

Correction ex 20

Approche qualitative : la trajectoire du train étant sud-nord, la force de Coriolis agissant sur lui est dirigée plein est¹. Cette force a pour conséquence l'usure prématurée des rails puisque la réaction des rails n'est plus perpendiculaire au rails. Pour pallier ce problème, il faut incliner les rails d'un angle α .

Approche quantitative

- ✘ On se place dans le référentiel terrestre et on utilise le repère (O, x, y, z) représenté figure 1.

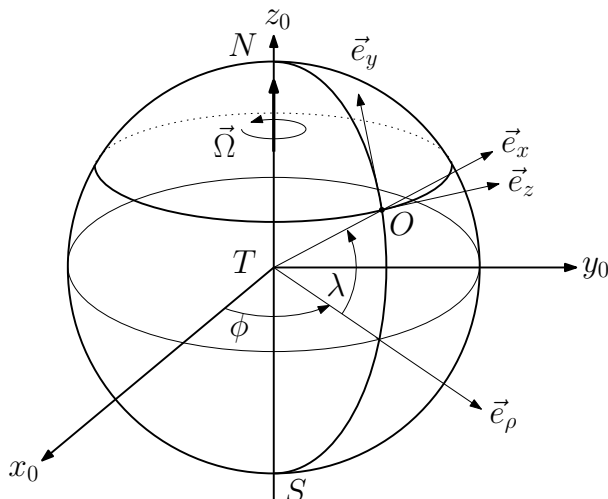


Figure 1

- ✘ On modélise le train par un véhicule à 2 roues² : une à l'ouest et une à l'est comme représenté figure 2.

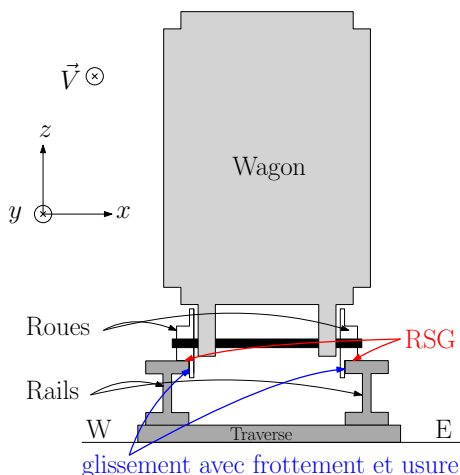


Figure 2

- ✘ On considère que le train est tracté grâce à une force $\vec{F} = F\vec{e}_y$, lui permettant d'avoir une vitesse constante suivant (Oy) :

$$\vec{V} = \dot{y}\vec{e}_y = V\vec{e}_y$$

- ✘ BAM agissant sur le train :

- La force de traction \vec{F}
- La force exercée par le rail situé à l'Est : $\vec{R}_1 = T_1\vec{e}_y + \vec{N}_1$

1. Déviation vers la droite des mouvements horizontaux dans l'hémisphère nord

2. Les 4 roues ne changent rien au raisonnement

- La force exercée par le rail situé à l'Ouest : $\vec{R}_2 = T_2 \vec{e}_y + \vec{N}_2$



Les composantes tangentielles des forces de frottements correspondent essentiellement au frottement de glissement du coté de la roue contre le rail. En effet le roulement sans glissement, et le régime stationnaire implique que les composantes tangentielles du RSG sont nulles (voir figure 3)

- Le poids : $\vec{P} = -Mg \vec{e}_z$
- Les frottements de l'air : $\vec{F}_a = -F_a \vec{e}_y$
- La force de Coriolis :

$$\vec{F}_c = -2M\vec{\Omega} \wedge \vec{V}(M)_{\mathcal{R}_T} = -2M\vec{\Omega} \wedge \vec{V} = 2m\Omega \begin{vmatrix} -\dot{z} \cos \lambda + \dot{y} \sin \lambda \\ -\dot{x} \sin \lambda \\ +\dot{x} \cos \lambda \end{vmatrix} = 2m\Omega \begin{vmatrix} \dot{y} \sin \lambda \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = 2m\Omega V \vec{e}_x$$

Ainsi, dans le cas d'un train Marseille - Lyon, la force de Coriolis est orientée vers l'est

- ✗ Le mouvement rectiligne uniforme du train se traduit donc par :

$$\begin{cases} 0 = T_1 + T_2 - F_a + F \text{ sur } (Ox) \\ \vec{R}_N = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = \vec{P} + \vec{F}_c \end{cases}$$

Ainsi :

- La force de traction sert à compenser les frottements de l'air et les frottements de glissement,
- à cause de la force de Coriolis, la composante normale de la force de contact n'est pas verticale (figure 3) : elle est orientée vers l'est. La conséquence est que la roue 1 frotte d'avantage sur le rail que la roue 2 : la roue qui est vers l'Est sera donc plus rapidement usée.

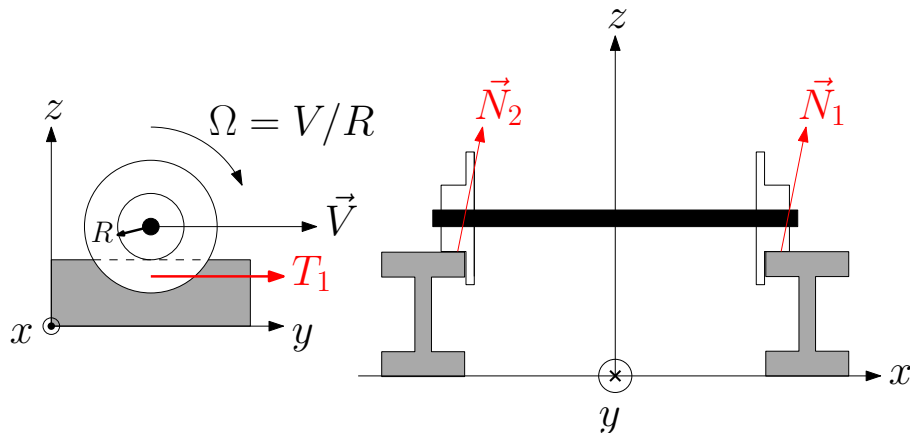
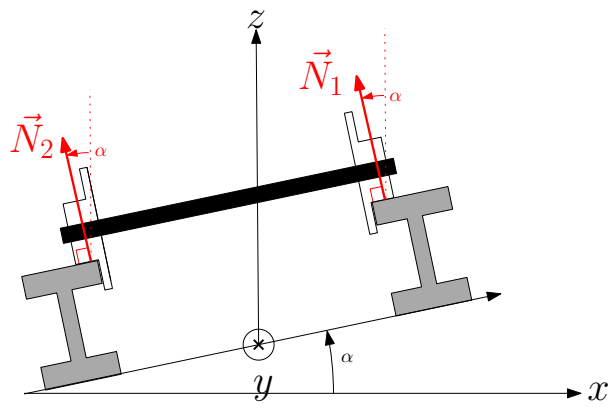


Figure 3

- ✗ Pour obtenir une réaction verticale, il faut incliner les rails d'un angle α comme représenté figure 4.



On a alors :

Figure 4

$$\vec{R}_N = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = R \cos \alpha \vec{e}_z - R \sin \alpha \vec{e}_x = \vec{P} + \vec{F}_c$$

Soit :

$$\begin{cases} R \cos \alpha = Mg \\ R \sin \alpha = 2MV\Omega \sin \lambda \end{cases}$$

D'où :

$$\tan \alpha = \frac{2\Omega V \sin \lambda}{g}$$