

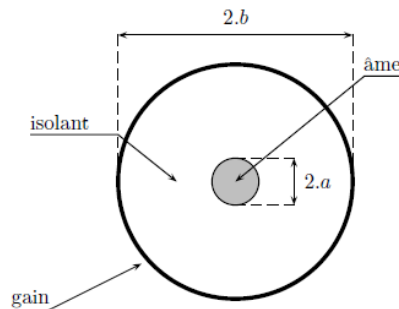
TP9 : Étude expérimentale d'un câble coaxial

(ou d'une ligne bifilaire)

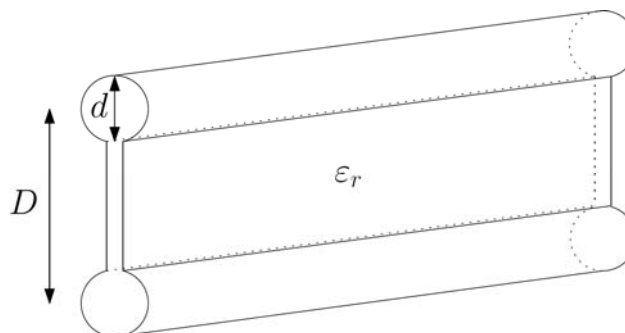
I. PROPAGATION D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE DANS UN CABLE COAXIAL ET DANS UNE LIGNE BIFILAIRE.

1. 1^{ERE} MODELISATION DU CABLE ET DE LA LIGNE.

Le câble est constitué d'une âme métallique cylindrique de rayon a ; d'un isolant de permittivité relative ϵ_r (souvent du polypropylène) et d'une gaine sous la forme d'une tresse métallique de rayon b .

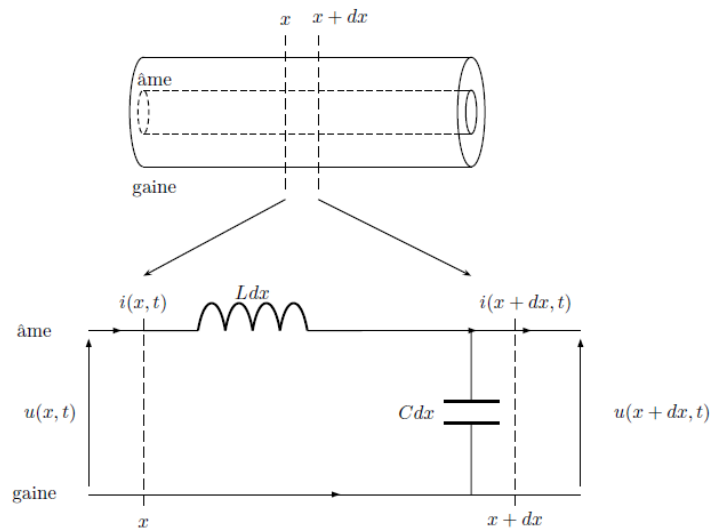


La ligne bifilaire est constituée de deux conducteurs distants de D , de diamètre d , séparés par un diélectrique de permittivité relative ϵ_r , comme représenté ci-dessous.



Même si le câble coaxial est utilisé souvent en TP d'électrocinétique et par conséquent dans le cadre de l'ARQS, son cadre naturel d'étude est en dehors de l'ARQS de même pour la ligne bifilaire.

Les différentes impédances du câble (ou de la ligne) ne sont plus localisées, comme dans l'ARQS, mais réparties. On utilise ainsi comme modèle le modèle des constantes réparties : Il s'agit d'une modélisation d'une partie élémentaire du câble (ou de la ligne) comprise entre x et $x+dx$. L'élément de longueur de câble (ou de la ligne) est donc modélisé par une inductance linéique notée L et une capacité linéique entre l'âme et la gaine notée C .



2. EQUATION DE PROPAGATION DANS UN CABLE ET DANS UNE LIGNE BIFILAIRE FERMES SUR UNE RESISTANCE DE CHARGE R_U .

D'après le modèle précédent, on déduit les équations différentielles couplées vérifiées par $u(x, t)$ et $i(x, t)$:

$$\frac{\partial i}{\partial z} = -C \frac{\partial u}{\partial t} \text{ et } \frac{\partial u}{\partial z} = -L \frac{\partial i}{\partial t}$$

⇒ On obtient ainsi les équations de propagation vérifiées par $u(x, t)$ et $i(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ et } \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \text{ avec } c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ la célérité de l'onde.}$$

⇒ On retrouve l'équation de d'Alembert.

⇒ Les formes générales des solutions sont :

$$i(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

$$u(x, t) = Z_c \left(f\left(t - \frac{x}{c}\right) - g\left(t + \frac{x}{c}\right) \right)$$

Où : $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ est l'impédance caractéristique du câble ou de la ligne (impédance est réelle notée R_c)

Dans un câble réseau $R_c = 50 \Omega$; pour un câble d'antenne $R_c = 75 \Omega$

Dans une ligne bifilaire $R_c = 100 \Omega$

3. CARACTERISTIQUES DU CABLE ET DE LA LIGNE

a. PREMIERE METHODE.

On peut déterminer la capacité du câble (ou de la ligne) à l'aide d'un capaci-mètre (en circuit ouvert). Connaissant la longueur l du câble (ou de la ligne), on peut alors en déduire la capacité linéique du câble (ou de la ligne).

On peut déterminer l'inductance du câble (ou de la ligne) à l'aide d'un inductance-mètre (en court-circuit). Connaissant la longueur l du câble, on peut alors en déduire l'inductance linéique du câble (ou de la ligne).

Remplir le tableau suivant :

l	
C_{tot}	
$C = \frac{C_{tot}}{l}$	
L_{tot}	
$L = \frac{L_{tot}}{l}$	
$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	
$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$	

b. DEUXIEME METHODE.

CAS DU CABLE

A l'aide d'un Palmer, on détermine les valeurs de a et de b :

$$a = 0.90 \text{ mm et } u_a = 0.05 \text{ mm}$$

$$b = 2.95 \text{ mm et } u_b = 0.12 \text{ mm}$$

Sachant que l'isolant est du polypropylène, la permittivité ϵ_r vaut donc :

$$\epsilon_r = 2,20$$

On en déduit, à l'aide des résultats de l'étude théorique du câble, les valeurs de L et C :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Remplir alors le tableau suivant :

a	
b	
ϵ_r	
L	
C	
$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	
$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$	

CAS DU CABLE

A l'aide d'un Palmer, on détermine les valeurs de d et de D :

$$d = 1.1 \text{ mm et } u_d = 0.1 \text{ mm}$$

$$D = 2.25 \text{ mm et } u_D = 0.12 \text{ mm}$$

Sachant que l'isolant est du polypropylène, la permittivité ϵ_r vaut donc :

$$\varepsilon_r = 2,20$$

On en déduit, à l'aide des résultats de l'étude théorique de la ligne, les valeurs de L et C :

$$C = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln\left(\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right)}$$

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right)$$

Remplir alors le tableau suivant :

d	
D	
ε_r	
L	
C	
$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	
$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$	

4. CONDITIONS LIMITES ET COEFFICIENTS DE REFLEXION.

Il existe plusieurs types de conditions aux limites. Pour cette partie, il faut entendre conditions aux limites spatiales et non aux limites temporelles. Dans le cas général, on peut imposer en bout de ligne, ou même en un autre lieu, une condition entre la tension et le courant. Ici, on se limite au cas où l'impédance en bout de ligne est purement réelle (notée R_u)

Le **coefficient de réflexion en tension** en bout de ligne vaut alors :

$$r = \frac{R_u - R_c}{R_u + R_c}$$

Application :

Que se passe-t-il en bout de ligne suivant la valeur de R dans les trois cas suivants :

$$R_u = 0$$

R_u infinie

$$R_u = R_c$$

II. ETUDE EXPERIMENTALE DU CABLE ET DE LA LIGNE.

1. GENERATEUR D'IMPULSIONS.

Pour des vérifications expérimentales, il faut générer une impulsion de courte durée, de façon périodique, pour éviter les enregistrements et rendre l'impulsion visible à l'oscilloscope.

⇒ Régler le GBF de manière à ce qu'il délivre des impulsions à la fréquence de 500kHz avec un rapport cyclique de quelques pourcents.

2. L'ADAPTATION D'IMPEDANCE

Relions le générateur d'impulsions, GI, directement sur l'oscilloscope. Une difficulté apparaît. Le signal n'est pas rectangulaire –voir figure4 –, comme on pourrait pu l'espérer.

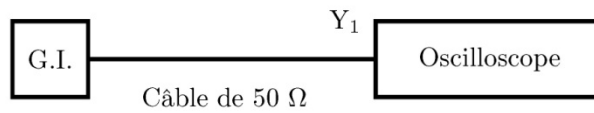
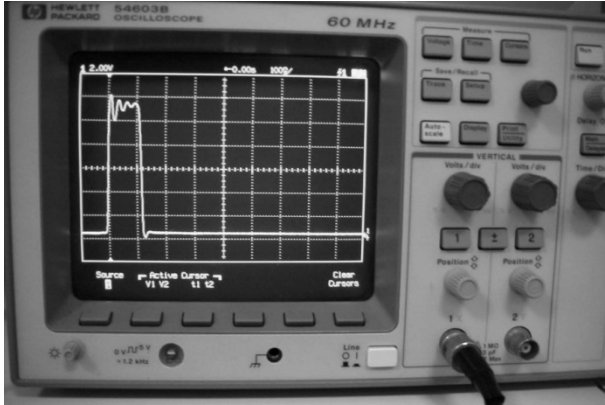


Fig. 4 –Oscillogramme de l'impulsion en connexion directe

La raison de cette difficulté est qu'il n'y a pas d'adaptation d'impédance.

Mettons en parallèle une résistance de 50 Ω. La photo figure 5 montre que le signal est plus propre. En revanche, l'amplitude du signal est divisée en deux, ce qui est conforme à la modélisation. En effet, le diviseur de tension ainsi constitué diminue l'amplitude d'un facteur deux.

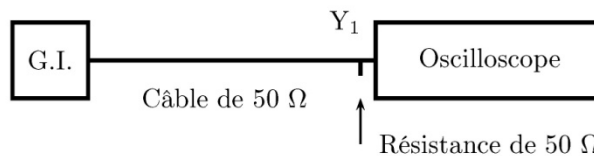
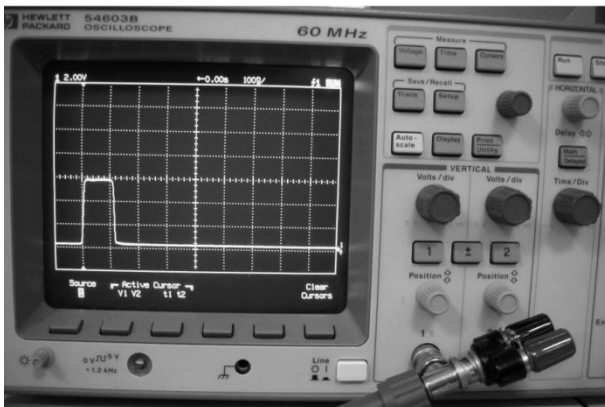


Fig. 5 –Adaptation d'impédance avec deux résistances de 100 Ω en parallèles

3. VITESSE DE PROPAGATION D'UNE IMPULSION DANS LE CABLE

L'impulsion est aussi envoyée à un câble d'impédance caractéristique de 75 Ω (ou 50Ω pour un câble réseau), c'est un fil d'antenne de longueur $\ell = 101$ m.

Pour mesurer la vitesse de propagation de l'impulsion dans le câble, il suffit de mesurer le temps de parcourt d'une impulsion à travers le câble de longueur ℓ .

Le décalage temporel mesuré à l'oscilloscope est de Δt

En déduire la vitesse de l'impulsion et l'indice du câble.

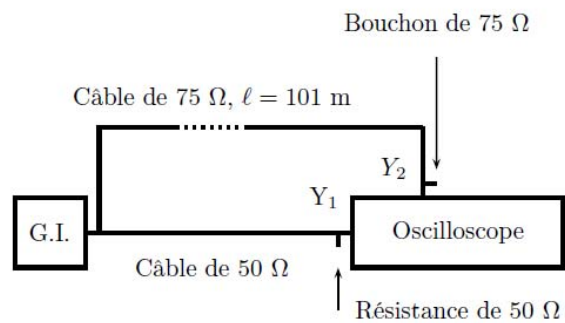
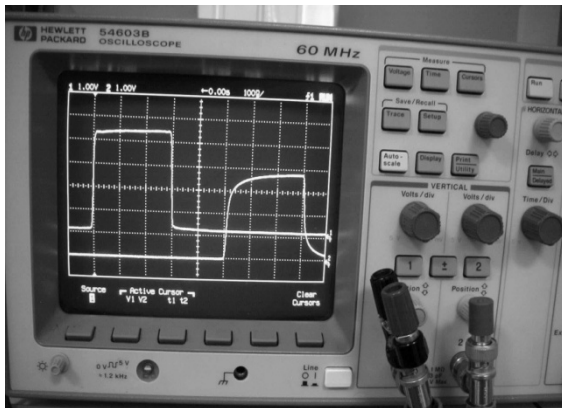
D'un point de vue qualitatif, on note une déformation et une atténuation du signal.

4. REFLEXIONS EN BOUT DE CABLE

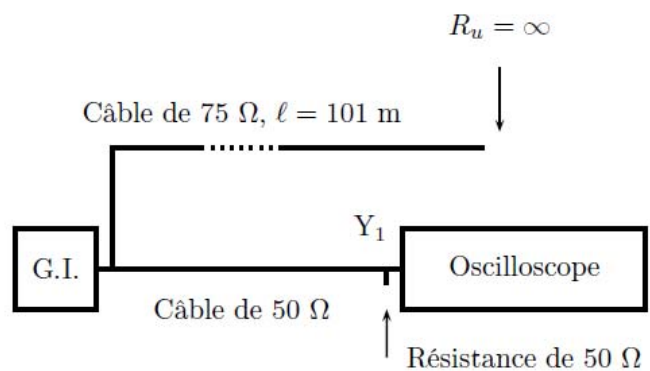
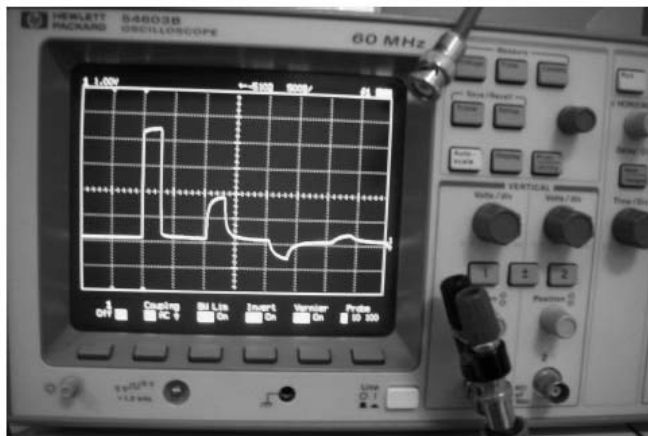
L'impédance de l'extrémité de la ligne a une importance mise en évidence dans l'étude théorique.

Analysons les trois cas étudiés dans la théorie. :

VISUALISATION DES DEUX SIGNAUX AVEC UTILISATION DE BOUCHONS.



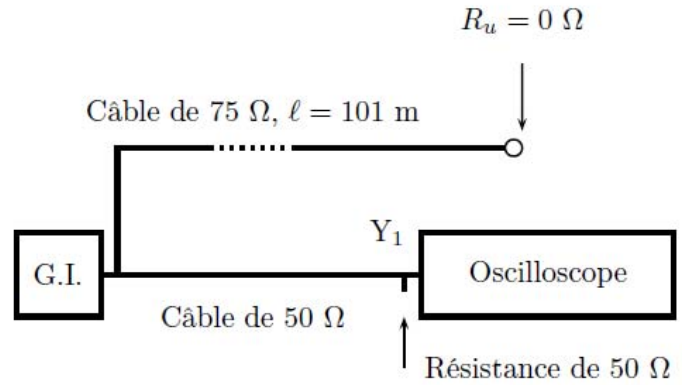
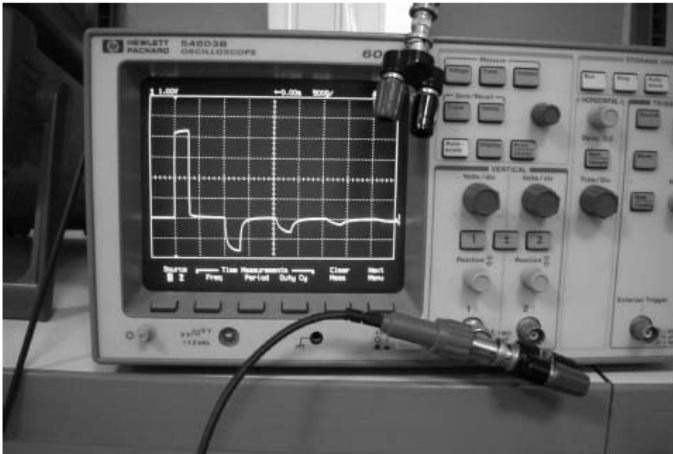
1^{ER} CAS : IMPEDANCE INFINIE, SORTIE OUVERTE



L'extrémité n'est pas connectée comme le montre la photo. Seul le câble court est directement relié à l'oscilloscope. La voie 2 de l'oscilloscope est inactivée.

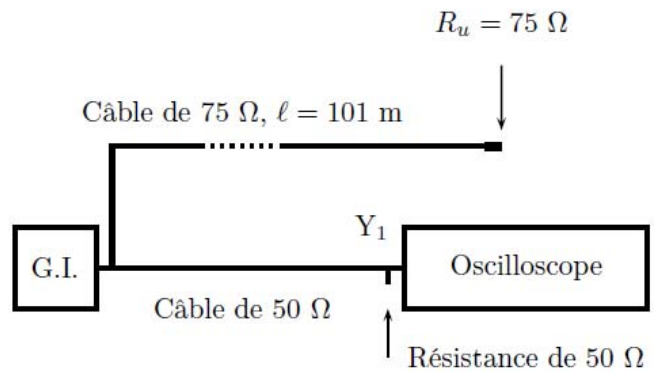
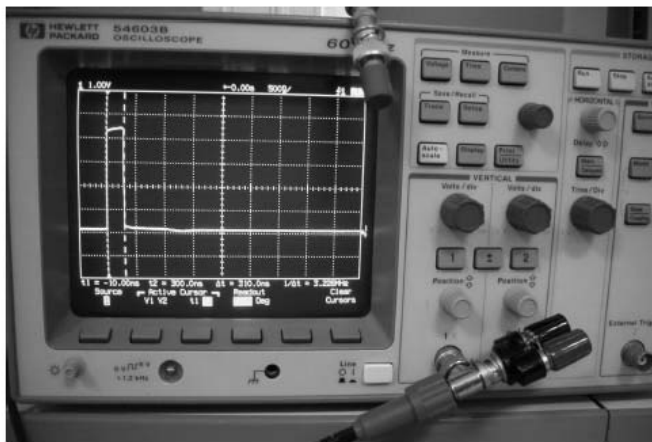
2^{EME} CAS : IMPEDANCE NULLE, SORTIE FERMEE

On recommence en fermant la ligne sur un court-circuit.



3EME CAS : SORTIE FERMEE SUR SON IMPEDANCE CARACTERISTIQUE

Nous l’avons déjà vu pour le câble de 50 Ω, pour qu’il y ait adaptation, il faut que le câble soit fermé sur son impédance caractéristique. Ici le câble à une impédance de 75 Ω, donc la terminaison se fait par une résistance de 75 Ω soit deux résistances de 150 Ω en parallèles



III. ONDES STATIONNAIRES DANS UN CABLE COAXIAL

Dans cette partie, à l’aide d’un té, on branche le GBF au câble et à l’oscilloscope.

Le GBF délivre un signal sinusoïdal de fréquence 1MHz, d’amplitude 6 V crête à crête.

Le phénomène d’ondes stationnaires résulte de la superposition d’ondes incidentes et réfléchies.

On cherchera donc à favoriser le phénomène de réflexion en bout de câble. C’est pourquoi on travaillera en sortie ouverte (R_u infinie) ou en sortie fermée ($R_u = 0 \Omega$).

1. SORTIE OUVERTE (R_u INFINIE).

Théoriquement avec un câble parfait, on devrait observer un système d’ondes stationnaires avec des nœuds (endroit où le signal est toujours nul) et des ventres (endroit où le signal en valeur absolue est toujours maximum). Dans le cas d’un câble réel, ce sera plutôt des minima (nœuds) et des maxima (ventres).

En faisant varier la fréquence du GBF, rechercher le premier minimum de tension (celui de plus basse fréquence). Diminuer la fréquence assez rapidement pour observer l'absence de nœuds et de ventres. Revenir au premier nœud.

Augmenter progressivement la fréquence afin de mesurer les fréquences des nœuds successifs. (Pour les ventres tension il est souvent trop difficile de faire une mesure aussi précise).

La théorie donne les fréquences suivantes : $f_{pV} = \frac{v}{2l}p$ et $f_{pN} = \frac{v}{2l}\left(p + \frac{1}{2}\right)$ où p est un entier naturel, v la célérité des ondes électromagnétiques dans le câble, f_{pV} et f_{pN} respectivement les fréquences pour lesquelles on obtient en bout de câble des ventres et des nœuds. Par la suite on posera $f_1 = \frac{v}{2l}$

Regrouper les résultats dans le tableau suivant :

$f = f_{pN}(\text{Hz})$							
$\lambda = \frac{v}{f}(\text{m})$							
Expérience : $\frac{l}{\lambda}$							
Théorie : $\frac{l}{\lambda} = \frac{1}{2}\left(p + \frac{1}{2}\right)$							
Nombre de fuseau : $p + \frac{1}{2} = \frac{2l}{\lambda} = \frac{f}{f_1}$							

2. SORTIE FERMEE ($R_u = 0\Omega$).

On utilise toujours le même montage dans lequel on relie les deux bornes de la fiche BNC à la fin du câble avec un simple fil ($R_u = 0\Omega$).

En faisant varier la fréquence du GBF, rechercher le premier minimum de tension. Que constatez-vous ?

Augmenter progressivement la fréquence afin de mesurer les fréquences des nœuds successifs.

La théorie donne les fréquences suivantes : $f_{pN} = \frac{v}{2l}p$ et $f_{pV} = \frac{v}{2l}\left(p + \frac{1}{2}\right)$ où p est un entier naturel, v la célérité des ondes électromagnétiques dans le câble, f_{pV} et f_{pN} respectivement les fréquences pour lesquelles on obtient en bout de câble des ventres et des nœuds. Par la suite on posera $f_1 = \frac{v}{2l}$

Regrouper les résultats dans le tableau suivant :

$f = f_{pN}(\text{Hz})$							
$\lambda = \frac{v}{f}(\text{m})$							
Expérience : $\frac{l}{\lambda}$							
Théorie : $\frac{l}{\lambda} = \frac{1}{2}p$							
Nombre de fuseau : $p = \frac{2l}{\lambda} = \frac{f}{f_1}$							

3. TRACE RECAPITULATIF.

Tracer $\frac{f_{pN}}{f_1}$ en fonction de p (entier ou demi entier).

Déterminer la pente de la droite obtenue. Conclure.