à la plus faible valeur de R qui est $2L_r$, on obtient alors la condition :

$$\Delta x < \sqrt{2\lambda L_r}$$

Si cette condition est vérifiée on peut placer l'objet n'importe où.

Ordre de grandeur :

$\lambda = 633 \text{ nm}$ et $L_r = 0,8 \text{ m}$ d'où : $\Delta x < 1 \text{ mm} \Rightarrow$ Cette inégalité est toujours vérifiée avec une fente ou une bifente.