I.– Le poids d'un corps, ou poids apparent, est défini comme étant tout ce qui compense les forces de contact pour un système à l'équilibre dans un référentiel donné :

$$\vec{P}_{app} + \vec{R} = \vec{0}$$

Sur terre par exemple, le poids est égal à la force de gravitation due à la terre corrigée par la force d'inertie d'entraînement due à la rotation propre de la terre (en négligeant le terme de marées). Dans le cas simple d'une personne à l'équilibre dans un ascenseur, ayant une accélération $\vec{a} = a\vec{e}_z$ (z étant la verticale ascendante), le poids apparent de la personne est $\vec{P} = m(a - g)\vec{e}_z$.
L'état d'apesanteur est lorsque le poids apparent est nul. Dans le cas de l'ascenseur, on obtient un état d'apesanteur lorsque $a = g$ (ascenseur en chute libre).
Le poids apparent dépend donc du référentiel d'étude.

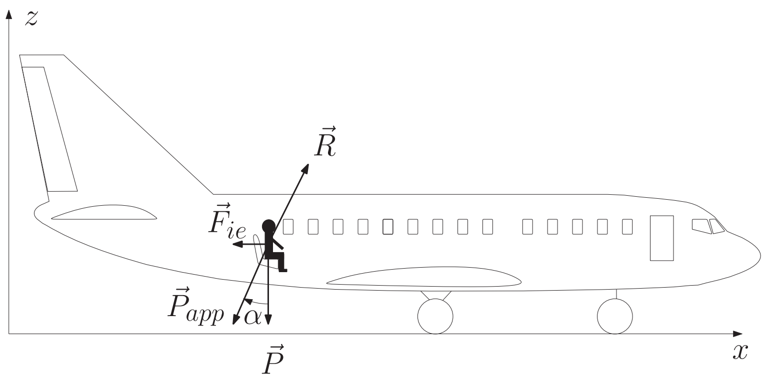

Figure 1

II.– ✘ Bilan des actions mécaniques s'exerçant sur une personne assise dans l'avion :

- Le poids : $\vec{P} = -mg\vec{e}_z$ (poids défini dans le référentiel terrestre).
- La force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{ie} = -ma\vec{e}_x$.
- La réaction du siège : $\vec{R}$.

✘ A l'équilibre, on a donc :

$$\vec{P} + \vec{F}_{ie} + \vec{R} = \vec{0}$$

D'où :

$$\vec{P}_{app} = -mg\vec{e}_z - ma\vec{e}_x$$

Soit :

$$\vec{g}_{app} = -g\vec{e}_z - a\vec{e}_x$$

D'où :

$$\|\vec{P}_{app}\| = m\sqrt{g^2 + a^2} \text{ et } \|\vec{g}_{app}\| = \sqrt{g^2 + a^2}$$

et

$$\tan\alpha = \frac{a}{g}$$

✘ L'accélération a se calcule facilement à partir de l'énoncé : l'avion a un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Sa vitesse vaut donc : $V(t) = at$ et il parcourt la distance $L(t)$ au bout d'un temps t telle que : $L(t) = \frac{1}{2}at^2$. Ainsi, la longueur de la piste étant L, il parcourt la piste en un temps $T = \frac{V_d}{a} = \frac{2L}{V_d}$ et son accélération vaut :

$$a = \frac{V_d^2}{2L}$$

- ✘ L'application numérique donne :

$$a = 2.52\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \text{ et } T \approx 30\,\mathrm{s}$$

$$\|\vec{P}_{app}\| = 758\,\mathrm{N} \text{ et } \|\vec{g}_{app}\| = 10.1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$$

et

$$\alpha = 14.5\,^\circ$$

Sachant que $g = 9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ et que $\|\vec{P}\| = 736\,\mathrm{N}$, on en déduit une augmentation de 3% du poids.

III.– Dans le référentiel terrestre, le ballon est dirigé, à l'équilibre, selon la verticale ascendante, c'est à dire dans la direction opposée au poids apparent.

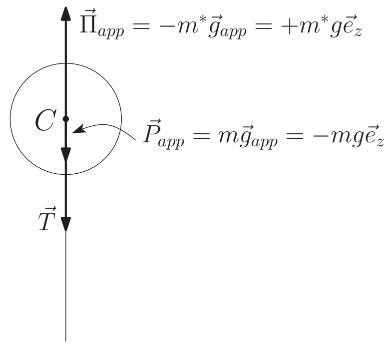

Figure 2

Dans le référentiel de l'avion, la ballon sera donc dirigé, à l'équilibre, dans la direction opposée au poids apparent. Il sera donc dirigé vers l'avant en faisant un angle de 14.5 ° avec la verticale ascendante.

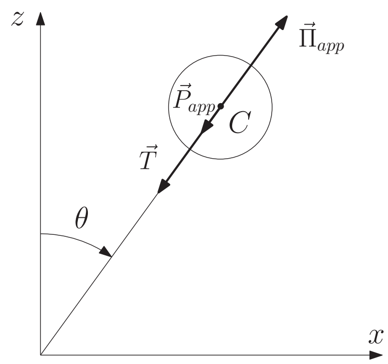

Figure 3

Où :

- ✘ Le poids apparent vaut : $\vec{P}_{app} = m\vec{g}_{app}$ où $m = m_{enveloppe} + m_{He} = m_{enveloppe} + \frac{M_{He}PV}{RT}$.
- ✘ La poussée d'Archimède apparente vaut :$\vec{\Pi}_{app} = -m^*\vec{g}_{app}$ avec $m^* = m_{air} = \frac{M_{air}PV}{RT}$.

- ✘ La tension du fil vaut : $\vec{T} = -T\vec{e}_r$.
- ✘ Le volume du ballon vaut : $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.
- ✘ Ordre de grandeur : en prenant $R = 20\,\text{cm}$, $P = 1\,\text{bar}$, $T = 293\,\text{K}$ et sachant que $M_{air} = 29\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M_{He} = 4\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $m_{enveloppe} = 2\,\text{g}$, on obtient : $m_{air} = 40\,\text{g}$, $m_{He} = 5.5\,\text{g}$.

IV.– Pour simplifier l'étude on introduit le nouveau repère $(O, \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{z'})$ tel que (Ox') coïncide avec la direction prise par le ballon à l'équilibre. On étudie alors, dans le repère polaire associé $(\vec{e}_r, \vec{e}_\alpha)$ le mouvement du centre d'inertie du ballon. Ce mouvement est circulaire de rayon $r = l \approx 1\,\text{m}$. Au départ l'angle α vaut θ et à l'équilibre il vaut zéro.

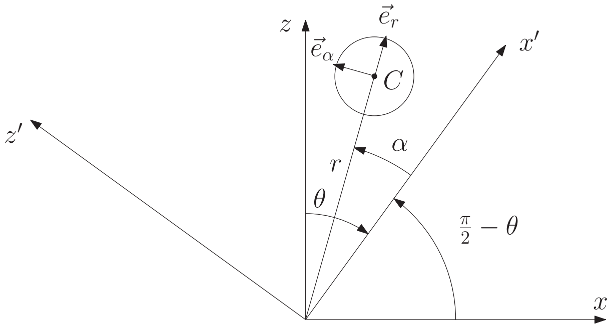

Figure 4

Le ballon est soumis maintenant à :

- ✘ A son poids apparent : $\vec{P}_{app} = m\vec{g}_{app}$ où $m = m_{enveloppe} + m_{He}$.
- ✘ A la poussée d'Archimède apparente : $\vec{\Pi}_{app} = -m_{air}\vec{g}_{app}$.
- ✘ A la tension du fil : $\vec{T} = -T\vec{e}_r$.
- ✘ A la force de frottement fluide (nulle à l'équilibre) : $\vec{F}_f = -6\pi\eta R\vec{V}$.

Sachant que :

- ✘ $\vec{V} = l\dot{\alpha}\vec{e}_\alpha$.
- ✘ $\vec{a} = -l\dot{\alpha}^2\vec{e}_r + l\ddot{\alpha}\vec{e}_\alpha$

Le TRC appliqué au ballon, et projeté sur $\vec{e}_\alpha$, donne :

$$ml\ddot{\alpha} = mg_{app}\sin\alpha - m^* g_{app}\sin\alpha - 6\pi\eta Rl\dot{\alpha}$$

Soit, en considérant que $\alpha << 1$ (ce qui n'est pas tout à fait vérifié au début), on peut linéariser l'équation et déterminer le temps caractéristique d'évolution :

$$\ddot{\alpha} + \frac{1}{\tau}\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0$$

Avec :

- ✘ $\tau = \dfrac{m}{6\pi\eta R} \approx 120\,\text{s}$.
- ✘ $\omega_0 = \sqrt{\left(\dfrac{m^*}{m} - 1\right)\dfrac{g_{app}}{l}} = 6.6\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1} \Rightarrow T_0 = 0.95\,\text{s}$
- ✘ $Q = \omega\tau = 820 >> 1 \Rightarrow$ La relaxation est pseudo périodique.

Le retour à l'équilibre se fait donc sur un temps de l'ordre de grandeur de τ supérieur à la durée T : au moment du décollage, le ballon n'aura pas atteint sa position d'équilibre.