

## TP11 : Mesure du moment magnétique d'un aimant

Ce TP, très long, doit être réalisé en 2 heures. Il faut donc le préparer très sérieusement avant de venir en TP. Seule la première méthode est détaillée, car l'approche théorique, très complexe, a déjà été vue en TD.

### Méthode 1 : Chute d'un aimant dans un tube

On fait tomber un aimant successivement dans trois tubes de mêmes dimensions mais de matières différentes : le tube (1) est en cuivre, le tube (2) est en aluminium et le tube (3) est en PVC. On constate alors que l'aimant tombant dans les tubes (1) et (2) semble freiné. Pour mesurer précisément les temps de chute de l'aimant dans les différents tubes, on utilise le dispositif représenté figure (1), on les note respectivement  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ .

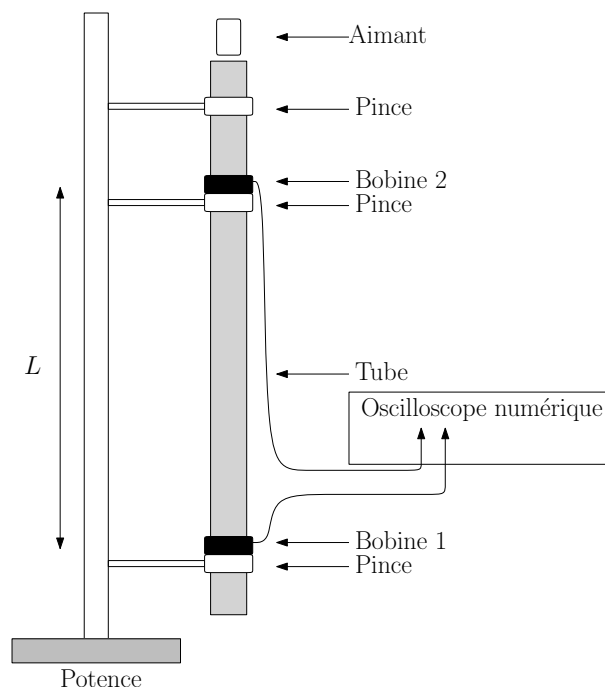


Figure 1 – Dimensions des tubes

Les dimensions des tubes sont définies figure (2)

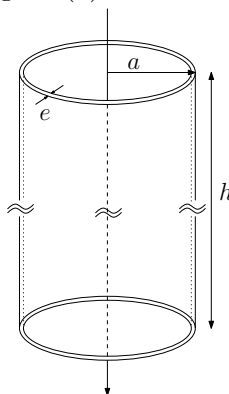


Figure 2 – Dimensions des tubes

La conductivité du cuivre vaut :  $\gamma = 6 \times 10^7 \text{ Sm}^{-1}$ .

## Principe de la mesure des temps de chute grâce aux bobines.

Lorsque l'aimant ( $A$ ) tombant dans le tube passe à proximité d'une bobine, il apparaît une force électromotrice induite due à la variation du flux du champ magnétique créé par l'aimant à travers les  $N$  spires la bobine :  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ . Selon le sens du vecteur moment magnétique de l'aimant  $\vec{m}$  et suivant le sens de branchement de la bobine à l'oscilloscope, cette fem n'aura pas le même signe. Cependant, elle se présente toujours comme une série de deux pics, le premier étant induit quand ( $A$ ) s'approche et l'autre quand il s'éloigne, l'un étant positif et l'autre négatif, comme représenté figure (3). Lorsque les deux bobines  $B_1$  et  $B_2$  entourant le tube sont branchées à l'oscilloscope, on observe donc deux séries de deux pics séparés d'un temps  $\Delta t$ . Ce temps, correspondant aux temps  $t_i$  mesurés ( $i = 1; 2; 3$ ), est directement lié à la vitesse de ( $A$ ) dans le tube : en supposant que dès le passage par la 1<sup>re</sup> bobine, ( $A$ ) a atteint sa vitesse limite, ce que l'on pourra vérifier à posteriori, on a  $v = v_{lim} = \frac{L}{\Delta t}$ . La vitesse limite  $v_{lim}$  dépend du coefficient de frottement  $h$  de la force de frottement fluide agissant que l'aimant  $\vec{F}_f = -h\vec{v}$  : dans le cas des tubes (1) et (2), cette force de frottement fluide est due aux courants de Foucault apparaissant dans le tube et  $h$  dépend de la conductivité du métal et du moment magnétique de ( $A$ ). Ainsi, en mesurant  $t_i$ ,

on pourra remonter à ces grandeurs.

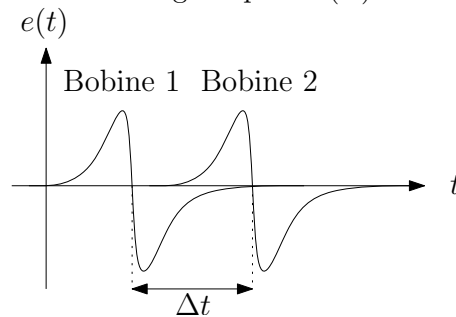


Figure 3 – mesure de  $\delta t$

## Un peu de théorie.

Il s'agit de relier le temps  $\Delta t$  au moment magnétique  $m$  et à la conductivité du métal  $\gamma$ . Pour cela, on doit calculer le flux du champ magnétique  $\phi$  créé par ( $A$ ), dont la position est repérée par  $z_A$ , à travers une bobine mésoscopique du tube : spire de hauteur  $dz$  et de rayon  $a$ , parcourue par un courant  $di$  et dont la position est repérée par  $z$ . Pour simplifier le calcul, on applique le théorème de Neumann : au lieu de calculer directement ce flux, on calcule de flux  $d\phi_m$  envoyé par cette bobine mésoscopique à travers l'aimant que l'on assimile à une spire de moment magnétique  $\vec{m} = i_m S_m \vec{e}_z$  comme représenté figure (4). On a alors :

$$d\phi_m = \frac{\mu_0 di}{2a} (\sin \theta)^3 \times S_m$$

D'où, sachant que  $\sin(\theta) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (z - z_A)^2}}$  et par application du théorème de Neumann :

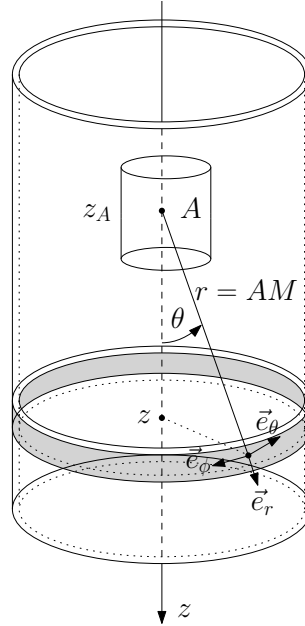
$$\phi = \frac{i_m}{di} d\phi_m = \frac{\mu_0 m a}{2} \frac{1}{(a^2 + (z - z_A)^2)^{3/2}}$$

On en déduit, en notant  $v = \frac{dz_A}{dt}$ , la vitesse de l'aimant, la fem induite :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{3\mu_0 m a}{2} \frac{(z - z_A) v}{(a^2 + (z - z_A)^2)^{5/2}}$$

Sachant que la résistance de la bobine mésoscopique est :  $dR = \frac{2\pi a}{\gamma e dz}$ , on en déduit le courant induit  $di$  :

$$di = \frac{e}{dR} = -\frac{3\mu_0 m e \gamma}{4\pi} \frac{(z - z_A) v}{(a^2 + (z - z_A)^2)^{5/2}} dz$$



**Figure 4** – modélisation du phénomène

Sachant que le champ magnétique créée par l'aimant en un point de la bobine mésoscopique est :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta)$$

On en déduit la force exercée sur un élément de longueur  $d\vec{l}_M$  centré en  $M$  :

$$d\vec{F}_M = di d\vec{l}_M \wedge \vec{B}(M) = di dl_M \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_\theta + \sin \theta \vec{e}_r)$$

Sachant que par symétrie la résultante des forces exercées par la bobine mésoscopique sur  $(A)$  est portée par  $(Oz)$ , on projette  $d\vec{F}_M$  sur  $(Oz)$  et en intégrant, on obtient la force exercée par la bobine sur  $(A)$  :

$$F_z = \int_{\text{bobine}} d\vec{F}_M \cdot \vec{e}_z = - \int_{l_M=0}^{l_M=2\pi a} \frac{3\mu_0 m}{4\pi r^3} \sin \theta \cos \theta di dl_M$$

Soit, :

$$dF_z = -\frac{3\mu_0 m a}{2r^3} \sin \theta \cos \theta di$$

En remplaçant  $di$  par son expression, et en intégrant, on obtient la force exercée par  $(A)$  sur tout le tube. L'application du principe des actions réciproques permet alors d'obtenir la force de frottement exercée sur l'aimant :

$$\vec{F}_f = \vec{F}_{(A) \rightarrow \text{tube}} = -\vec{F}_{\text{tube} \rightarrow (A)} = -\frac{45\mu_0^2 m^2 \gamma e}{1024 a^4} \vec{v}$$

Notons que pour simplifier le calcul de cet intégrale, on intègre sur  $z$  variant de  $-\infty$  à  $+\infty$ .

La force obtenue est bien de la forme :  $\vec{F}_f = -h \vec{v}$ , le coefficient de frottement  $h$  valant :

$$h = \frac{45\mu_0^2 m^2 \gamma e}{1024 a^4}$$

Le PFD appliqué à l'aimant, de masse  $m_a$ , soumis uniquement à son poids et à  $\vec{F}_f$ , donne une fois projeté sur  $(Oz)$  :

$$m_a \frac{dv}{dt} = m_a g - hv$$

On en déduit l'expression de la vitesse de l'aimant à un instant  $t$ , en supposant qu'il est lâché à  $t = 0$  sans vitesse initiale :

$$v = v_{lim} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Où  $v_{lim} = \frac{m_a g}{h}$  et  $\tau = \frac{m_a}{h}$

En supposant que l'aimant atteint très rapidement sa vitesse limite, on en déduit le temps de chute entre les deux bobines :

$$\Delta t = \frac{L}{v_{lim}} = \frac{hL}{m_a g} = \frac{45\mu_0^2 m^2 \gamma e L}{1024 m_a g a^4}$$

Ainsi, la mesure de  $t_1$  permet de déterminer  $m$  :

$$m = \sqrt{\frac{1024 m_a g a^4 t_1}{45\mu_0^2 \gamma e L}}$$

De même, la mesure de  $t_2$  permet de déterminer  $\gamma_{Al}$  :

$$\gamma_{Al} = \frac{1024 m_a g a^4 t_2}{45\mu_0^2 m^2 e L} = \frac{t_2}{t_1} \gamma$$

La mesure de  $t_3$  permet de vérifier la longueur  $L$  : en effet, en l'absence de courant de Foucault, et en supposant que les frottements de l'air sont négligeables, on doit avoir :  $L = \Delta z = \frac{gt_3^2}{2}$

## Manipulations.

Mesurer plusieurs fois les différents temps de chute. En déduire les valeurs de  $L$ ,  $m$  et  $\gamma_{Al}$ .  
Faire un calcul d'incertitude.

## Matériel mis à disposition :

- ✗ Aimants
- ✗ tubes en PVC, aluminium, cuivre.
- ✗ Potence et pinces.
- ✗ 2 Bobines de détection.
- ✗ Oscilloscope numérique, fils...
- ✗ Balance, pied à coulisse.
- ✗ Polystyrène (pour amortir la chute des aimants)

## Méthode 2 : Mesure du champ magnétique créée par l'aimant.

Cette méthode consiste à mesurer, grâce à une sonde à effet Hall, le champ magnétique créée par l'aimant en fonction de la distance entre l'aimant et le capteur.

On rappelle l'expression du champ magnétique créée par moment magnétique  $\vec{m}$ , centré en  $O$ , en un point  $M$  de l'espace :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left( \frac{3\vec{m} \cdot \vec{r}}{r^2} \vec{r} - \vec{m} \right)$$

Où  $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$

### Manipulations.

Proposer un protocole permettant de déterminer  $m$  avec le matériel mis à disposition.  
Faire un calcul d'incertitude.

### Matériel mis à disposition :

- ✗ Aimants.
- ✗ Règle.
- ✗ sonde à effet Hall et son alimentation + documentation constructeur.
- ✗ Grande règle (jaune)

## Méthode 3 : Mesure de la force exercée sur une bobine plate

On souhaite déterminer le moment magnétique de l'aimant grâce au dispositif représenté figure 5. Plus précisément, on mesure la variation de masse de la bobine (B) placée sur la balance lorsqu'elle est parcourue par un courant  $I$ .

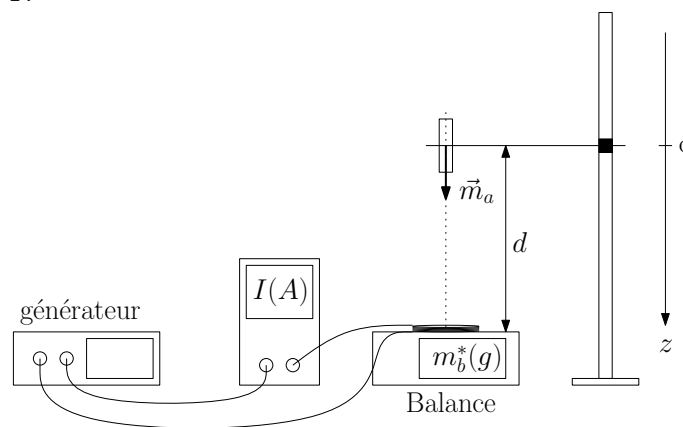


Figure 5

Préciser le protocole à suivre pour déterminer le moment magnétique de l'aimant.  
Donner la valeur de  $m$ . Faire un calcul d'incertitude.

**Données : La bobine comporte 200 spires**

## Méthode 4 : Oscillations de l'aimant dans un champ magnétique extérieur constant et uniforme

Cette méthode consiste à laisser osciller un aimant, accroché à un fil de torsion, dans le champ magnétique, supposé uniforme, créé par des bobines en configuration Helmholtz.

On rappelle l'expression du couple exercé sur un aimant placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme :

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

### Manipulations.

Proposer un protocole permettant de déterminer le moment magnétique de l'aimant.  
Donner la valeur de  $m$ . Faire un calcul d'incertitude.

### Matériel mis à disposition :

- ✗ Aimant.
- ✗ Tige, de même section que l'aimant, mais non magnétique.
- ✗ Petit support pour accrocher le fil à l'aimant ou à la tige.
- ✗ Fil de torsion.
- ✗ Bobines de Helmholtz.
- ✗ Sonde à effet Hall et son alimentation + doc constructeur.
- ✗ Rhéostat, générateur de tension continue, ampèremètre.
- ✗ Balance, pied à coulisse.
- ✗ Chronomètre.

On rappelle la valeur du moment d'inertie d'une tige de longueur  $L$  en rotation autour de l'axe passant par son centre d'inertie et perpendiculaire à ses génératrices :  $J = \frac{1}{12}mL^2$