

Planche 1 TOM (2024)

On considère un moteur thermique cyclique dont l'agent thermique effectue :

- deux isochores ;
- deux adiabatiques mécaniquement réversibles.

On note V_2 le plus petit volume et V_1 le plus grand. Déterminer le rendement en fonction de $\alpha \triangleq \frac{V_1}{V_2}$.

Planche 2 MÉROUANE (2024)

Un atome d'hydrogène, initialement immobile, se désexcite de l'état $n = 4$ à l'état fondamental. Calculer sa vitesse après désexcitation.

Planche 3 ADIEL (2024)

Un fil est modélisé par un cylindre de rayon R et de longueur $\ell \gg R$. Il est le support d'une charge Q répartie uniformément. Étudier tous les mouvements possibles d'une charge ponctuelle $q < 0$ initialement placée au voisinage du fil.

Planche 4 PAUL (2024)

On considère le condensateur de la figure 1 modélisé par deux disques de rayon a situés en $z = -\frac{e}{2}$ et $z = \frac{e}{2}$. Il est alimenté par un courant d'intensité $I(t) = I_m \cos(2\pi ft)$ avec une fréquence f telle que l'ARQS est réalisée.

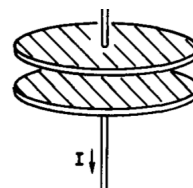


FIGURE 1

1. Déterminer :
 - $\vec{B}(M)$ tel que $r, \theta, z > \frac{e}{2}$ ou $\vec{B}(M)$ tel que $r, \theta, z < -\frac{e}{2}$.
 - $\vec{B}(M)$ tel que $0 < r < a, \theta, -\frac{e}{2} < z < \frac{e}{2}$.
 - $\vec{B}(M)$ tel que $r > a, \theta, -\frac{e}{2} < z < \frac{e}{2}$. Commenter.

2. Questionner les approximations utilisées.

Planche 5 PAUL (2024)

1. On considère 2 OPPH (*l'examineur les nomme «ondes sinusoïdales planes et progressives»*) polarisées selon \vec{u}_z dont les directions de propagation forment les angles θ et $-\theta$ avec \vec{u}_x . Déterminer la densité volumique d'énergie **électrique** en tout point du plan xOy .

2. On considère une enceinte sphérique de rayon R dans laquelle sont confinés des atomes. On dispose d'un prisme qui permet de séparer une onde électromagnétique en deux ondes parallèles séparées d'une distance d ainsi que d'une lentille convergente. Expliquer comment confiner les atomes dans un double puits de potentiel.

Données : $R = 3 \mu\text{m}$, $d = 1 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$

3. En fait, on ne peut pas s'approcher de la sphère de confinement des atomes à moins de 20 cm. Proposer une solution pour pallier ce problème.

Planche 6 GASPARD [MPI] (2024)

Exercice 1 : on considère un moteur dont l'agent thermique est un gaz parfait. Il réalise un cycle composé de deux adiabatiques et de deux isobares de pressions respectives P_M et P_m . On note γ le rapport des capacités thermiques à pression et volume constant.

1. Déterminer le rendement en fonction de $X \triangleq \frac{P_M}{P_m} > 1$.

- On fixe le rapport $\frac{T_M}{T_m}$ où T_M désigne la *température maximale* et T_m la *température minimale*. Pour quelle valeur de X , W est-il maximal? Exprimer cette valeur en fonction de paramètres du problème.
- Tracer les diagrammes (P, V) et (T, S) .

Exercice 2 : on considère le schéma de la figure 2 où A désigne une source ponctuelle illuminant une vitre d'épaisseur e .

- Quelle est l'image de A par ce dispositif optique?
- Que se passe-t-il si l'on place la pupille dans la vitre?

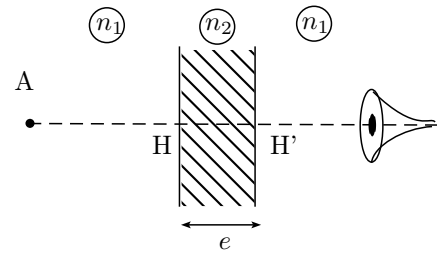


FIGURE 2

Planche 7 FRANÇOIS-XAVIER (2024)

Exercice 1 : on considère un récipient (*remarque du prof : calorifugé j'imagine*) de capacité thermique négligeable dans lequel on place une masse m d'eau liquide à température ambiante et un glaçon de masse M à la température $\theta_0 < 0^\circ\text{C}$.

Données :

- enthalpie massique de fusion de la glace à 0°C : $\Delta_{fus}h(0^\circ\text{C}) = 333 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- capacité thermique massique de la glace : $c_{\text{glace}} = 2,06 \text{ kJ} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$;
- capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$.

- Déterminer les états finaux possibles.
- Quelle masse d'eau à 4°C peut-on produire?
- Dans ce cas, calculer la variation d'entropie du système.
- (question supplémentaire car «il restait du temps sur cet exercice») Si je lâche le verre qui effectue une chute libre sur un mètre, que se passe-t-il?

Exercice 2 : on considère un quanton de masse m évoluant dans un potentiel unidimensionnel $V(x) = \frac{1}{2}m\Omega^2x^2$ où $\Omega \in \mathbb{R}^*$.

- Chercher les états stationnaires $F(x) = N_F \exp(-\kappa^2x^2)$ d'énergie E_F . Déterminer κ . Exprimer E_F en fonction de Ω .

On admet que $G(x) = N_Gx \exp(-\kappa^2x^2)$ est solution propre associée à l'énergie $3E_F$. On pose $\Psi(x, t) = \frac{\Phi_F(x, t) + \Phi_G(x, t)}{\sqrt{2}}$ où $\Psi_F(x, t) = F(x) \exp(-i\frac{E_F t}{\hbar})$ et $\Psi_G(x, t) = G(x) \exp(-i\frac{E_G t}{\hbar})$.

- Montrer que $\Psi(x, t)$ est normalisable.
- Question non traitée et dont je n'ai pas vu l'énoncé.

Planche 8 LUKE (2024)

Exercice 1 : on considère un cylindre d'axe $x'x$ de rayon R et de longueur $L \gg R$. Il existe une perte d'énergie interne par unité de temps et de volume uniforme et constante notée β . Calculer la température $T(x)$ en régime permanent lorsque seules les extrémités du barreau sont plongées dans un bain de température T_0 et qu'il y a un phénomène de conducto-convection avec l'air sur la paroi latérale.

Exercice 2 : on considère un modèle classique de l'atome d'hydrogène : une charge $+e$ uniformément répartie dans une boule de rayon R et un électron de masse m libre de se mouvoir dans la boule.

- Calculer l'énergie potentielle de l'électron en tout point de l'espace.
- En déduire l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène (pour l'application numérique, on prendra $R = 10^{-10} \text{ m}$).

Planche 9 ROMAIN (2024)

On considère un état stationnaire lié d'un quanton de masse m et d'énergie E soumis à l'énergie potentielle de la figure 3. On suppose « V_0 très grand». Tracer $\delta \rightarrow E$ pour l'état fondamental.

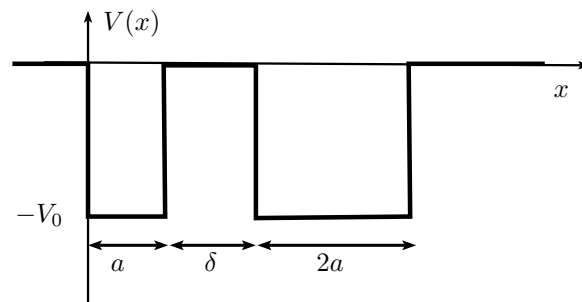


FIGURE 3

Planche 10 ALEXANDRE (2024)

Exercice 1 :

- Déterminer \vec{g} l'accélération de pesanteur en prenant en compte la rotation de la Terre (en fonction de λ la latitude). Donner une valeur approchée de $\Delta g = \|\vec{g}\| - g_0$ (avec g_0 norme de l'accélération de pesanteur en négligeant la rotation de la Terre).
- On considère un pendule simple dont le prolongement de la tige au bout de laquelle est attachée une extrémité du fil passe par le centre de la Terre (cf. figure 4). Déterminer l'angle θ que forme le pendule simple au repos avec la tige en fonction notamment, de la latitude λ . Déterminer une valeur approchée de θ_{\max} .

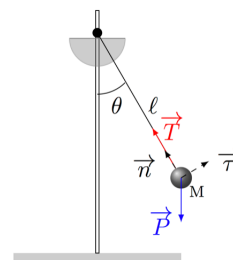


FIGURE 4

Exercice 2 : (déjà tombé en 2023) un câble cylindrique de rayon a , de conductivité électrique $\gamma = 5,9 \times 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, de conductivité thermique $\lambda = 380 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ est parcouru par un courant d'intensité I supposé uniforme. On suppose un régime stationnaire atteint : déterminer l'intensité I_{\max} de l'intensité du courant au-delà de laquelle le câble fond. La température extérieure est $T_0 = 300 \text{ K}$. On tiendra compte de la conducto-convection avec un coefficient $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. La température de fusion du cuivre est $T_f = 812 \text{ K}$.

Exercice 2 d'un élève d'un autre établissement : on considère un fil conducteur cylindrique de rayon R , de longueur $L = 2,5 \text{ cm}$ parcouru par un courant I uniforme. Il est enfermé dans une capsule assurant l'isolation thermique et électrique parfaite. Sous quelles conditions le fil fond-il ? On supposera le régime permanent atteint et la température extérieure égale à $T_0 = 290 \text{ K}$.

Données : $I = 3 \text{ A}$; Conductivité électrique : $\gamma = 1,2 \times 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$; Conductivité thermique : $\lambda = 65 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
Température de fusion du fil : $T_{fus} = 390 \text{ K}$.

Remarque : Le compte-rendu n'est pas très clair. Faut-il considérer $T(x)$ ou $T(r)$ (on pourra tester les 2) ? Si c'est radial, faut-il considérer que T_0 appliqué à la surface ou considérer de la conducto-convection (on pourra tester les 2) ? Ou peut-être ne fallait-il pas se mettre en RP et la solution de l'équation différentielle était donnée ? Bref, soyez précis dans vos comptes-rendus !

Planche 11 Thermodynamique et mécanique du point (2024)

Exercice 1 : on considère un cylindre horizontal de section A et aux parois calorifugées. Il contient, à $t = 0$, deux gaz séparés par une cloison mobile telle que :

$$P_{1,i} = P_{2,i} = P_0 \quad ; \quad T_{1,i} = T_{2,i} = T_0 \quad ; \quad V_{1,i} = V_0 + x_0 A \quad \text{et} \quad V_{2,i} = V_0 - x_0 A \quad \text{avec} \quad |x_0| A \ll V_0$$

- On ramène très lentement la barrière de sorte que les deux gaz soient au même volume. Tracer le diagramme de Clapeyron de cette transformation :
 - lorsque la cloison est thermiquement conductrice ;
 - lorsque la cloison est thermiquement isolante.
- On relâche la cloison. Décrire son mouvement. Peut-on tracer le diagramme de cette transformation ? Si oui, le faire.

Exercice 2 : un point matériel M de masse m est soumis à une force centrale attractive :

$$F(r) = \frac{K}{r^p} \exp\left(-\left(\frac{a}{r}\right)^n\right), a \geq 0 \quad p, n \in \mathbb{N}$$

Trouver la condition pour que le mouvement soit circulaire et stable.

Planche 12 Conduction thermique (2024)

On considère une dalle, de surface S , d'épaisseur e (petite par rapport aux autres dimensions du problème), de conductivité thermique λ schématisée sur la figure 5 qui reçoit en $x = 0$ un flux thermique ϕ_0 constant dans un premier temps.

1. Déterminer le profil de température dans la dalle.
2. Comment prendre en compte le fait que $T_{\text{dalle}}(x = e) \neq T_{\text{air}}$? Recalculer le profil de température.
3. On considère désormais un flux variable dans le temps : $\phi(t) = \phi_0 \sin(\omega t)$. Déterminer le nouveau profil de température dans la dalle.

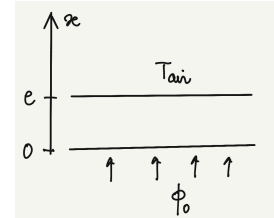


FIGURE 5

Planche 13 Électrocinétique et mécanique (2024)

Exercice 1 : on considère un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}} \quad \text{avec } \omega_1 < \omega_2$$

Déterminer le gain en décibel et tracer le diagramme de Bode. On posera $\omega_2 = 9\omega_1$.

Exercice 2 : on suppose que la lune arrête de tourner autour de la Terre.

1. Montrer qu'elle va foncer sur la Terre.
2. Calculer le temps de chute.

Planche 14 Mécanique en référentiel non galiléen (2024)

On considère un objet de masse m de vitesse initiale \vec{v}_0 à la surface de l'eau dans l'hémisphère nord. Déterminer son mouvement.

Planche 15 Mécanique (2024)

Une barre de masse M , cylindrique de longueur L de section σ est suspendue au plafond par ses extrémités avec deux fils de longueur l . Déterminer la période des petites oscillations lorsqu'on écarte la barre d'un angle α , en la gardant horizontale.

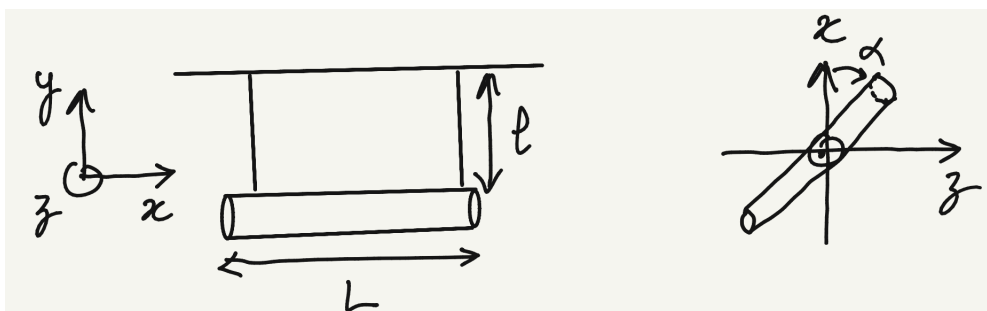


FIGURE 6

Question posée par l'examinateur : «le barycentre de la barre reste-t-il immobile?»

Planche 16 Conduction thermique (2024)

On trempe une cuillère dans un récipient d'eau chaude maintenue à une température T_e . La cuillère a une section rectangulaire constante S . Quelle est la température à l'extrémité de la cuillère (c'est-à-dire du côté de l'air se trouvant à T_{air}) ?

Remarque/Indications : l'examinateur interroge sur les ordres de grandeur pour faire modéliser l'eau chaude par un thermostat. L'examinateur laisse le candidat paramétrer le système avant d'introduire L hauteur au-dessus du niveau d'eau.

Planche 17 Mécanique (2024)

À l'aide d'un miroir posé sur la Lune, on peut mesurer précisément la distance Terre-Lune. Celle-ci augmente de $3,8$ cm/an.

1. En déduire la variation de la vitesse de rotation de la Terre au cours d'une année. En tirer la variation de la durée du jour en un an.
2. Calculer la vitesse de rotation de la Terre et la durée du jour lors de la formation de la Lune.

L'examinateur ne semble pas avoir fourni de données numériques. On donnera quand même ici la masse de la Lune : $M_L = 7,4 \times 10^{22}$ kg et son rayon $R_L = 1,7 \times 10^3$ km, les autres ordres de grandeur étant à connaître pour l'X.

Planche 18 Mécanique et magnétostatique [MPI]

Exercice 1 : (énoncé incertain pour la question 2).

1. Déterminer la vitesse de libération pour un corps à la surface de la Terre. Application Numérique.
2. Déterminer l'altitude z en fonction de temps et tracer $z(t)$ en faisant un développement limité :
 - à l'ordre 0 en $\frac{z}{R_T}$ pour g
 - à l'ordre 1 en $\frac{z}{R_T}$ pour g .

Comparer les deux tracés.

Exercice 2 : une charge q de masse m arrive droit sur un fil parcouru par un courant I à la vitesse v_0 . Déterminer la condition sur I pour que la particule ne rentre pas en collision avec le cylindre de rayon R .

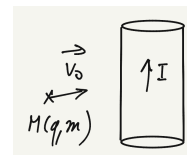


FIGURE 7

Planche 19 Électromagnétisme [MPI]

On considère un champ électrique d'une onde électromagnétique qui se propage dans le vide à l'intérieur d'une cavité à section rectangulaire : $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$.

1. Calculer l'énergie qui traverse le rectangle du plan (Oxy) de côté L selon \vec{e}_x , a selon \vec{e}_y pendant un temps $\Delta t \gg \frac{2\pi}{\omega}$ de deux manières différentes et en déduire la vitesse de propagation de l'énergie.
2. À quoi correspond cette vitesse ?
3. À quelle condition la vitesse de groupe est-elle égale à la vitesse de propagation de l'énergie ?

Planche 20 Électrostatique et quantique

On considère une zone de l'espace $|z| \leq \frac{a}{2}$ où sont réparties uniformément des charges ponctuelles q de densité volumique n^* . On place une particule de charge q en $z = -d$ à l'extérieur de cette région ($d > \frac{a}{2}$). À quelle condition sur sa vitesse initiale la particule traverse-t-elle la zone chargée ?

Indication de l'examinateur : commencer par une résolution classique puis, pour la résolution quantique, déterminer une expression de $k(z)$ en supposant sa dérivée négligeable et expliquer la validité de cette approximation.

Planche 21 Physique quantique

On modélise l'interaction entre deux atomes à basse énergie par une particule équivalente de masse μ , d'énergie E soumise au potentiel $V(x)$ tel que :

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & \text{si } x < 0 \\ -V_0 & \text{si } x \in]0, a] \\ 0 & \text{si } x > a \end{cases}$$

1. Quel est le déphasage introduit par l'interaction ?
2. À quels endroits la fonction d'onde s'annule-t-elle ?

Indication de l'examinateur : basse énergie signifie $E \ll V_0$; le déphasage correspond au déphasage entre l'onde incidente et l'onde réfléchie.

Planche 22 Mécanique et thermodynamique statistique [spécifique MP*]

On se place dans l'atmosphère isotherme à $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

1. Déterminer le profil de pression avec l'altitude.

On considère une montgolfière. La masse de la nacelle et de l'enveloppe vide est notée $m_n = 500$ kg et on note m_b la masse de gaz que l'on va chauffer dans le ballon et qui pourra varier avec l'altitude. Le volume du ballon, en revanche, reste constamment égal à $V_b = 2000$ m³.

2. Donner une condition sur la température T_i du gaz dans le ballon pour que la montgolfière décolle.
3. On chauffe le gaz du ballon à $T_i = 107^\circ\text{C}$. Déterminer l'altitude maximale que peut atteindre la montgolfière.

Planche 23 Ondes et électrostatique [MPI]

Exercice 1 : on considère un fil isolé thermiquement de longueur L dont les extrémités sont maintenues à T_0 . Quelles sont les différences et analogies avec les modes propres de la corde de Melde ?

Exercice 2 : cf. exercice 2 de Planche 8 .

† ÉNONCÉS SESSIONS ANTÉRIEURES †

Planche 24 Théorème d'unicité (2023)

Un énoncé est disponible à cette adresse : <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=7681>.

On considère une surface fermée \mathcal{S} définissant un volume \mathcal{V} .

1. **Lemme :** soient $u, v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, montrer que $\oint_{\mathcal{S}} u(M) \vec{\nabla} v(M) \cdot d\vec{S}_{ext} = \iiint_{\mathcal{V}} f(M) d\tau$ où la fonction $f(M)$ est à déterminer.
2. En déduire que si \mathcal{V} se trouve dans une zone Σ vide de charges et que le potentiel électrostatique vaut V_0 sur tout point de \mathcal{S} alors le potentiel électrostatique est unique dans Σ .
3. Application : soit un cube vide dont toutes les faces sont maintenues au potentiel V_0 . Déterminer le potentiel électrostatique $V(M)$ en tout point intérieur au cube.
4. On considère le même cube mais désormais une des faces est maintenue au potentiel V_0 et les cinq autres au potentiel nul. Déterminer le potentiel électrostatique au centre du cube.

Planche 25 ALISTAIR [MPI] (2023)

Exercice 1

Un anneau de petit diamètre est enfilé sur un cerceau de rayon R situé dans un plan horizontal. On lance l'anneau : la vitesse initiale, tangente au cerceau, est notée \vec{v}_0 . L'anneau est soumis à une force de frottement de coefficient f . Déterminer le temps avant que l'anneau ne s'immobilise.

Exercice 2 : cf. exercice 2 de Planche 10 .

Planche 26 Approximation des milieux continus (2023)

Un énoncé est disponible à cette adresse : <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=7805>

Un tuyau calorifugé de section S est partagé en une infinité de compartiments (\mathcal{C}_n) par des pistons calorifugés Π_n et Π_{n+1} de section S et de masse m (cf. figure 8). Dans chaque compartiment se trouve une mole d'air, assimilé à un gaz parfait, évoluant de manière isentropique. À l'équilibre, l'abscisse du piston Π_n vaut $x_{n,eq} = na$ et la pression a la même valeur P_0 dans chaque compartiment. Hors d'équilibre, l'abscisse du piston Π_n vaut $x_n = na + \xi_n(t)$ avec $|\xi_n(t)| \ll a$ et la pression dans le compartiment n vaut P_n . On notera γ le rapport des capacités thermiques à pression et volume constant. Étudier le mouvement des pistons autour de leur position d'équilibre.

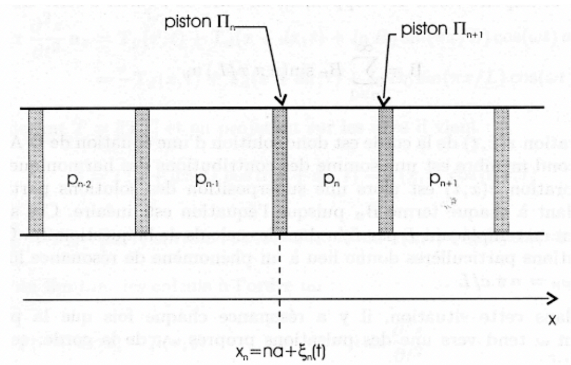


FIGURE 8

Une discussion avec l'examinateur devrait vous mener au questionnement suivant :

1. Établir l'expression de la pression P_n en fonction de P_0 , γ , a , $\xi_n(t)$ et $\xi_{n+1}(t)$ et la linéariser. En déduire l'équation différentielle linéaire déterminant le mouvement du piston Π_n .
2. On fait l'approximation des milieux continus en définissant une fonction $\xi(x, t)$ variant peu à l'échelle de a , telle que $\xi(na, t) = \xi_n(t)$. Établir l'équation aux dérivées partielles dont est solution $\xi(x, t)$. Définir une célérité c et commenter son expression.
3. Évaluer la célérité c du son dans l'air en supposant que les pistons de masse m du modèle sont en réalité constitués par le volume d'air $V = Sa$, compris entre deux pistons dans le modèle.

Données : $\gamma = 1,40$; $P_0 = 1 \text{ bar}$; masse volumique de l'air dans les conditions normales : $\mu_0 = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Planche 27 ROMAN [MPI] (2023)

Exercice 1

1. On assimile la Terre à un astre de rayon R et de masse volumique ρ_T . Calculer l'accélération de la pesanteur $\vec{g}(M)$ en un point M d'altitude h .
2. On considère une anomalie gravitationnelle sphérique de rayon $a \ll R$, de masse volumique ρ_O située à une profondeur D (cf. figure 9). Calculer le champ gravitationnel au voisinage de l'axe Oz à la surface de la Terre.
3. Même question en tout point de l'axe Oz .

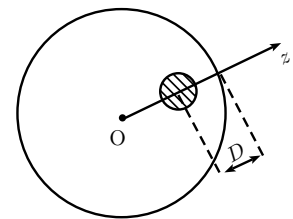


FIGURE 9

Exercice 2 : Dispersion dans un mauvais conducteur

On considère une onde électromagnétique dont le champ électrique a pour expression $\vec{E}(x, t) = E_0 f(x) \exp(j\omega t) \vec{e}_y$ qui se propage dans un mauvais conducteur caractérisé par l'équation locale $\vec{j} = \gamma \vec{E} + \varepsilon_0 \beta \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. On travaille à des pulsations ω telles que $\gamma \ll \varepsilon_0 \beta \omega$. Déterminer l'équation vérifiée par $f(x)$ et étudier la dispersion dans un milieu semi-infini.

Planche 28 ARTHUR [MPI] (2023)

Exercice 1

Un esquimau se tient assis au sommet d'un igloo (assimilé à un hémisphère de rayon a). Il se laisse glisser sans vitesse initiale (on suppose que le mouvement a lieu dans un plan vertical) ; on supposera qu'il n'y a pas de frottements.

1. Pour quel angle, par rapport à la verticale, l'esquimau décolle-t-il et avec quelle vitesse ?
2. Exprimer l'angle repérant l'esquimau par rapport à la verticale noté $\theta(t)$ au voisinage de $t = 0$.

Exercice 2

Un dipôle électrostatique est astreint à se déplacer sur la droite (Δ) d'équation $x = D$. On place une charge q en O (cf. figure 10).

1. Calculer l'énergie potentielle d'interaction du dipôle.
2. Calculer le couple et la résultante que le champ électrostatique engendre sur le dipôle.
3. En $z = -\infty$, le dipôle avait la vitesse $\vec{v} = v_0 \vec{e}_z$. Quel est le mouvement ultérieur du dipôle ?

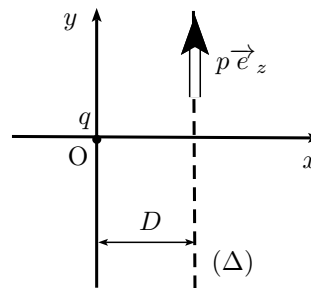


FIGURE 10

Planche 29 RAPHAËL [MPI] (2023)

Exercice 1

On considère une chaîne semi-infinie de charges ponctuelles $(-1)^{p+1}q$ placées en $x = pa$ où $p \in \mathbb{N}$. Déterminer l'énergie potentielle de la p -ième charge.

Exercice 2

On considère un électron évoluant dans le plan (xOy) de vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_y$ et soumis à différents champs.

1. Pour le champ $\vec{B}(M) = \begin{cases} B_1 \vec{u}_z & \text{si } y > 0 \\ \alpha B_1 \vec{u}_z & \text{si } y < 0 \end{cases}$, décrire qualitativement le mouvement de l'électron (on pourra s'intéresser aux cas $\alpha \approx 1$ et $\alpha \gg 1$).
2. Pour le champ $\vec{E}(M) = \begin{cases} E_1 \vec{u}_y & \text{si } y > 0 \\ \beta E_1 \vec{u}_y & \text{si } y < 0 \end{cases}$, à quelle condition obtient-on un mouvement périodique ? Calculer cette période.

Planche 30 LOUIS [MP] (2023)

Exercice 1

On considère le circuit de la figure 11 alimenté par la tension de la figure 12. Les valeurs numériques sont $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 0,1 \mu\text{F}$, $U = 5 \text{ V}$, $t_0 = 0$ et $t_1 = 1 \text{ s}$. Déterminer $e(t)$ et $s(t)$.

Question subsidiaire posée par l'examinateur : la tension aux bornes du condensateur est-elle continue ?

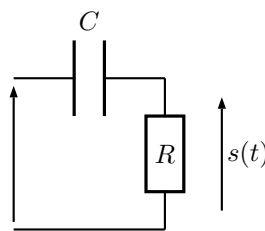


FIGURE 11

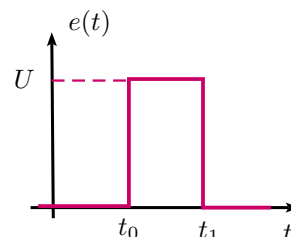


FIGURE 12

Exercice 2

Le bateau (de la figure 13) se déplace, à partir du point A, sur une trajectoire circulaire de centre O à la vitesse V constante. Il produit des vagues (=ondes) se propageant à la célérité u . La première vague atteint le rivage à la date T .

1. Déterminer la relation liant T , V , u et R .
2. Application numérique : déterminer R sachant que $V = 18 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $u = 9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ et $T = 3 \text{ minutes}$.

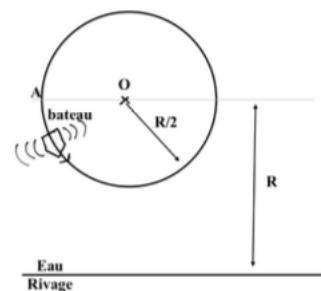


FIGURE 13

Exercice 3 (un candidat d'un autre lycée a eu en plus cet exercice).

Quel travail les égyptiens ont-ils dû fournir pour bâtir la pyramide de Gizeh ? On donne $S = 55 \times 10^3 \text{ m}^2$ (surface de la base carrée au sol), $h = 148 \text{ m}$ et $\rho = 2,5 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (pierre).

Planche 31 ALEXIS [MP] (2023)

On creuse un tunnel dans la Terre assimilée à un astre homogène entre deux points A et B (cf. figure 14). La taille de ce tunnel est telle qu'il ne modifie pas le champ gravitationnel créé par la Terre. Un wagon, assimilé à un point

matériel M de masse m , se déplace sans frottement dans le tunnel.

1. Si le tunnel est rectiligne (comme sur la figure 14), calculer le temps de trajet pour aller de A à B .
2. Qualitativement, que se passe-t-il en présence de frottements ? En l'absence de frottements, donner un ordre de grandeur de la force d'inertie d'entraînement et de la force d'inertie de Coriolis si on tient compte de la rotation propre de la Terre. On ne tiendra plus compte de la rotation de la Terre par la suite.
3. (C'est le candidat d'un autre établissement qui a eu les questions qui suivent) Le tunnel est maintenant constitué d'un tunnel rectiligne allant de A à O et d'un autre allant de O à B . Calculer le nouveau temps de trajet.
4. Déterminer une trajectoire composée de deux tunnels rectilignes qui permette d'optimiser le temps de trajet.

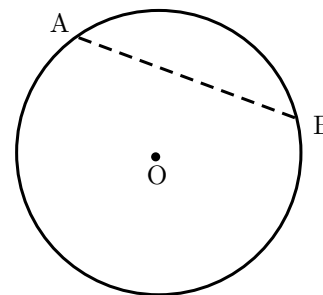


FIGURE 14

Planche 32 GABRIEL [MP] (2023)

1. On considère la trajectoire (pas nécessairement rectiligne) d'un projectile en chute libre. Montrer que, à chaque instant, la norme v de la vitesse de ce projectile au point M est la même que si le projectile était lancé sans vitesse initiale d'un point situé à la verticale de M d'une hauteur H constante c'est-à-dire indépendante de la position de M .
2. Un projectile est lancé de l'origine O d'un repère avec une vitesse \vec{v}_0 quelconque. Le projectile passe par les points A et B situés tous deux à l'altitude H par rapport au plan horizontal passant par O . Ces deux points sont distants de ℓ . Déterminer la portée du tir sachant qu'il faut 2,5 s pour que le projectile aille de A à B le long de cette trajectoire.

Planche 33 KHALID [MP] (2023)

Un cylindre métallique dont l'axe de symétrie de révolution est vertical, de longueur L , de rayon R et d'épaisseur e avec $L \gg R \gg e$ peut se déplacer librement selon son axe de symétrie de révolution. Il a une masse m et subit également l'action de son poids. La conductivité du métal du cylindre est notée γ . On fixe un dipôle magnétique parallèlement à l'axe de symétrie de révolution. Exprimer la force de freinage s'exerçant sur le cylindre. L'examinateur rappelait l'expression du champ magnétique créé par le dipôle magnétique.

[L'énoncé et le corrigé ont été publiés dans le rapport de l'X 2019 filière PC. Il est disponible sur la DropBox de la classe.]

Planche 34 Mesure de paramètres électrocinétiques (2023 et 2022)

On considère le montage de la figure 15. Aux dates $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert et un régime permanent est atteint. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . Une portion de l'oscillogramme (obtenu par déclenchement de l'oscilloscope) est proposée sur la figure 16. Déterminer r et C sachant que $E = 10$ V, $L = 10$ mH et $R = 100$ k Ω .

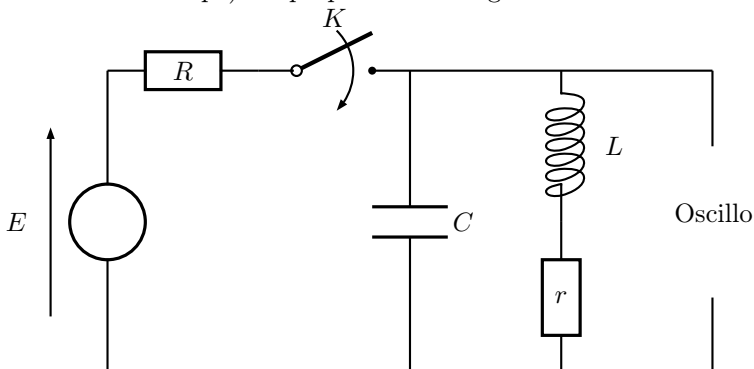


FIGURE 15 : Montage étudié

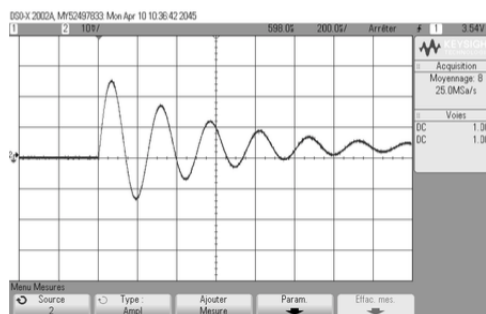


FIGURE 16

Planche 35 (2023)

Exercice 1

L'expérience est faite en temps réel par l'examinateur. On place un objet sur une feuille posée sur une table. On tire la feuille avec une force constante. Que se passe-t-il ?

Exercice 2

Deux billes de masse m glissent sans frottement sur un anneau de masse M . Elles sont initialement de part et d'autre de la verticale symétriquement et infiniment proches l'une de l'autre. Elles sont lâchées sans vitesse initiale. Quelle est la condition sur m et M pour que l'anneau décolle ?

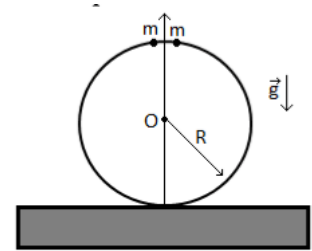


FIGURE 17

Exercice 3 (il restait 5 minutes)

On considère une situation initiale sans la masse M en négligeant la masse du piston mobile et en supposant les parois calorifugées. L'enceinte contient de l'hélium assimilable à un gaz parfait. On comprime le gaz de deux façons : soit on place brusquement une masse M , soit on place des petits grains de sable infiniment lentement jusqu'à atteindre M . Est-ce que, pour les deux situations, le piston descend de la même distance ?

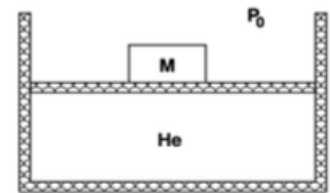
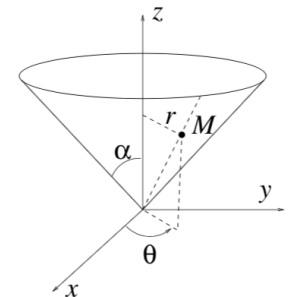


FIGURE 18

Planche 36 (2023)

Exercice 1 (déjà tombé en 2021)

Soit un cône d'axe vertical, de demi-angle au sommet α . Un point matériel M de masse m repose sans frottement sur la surface interne du cône. La position du point M est repérée par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'axe (Oz) . Les conditions initiales sont quelconques mais connues. Si besoin est, on appellera v_0 le module de la vitesse initiale et z_0 la valeur initiale de la cote du point.



1. Quelle vitesse v_0 doit-on donner à la bille initialement pour que la trajectoire soit circulaire ?
2. Cette trajectoire est-elle stable ?

Exercice 2 (déjà tombé en 2017, 2021)

On considère un cylindre en rotation uniforme autour d'un axe vertical à la vitesse angulaire Ω (cf. figure 68). Un piston de masse m peut glisser sans frottement dans ce cylindre, définissant deux compartiments contenant chacun une mole de gaz parfait maintenue à la température T_0 par un thermostat extérieur.

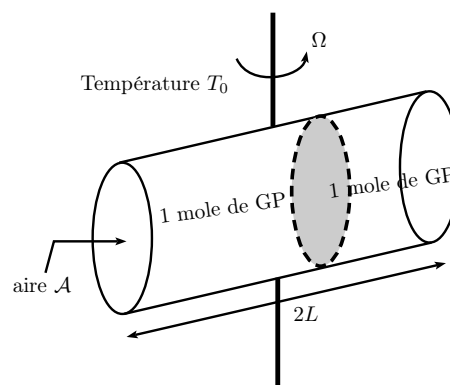


FIGURE 19

1. Déterminer les positions d'équilibre et étudier leur stabilité. Quelle est la fréquence des oscillations autour de la position d'équilibre stable.

2. Reprendre les mêmes questions en supposant toutes les parois calorifugées.

Commentaires d'un des candidats : il y a eu une discussion sur les hypothèses faites. Peut-on considérer que le gaz est constamment à la température T_0 ? Déterminer des relations entre des temps caractéristiques pour que cela soit vérifié. Quelle autre hypothèse a-t-on faite? (l'examinateur attendait que l'on évoque l'équilibre thermodynamique local en tout point des compartiments). Donner un temps caractéristique pour que l'équilibre thermodynamique apparaisse, en donner une estimation. À quel autre temps caractéristique faut-il le comparer?

Planche 37 (2023, déjà proposé en 2017)

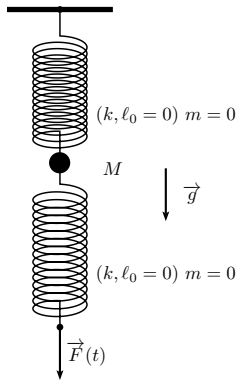


FIGURE 20

Le schéma de la figure 20 décrit la situation. L'expression de la force est $\vec{F}(t) = \alpha t \vec{e}_z$ aux dates positives. Au-delà d'une longueur critique ℓ_c , les ressorts se brisent (on suppose $\ell_c > \frac{Mg}{k}$).

Déterminer, suivant la valeur de α , lequel des deux ressorts se rompt en premier.

Commentaires de votre camarade : on trouve un coefficient critique α_c tel que si $\alpha < \alpha_c$, le ressort du haut se casse en premier tandis que si $\alpha > \alpha_c$, c'est le ressort du bas qui se brise le premier. Ce coefficient est solution de l'équation $\sin\left(\frac{\ell_c \omega k}{\alpha}\right) = \frac{Mg\omega}{\alpha}$ où $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$; on peut montrer l'existence de α_c .

Planche 38 (2023)

Exercice 1

On considère un segment $[AB]$ uniformément chargé (densité linéique de charges λ).

1. Montrer que le champ électrique en C est orienté selon la bissectrice de \widehat{ACB} .
2. Calculer le champ en point du plan orthogonal au segment $[AB]$ passant par A .

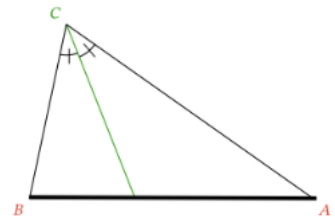


FIGURE 21

Exercice 2

Estimer le rayon d'un trou noir de masse M .

Planche 39 Expérience d'Elihu Thomson (2023)

Une bobine constituée de N spires de rayon a , de résistance R , d'inductance L et de masse m est en sustentation à une hauteur h au-dessus d'un solénoïde (cf. figure 22). Le solénoïde est semi-infini, de rayon $b \gg a$, parcouru par un courant $I(t) = I_m \cos(\omega t)$. Montrer que sous certaines conditions, l'anneau peut léviter.

Les candidats ont expliqué que le calcul de $\vec{B}(M, t)$ allait être compliqué. L'examinateur leur a demandé de le supposer connu en tenant compte des symétries et des invariances. Vous êtes aussi capable de démontrer qu'au voisinage de l'axe de symétrie de révolution du solénoïde, le champ magnétique qu'il crée est de la forme $\vec{B} = -\frac{r}{2} \frac{dB_0}{dz}(z) \cos(\omega t) \vec{e}_r + B_0(z) \cos(\omega t) \vec{e}_z$ où $B_0(z)$ est le champ créé par le solénoïde en un point de son axe de symétrie de révolution repéré par z .

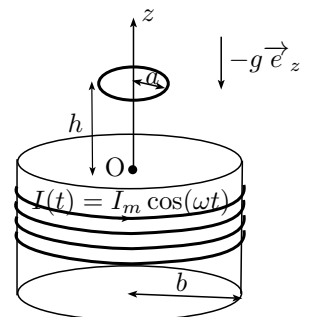


FIGURE 22

Planche 40 (2023)

Exercice 1 [filière MP]

On considère une bouteille remplie d'eau jusqu'à une hauteur h_i (cf. figure 23). On retire le bouchon et on retourne la bouteille. La pression extérieure égale à la pression initiale de l'air sera notée P_0 . Déterminer la hauteur h_f lorsque l'eau arrête de s'écouler de la bouteille.

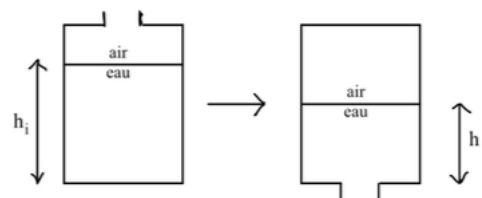


FIGURE 23

Exercice 2

On dispose d'un réacteur nucléaire cubique de côté L possédant des neutrons (densité volumique $n(t)$) qui se propagent à la vitesse v , parcourent une distance λ entre deux collisions et réagissent après N collisions selon une réaction nucléaire émettant k neutrons. Déterminer $n(t)$.

Planche 41 (2023)

On considère une poulie de moment d'inertie J ; la liaison est pivot parfait. Un singe et un miroir sont reliés par un fil sans masse et qui ne glisse pas dans la gorge de la poulie. Initialement l'ensemble est à l'équilibre (cf. figure 24).

1. Le singe, en grim pant le long de la corde, peut-il échapper à sa propre image ?
2. Même question en supposant $J = 0$.
3. Toujours en supposant $J = 0$, le singe se balance sur la corde. Cela l'aide-t-il à monter ?

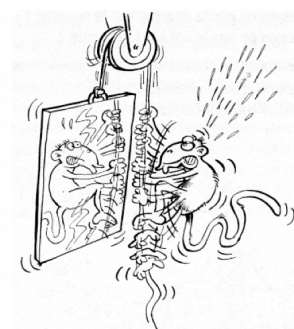


FIGURE 24

Planche 42 (2023)

Une onde se propage dans une fibre optique composée de silice. La figure 25 représente la valeur de l'indice optique de la silice en fonction de la longueur d'onde. L'information est codée par des bits en les espaçant de Δt . À quelle condition peut-on maximiser le débit d'information ?

Commentaires du candidat : énormément de questions qualitatives sur tout et n'importe quoi.

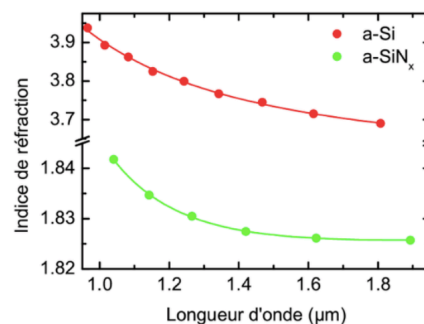


FIGURE 25

Planche 43 Expérience de Rutherford (2023)

On envoie une particule de charge $+Ne$ (de fait un noyau d'hélium $N = 2$) sur le noyau d'un atome de numéro atomique Z (en l'occurrence de l'or : $Z = 79$).

1. Quelle est la distance minimale séparant les deux particules en fonction de l'énergie cinétique de la particule envoyée ? Application numérique : $E_i = 7,7$ MeV.
2. Introduire un paramètre d'impact b et exprimer les angles de déviation des deux particules.

Planche 44 (2023)

On considère en rotation autour d'un axe passant par O et orthogonal au plan de la feuille. Les deux parties de cette barre sont de longueurs respectives ℓ_1 et ℓ_2 , de masses volumiques ρ_1 et ρ_2 , de coefficient de dilatation thermique α_1 et α_2 (où $\alpha_i \triangleq \frac{1}{\ell_i} \frac{d\ell_i}{d\theta}$ en notant θ la température). Déterminer une condition sur ℓ_1 et ℓ_2 pour que la période des petites oscillations soit indépendante de la température.

Donnée : le moment d'inertie d'une barre homogène de longueur L et de masse M par rapport à un axe orthogonal et passant par une des extrémités est $J = \frac{ML^2}{3}$.

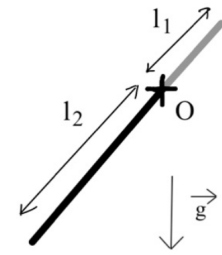


FIGURE 26

Planche 45 (2023)

- Déterminer l'angle de déviation par un prisme d'angle au sommet α «petit».
- Déterminer la focale de la lentille représentée sur la figure 27. On supposera $S_1 S_2 \ll R$.

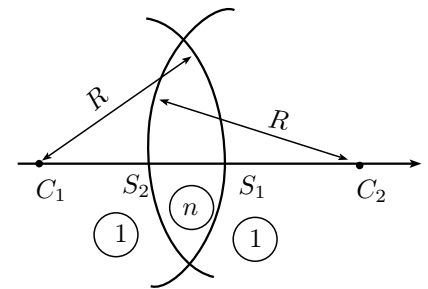


FIGURE 27

Planche 46 (2021, 2023)

Un point matériel A est abandonné sans vitesse initiale de la hauteur h dans le profil représenté sur la figure ???. En supposant l'absence de frottement, déterminer la vitesse du point matériel au moment où il perd le contact avec le profil.

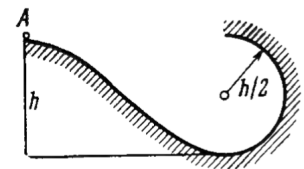


FIGURE 28

Concours commun Mines-Ponts

Planche 47 DENIS [MPI] (2024)

Question de cours : la loi de modération de Lenz.

Un énoncé similaire est tombé à CCS 1 en 2022 et est disponible à cette adresse :

<https://beos.prepas.org/sujet.php?id=7024>

Exercice :

On considère une planche en bois de longueur L de masse M , accrochée à un support fixe, sur laquelle un gobelet et une bille (initialement maintenue par une cale) sont posés à l'instant $t = 0$. Le gobelet est très léger en comparaison de la planche, et lui est solidaire. On lâche la planche à $t = 0$. On note $\theta(t)$ l'angle formé par la planche à l'instant t , et on pose $\theta_0 = \theta(0)$. On observe que lorsque la planche est au sol, la bille est à l'intérieur du gobelet (cf. figure 29).

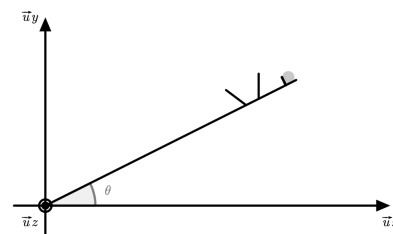


FIGURE 29

Données :

- on note m la masse de la bille et M celle de la planche : $M \gg m$.
- le moment d'inertie de la planche est $J = \frac{1}{3}ML^2$.
- la vitesse initiale de la planche est nulle.
- $\theta_0 = 30^\circ$ et $L = 1,0 \text{ m}$

1. Exprimer le temps de chute de la bille T_{bille} et le calculer.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.
3. Déterminer l'expression de $(\frac{d\theta}{dt})$ en fonction de θ et des autres paramètres du problème.
4. On donne $\int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\sin(\theta_0) - \sin(\theta)}} = 1,52$.
5. Calculer le temps de chute de la planche $T_{planche}$. Cette valeur est-elle cohérente avec les observations ?

Énoncé de Denis : on considère une planche en bois de longueur L de masse M , accrochée à un support fixe, sur laquelle un gobelet et une bille (initialement maintenue par une cale) sont posés à l'instant $t = 0$. Le gobelet est très léger en comparaison de la planche, et lui est solidaire. Il est de hauteur h et est fixé à une distance d du bout de la planche. On lâche la planche à $t = 0$. On note $\theta(t)$ l'angle formé par la planche à l'instant t , et on pose $\theta_0 = \theta(0)$. On observe que lorsque la planche est au sol, la bille est à l'intérieur du gobelet (cf. figure 29).

1. Exprimer l'accélération verticale de la bille. En déduire une condition de décollage.
2. Trouver une autre condition faisant intervenir h pour que la bille tombe dans le gobelet au niveau du sol.
3. «je crois qu'il fallait déterminer le temps de chute de la planche.»

Planche 48 LANCELOT [MPI] (2024)

Question de cours : ondes électromagnétiques planes progressives dans le vide.

Exercice (par ailleurs tombé à l'X en MPI 2023) : un anneau de petit diamètre est enfilé sur un cerceau de rayon R situé dans un plan horizontal. On lance l'anneau : la vitesse initiale, tangente au cerceau, est notée \vec{v}_0 . L'anneau est soumis à une force de frottement de coefficient f . Déterminer le temps avant que l'anneau ne s'immobilise. On donne $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \approx 1,85$.

Planche 49 AMÉLIE (2024)

Une planche similaire à celle d'Amélie est disponible à cette adresse :

<https://beos.prepas.org/sujet.php?id=8299>

Exercice 1 : on appelle potentiel gravitationnel associé à un champ gravitationnel \vec{g} la grandeur Φ donnée par $\vec{g} = -\overrightarrow{\text{grad}} \Phi$. On définit alors l'énergie potentielle gravitationnelle E_p d'un système par :

$$E_p = \frac{1}{2} \iiint_{\text{système}} \rho \cdot \Phi \, d\tau,$$

avec ρ la masse volumique et $d\tau$ un volume élémentaire.

1. Déterminer le potentiel gravitationnel pour une boule uniforme de rayon R et de masse volumique ρ .
2. Déterminer l'énergie potentielle gravitationnelle d'une boule uniforme de rayon R de masse volumique ρ .
3. On considère l'univers, modélisé comme une boule uniforme de rayon R et masse volumique ρ . Chaque particule se déplace radialement vers l'extérieur, à vitesse proportionnelle à la distance r de l'origine : $\vec{v} = H_0 r \vec{u}_r$, avec H_0 la constante de Hubble et \vec{u}_r le vecteur radial. On admet que l'énergie mécanique de l'univers est nulle. Déterminer ρ en fonction de H_0 et de la constante gravitationnelle \mathcal{G} .

Application numérique : $H_0^{-1} = 13,9$ milliards d'années. Calculer ρ : combien de nucléons au mètre cube cela représente-t-il ?

Exercice 2 : on considère un moteur thermique réversible, fonctionnant avec une source chaude S_c à la température T_c constante, et une source froide S_f à la température $T(t)$, variable, comprise entre deux températures T_0 et T_1 telles que $T_0 < T_1 < T_c$. La source froide est initialement à la température T_0 .

1. Déterminer le rendement à un instant t , en fonction de $T(t)$ et T_c .
2. Déterminer le rendement entre les instants où $T(t)$ passe de T_0 et T_1 . On pourra considérer la capacité calorifique C de la source froide.
3. À quelle température est la source froide après que le moteur a fourni un travail W' ?

Exercice 2 d'Amélie [spécifique MP] : on suppose, pour simplifier, que l'écoulement du gaz dans une tuyère est unidimensionnel, permanent, adiabatique et isentropique. Le gaz entre dans la tuyère en $x = 0$ avec une vitesse $c(0)$ négligeable, une pression $P(0) \triangleq P_e$, une température $T(0) = T_e$ et une masse volumique $\rho(0) = \rho_e$. Le gaz est supposé parfait de masse molaire M . Le rapport γ est supposé constant et connu.

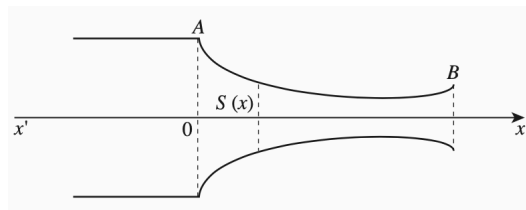


FIGURE 30

1. Déterminer $c_s = c(L)$ en fonction de données et de $\alpha \triangleq \frac{P_s}{P_e}$.
2. Quelle valeur de P_s maximise le débit massique D_m ?

Planche 50 QUENTIN (2024)

Exercice 1 : un point matériel M de masse m est soumis à l'unique force :

$$\vec{F} = -\frac{K}{r^2} \exp\left(-\frac{r}{a}\right) \vec{e}_r, a \geq 0$$

1. Trouver une condition sur a pour assurer la stabilité d'une orbite circulaire.
2. Déterminer une équation régissant le mouvement des petites oscillations du mouvement radial autour de l'orbite circulaire.

Exercice 2 (ULTRA CLASSIQUE) : des énoncés de cet exercice sont disponibles à ces adresses :

<https://beos.prepas.org/sujet.php?id=4833> et <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=5738>

Un tube de rayon R_1 modélisant un fil électrique ou une conduite d'eau chaude est entouré d'un manchon de rayon intérieur R_1 , de rayon extérieur R_2 , de conductivité thermique λ qui tend à l'isoler thermiquement du milieu extérieur constitué d'air à la température constante T_0 . On note T_1 la température à la frontière du tube. On note h le coefficient de transfert pariétal des échanges thermiques isolant/air par conducto-convection.

1. Établir une expression de la forme $T_1 - T_0 = R_{th}\phi_{th}$ où ϕ_{th} est la puissance thermique globalement échangée en régime permanent entre le tube et l'air.
2. Étudier les variations de R_{th} avec R_2 et montrer qu'il se peut que le manchon ne joue pas son rôle. Interprétation physique.

Planche 51 PAUL ET THÉOPHILE [MPI] (2024)

Question de cours de PAUL : énergie du champ électromagnétique.

Question de cours de THÉOPHILE : les lois de Laplace.

Exercice : (déjà tombé en 2023) un sablier est posé sur une balance. On le retourne. Quelle masse indique la balance à tout instant ?



FIGURE 31

Planche 52 AURÉLIEN (2024)

Question de cours : ondes électromagnétiques dans un plasma (des ordres de grandeur étaient demandés sans que l'on précise lesquels).

Exercice 1 [spécifique MP] : un avion est sur une piste de décollage et se déplace rectilignement avec une accélération constante. Dans l'avion, un enfant tient un ballon de baudruche rempli d'hélium, accroché à un fil de masse négligeable.

1. Déterminer l'angle que fait le ballon avec la verticale de l'avion lorsque le ballon est à l'équilibre.
2. À l'aide d'ordres de grandeur adéquats, déterminer si le ballon a le temps d'atteindre cette position d'équilibre avant que l'avion ne décolle.

Exercice 2 : On cherche à déterminer la vitesse v (supposée constante) de petits projectiles dans lesquels on a inséré un petit aimant assimilable à un moment magnétique \vec{M} . Le projectile se déplace sur l'axe de symétrie de révolution d'une spire circulaire de rayon a . Une infime portion de la spire a été ôtée et les points A et B ont été reliés à un oscilloscope d'impédance infinie (cf. figure 32). Déterminer l'allure de la tension $u(t)$ mesurée par l'oscilloscope.

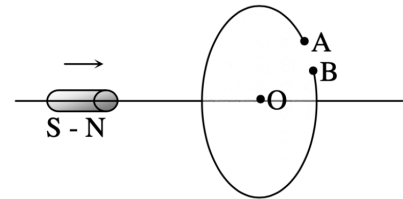


FIGURE 32

L'énoncé rappelait l'expression du champ magnétique créé par un dipôle magnétique.

Planche 53 ESTÉBAN ET ALEXANDRE [MPI] (2024)

Question de cours : Évolution d'un quanton sur une marche de potentiel.

Exercice : (déjà tombé en 2023 et 2022) une charge ponctuelle M de masse m et de charge q est fixée au bout d'un fil tendu (longueur ℓ), l'autre extrémité étant attachée en A (cf. figure 33). Il existe localement un champ magnétique uniforme et stationnaire \vec{B} . On se place dans l'approximation de mouvements de faible amplitude : $\vec{OM} \approx x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$. Les conditions initiales sont $\vec{OM}(t=0) = a\vec{e}_x$ et $\vec{v}(t=0) = \vec{0}$.

Déterminer la valeur de B pour que M revienne au point de départ après $N = 10$ oscillations.

La remarque perturbante du prof : on n'a pas traité cet exercice mais en fait on l'a déjà traité.

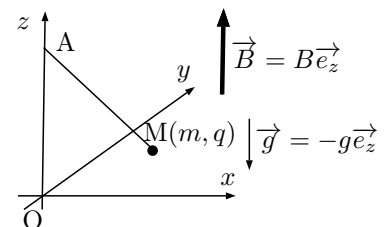


FIGURE 33

Planche 54 EFLAM (2024)

Exercice 1 : on considère deux sphères concentriques métalliques séparées par un gaz isolant. Initialement, la sphère de rayon R_1 est le support en surface d'une charge $Q_1(t=0) = Q_0$ tandis que la sphère de rayon R_2 est le support en surface d'une charge $Q_2(t=0) = 0$.

1. Calculer l'énergie \mathcal{E}_i du système.
2. À la date $t = 0^+$, le gaz devient conducteur (conductivité γ). Étudier le régime transitoire. Quelle est l'énergie finale \mathcal{E}_f du système ?
3. Faire un bilan énergétique.

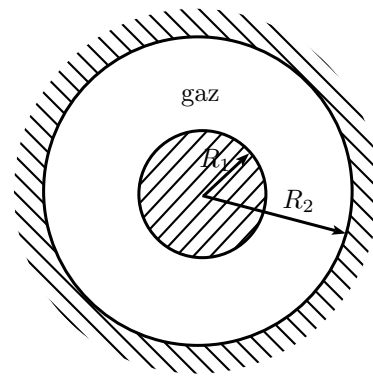


FIGURE 34

Exercice 2 : on considère un champ de force de la forme $\vec{F} = -\frac{K}{r^n} \vec{e}_r$ où $K > 0$, $n > 0$ avec $r \triangleq OM$ et $\vec{e}_r \triangleq \frac{\vec{OM}}{OM}$ s'exerçant sur un point matériel de masse m . Étudier le mouvement du point matériel.

Planche 55 STANISLAS [MPI] (2024)

Question de cours : Rayon lumineux dans le modèle scalaire de la lumière. Superposition de deux ondes.

Exercice : Un astre de masse m se trouve à une distance r d'un autre astre de masse M supposé immobile. Ce dernier est entouré d'un nuage de poussières dont la répartition est à symétrie sphérique. Le nuage crée sur l'astre de masse m la force gravitationnelle $\vec{F} = -4\pi\mathcal{G}\frac{m\rho r}{3} \vec{e}_r$ où ρ désigne la masse volumique du nuage. Les orbites circulaires sont-elles stables ?

Planche 56 ADIEL (2024)

Exercice 1 : une lentille convergente (\mathcal{L}) de diamètre $d = 40$ mm, trouée en son centre, est utilisée comme système interférentiel à deux ondes. Le trou a un diamètre $2R = 10$ mm et une profondeur $e = 3,0$ mm sur l'axe. Une source de lumière ponctuelle S , monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 , est placée au foyer objet de la lentille (voir figure 35). On note n l'indice optique du verre dans lequel est taillée la lentille. On considèrera que l'air possède un indice optique exactement égal à 1 et on supposera que les deux ondes qui interfèrent sur l'écran situé à la distance f' de la face de sortie de (\mathcal{L}) ont même amplitude.

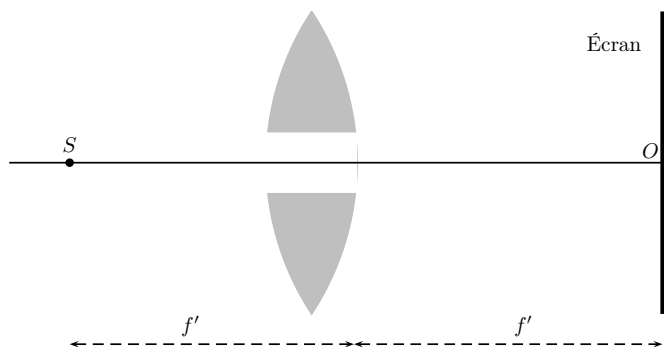


FIGURE 35

1. Déterminer l'expression de l'éclairement sur l'écran. Quelle est la nature des franges d'interférences ?
2. Déterminer la distance au point O (intersection de l'axe optique et de l'écran) des franges brillantes extrêmes. On fera les applications numériques.
3. Où doit-on placer l'écran pour obtenir le plus grand nombre de franges ?

Données numériques :

- longueur d'onde dans le vide émis par la source ponctuelle S : $\lambda_0 = 586 \text{ nm}$;
- distance focale $f' = 20 \text{ cm}$;
- indice du verre de (\mathcal{L}) pour la longueur d'onde utilisée $n = 1,52$.

Exercice 2 : la zone $z < 0$ de l'espace est un matériau supraconducteur dans lequel circule une densité volumique de courant \vec{j} telle que :

$$\vec{j} = -\frac{\vec{A}}{\lambda^2 \mu_0} \text{ où } \vec{A} \text{ désigne un potentiel-vecteur}$$

Dans l'espace $z > 0$, on applique un champ magnétique permanent uniforme $\vec{B} = B_0 \vec{e}_x$. Sauf à la dernière question, les grandeurs sont supposées indépendantes du temps.

1. Déterminer $\vec{B}(z)$
2. Justifier rapidement que le résultat précédent incite à modéliser les courants par une densité surfacique de courant \vec{j}_s que vous exprimerez.
3. On travaille désormais en régime variable et on admet que $\vec{j} = \gamma \vec{E} - \frac{\vec{A}}{\lambda^2 \mu_0}$ (il n'y a plus de champ statique). On désire étudier les ondes susceptibles de se propager sous la forme $\vec{B} = \vec{B}_1 \exp[j(\omega t + \underline{k}z)]$, avec \underline{k} éventuellement complexe. Etablir la relation de dispersion et caractériser l'atténuation pour $\omega = 10^{10} \text{ rad/s}$ (on donne $\lambda = 1,6 \times 10^{-8} \text{ U.S.I.}$).

Planche 57 YANNIS [MPI] (2024)

Question de cours : énergie du champ électromagnétique.

Exercice : on considère une cavité semi-circulaire de rayon moyen R_m et d'épaisseur petite devant R_m . On note A la surface de la section de la cavité. La cavité est séparée en deux par l'intermédiaire d'un piston de masse m . Chaque sous-cavité contient n moles d'un gaz parfait. Le système est maintenu à la température T . Déterminer les positions d'équilibre et étudier leur stabilité.

Remarque : le volume d'un tore de section A , d'arc α et de rayon moyen R_m est donné par $V = AR_m \alpha$.

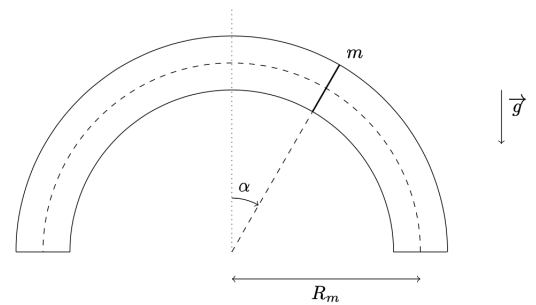


FIGURE 36

Planche 58 FRANÇOIS-XAVIER [MPI] (2024)

Exercice 1 : un cylindre de masse m , de rayon R , tournant à la vitesse angulaire positive ω_0 autour de son axe de symétrie de révolution est posé sans choc à l'instant initial sur une cornière. On suppose que le cylindre reste en permanence en contact avec les plans horizontal (Oxz) et vertical (Oyz) de la cornière et on appelle f le coefficient de frottement de glissement entre le cylindre et les plans de la cornière (cf. figure 37). On rappelle que le moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe de symétrie de révolution est $J = \frac{1}{2}mR^2$. Déterminer le nombre de tours effectués par le cylindre.

Le corrigé placé sur la DropBox répond aux questions suivantes :

1. Déterminer la loi horaire $\omega(t)$.
2. Calculer l'instant t_0 auquel le cylindre s'immobilise. Que se passe-t-il ensuite ?
3. Établir un bilan énergétique entre l'instant initial et l'instant t_0 .

Exercice 2 : on considère un réseau infini de résistors qui se déduit de la figure 38 en prolongeant à l'infini le nombre de résistors que l'on supposera identiques et de résistance R . Calculer la résistance équivalente du dipôle.

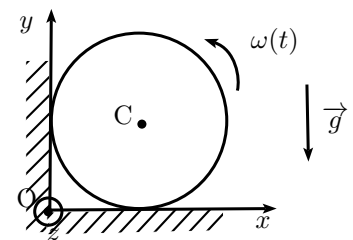


FIGURE 37

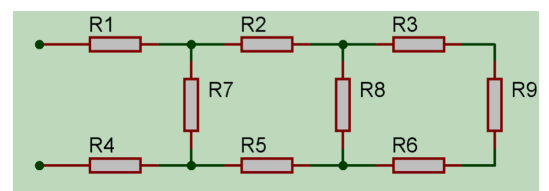


FIGURE 38

Planche 59 GASPARD [MPI] (2024)

Question de cours : onde électromagnétique stationnaire

Exercice : on considère une corde de masse linéique λ que l'on pose sur un support fixe. On note μ le coefficient de frottement corde/support. Quelle est la plus grande fraction possible de la corde ne touchant pas le support pour une valeur de θ donnée. Quelle est alors la valeur maximale accessible quel que soit θ ?

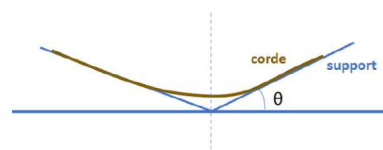


Planche 60 MEROUANE (2024)

Question de cours : forces centrales conservatives et énergie potentielle effective.

Exercice 1 : un cylindre vertical, en verre, contient n moles d'un gaz à l'équilibre thermodynamique. La base supérieure du cylindre peut être déplacée librement et est constituée d'un plateau en verre de masse m . À l'état initial la température du gaz est celle de l'extérieur $T_o = 20^\circ\text{C}$. On éclaire le plateau grâce à une lumière venant d'un laser puissant : on suppose que la radiation est entièrement absorbée par le gaz qui se trouve dans le cylindre et que le plateau en verre est parfaitement transparent au rayonnement laser. On suppose également que le laser n'interagit qu'avec le gaz situé à l'intérieur de l'enceinte sous forme de transfert thermique. On constate alors que le plateau se soulève lentement. Après, $\Delta t = 10$ s d'irradiation, on mesure le déplacement du plateau : $\Delta h = 30$ mm.

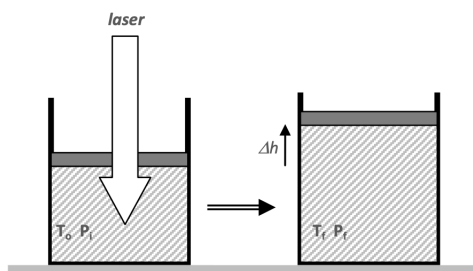


FIGURE 39

1. On suppose tout d'abord que l'on peut négliger les transferts thermiques du gaz avec l'extérieur pendant la durée de l'expérience. Déterminer la puissance P du laser.
2. Comment vérifier la validité de l'hypothèse précédente ? Proposer une valeur corrigée pour P .

On supposera que l'approximation des régimes quasi-stationnaire est vérifiée. Conclure.

Données :

Pression extérieure : $P_o = 101,3\text{kPa}$

Température extérieure : $T_o = 20,0^\circ\text{C}$

Diamètre intérieur du cylindre : $2r = 100$ mm

Épaisseur du cylindre en verre : $e = 3,0$ mm

Masse du plateau : $m = 800$ g

Nombre de moles de gaz : $n = 0,100$ mol

Capacité calorifique molaire à volume constant du gaz : $c_v = 20,8$ J \cdot mol $^{-1}$ \cdot K $^{-1}$

Conductivité thermique du verre : $\lambda = 1,2$ W \cdot m $^{-1}$ \cdot K $^{-1}$

Coefficient d'échange aux interfaces air/verre : $h = 20$ W \cdot m $^{-2}$ \cdot K $^{-1}$

Un énoncé de ce sujet est disponible à l'adresse suivante <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=4686>.

Exercice 2 : Un bloc M de masse M repose sur le plan \mathcal{P} avec un coefficient de frottement de glissement f . Le fil liant M à un bloc m de masse m est inextensible et ne glisse pas dans la gorge de la poulie, elle-même supposée de masse négligeable. Le système est abandonné sans vitesse initiale, m étant à une hauteur h_0 du sol (cf. figure 40). Après que m a rejoint le sol, M continue d'avancer. Une fois le solide M arrêté, on mesure la distance D qu'il a parcouru. Montrer que ce dispositif permet de mesurer le coefficient de frottement f que l'on exprimera en fonction des données.

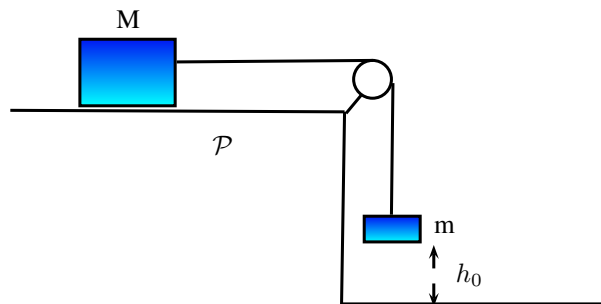


FIGURE 40 : Dispositif

Planche 61 YASSINE [MPI] (2024)

Question de cours : À propos des machines thermiques dithermes réversibles.

Exercice :

1. On considère un cercle de centre O , de rayon R support de la densité linéique de charges uniforme λ . Calculer le champ électrique $\vec{E}(O)$ puis en tout point de l'axe de symétrie de révolution (Oz).
2. On considère un point proche de l'axe (Oz). Déterminer la composante radiale. En déduire l'allure des lignes de champ.

Planche 62 ILAN (2024)

Exercice 1 : cf. exercice 2 de Planche 60 .

Exercice 2 : un étudiant en sciences passionné de skeleton met à profit ses cours de physique et imagine un dispositif pour freiner sa planche en fin de piste. Il fixe un cadre métallique sous sa planche et installe en bout de piste horizontale un dispositif qui crée un champ magnétique stationnaire et perpendiculaire à la piste. Pour simplifier l'étude on supposera le champ magnétique uniforme dans une zone de largeur d . Le coureur et son skeleton arrivent en fin de piste avec une vitesse v_0 .

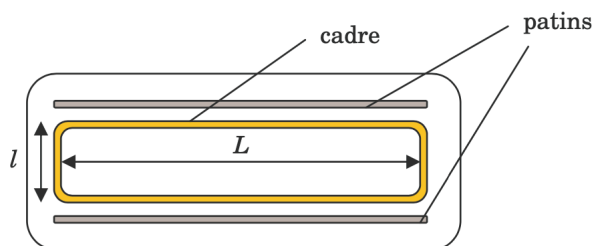


FIGURE 41



FIGURE 42

Quelle valeur de d choisir pour optimiser le freinage? Décrire le mouvement.

Planche 63 PAUL (2024)

Exercice 1 : cf. exercice 2 de Planche 60 .

Exercice 2 : on considère deux enceintes identiques en contact avec un thermostat T . Dans la première, on place du diiode à la concentration $c_1 = 0,25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ainsi que du dihydrogène à la même concentration. Dans la seconde, on place de l'iodure d'hydrogène à la concentration $c_2 = 0,50 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Au bout de 20 s, on prélève un petit volume de chacune des solutions et on constate que $[I_2]_{(1)} = 0,24 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et que $[I_2]_{(2)} = 7,5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

On admet que chacune des réactions ayant lieu est une réaction d'ordre global 2. Déterminer la composition finale dans la première enceinte.

Planche 64 ELIOTT [MPI] (2024)

Question de cours : dipôle électrostatique.

Exercice : un tonneau non amarré se déplace sur le plateau d'un camion qui démarre sur une route horizontale avec une accélération constante \vec{a}_0 . Le tonneau, assimilable à un cylindre homogène, possède une masse M , un rayon b et son moment d'inertie par rapport à son axe est $J = \frac{1}{2}mb^2$; il est au départ contre la cabine du camion. La plate-forme du camion a une longueur ℓ et le coefficient de frottement entre cette dernière et le tonneau est f . Quelle est la distance L parcourue par le camion avant que le tonneau ne le quitte et tombe sur le sol ?

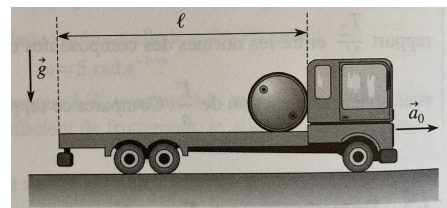


FIGURE 43

Planche 65 CÔME (2024)

Question de cours : théorème de GAUSS. Énoncé et preuve. Applications.

Exercice 1 : La règle possède un moment d'inertie par rapport à l'arête de la table $J = \frac{m(\ell - a)^3}{3\ell} + \frac{ma^3}{3\ell}$. Elle commence par tourner sans glisser autour de l'arête jusqu'à atteindre un angle de 30° , puis elle se met à glisser. En déduire le coefficient de frottement entre la règle et la table.

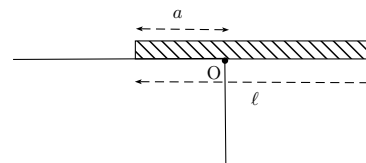


FIGURE 44

Exercice 2 : une variante de l'exercice 2 de Planche 50 .

Planche 66 AXEL (2024)

Exercice 1 : on modélise une antenne par un dipôle oscillant porté par l'axe Oz . On donne $\lambda = 10$ m et $P = 100$ W (pas sûr pour l'AN nous dit Axel).

1. Parmi les trois expressions suivantes du champ électrique, laquelle est juste ?

(a) $\vec{E} = \frac{A}{r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{u}_\theta$;

(b) $\vec{E} = \frac{A}{r} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{u}_\varphi$;

(c) $\vec{E} = \frac{A}{r^2} \sin \theta \cos(\omega t - kr) \vec{u}_\theta$;

2. Rappeler et commenter les approximations permettant d'obtenir cette expression.

3. Calculer A .

4. On place N antennes sur l'axe $(y'y)$ toutes espacées d'une distance A sur l'axe Oy . En déduire, dans le plan xOy , la direction pour laquelle la puissance émise est maximale.

5. Il y avait d'autres questions.

Exercice 2 : la figure 45 représente un téléobjectif d'un appareil photographique. La lentille (\mathcal{L}_1) est de focale $f'_1 = 12,6$ cm et la lentille (\mathcal{L}_2) est de focale $f'_2 = -3,0$ cm.

1. Déterminer la distance entre (\mathcal{L}_1) et le capteur CCD pour obtenir une image nette d'un objet situé à l'infini.

2. Tracer précisément le trajet d'un rayon lumineux.

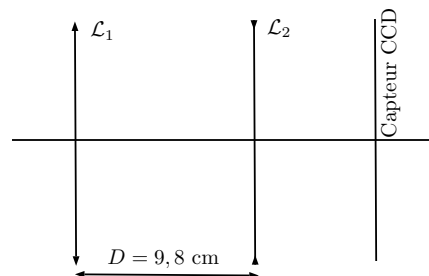


FIGURE 45 : Téléobjectif

Planche 67 HUGO (2024)

Exercice 1 : une source S ponctuelle et monochromatique (longueur d'onde λ_0 dans le vide) éclaire une lame de verre à face parallèle d'épaisseur e et d'indice optique n pour la longueur d'onde considérée. On utilise le montage de la figure 46 où l'on considère qu'au-delà de deux réflexions dans la lame de verre, l'intensité lumineuse est trop atténuée pour être observée. On supposera que l'indice optique de l'air est égal à 1.

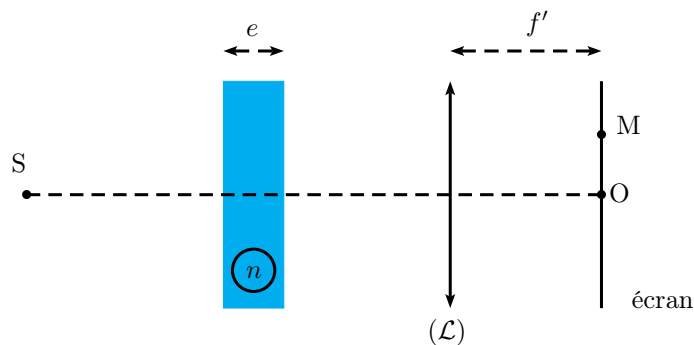


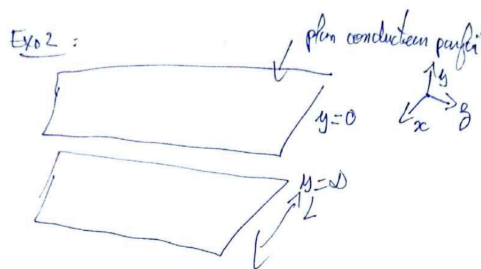
FIGURE 46 : Dispositif interférentiel

1. Expliquer qualitativement pourquoi on observe des interférences. Montrer que ces interférences sont circulaires et centrées sur O.
2. Que se passe-t-il si la source n'est plus ponctuelle.
3. Montrer que la différence de marche $\delta(M)$ entre ces deux rayons lumineux est $\delta(M) = 2ne \cos r$ où r est l'angle entre le rayon dans la lame et la normale au dioptre.
4. Déterminer le rayon du premier anneau brillant.

Application numérique : $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$, $f' = 1,0 \text{ m}$, $e = 1,0 \text{ mm}$ et $n = 1,5$.

5. La source n'est pas rigoureusement monochromatique mais sa largeur spectrale relative est $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 10^{-4}$. Justifier qualitativement que cela limite la visibilité des franges d'interférences. Déterminer, quantitativement cette fois, par la méthode de votre choix, si l'anneau brillant précédent reste visible en pratique.

Exercice 2 : on considère la composante électrique $\vec{E}(M, t) = f(y) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$ qui se propage entre les deux plans conducteurs parfaits.



1. Déterminer $f(y)$. Déterminer \vec{B} .
2. Mettre en évidence une pulsation de coupure.
3. Une question énergétique.

FIGURE 47

Planche 68 CLÉMENT (2024)

Exercice 1 : (je laisse l'énoncé tel que proposé par votre camarade mais...) Dans la zone $x < 0$ règne uniquement le champ de pesanteur \vec{g} . Dans la zone $x > 0$ règne le champ de pesanteur \vec{g} et le champ magnétique \vec{B} . On laisse tomber un cadre depuis la zone $x < 0$. Initialement le bas du cadre coïncide avec $x = 0$ et possède une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$.

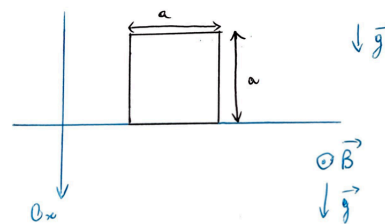


FIGURE 48

1. Déterminer l'équation du mouvement. Quelle est la condition sur \vec{B} pour que le cadre ne chute pas indéfiniment vers $x = +\infty$.
2. À quelle condition le cadre ressort-il de la zone $x > 0$? Si cette condition est vérifiée, avec quelle vitesse le cadre ressort-il? Et quelle serait alors sa hauteur maximale (x minimal)?
3. Déterminer la période du mouvement.
4. Déterminer un invariant en fonction de x et \dot{x} .

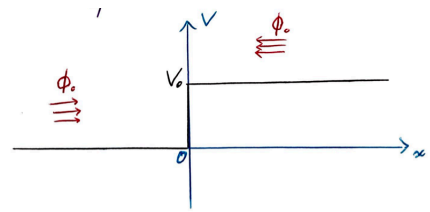


FIGURE 49

Exercice 2 : On considère des quantons de masse m , d'énergie E et une marche de potentiel de hauteur V_0 ($0 < V_0 < E$). Un flux surfacique Φ_0 arrive depuis $-\infty$ sur la marche et un autre depuis $+\infty$. Quelle pression s'exerce sur la marche de potentiel ?

Planche 69 ALLAN (2024)

Exercice 1 : [filière MP] le cycle de Rankine (cf. figure 50) est le cycle de base des centrales nucléaires. La pompe d'alimentation porte l'eau liquide saturante (état 0) de la basse pression P_0 du condenseur à la pression P_1 du générateur de vapeur (GV) de façon adiabatique réversible (état 1).

L'eau liquide comprimée entre ensuite dans le générateur de vapeur, isobare, où elle est chauffée jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1'), puis totalement vaporisée (état 2). La vapeur saturante produite subit ensuite une détente adiabatique réversible (2 – 3) dans une turbine. Le fluide pénètre ensuite dans le condenseur isobare pour y être totalement condensé (état 0) à la température T_1 . On appelle T_{critique} la température critique de l'eau. On négligera le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation. On donne : $T_1 = 30^\circ\text{C}$; $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_{\text{critique}} = 374^\circ\text{C}$.

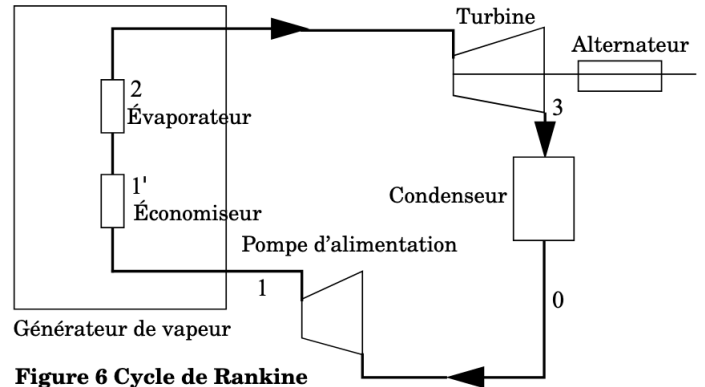


Figure 6 Cycle de Rankine

FIGURE 50

1. v désignant le volume massique du fluide, représenter l'allure du cycle décrit par le fluide dans le diagramme (P, v) .

On donne ci-dessous des extraits de tables thermodynamiques pour l'eau : s est exprimé en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; h est exprimé en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. La pression de vapeur saturante exprimée en bar est notée P_{sat} . On admet que $h_1 = h_0$.

P_{sat} en (bar)	température en ($^\circ\text{C}$)	liquide saturant		vapeur saturante	
		s	h	s	h
85,9	300	3,24	1345,0	5,57	2749
0,04	30	0,44	126,0	8,46	2566,0

2. Comparer l'efficacité du cycle de Rankine et celle du cycle de Carnot.
3. On se propose de retrouver le résultat l'efficacité du cycle de Rankine sans avoir accès au tableau précédent. On supposera dans cette question l'eau liquide incompressible de capacité thermique massique c_l constante. On note $l_v(T_2)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T_2 .
On donne : $c_l = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $l_v(T_2) = 1404 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
Exprimer l'efficacité de Rankine η en fonction de T_1, T_2, c_l et $l_v(T_2)$. Calculer numériquement η .

Exercice 2 : on modélise une pince ampèremétrique par un tore de section carrée (côté a). Ce tore entoure un fil rectiligne infiniment long (confondu avec l'axe du tore : cf. figure 51). Le fil est parcouru par un courant $i(t) = I_M \cos(\omega t)$. Un fil est enroulé sur le tore de sorte qu'il y a N spires régulièrement réparties sur l'ensemble du tore, ce circuit étant fermé sur un ampèremètre. La résistance totale du circuit est notée R .

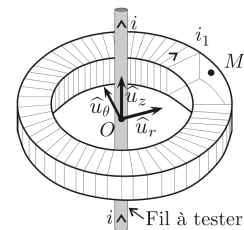


FIGURE 51

Planche 70 GUILLAUME (2024)

Question de cours : Premier principe industriel.

Exercice : on considère un satellite S de masse m en orbite autour de la Terre (masse M_T et rayon R_T) et soumis notamment à la force de frottement $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$ (\vec{v} désigne la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique). On note z l'altitude du satellite comptée à partir de la surface de la Terre.

Hypothèses :

- $z(t) \ll R_T$;
 - $z(t)$ varie peu au cours d'une période de révolution.
1. Expliquer qualitativement pourquoi $v(t)$ augmente et $z(t)$ diminue.
 2. Déterminer $z(t)$.

On considère le modèle de Bohr de l'atome d'H. On tient compte du fait que l'atome rayonne une puissance $P = \frac{\mu_0 e^2}{6\pi c} a^2$ où a désigne l'accélération de l'électron.

3. Justifier l'homogénéité de la formule de Larmor proposée.
4. Déterminer $r(t)$ et $v(t)$.

Planche 71 PAUL (2024)

Exercice 1 :

1. Quelle est la vitesse de rotation de l'ISS en fonction de son altitude et d'autres grandeurs ?
2. Si un objet est lâché sans vitesse initiale dans l'ISS, que se passe-t-il ?
3. Calculer le poids apparent d'un objet dans l'ISS à l'ordre 1 en $\frac{x}{R}$, $\frac{y}{R}$ et $\frac{z}{R}$ (x , y et z sont définis par rapport à G centre de gravité de l'ISS et R est la distance entre le centre de la Terre et G).
4. Un homme se situe sur l'axe y dans l'ISS, Thomas Pesquet lance une balle depuis G avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$, l'autre peut-il attraper la balle ?

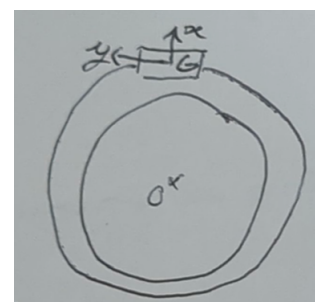


FIGURE 52

Exercice 2 : On considère une lentille convergente \mathcal{L}_1 dont on cherche la distance focale f' . Elle est située à la distance $d = 60$ cm d'un miroir plan. la situation est représentée sur la figure 53. Il existe deux positions du point objet A tel que l'image de A par le système coïncide avec A. Ces deux positions sont espacées de 10 cm.

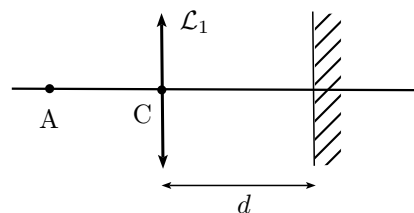


FIGURE 53

1. Trouver une première position triviale de A qui convienne.
2. Déterminer la deuxième position et en déduire f' .

Planche 72 Chimie et physique statistique (2024)

L'original de cet énoncé est disponible à cette adresse :

<https://beos.prepas.org/sujet.php?id=8482>

Question de Cours : Théorème d'Ampère. Applications.

Exercice 1 : on s'intéresse à la réaction en phase gazeuse : $N_2 + 3H_2 = 2NH_3$. L'expression de l'enthalpie libre standard de la réaction est $\Delta_r G(T) = -92,3 + 0,198 \times T$ kJ.mol⁻¹. À l'instant initial, on introduit 1 mole de diazote et 3 moles de dihydrogène. La réaction a lieu à une température de $T = 450^\circ\text{C}$ et à pression maintenue constante à $P = 300$ bar. Décrire l'état du système à l'équilibre.

Exercice 2 : Particules dans une centrifugeuse

Un gaz parfait dans un cylindre de rayon a tourne autour de l'axe des z à la vitesse angulaire ω ; sa température est maintenue à la température T . Lorsque le cylindre est immobile, le gaz est soumis à la pression P_d et a pour concentration C_d . À l'équilibre, dans le référentiel qui tourne avec le cylindre, la pression du gaz au centre est P_0 et la concentration au centre C_0 .

1. Déterminer la loi de pression $r \rightarrow P(r)$. En déduire la loi de concentration $r \rightarrow C(r)$.

- Exprimer le nombre de moles total dans le cylindre en fonction de C_d puis en fonction de C_0 . En déduire que $C_0 = C_d \frac{\alpha}{\exp \alpha - 1}$ et exprimer α .
- Même situation que précédemment mais cette fois le gaz est un mélange de ^{235}U et ^{238}U avec $\alpha_{^{235}\text{U}} = 6,994$ et $\alpha_{^{238}\text{U}} = 7,006$. Exprimer la fraction molaire $x_0(^{235}\text{U})$ au centre du cylindre en fonction de $x_d(^{235}\text{U})$ fraction molaire en ^{235}U lorsque le cylindre est immobile en supposant que $x(^{235}\text{U}) \approx \frac{C_{^{235}\text{U}}}{C_{^{238}\text{U}}}$ (à justifier).
- À l'état naturel, ^{235}U est présent à 0,7% dans l'uranium. Trouver β , le nombre d'expériences à réaliser pour passer à une fraction molaire de 3 %.

Planche 73 Traitement du signal et optique ondulatoire (2024)

L'original de cet énoncé est disponible à cette adresse :

<https://beos.prepas.org/sujet.php?id=8356> <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=8357>

Exercice 1 : La tension $e(t)$ est un signal carré de fréquence f_1 : sa décomposition en série de Fourier était donnée dans l'énoncé. On souhaite que le signal de sortie $s(t)$ du filtre représenté sur la figure 54 soit un signal sinusoïdal de fréquence $3f_1$. Le signal sera considéré satisfaisant si l'amplitude des autres harmoniques est au moins 20 fois inférieure à celle du signal sinusoïdal recherché. Le dipôle \mathcal{D} est constitué d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité variable C . La résistance R du résistor est aussi réglable.

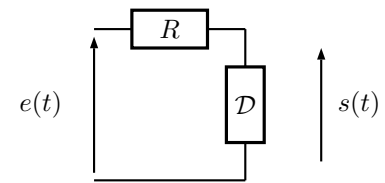


FIGURE 54 : Filtre étudié

- Comment sont connectées la bobine et le condensateur qui constituent le dipôle \mathcal{D} ?
- En déduire les valeur de ω_0 et Q qui caractérisent le filtre.
- Quelles doivent être les valeurs de R et C pour répondre au cahier des charges ?
- Les valeurs précédentes des composants étant conservées, on augmente fortement la fréquence du créneau. Qu'observera-t-on en sortie ?

Exercice 2 : un interféromètre de MICHELSON est réglé en lame d'air (voir figure 56). Il est éclairé par une source étendue de lumière blanche suivie d'un *filtre interférentiel* (voir figure 55) c'est-à-dire un dispositif optique ne laissant passer qu'une bande de longueur d'onde. L'indice optique n_{air} de l'air est confondu avec 1.



FIGURE 55 : Filtre interférentiel

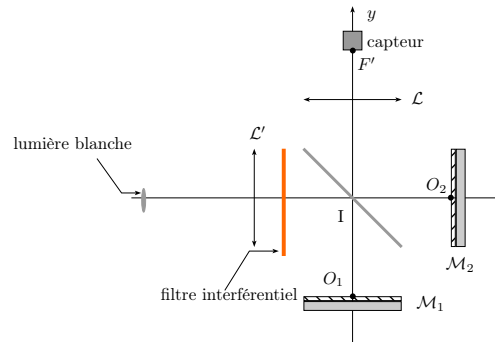


FIGURE 56 : Dispositif de l'étude

On a placé au centre de la figure d'interférences, un capteur photoélectrique qui délivre une tension proportionnelle à l'éclairement lumineux qu'il reçoit. Cette tension est enregistrée grâce à une carte d'acquisition. On chariote un des miroirs de l'interféromètre de MICHELSON en couplant sa vis de translation à un moteur dont la vitesse de rotation est constante. Au début de l'enregistrement (de durée totale 5 minutes), la vis micrométrique indique $X_1 = 38,61$ mm ; à la fin $X_2 = 38,53$ mm. Les enregistrements sont proposés sur les figures 57 et 58.

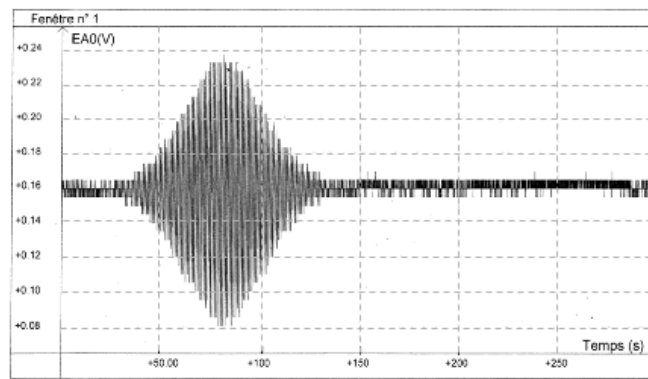


FIGURE 57 : Tension délivrée par le capteur photométrique

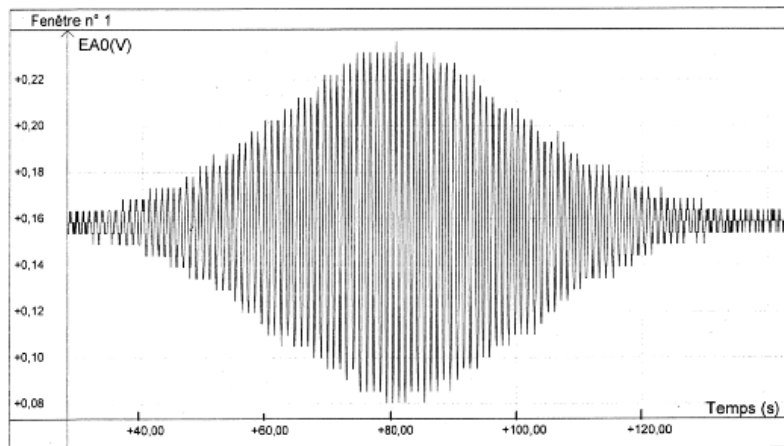


FIGURE 58 : Zoom de la figure 57 : il y a 78 franges claires entre 40 et 120 s

Déduire de ces deux enregistrements, les valeurs de la longueur d'onde centrale λ_0 et de la largeur spectrale $\Delta\lambda$.

Planche 74 Induction et traitement du signal (2024)

L'original de cet énoncé est disponible à cette adresse :

<https://beos.prepas.org/sujet.php?id=8022> <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=8023>

Exercice 1 : on considère un solénoïde infini d'axe z . Le bobinage comporte n spires par unité de longueur et est parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Le domaine de pulsation dans lequel on travaille permet de se placer dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires. On note $B_0 = \mu_0 n I_0$.

- Justifier qu'il existe un champ électrique en tout point P intérieur au solénoïde, de la forme $\vec{E}(P, t) = E_\theta(r, t) \vec{u}_\theta$ (en coordonnées cylindriques) et le déterminer.
- Un cylindre conducteur d'axe z , de rayon R , de longueur L et de conductivité électrique γ est placé dans le solénoïde. On suppose, dans cette question, que les champs électrique et magnétique ne sont pas modifiés par la présence de ce cylindre. Le système (cylindre et champ magnétique) est placé dans un récipient indilatable calorifugé contenant 5 litres d'eau (soit 5 kg). Avant l'établissement du champ magnétique, la température du cylindre et celle de l'eau étaient $T_i = 300$ K. Pendant quelle durée τ doit-on produire le champ magnétique pour que le système atteigne la température $T_f = 350$ K ? On fera l'application numérique.
- Les courants dans le cylindre créent un champ magnétique \vec{B}_i qui se superpose à celui créé par les sources extérieures.
 - Exprimer \vec{B}_i en tout point du cylindre (on négligera les effets de bord pour simplifier).
 - A quelle condition portant sur R , rayon du cylindre, la norme de \vec{B}_i est elle négligeable devant B_0 ? Est-elle réalisée ici ?

Données : $B_0 = \mu_0 n I_0 = 0,10$ T ; $\gamma = 5,7 \times 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$; $L = 0,50$ m ; $\pi R^2 = 20$ cm² ; $f = 50$ Hz ; capacité thermique du cylindre $C = 3,5$ kJ · K⁻¹ ; capacité thermique massique de l'eau : $c_e = 4,2$ kJ · K⁻¹ · kg⁻¹.

Exercice 2 :

- Déterminer la fonction de transfert du filtre de la figure 59.
- On donne $R = 10 \text{ k}\Omega$, $L = 1,0 \text{ mH}$, $C = 0,5 \text{ }\mu\text{F}$. Le signal d'entrée est un signal créneau de la forme $e(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E}{n\pi} (1 - (-1)^n) \sin(n\omega_s t)$ où $f_s = 1,68 \text{ kHz}$. Déterminer $s(t)$.
- Une autre question.

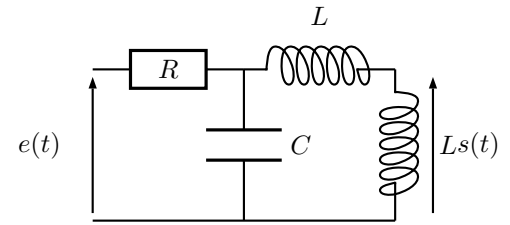


FIGURE 59

Planche 75 ILAN (2023)

Exercice 1 : Moment cinétique transporté par le champ électromagnétique

Un condensateur cylindrique est composé de deux cylindres coaxiaux verticaux (axe $z'z$) de rayons respectifs a et b ($b > a$). Ils sont initialement chargés (on note Q la charge portée par l'armature interne et donc $-Q$ la charge portée par l'armature externe) et plongés dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{e}_z$. On négligera tout effet de bord. Un dispositif mécanique autorise la rotation sans frottement des deux cylindres autour de l'axe ($z'z$). Ils sont immobiles aux dates $t < 0$. On se placera dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires pour effectuer tout calcul (le courant de déplacement est nul ou négligeable).

- Entre les deux armatures se trouve initialement un isolant solidaire des cylindres. À la date $t = 0$, un rayonnement rend l'isolant instantanément conducteur de conductivité électrique γ . Calculer le moment des forces de Laplace. En déduire que le condensateur, après la décharge, acquiert un moment cinétique par rapport à l'axe ($z'z$) noté L_z que l'on calculera.
- On revient à la situation initiale. Entre les dates $t = 0$ et $t = \tau$, on diminue progressivement B jusqu'à son annulation. Montrer que le condensateur acquiert un moment cinétique par rapport à l'axe ($z'z$) noté L_z que l'on calculera.
- Cette question n'a pas été posée aux candidats mais elle est classique.* On admettra qu'un champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) transporte de la quantité de mouvement. La densité volumique de quantité de mouvement $\vec{g}(M, t)$ transportée par le champ a pour expression :

$$\vec{g}(M, t) = \varepsilon_0(\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t))$$

Montrer que le moment cinétique acquis par le condensateur pour chaque question précédente peut être interprété comme provenant du champ électromagnétique.

Question de cours : «équations de conservation».

L'examinateur me demande d'en démontrer une au choix, d'en citer et de faire des commentaires.

Planche 76 LOUIS (2023)

Question de cours : Mouvement conservatif d'un point matériel selon un axe : positions d'équilibre, stabilité, petites oscillations autour de la position d'équilibre.

Application : On considère l'oscillateur de la figure 60 : on néglige tout frottement, le ressort est de constante de raideur k et de longueur naturelle ℓ_0 ; $a = 2\ell_0$.

- Déterminer l'unique position d'équilibre.
- Déterminer la période des petites oscillations autour de la position d'équilibre.

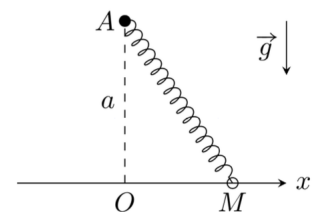


FIGURE 60

Exercice : cf. exercice 1 de Planche 74 .

Planche 77 THOMAS (2023)

Exercice 1 : Moment cinétique transporté par le champ électromagnétique (cf. Planche 75).

Question de cours : Modèle planétaire de Bohr

Exploiter l'hypothèse de quantification du moment cinétique orbital pour obtenir l'expression des niveaux d'énergie électronique de l'atome d'hydrogène.

Planche 78 LISA (2023)

Exercice 1 : appareil photographique

On dispose d'un objectif d'appareil photographique assimilé à une lentille mince convergente de focale $f' = 28$ mm. Le capteur de l'appareil a pour dimension $22,3$ mm x $14,9$ mm et est constitué d'une matrice de 4752 pixels par 3168 pixels. L'image d'un point réalisée sur le capteur est nette si la taille d'un point est plus petite qu'un pixel. Un individu de taille 2 m est placé devant le photographe et son image sur le capteur est $14,9$ mm. L'objectif a pour diamètre $2R = \frac{f'}{N}$ où N (nommé *nombre d'ouverture*) peut varier entre $3,5$ et 22 .

1. À quelle distance le photographe doit-il se placer de l'individu pour avoir une image nette ?
2. Déterminer l'expression de la profondeur de champ et faire l'application numérique.
3. Quelles conséquences l'augmentation du nombre d'ouverture a-t-elle sur la netteté de l'image ?

Exercice 2 : induction de Lorentz

On considère un cadre carré de côté a suspendu par le milieu de son arête supérieure à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , l'autre extrémité du ressort étant attaché à un point fixe. Le cadre est de masse m et possède une résistance électrique R . À l'état initial le côté inférieur du cadre est à la limite d'une zone où règne un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$. La situation est représentée sur la figure 61. On abandonne le cadre sans vitesse initiale.

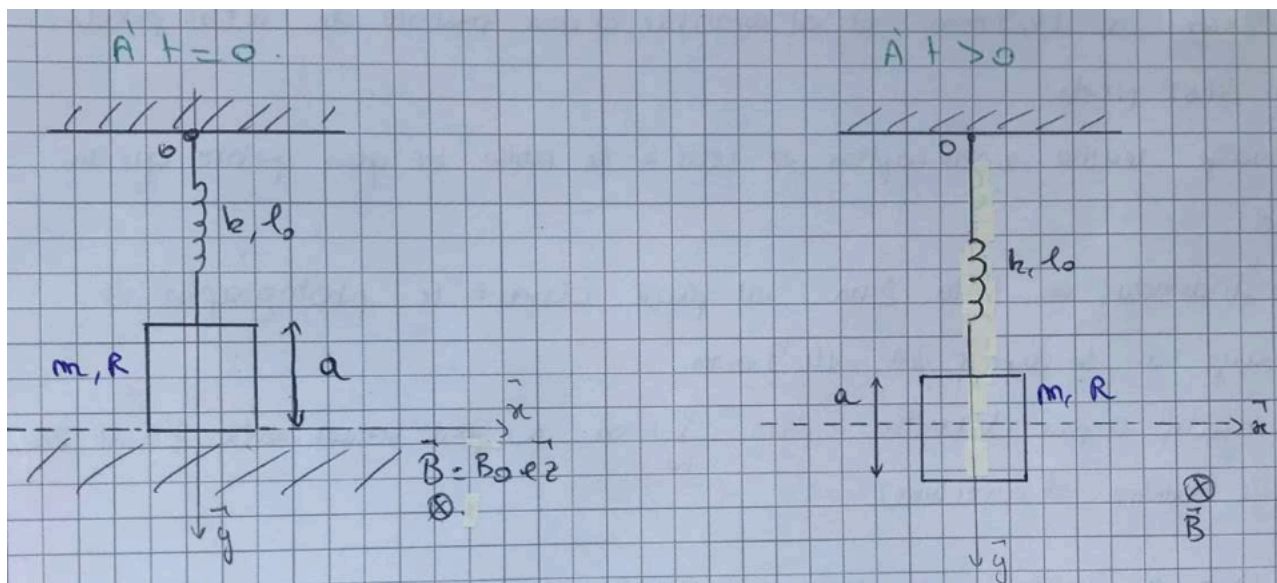


FIGURE 61

1. Déterminer le mouvement ultérieur du cadre, notamment au bout d'un temps très long. Tracer le profil $t \rightarrow y(t)$ où $y(t)$ désigne la position de l'arête inférieure du cadre.
2. Faire un bilan énergétique.

Planche 79 DARIUS [filière MPI] (2023, déjà proposé en 2018)

Exercice 1 : cf. Planche 60

Question de cours : Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique aux basses fréquences. Effet de peau.

Planche 80 MATTIA [filière MPI] (2023)

Question de cours : Onde électromagnétique stationnaire

Les commentaires de Mattia : pendant la présentation, l'examinateur me demande dans quelles situations on rencontre ce type d'ondes. Il me fait aussi redémontrer l'expression de l'onde réfléchi lorsqu'un conducteur parfait est illuminé sous incidence normale par une OPPH.

Exercice : cf. exercice de

Planche 81 JULIEN [filière MPI] (2023)

Question de cours : Onde plane progressive dans le vide

Exercice :

Le référentiel du laboratoire est supposé galiléen. Une perle assimilée à un point matériel M de masse m est libre de se déplacer sans frottement le long d'un cercle de centre O et de rayon b . Ce cercle tourne autour du diamètre vertical à une vitesse angulaire ω constante (cf. figure 62). Déterminer les positions d'équilibre relatif (c'est-à-dire les positions d'équilibre par rapport à un référentiel lié au cercle) de la perle ainsi que leur nature (voir par exemple extrait CCMP 2021 : <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=6342> ; c'est aussi l'oral X 2021 de G. BENEDETTI).

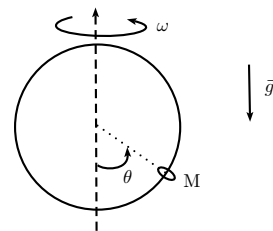


FIGURE 62

Planche 82 ALEXIS [filière MPI] (2023)

Exercice 1 : chaise sur un amortisseur

On considère une chaise soutenue par un ressort de constante de raideur k et un pot amortisseur de coefficient α (cf. figure 63). On négligera la masse de la chaise devant les autres masses intervenant dans la suite de l'exercice. On souhaite que les conditions suivantes soient satisfaites :

- Si un enfant de masse $m_2 = 25$ kg s'assied, la chaise atteint la hauteur $h_2 = 70$ cm.
- Si un adulte de masse $m_1 = 75$ kg s'assied, la chaise atteint « le plus rapidement possible » la hauteur $h_1 = 30$ cm.
- Un butoir (non représenté sur la figure 63) bloque la chaise pour qu'elle ne dépasse pas la hauteur $h_{max} = 80$ cm.

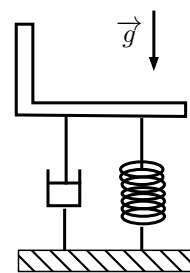


FIGURE 63 : Chaise

- Déterminer numériquement k et α pour que les conditions soient vérifiées.
- Quelle force subit le butoir lorsque la chaise est à vide ?
- Un adulte de masse m_1 s'assied jusqu'à ce que le dispositif atteigne l'équilibre. Un enfant de masse $m_3 = 15$ kg le rejoint. Selon quel régime transitoire, le dispositif gagne-t-il sa nouvelle position d'équilibre ? Proposer un bilan énergétique.

Exercice 2 : filtre localement dérivateur

On considère le filtre de la figure 64. Les données numériques sont les suivantes : $R = 1,0$ k Ω , $R' = 480$ k Ω et $C = 3,3$ nF.

- Dans quel domaine de fréquence ce filtre présente-t-il un caractère dérivateur ?
- La simulation de la figure 65 présente la réponse $V_s(t)$ à une excitation périodique (on prendra garde qu'il faut multiplier l'échelle des ordonnées par $5 \cdot 10^{-2}$ et celle des abscisses par 10^{-4}). Caractériser (forme, amplitude, période) le signal d'entrée $V_e(t)$.
- Représenter la réponse $V_s(t)$ du filtre à un signal $V_e(t)$ triangulaire symétrique, d'amplitude 2,0 V et de fréquence $f = 1,0$ Hz.

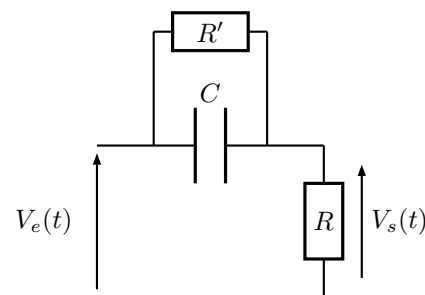


FIGURE 64 : Filtre

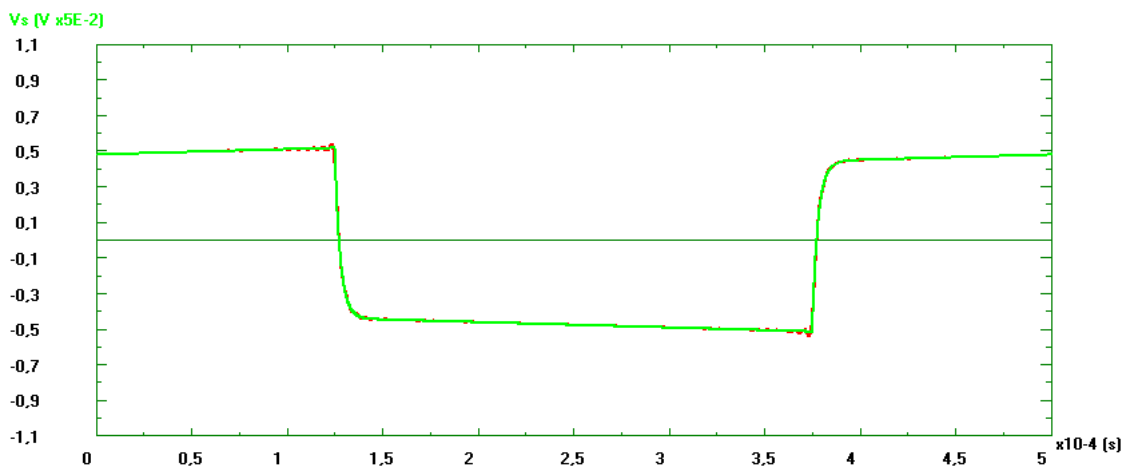


FIGURE 65 : Allure de $t \rightarrow V_s(t)$

Planche 83 BENJAMIN (2023)

Exercice 1 : Réseau [filière MP uniquement]

on considère un réseau à N fentes et de pas a illuminé par une OPPH. On observe l'onde diffractée dans la direction θ .

$$1. \text{ Montrer que } \mathcal{I}(M) = \mathcal{I}_0 N^2 \underbrace{\frac{\sin^2\left(\frac{N\Phi(M)}{2}\right)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\Phi(M)}{2}\right)}}_{\triangleq R_N(\Phi)} \quad \text{où } \Phi(M) \triangleq \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{air} a (\sin \theta_i - \sin \theta)$$

L'examinateur de demander de tracer $\Phi \rightarrow I(\Phi)$.

- Donner la valeur de N pour que l'on puisse séparer le doublet jaune du sodium.

Exercice 2 :

Une bouteille thermos est modélisée par deux sphères de rayon R_1 et $R_2 > R_1$ séparées par un isolant de conductivité thermique λ . Il existe transfert conducto-convectif entre la sphère de rayon R_2 et l'air extérieur de température T_0 . Le coefficient de transfert pariétal est noté h .

- Quelle épaisseur d'isolant doit-on choisir pour que le café reste chaud le plus longtemps ?
- Donner le temps caractéristique de refroidissement du café.

Planche 84 BERTRAND [filière MPI] (2023)

Exercice 1 :

On considère un conducteur cylindrique (électrique et thermique) d'axe Ox , de longueur L , de rayon b . Le conducteur est supposé homogène et isotrope. On note μ la masse volumique, c la capacité thermique massique et λ la conductivité thermique. Le conducteur est traversé par un courant d'intensité I constante. Ses extrémités ($x = 0$ et $x = L$) sont calorifugées tandis que sur la partie latérale ont lieu des transports conducto-convectifs caractérisés par le coefficient h , la température du milieu ambiant étant uniforme et constante notée T_a .

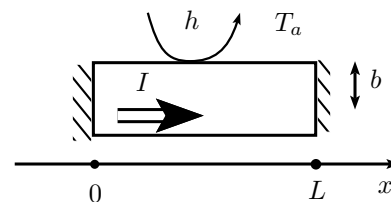


FIGURE 66 : Dispositif

- Établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $T(x, t)$.
- La résistivité dépend de la température selon la loi : $\rho(T) = \rho_0 [1 + a(T - T_0)]$ où $a = 4,0 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\rho_0 = 1,61 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ et $T_0 = 273 \text{ K}$. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t) \triangleq \frac{1}{L} \int_0^L T(x, t) dx - T_a$.
- On choisit $\theta = 0$ pour $t = 0$. Montrer que lorsqu'on augmente la valeur fixée pour I , la variation de température θ peut présenter différents régimes de caractère différent. Applications numériques pour du cuivre : masse volumique $\mu = 8,95 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, capacité thermique massique $c = 383 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Le rayon est $b = 0,50 \text{ mm}$ et le coefficient $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Remarque du prof de la classe : pour répondre à cette question l'examineur vous aura certainement incité à mettre l'équation différentielle sous la forme : $\tau \frac{d\theta}{dt} + \theta \left(1 - \frac{I^2}{I_c^2}\right) = \frac{I^2}{I_c^2} \left(\frac{1}{a} + T_a - T_0\right)$

Remarque de Bertrand : L'examineur m'a demandé pourquoi dans cet exercice, il est important de considérer que ρ dépend de T .

Question de cours : Du caractère non-galiléen du référentiel terrestre

Commentaires de Bertrand : l'examineur me demande l'évolution de g avec la latitude, des ordres de grandeur aux pôles et à l'équateur. Il me demande des exemples d'effets de la force d'inertie de Coriolis (pendule de Foucault, déviation vers l'Est).

Planche 85 ARTHUR [filière MPI] (2023)

Question de cours : Machines thermiques réversibles

Exercice :

On place une charge q en un point O et on crée un champ électrostatique $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x$.

1. Tracer les surfaces équipotentielles et les lignes de champ (la solution est proposée en dernière page du TD Electrostatique).
2. Mettre en évidence une distance caractéristique a .
3. On pose $\tilde{V} \triangleq \frac{V}{E_0 a}$ et $\tilde{r} \triangleq \frac{r}{a}$. On travaille dans le plan $z = 0$ muni de coordonnées polaires. Exprimer \tilde{V} en fonction de θ et \tilde{r} . En déduire le rayon des équipotentielles en $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ et $\theta = \pi$.

Planche 86 CÉLINE (2023)

Question de cours : Système à deux niveaux d'énergie [filière MP]

Exercice : champ axisymétrique au voisinage de l'axe

Un anneau de rayon R est le support d'une densité linéique de charges uniforme notée λ .

1. Calculer le champ électrostatique en tout point de l'axe de symétrie de révolution de l'anneau (hors-programme).
2. Calculer le champ électrostatique en tout point *situé au voisinage* de l'axe de symétrie de révolution de l'anneau.

En dehors de l'axe, en adoptant les coordonnées polaires d'axe l'axe de symétrie de révolution de la distribution de charges, on montre que $\vec{E}(M) = E_r(r, z) \vec{u}_r + E_z(r, z) \vec{u}_z$. Dans cette question, il s'agissait de prouver deux relations classiques ; au voisinage de l'axe : $E_r(r, z) = -\frac{r}{2} \frac{d}{dz} E_z(0, z)$ et $E_z(r, z) = E_z(0, z) - \frac{r^2}{4} \frac{d^2}{dz^2} E_z(0, z)$.

Planche 87 GAËTAN [filière MPI] (2023)

Exercice : On considère deux spires \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 de rayons respectifs a_1 et a_2 . La spire \mathcal{S}_1 est fixe et parcourue par un courant $i_1(t) = I_1 \cos(\omega t)$. La spire \mathcal{S}_2 , de résistance R_2 et d'inductance propre L_2 peut se déplacer sans frottement le long de l'axe $x'x$. Sa position est repérée par x (cf. figure 67) où $x \gg a_1$ et $x \gg a_2$. On suppose connue la mutuelle inductance $M(x)$ entre les deux spires.

1. Calculer la force moyenne $\langle \vec{F} \rangle$ exercée par la spire \mathcal{S}_1 sur la spire \mathcal{S}_2 .
2. Déterminer le travail W_{op} nécessaire à fournir pour déplacer la spire \mathcal{S}_2 de la position x à $+\infty$.

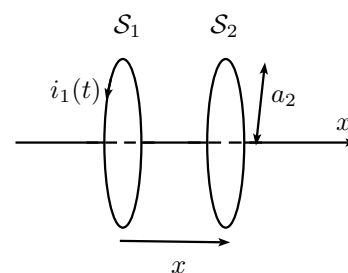


FIGURE 67

Question de cours : Dipôle électrostatique (lignes de champ, ordre de grandeur du moment dipolaire d'une molécule).

Planche 88 MEROUANE (2024)

Ce sujet est un classique : certains de vos camarades l'ont eu à l'X en 2017, 2021 et 2023

On considère un cylindre en rotation uniforme autour d'un axe vertical à la vitesse angulaire Ω (cf. figure 68). Un piston de masse m peut glisser sans frottement dans ce cylindre, définissant deux compartiments contenant chacun n moles de gaz parfait maintenues à la température T_0 par un thermostat extérieur.

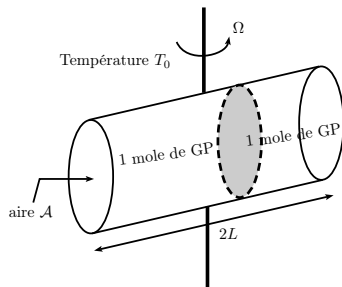


FIGURE 68

1. Déterminer les positions d'équilibre et étudier leur stabilité. Quelle est la fréquence des oscillations autour de la position d'équilibre stable.
2. Reprendre les mêmes questions en supposant toutes les parois calorifugées.

Commentaires d'un des candidats qui l'a eu à l'X : il y a eu une discussion sur les hypothèses faites. Peut-on considérer que le gaz est constamment à la température T_0 ? Déterminer des relations entre des temps caractéristiques pour que cela soit vérifié. Quelle autre hypothèse a-t-on faite ? (l'examinateur attendait que l'on évoque l'équilibre thermodynamique local en tout point des compartiments). Donner un temps caractéristique pour que l'équilibre thermodynamique apparaisse, en donner une estimation. À quel autre temps caractéristique faut-il le comparer ?

Planche 89 ROMAIN (2024)

On considère un circuit constitué d'un générateur, d'un résistor de résistance variable de valeur $R = 100 \text{ k}\Omega$ et d'une bobine d'inductance $L = 0,10 \text{ H}$ placés en série.

1. Faire un schéma du montage et du câblage permettant d'observer la tension aux bornes du résistor et celle aux bornes du générateur avec un oscilloscope.
2. Pour un signal crête à crête de fréquence $f = 1,0 \text{ kHz}$ et d'amplitude $1,0 \text{ V}$, quelle va être la forme de la tension de sortie ? Le choix de la fréquence f est-il adapté ?
3. On observe en fait les oscillogrammes de la figure 69 :

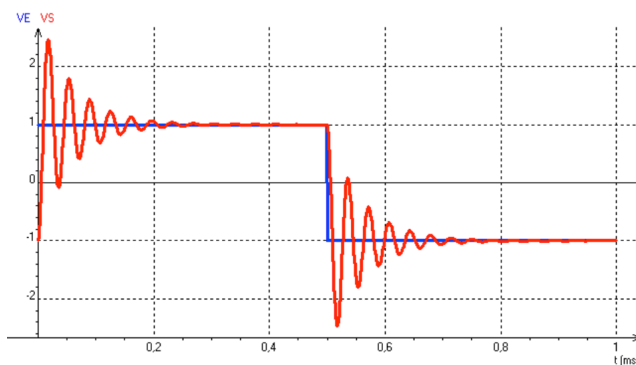


FIGURE 69

Expliquer. Comment modéliser l'oscilloscope et quels sont ses paramètres caractéristiques pour obtenir la figure 69.

4. Comment modifier la valeur de R pour obtenir l'allure du signal attendue en question 2 ?

Planche 90 PAUL (2024)

Un long texte expliquait le fonctionnement d'un moteur ce qui ne servait à rien pour aboutir aux questions suivantes :

1. On considère un cylindre de rayon intérieur R_1 maintenu à la température T_1 et de rayon extérieur R_2 maintenu à la température T_2 . Trouver la température en tout point du cylindre en régime stationnaire.
2. Calculer la résistance thermique d'un tel cylindre de hauteur L lorsque $T(M) = T(r)$ (on négligera les effets de bord).
3. À l'intérieur du cylindre est placé un mélange d'eau et de glace. À l'extérieur un thermostat à la température T_2 . Calculer la quantité de glace en fonction du temps.

Planche 91 DENIS [MPI] (2024)

On considère deux masses M et $m < M$ attachées par un fil inextensible de masse supposée nulle. Le fil est posé dans la gorge d'un disque immobile. Il existe un coefficient de frottement f entre la gorge du disque et le fil. La masse M chute. Donner son accélération.

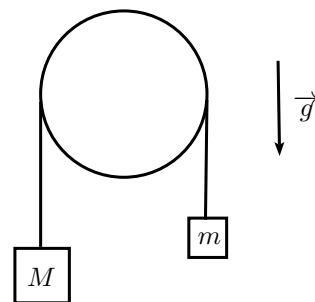


FIGURE 70

Planche 92 PAUL [MPI] (2024)

Un médaillon est jeté d'un bateau à partir de son mat, sans vitesse initiale (*note du prof* : par rapport au référentiel du bateau j'imagine).

1. Tracer la trajectoire du médaillon dans le référentiel du bateau.
2. Dans le cas où l'accélération du bateau est constante par rapport au référentiel terrestre, en déduire la trajectoire du médaillon dans le référentiel terrestre (*à l'oral, il a été précisé au candidat de ne pas faire une étude avec la seconde loi de Newton mais d'utiliser la loi de composition des accélérations*).
3. Que se passe-t-il si le bateau ralentit au lieu d'accélérer ?

Planche 93 CÔME (2024)

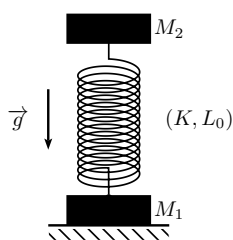


FIGURE 71

On considère le dispositif mécanique représenté sur la figure 71. Il est constitué de deux masses m situées en M_1 et M_2 reliées par le ressort (K, L_0) . On lance M_2 depuis l'altitude $z = 0$ vers une vitesse $v_0 \vec{e}_z$ où $v_0 > 0$ et \vec{e}_z est le vecteur unitaire de la verticale ascendante.

1. Donner de deux manières différentes une condition pour que l'élastique se tende. Cette condition est-elle remplie ici ? Le cas échéant, déterminer t_1 , date à laquelle l'élastique se tend.
2. Étudier le mouvement ultérieur.
3. À quelle condition M_1 décolle-t-il ?

Données : $k = 0,1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $v_0 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\ell_0 = 1,0 \text{ m}$.

Planche 94 STANISLAS [MPI] (2024)

Un palet M de masse m se déplace sans frottement dans le plan xOy . Il est attaché au point O par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . À la date initiale, on lance le palet depuis la position $\ell(0) \vec{u}_x$ avec la vitesse $\vec{v}(0) = \ell(0) \omega_0 \vec{e}_y$.

1. En introduisant une énergie potentielle effective décrire les trajectoires possibles pour M. Décrire au mieux chaque mouvement.
2. À quelle(s) condition(s) la trajectoire est-elle circulaire ?
3. Dans l'hypothèse où $\ell(0) \gg \ell_0$, déterminer les valeurs minimale et maximales de ℓ .

Planche 95 LANCELOT [MPI] (2024)

Exercice 1 : On considère deux béciers A et B remplis d'eau salée. On place dans A et B une plaque de fer et l'on connecte A et B par un pont salin. On fait barboter du dioxygène à un bar dans A. On forme ainsi une pile et l'on suppose que A est le pôle positif de la pile. On mesure une différence de potentiel U valant 1 V entre les deux demi-piles.

1. Quelles réactions ont lieu dans chaque demi-pile ?
2. Quel est le sens du courant ?
3. Quelle est la différence de potentiel théorique entre les deux demi-piles ?
4. d'autres questions.

Données :

- $E^\circ(\text{Fe}^{2+}(\text{aq})/\text{Fe}(\text{s})) = -0,44 \text{ V}$
- $E^\circ(\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$
- la concentration en Fe^{2+} , le pH de la solution.

Exercice 2 : cf. exercice de Planche 94

Planche 96 F-X [MPI] (2024)

On considère un solénoïde cylindrique infiniment long dans lequel circule entre les rayons a et $a + e$, une densité volumique de courant $\vec{j} = j_0 \vec{e}_\theta$ (où \vec{e}_θ est un des vecteurs de base des coordonnées cylindriques d'axe z). **On admettra que pour $M(r > a + e, \theta, z)$ $\vec{B}(M) = \vec{0}$.**

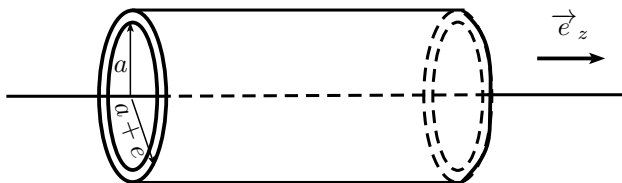


FIGURE 72 : Extrait du solénoïde (supposé infiniment long)

■ Énoncé de F-X COUREL

1. Calculer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par la distribution de courant.
2. On veut éviter que le solénoïde ne se disloque. Déterminer la pression définie par $P \triangleq \frac{dF}{dS}$ exercée sur la surface extérieure du solénoïde.

■ Énoncé guidé

1. Calculer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par la distribution de courant.
2. Calculer la densité volumique de forces de LAPLACE $\vec{f}_{v,LAPLACE} \triangleq \frac{d\vec{F}_{LAPLACE}}{d\tau}(M) = \vec{j}(M) \wedge \vec{B}(M)$.
En déduire la déformation qu'elles ont tendance à réaliser sur le solénoïde.
3. Une *pression* est la norme d'une force par unité de surface. En tout point M situé sur la surface intérieure du solénoïde (c'est-à-dire $M(a, \theta, z)$), on admettra que :

$$P(M_{(a,\theta,z)}) = \frac{\int_{r=a}^{r=a+e} \vec{f}_{v,LAPLACE}(M) \cdot \vec{e}_r \underbrace{d\tau}_{=dr \, a d\theta \, dz}}{a d\theta dz}$$

Exprimer $P(M_{(a,\theta,z)})$ en fonction de $\vec{B}^2(r < a, \theta, z)$ en supposant $e \ll a$.

On est capable de produire (pendant de très courts instants) à l'intérieur du solénoïde un champ magnétique de l'ordre de 10 T. Donner un ordre de grandeur de $P(M_{(a,\theta,z)})$ et expliquer pourquoi le solénoïde doit être très résistant.

Planche 97 YANNIS [MPI] (2024)

Un récipient à parois rigides et calorifugées est divisé en trois compartiments étanches par deux cloisons mobiles (P_1) et (P_2) pouvant se déplacer sans frottement. La cloison (P_1) est diathermane tandis que la cloison (P_2) est athermane (cf. figure 73). Les compartiments (1), (2) et (3) contiennent chacun une mole d'un gaz parfait diatomique. Un générateur électrique fournit de l'énergie au gaz par l'intermédiaire d'un résistor de résistance R_0 de capacité thermique négligeable parcouru par un courant constant I_0 pendant une durée τ . Dans l'état initial, les gaz sont à la même température T_0 et la même pression P_0 . Ils occupent alors chacun le même volume V_0 .

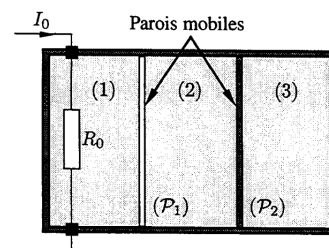


FIGURE 73

On désigne par R la constante des gaz parfaits et γ le rapporte des capacités thermiques à pression constante et à volume constant. On fait passer un courant suffisamment faible pour que le système évolue lentement. On arrête le chauffage lorsque la température du compartiment (3) est $T_{3f} = aT_0$ avec $a > 1$.

1. Déterminer l'état final (P, V, T) de chaque compartiment.
2. Calculer le travail W_g fourni par le générateur en fonction des températures finales dans chaque compartiment.
3. *Question du prof* : calculer l'entropie produite par le système constitué de l'ensemble du gaz et du résistor.

Planche 98 YASSINE (2024)

On perce, dans un écran opaque, quatre trous identiques (de diamètre $100 \mu\text{m}$) aux sommets d'un carré de côté a . Un faisceau monochromatique (de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$) de rayons parallèles à l'axe $z'z$ éclaire ces quatre trous. Un écran est placé à une distance $D \gg a$ de l'écran opaque. Les notations sont précisées sur la figure 74.

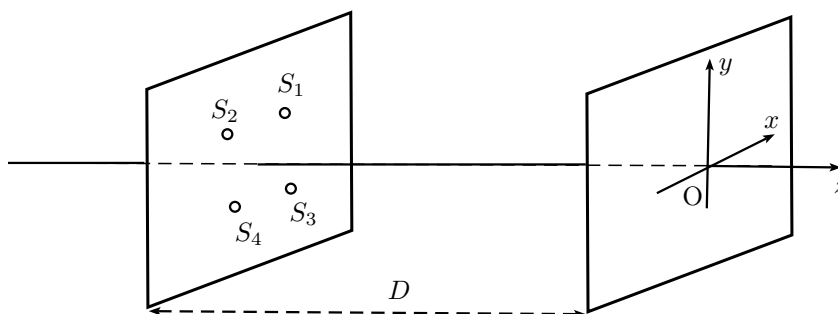


FIGURE 74 : Dispositif expérimental

1. On obstrue 3 trous sur les 4. Qu'observe-t-on ? Quel est le rayon de la tache principale ? Commenter la relation.
2. On revient à la situation initiale. Déterminer l'éclairement $\mathcal{E}(M)$ en tout point M de l'écran situé au voisinage de O .

Planche 99 ARTHUR (2024)

L'exercice porte sur l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé en source monochromatique étendue.

1. Schéma de principe de l'interféromètre, géométrie des franges, lieux d'observation.
2. Repliement de l'interféromètre de Michelson et calcul de la différence de marche.
3. On écrit $p_0 = m + \varepsilon$ où $\varepsilon \in [0, 1]$ et p_0 est l'ordre d'interférence au centre. La figure d'interférence est projetée sur un écran grâce à une lentille convergente de focale $f' = 1,0 \text{ m}$. Déterminer ρ_k le rayon de la k -ième frange brillante comptée à partir du centre.

Planche 100 TITOUAN (2024)

L'énoncé de l'oral était déjà disponible à l'adresse suivante : <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=2308>. Un énoncé détaillé et laissant moins d'autonomie est présent dans le TD Électromagnétisme ch. 14.

Dans certains milieux, il existe deux types de charges mobiles : celles qui restent au voisinage des atomes ou ions, nommées *charges liées* et celles susceptibles de se déplacer librement nommées *charges libres*. On admettra qu'on ne peut faire intervenir que les *charges libres* dans les équations de Maxwell à condition de remplacer ε_0 par $\varepsilon_0\varepsilon_r$. Le réel sans dimension nommé *permittivité électrique relative* vaut $\varepsilon_r = 81$ pour l'eau de mer aux fréquences auxquelles on travaille. La loi locale d'Ohm s'y applique avec $\gamma = 4,0 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$. On considère une onde électromagnétique plane progressive monochromatique de longueur d'onde kilométrique dans le vide. On cherche à savoir si elle peut se propager dans l'eau de mer

1. Écrire les équations de Maxwell dans l'eau de mer (et donner leur nom respectif). Justifier qu'on peut négliger le courant de déplacement.
2. Montrer que la densité volumique de charges libres ρ vérifie l'équation $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{\tau} = 0$ où l'on exprimera τ en fonction de $\varepsilon \triangleq \varepsilon_0\varepsilon_r$ et γ . Évaluer τ . Justifier qu'il est légitime de prendre par la suite $\rho = 0$.

On appelle Oz l'axe vertical descendant, et on choisit la surface des océans, supposée localement plane, en $z = 0$, l'eau se trouvant donc dans la région des $z > 0$ (voir figure 75). La composante électrique du champ électromagnétique de l'onde *incidente* plane harmonique (de pulsation temporelle ω) progressive polarisée rectilignement selon l'axe Ox , se propageant dans l'air (assimilé au vide) vers l'océan dans une direction perpendiculaire à l'interface air-océan. On appellera E_0 et B_0 les amplitudes respectives des champs électrique et magnétique et on notera k la norme du vecteur d'onde associé.

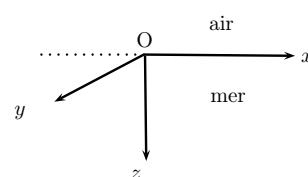


FIGURE 75 : Géométrie du problème

3. En supposant que les ondes réfléchies et transmises possèdent la même polarisation que celle de l'onde incidente, déterminer le coefficient de transmission en amplitude \underline{t} et celui de réflexion en amplitude \underline{r} . On admettra la continuité des champs à l'interface.
4. Il y avait une autre question.

Planche 101 Étude d'un filtre (JEAN, 2023)

On considère la fonction de transfert $\underline{H}(jx) = \frac{1}{1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3}$ où $x \triangleq \frac{\omega}{\omega_1}$.

1. Quelle est la nature du filtre ? Quel est son ordre ?
2. Tracer le plus précisément le diagramme de Bode en gain.
3. Déterminer la fréquence de coupure/bande-passante du filtre suivant sa nature.
4. Le circuit de la figure 76 permet-il d'obtenir un filtre dont la fonction de transfert est celle donnée dans l'énoncé ? (l'examinateur voulait que je trouve une condition liant ω_1 , L_1 , L_2 , R et C pour déterminer si c'était possible).

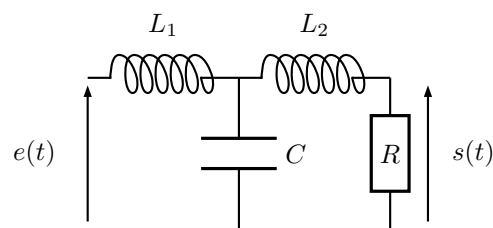


FIGURE 76

Planche 102 Confinement d'une charge (JOSAPH et LOUIS, 2023, MPI)

Un énoncé classique et détaillé est proposé dans le TD ÉLECTROMAGNÉTISME CH. 7 : «le piège de PENNING».

On cherche à confiner une particule de charge q et de masse m dans un champ électrostatique $V(x, y, z) = \frac{V_0}{r_0^2} (x^2 + ay^2 + bz^2)$.

1. Déterminer les valeurs de a et de b sachant que le champ \vec{E} est symétrique par rotation autour de l'axe Oz .
2. Montrer qu'il n'existe pas de position d'équilibre stable pour la particule.
3. On ajoute un champ magnétique uniforme et stationnaire $B_0 \vec{e}_z$. Déterminer l'équation portant sur $z(t)$ ainsi que celle portant sur $u(t) = x(t) + iy(t)$. Conclure.

Planche 103 Problème à un corps (ALISTAIR, [MPI], 2023)

On considère un point M de masse m qui se déplace *sans frottements* sur un plan (Oxy). Il est relié au point fixe O par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . Les conditions initiales sont :

- $\overrightarrow{OM}(0) = \ell(0)\vec{u}_x$;
- $\vec{v}(0) = \ell(0)\dot{\theta}(0)\vec{u}_y$;

1. En introduisant une énergie potentielle effective $E_{p,eff}(r)$, discuter des trajectoires possibles du point M.
2. Étudier le cas d'une trajectoire circulaire.
3. Simplifier les études précédentes dans le cas où $\ell \gg \ell_0$.

Planche 104 Résistance électrique (DARIUS, [MPI], 2023)

Calculer la résistance R d'une sphère creuse de rayon a et d'épaisseur $e \ll a$, constituée d'un matériau homogène de conductivité γ entre deux points A_1 et A_2 diamétralement opposés que l'on repèrera en coordonnées sphériques par les colatitudes respectives $\theta = 0$ et $\theta = \pi$ (cf. figure 77).

L'examinateur précisait que $\int \frac{d\theta}{\sin \theta} = \ln\left|\tan \frac{\theta}{2}\right| + K$.

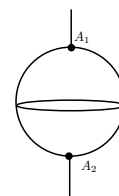


FIGURE 77

L'exercice est très difficile et mérite des questions intermédiaires :

1. Expliquer qualitativement pourquoi le calcul de la résistance entre deux points est sans signification physique.

On considère qu'un courant d'intensité I est en fait amené en A_1 sur un petit point de soudure circulaire centrée sur ce point, défini en coordonnées sphérique par $\theta \ll \alpha$ où $\alpha \ll 1$. Le courant I sort par un point de soudure identique centré sur A_2 : $\pi - \alpha < \theta < \pi$.

2. Montrer que les symétries du système imposent une structure simple des lignes de courant et exprimer la norme j de la densité de courant en un point de la sphère en fonction de a, e, I et θ .
3. À l'aide du résultat précédent, calculer la tension $U = V_1 - V_2$ entre les deux points de soudure et en déduire une expression de la résistance R de la sphère en fonction de σ, a, e et α . Retrouver le résultat deviné à la première question.

Planche 105 Canon de fusil (JEAN, [MPI], 2023)

Un fusil à air comprimé est constitué d'un cylindre daxe Ox horizontal de section $S = 10 \text{ mm}^2$ et de longueur $L = 1,0 \text{ m}$ fermé à une extrémité. La balle de masse $m = 2,0 \text{ g}$ de forme cylindrique de section S coulisse sans frottements dans le canon du fusil. On repère ce mobile par son abscisse comptée à partir de l'extrémité fermée. Lorsque le fusil est chargé, la balle est bloquée de telle sorte que la pression du gaz contenu dans la partie du canon de longueur $L_0 = 5 \text{ cm}$ soit égale $P_1 = KP_0$ où $P_0 = 1 \text{ bar}$ désigne la pression atmosphérique. Lors du déclenchement du tir, le gaz comprimé se détend brutalement et propulse la balle dans le canon.

1. En supposant modélisant la transformation du gaz par une transformation réversible, exprimer la vitesse du projectile à la sortie du canon (l'examinateur a imposé une méthode énergétique).
2. Comment choisir la pression initiale du gaz comprimé pour que la vitesse de sortie soit optimale à longueur de canon fixée? Précisez les valeurs de K et de la vitesse correspondantes.
3. Une autre question non traitée faisant intervenir un graphe.

Planche 106 Mouvement de dérive (GABRIEL, 2023)

On considère un électron de vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ placé dans un champ $\vec{B}(M)$.

1. Dans le cas où $\vec{B}(M) = B_0 \vec{u}_z$, caractériser au mieux la trajectoire et la tracer. Application numérique pour $E_{c,0} = 1 \text{ eV}$ et $B = 0,1 \text{ T}$.
2. Pour $\vec{B}(M) = \begin{cases} B_1 \vec{u}_z & \text{si } x > 0 \\ B_2 \vec{u}_z & \text{si } x < 0 \end{cases}$, tracer la trajectoire, déterminer la vitesse moyenne de l'électron et commenter les cas extrémaux.
3. Déterminer la trajectoire pour $\vec{B}(M) = B_0 \left(1 + \frac{x}{\lambda}\right) \vec{u}_z$.

Planche 107 Effet Meissner (AURÉLIEN et GUILLAUME, 2023)

cf. TD Magnétostatique

Planche 108 Haut-Parleur (MATTIAS, [MPI], 2023)

cf. TD Induction

Planche 109 Quantique (2023)

Un énoncé est disponible à cette adresse : <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=7790>

On cherche les états stationnaires d'une particule ayant une énergie $E < U_0$ plongé dans un potentiel $V(x)$ tel que :

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & \forall x < 0 \\ 0 & \forall x \in]0, L[\\ U_0 & \forall x > L \end{cases}$$

1. Donner l'équation de Schrödinger vérifiée par la partie spatiale de la fonction d'onde.
2. Donner les conditions aux limites que doit vérifier la fonction d'onde. Déterminer sa forme. En déduire une relation de quantification.
3. On fait tendre $\frac{U_0}{E}$ vers $+\infty$. Déterminer les niveaux d'énergie accessibles.
4. On fait varier U_0 . Montrer qu'il existe une valeur seuil de U_0 en dessous de laquelle on ne peut pas avoir d'états liés.

Planche 110 Périscope (2023, 2018)

Deux énoncés complets de l'oral sont disponibles aux adresses suivantes : [http://beos.prepas.org/?q=Epreuve Orale 3941](http://beos.prepas.org/?q=Epreuve%20Orale%203941) et [http://beos.prepas.org/?q=Epreuve Orale 4165](http://beos.prepas.org/?q=Epreuve%20Orale%204165).

1. Décrire le principe de fonctionnement du dispositif (expliquer notamment de passage dans le prisme).
2. Proposer un dispositif équivalent avec des miroirs et des lentilles minces.
3. On souhaite que le grossissement angulaire du dispositif soit $G = 10$ (l'œil observant sans accommoder). Comment placer les lentilles de distances focales respectives f'_1 et f'_2 ?

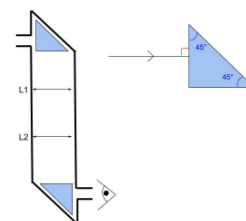


FIGURE 78 : Modélisation du périscope

Commentaires d'un(e) candidat(e). L'exercice est très court donc on m'a proposé de nombreuses questions supplémentaires :

- comment peut on obtenir un verre d'indice plus grand ?
- si votre opticien vous propose des verres de lunettes d'indice 1,96 plutôt que 1,92 pour 300 euros de plus : acceptez vous ?
- Pourquoi les sous-mariniens qui utilisent cet appareil regardent vers le bas lorsqu'ils regardent dans cet appareil ? (Penser au sens de l'image observée)
- Justifier que dans son utilisation, cet appareil satisfait les conditions de Gauss.
- En TP vous utilisez parfois un système afocal permettant d'élargir un faisceau, pouvez vous m'en construire un théoriquement avec une lentille convergente et une divergente ?

denumerate

Planche 111 Défaut dans un miroir (Matthieu 2022)

On étudie un défaut sur un miroir plan. Un émetteur assimilé à une source ponctuelle de longueur d'onde $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$, envoie des rayons lumineux sur le miroir plan. Les rayons lumineux réfléchis sont observés par un capteur de demi-largeur a (cf. figure 79).

1. Quel serait l'éclairement sur la plaque s'il n'y avait pas de défaut ($\alpha = 0$ ou $b = 0$) sur le miroir ?

Dans la suite de l'exercice, on considère la situation avec défaut.

2. Justifier qu'on a alors des interférences sur la plaque et que l'éclairement sur la plaque est celui créé par un système de deux sources ponctuelles secondaires que l'on représentera. Quelle est l'allure de la figure d'interférence ? Donner une longueur caractéristique des franges d'interférence.
3. Le récepteur a une résolution de $r = 5,0 \mu\text{m}$ et la plaque est telle que $a = ??$ (Matthieu croit se souvenir que $a = 1,0 \text{ mm}$). On considère que les rayons recouvrent entièrement la plaque. Donner la plage de valeurs de α observables.
3. Pourquoi est-il préférable d'avoir $b > a$?

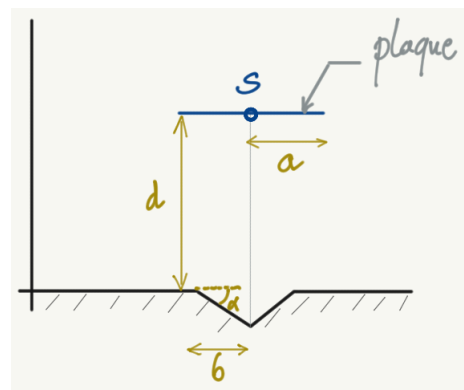


FIGURE 79

Planche 112 Couleur d'un diamant : déformations d'un puits infini 3D (2021)

Un extrait de l'énoncé est disponible ici : <https://beos.prepas.org/sujet.php?id=6100>.

On considère un électron de masse m confiné dans une boîte de potentiel cubique défini par $V = 0$ si $0 < x < a$ et $0 < y < a$ et $0 < z < a$; $V \rightarrow \infty$ en dehors (puits infini à trois dimensions). On cherche une solution stationnaire de l'équation de Schrödinger de la forme $\Psi(x, y, z, t) = f_1(x)f_2(y)f_3(z) \exp(-i\frac{Et}{\hbar})$.

1. Montrer que l'énergie de la particule est la somme de trois termes qu'on exprimera en fonction de trois nombres entiers n_x , n_y et n_z . Préciser leurs valeurs au niveau fondamental et à un premier niveau excité ; quelle est la dégénérescence de ce niveau excité ?
2. On donne $a = 0,67 \text{ nm}$. Calculer les énergies E_0 et E_1 de ces deux niveaux. Quelle doit être la longueur d'onde d'un photon pour que son absorption provoque la transition $E_0 \rightarrow E_1$? Quel est le domaine spectral associé ?

On déforme maintenant la boîte de potentiel dans lequel se trouve l'électron de façon à passer d'un cube à un parallélépipède à base carrée. Cette déformation se fait à volume constant. On choisit une base carrée de telle sorte que la nouvelle dimension suivant x et y vaut $a' = a \times 2^{1/3}$.

3. Exprimer les nouveaux niveaux d'énergie. Sont-ils toujours dégénérés ?
4. Calculer l'énergie E'_0 de l'état fondamental et celles associées aux premiers niveaux excités.

La boîte modélise le comportement des électrons de valence d'un cristal de diamant, qui est éclairé en lumière blanche.

5. Quelle sera la couleur d'un cristal si la maille est non déformée ? Même question en présence de la déformation.