

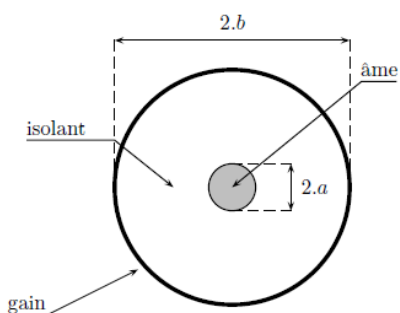
TP9 : Étude expérimentale d'un câble coaxial

(ou d'une ligne bifilaire)

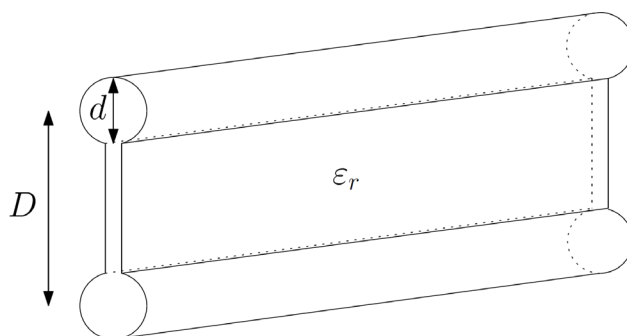
I. PROPAGATION D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE DANS UN CABLE COAXIAL ET DANS UNE LIGNE BIFILAIRE.

1. 1^{ERE} MODELISATION DU CABLE ET DE LA LIGNE.

Le câble est constitué d'une âme métallique cylindrique de rayon a ; d'un isolant de permittivité relative ϵ_r (souvent du polypropylène) et d'une gaine sous la forme d'une tresse métallique de rayon b .

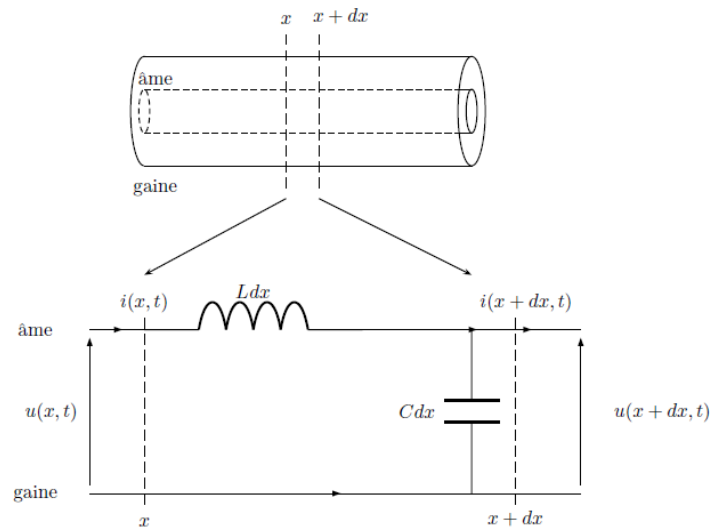


La ligne bifilaire est constituée de deux conducteurs distants de D , de diamètre d , séparés par un diélectrique de permittivité relative ϵ_r , comme représenté ci-dessous.



Même si le câble coaxial est utilisé souvent en TP d'électrocinétique et par conséquent dans le cadre de l'ARQS, son cadre naturel d'étude est en dehors de l'ARQS de même pour la ligne bifilaire.

Les différentes impédances du câble (ou de la ligne) ne sont plus localisées, comme dans l'ARQS, mais réparties. On utilise ainsi comme modèle le modèle des constantes réparties : Il s'agit d'une modélisation d'une partie élémentaire du câble (ou de la ligne) comprise entre x et $x+dx$. L'élément de longueur de câble (ou de la ligne) est donc modélisé par une inductance linéique notée L et une capacité linéique entre l'âme et la gaine notée C .



2. EQUATION DE PROPAGATION DANS UN CABLE ET DANS UNE LIGNE BIFILAIRE FERMES SUR UNE RESISTANCE DE CHARGE R_U .

D'après le modèle précédent, on déduit les équations différentielles couplées vérifiées par $u(x, t)$ et $i(x, t)$:

$$\frac{\partial i}{\partial z} = -C \frac{\partial u}{\partial t} \text{ et } \frac{\partial u}{\partial z} = -L \frac{\partial i}{\partial t}$$

⇒ On obtient ainsi les équations de propagation vérifiées par $u(x, t)$ et $i(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ et } \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \text{ avec } c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ la célérité de l'onde.}$$

⇒ On retrouve l'équation de d'Alembert.

⇒ Les formes générales des solutions sont :

$$i(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

$$u(x, t) = Z_c \left(f\left(t - \frac{x}{c}\right) - g\left(t + \frac{x}{c}\right) \right)$$

Où : $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ est l'impédance caractéristique du câble ou de la ligne (impédance est réelle notée R_c)

Dans un câble réseau $R_c = 50 \Omega$; pour un câble d'antenne $R_c = 75 \Omega$

Dans une ligne bifilaire $R_c = 100 \Omega$

3. CARACTERISTIQUES DU CABLE ET DE LA LIGNE

a. PREMIERE METHODE.

On peut déterminer la capacité du câble (ou de la ligne) à l'aide d'un capaci-mètre (en circuit ouvert). Connaissant la longueur l du câble (ou de la ligne), on peut alors en déduire la capacité linéique du câble (ou de la ligne).

On peut déterminer l'inductance du câble (ou de la ligne) à l'aide d'un inductance-mètre (en court-circuit). Connaissant la longueur l du câble, on peut alors en déduire l'inductance linéique du câble (ou de la ligne).

Penser à choisir une haute fréquence de mesure lors de l'utilisation du pont !!

A faire : Remplir le tableau suivant (avec incertitudes)

l	100 m $\pm$ 1 m
C_{tot}	
$C = \frac{C_{tot}}{l}$	
L_{tot}	
$L = \frac{L_{tot}}{l}$	
$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	
$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$	

b. DEUXIEME METHODE.

CAS DU CABLE

A l'aide d'un Palmer, on détermine les valeurs de a et de b :

$$a = 0.90 \text{ mm et } u_a = 0.05 \text{ mm}$$

$$b = 2.95 \text{ mm et } u_b = 0.12 \text{ mm}$$

Sachant que l'isolant est du polypropylène, la permittivité ϵ_r vaut donc :

$$\epsilon_r = 2,20$$

On en déduit, à l'aide des résultats de l'étude théorique du câble, les valeurs de L et C :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

A faire EN PREPARATION : Remplir le tableau suivant (avec incertitudes)

a	
b	
ϵ_r	
L	
C	
$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	
$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$	

CAS DE LA LIGNE

A l'aide d'un Palmer, on détermine les valeurs de d et de D :

$$d = 1.1 \text{ mm et } u_a = 0.1 \text{ mm}$$

$$D = 2.25 \text{ mm et } u_b = 0.12 \text{ mm}$$

Sachant que l'isolant est du polypropylène, la permittivité ϵ_r vaut donc :

$$\varepsilon_r = 2,20$$

On en déduit, à l'aide des résultats de l'étude théorique de la ligne, les valeurs de L et C :

$$C = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln\left(\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right)}$$

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right)$$

A faire EN PREPARATION : Remplir le tableau suivant (avec incertitudes)

d	
D	
ε_r	
L	
C	
$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	
$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$	

4. RESULTATS THEORIQUES.

Il existe plusieurs types de conditions aux limites. Pour cette partie, il faut entendre conditions aux limites spatiales et non aux limites temporelles. Dans le cas général, on peut imposer en bout de ligne, ou même en un autre lieu, une condition entre la tension et le courant.

Le **coefficient de réflexion en tension** en bout de câble vaut :

$$\underline{r}_u = \frac{\underline{Z}_u - R_c}{\underline{Z}_u + R_c}$$

L'**impédance d'entrée** du câble vaut :

$$\underline{Z}_e = R_c + j \frac{\underline{Z}_u + j R_c \tan k\ell}{R_c + j \underline{Z}_u \tan k\ell}$$

Où $\underline{Z}_u$ est l'impédance en bout de câble.

A faire EN PREPARATION :

- Que vaut $\underline{r}_u$ quand le câble est en sortie ouverte ? en court-circuit ? branché sur l'oscilloscope sans adaptation ? quand la sortie du câble est adaptée ?
- Que vaut $\underline{Z}_e$ dans les mêmes situations ?

II. ETUDE EXPERIMENTALE DU CABLE ET DE LA LIGNE.

1. GENERATEUR D'IMPULSIONS.

Pour des vérifications expérimentales, il faut générer une impulsion de courte durée, de façon périodique, pour éviter les enregistrements et rendre l'impulsion visible à l'oscilloscope.

⇒ Régler le GBF de manière à ce qu'il délivre des impulsions à la fréquence de 500kHz avec un rapport cyclique de quelques pourcents.

2. L'ADAPTATION D'IMPEDANCE

Relions le générateur d'impulsions, GI, directement sur l'oscilloscope. Une difficulté apparaît. Le signal n'est pas rectangulaire –voir figure4 –, comme on pourrait pu l'espérer.

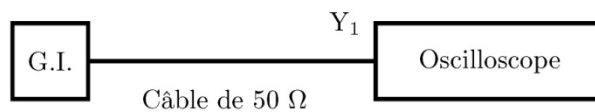
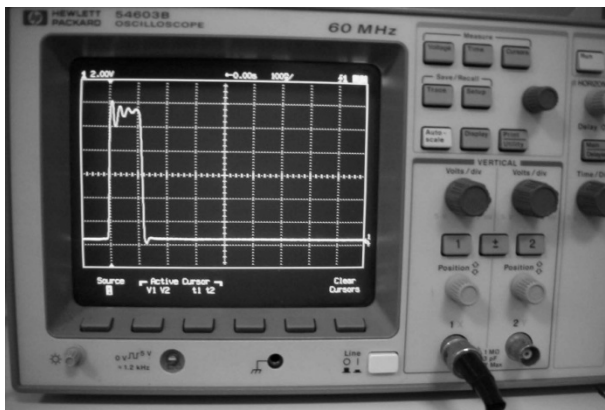


Fig. 4 –Oscillogramme de l'impulsion en connexion directe

La raison de cette difficulté est qu'il n'y a pas d'adaptation d'impédance.

Mettons en parallèle une résistance de 50 Ω. La photo figure 5 montre que le signal est plus propre. En revanche, l'amplitude du signal est divisée en deux, ce qui est conforme à la modélisation. En effet, le diviseur de tension ainsi constitué diminue l'amplitude d'un facteur deux.

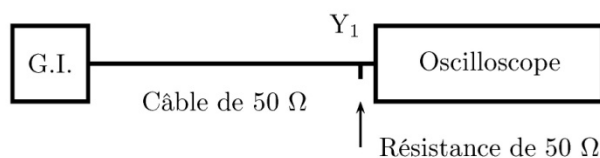
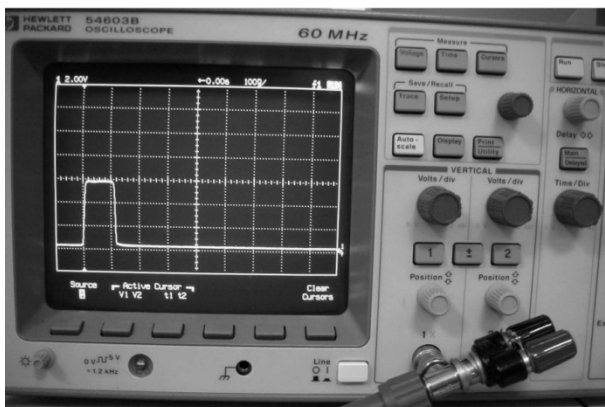
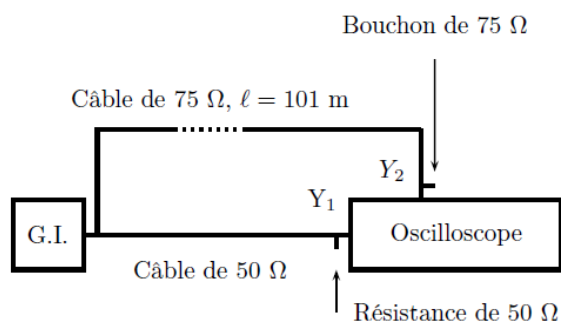
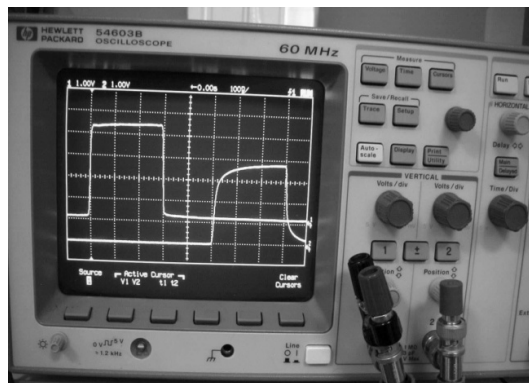


Fig. 5 –Adaptation d'impédance avec deux résistances de 100 Ω en parallèles

A faire : Réaliser l'adaptation d'impédance et commenter

3. VITESSE DE PROPAGATION D'UNE IMPULSION DANS LE CABLE

VISUALISATION DES DEUX SIGNAUX AVEC UTILISATION DE BOUCHONS.



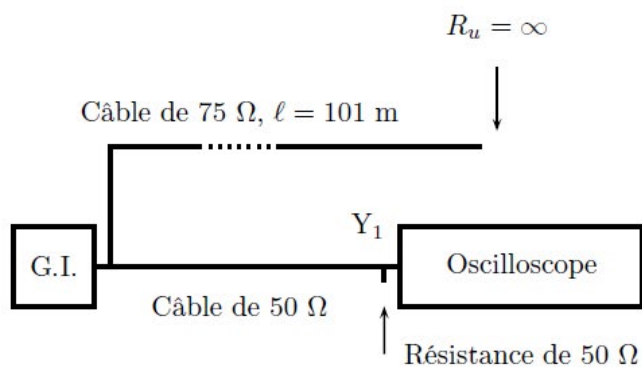
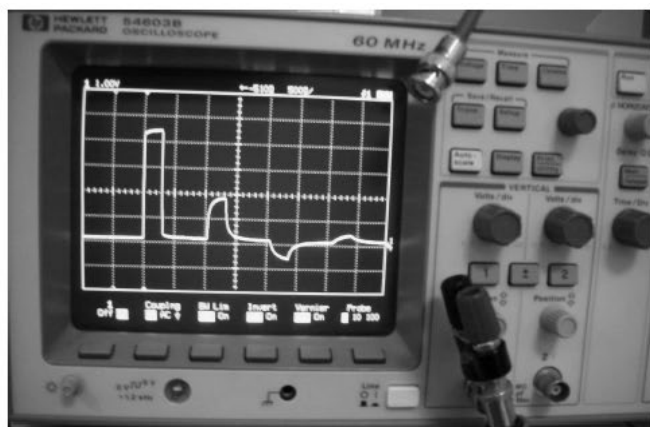
A faire :

- Réaliser le montage et choisir une fréquence de travail et la largeur d'une impulsion adaptée.
- Commenter le chronogramme observé.
- Déterminer la vitesse de propagation des ondes dans le câble et faire un calcul d'incertitude

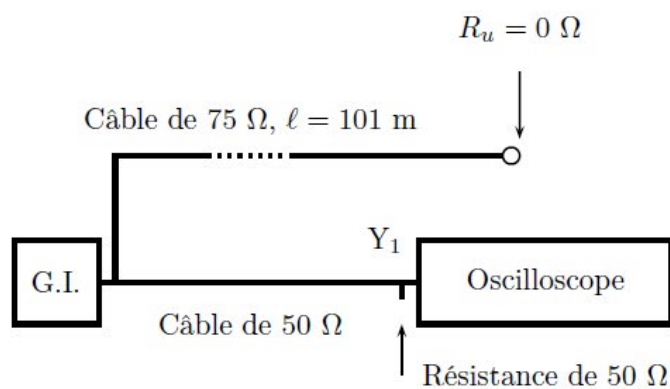
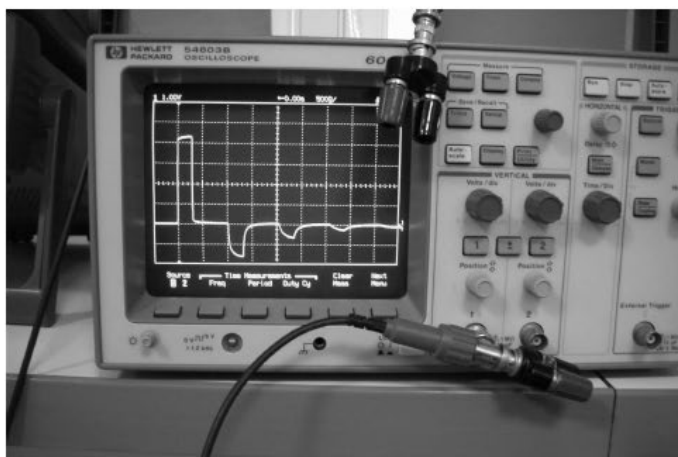
4. REFLEXIONS EN BOUT DE CABLE

L'impédance de l'extrémité de la ligne a une importance mise en évidence dans l'étude théorique.

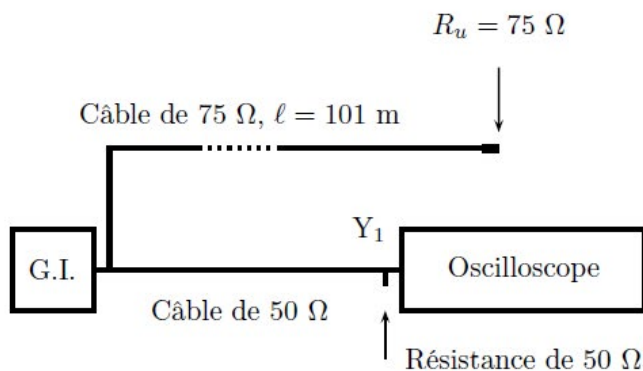
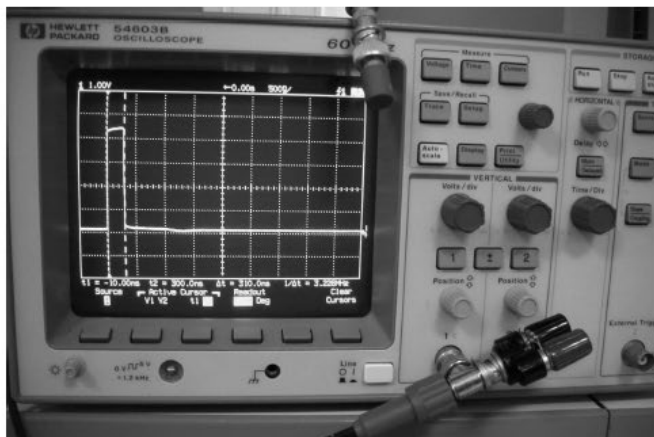
1^{ER} CAS : IMPEDANCE INFINIE, SORTIE OUVERTE



2^{EME} CAS : IMPEDANCE NULLE, SORTIE FERMEE



3EME CAS : SORTIE FERMEE SUR SON IMPEDANCE CARACTERISTIQUE

Dans les 3 situations :

- Réaliser le montage en choisissant les valeurs adaptées de la fréquence et de la largeur de l'impulsion.
- Relever les oscillogrammes observés.
- Déterminer la vitesse de propagation des ondes dans le câble et estimer son incertitude.
- Interpréter les signes des impulsions.

III. ONDES STATIONNAIRES DANS UN CÂBLE COAXIAL

Dans cette partie, à l'aide d'un té, on branche le GBF au câble et à l'oscilloscope.

Le GBF délivre un signal sinusoïdal de fréquence 1MHz, d'amplitude 6 V crête à crête.

Le phénomène d'ondes stationnaires résulte de la superposition d'ondes incidentes et réfléchies.

On cherchera donc à favoriser le phénomène de réflexion en bout de câble. C'est pourquoi on travaillera en sortie ouverte ($R_u = \infty$) ou en sortie fermée ($R_u = 0 \Omega$).

1. SORTIE OUVERTE (R_u INFINIE).

Théoriquement avec un câble parfait, on devrait observer un système d'ondes stationnaires avec des nœuds (endroit où le signal est toujours nul) et des ventres (endroit où le signal en valeur absolue est toujours maximum). Dans le cas d'un câble réel, ce sera plutôt des minima (nœuds) et des maxima (ventres).

En faisant varier la fréquence du GBF, rechercher le premier minimum de tension (celui de plus basse fréquence). Diminuer la fréquence assez rapidement pour observer l'absence de nœuds et de ventres. Revenir au premier nœud.

Augmenter progressivement la fréquence afin de mesurer les fréquences des nœuds successifs. (Pour les ventres tension il est souvent trop difficile de faire une mesure aussi précise).

La théorie donne les fréquences suivantes : $f_{pV} = \frac{v}{2l}p$ et $f_{pN} = \frac{v}{2l}\left(p + \frac{1}{2}\right)$ où p est un entier naturel, v la célérité des ondes électromagnétiques dans le câble, f_{pV} et f_{pN} respectivement les fréquences pour lesquelles on obtient en bout de câble des ventres et des nœuds. Par la suite on posera $f_1 = \frac{v}{2l}$

Regrouper les résultats dans le tableau suivant :

$f = f_{pN}(\text{Hz})$							
$\lambda = \frac{v}{f}(\text{m})$							
Expérience : $\frac{l}{\lambda}$							
Théorie : $\frac{l}{\lambda} = \frac{1}{2}\left(p + \frac{1}{2}\right)$							
Nombre de fuseau : $p + \frac{1}{2} = \frac{2l}{\lambda} = \frac{f}{f_1}$							

2. SORTIE FERMÉE ($R_u = 0\Omega$).

On utilise toujours le même montage dans lequel on relie les deux bornes de la fiche BNC à la fin du câble avec un simple fil ($R_u = 0\Omega$).

En faisant varier la fréquence du GBF, rechercher le premier minimum de tension. Que constatez-vous ?

Augmenter progressivement la fréquence afin de mesurer les fréquences des nœuds successifs.

La théorie donne les fréquences suivantes : $f_{pN} = \frac{v}{2l}p$ et $f_{pV} = \frac{v}{2l}\left(p + \frac{1}{2}\right)$ où p est un entier naturel, v la célérité des ondes électromagnétiques dans le câble, f_{pV} et f_{pN} respectivement les fréquences pour lesquelles on obtient en bout de câble des ventres et des nœuds. Par la suite on posera $f_1 = \frac{v}{2l}$

Regrouper les résultats dans le tableau suivant :

$f = f_{pN}(\text{Hz})$							
$\lambda = \frac{v}{f}(\text{m})$							
Expérience : $\frac{l}{\lambda}$							
Théorie : $\frac{l}{\lambda} = \frac{1}{2}p$							
Nombre de fuseau : $p = \frac{2l}{\lambda} = \frac{f}{f_1}$							

3. TRACE RECAPITULATIF.

Tracer $\frac{f_{pN}}{f_1}$ en fonction de p (entier ou demi entier).

Déterminer la pente de la droite obtenue. Conclure.