

Déphasage entre les RL arrivant en M

✘ On écrit les coordonnées des différents points :

$$M(x, y, 0)$$

$$A_1(a, 0, -D)$$

$$A_2(0, a, -D)$$

$$A_3(-a, 0, -D)$$

$$A_4(0, -a, -D)$$

✘ On en déduit les différentes distances :

$$A_1M^2 = (x - a)^2 + y^2 + D^2 \Rightarrow A_1M = D \sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2} + \frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{D^2} - \frac{2ax}{D^2}}$$

$$A_3M^2 = (x + a)^2 + y^2 + D^2 \Rightarrow A_3M = D \sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2} + \frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{D^2} + \frac{2ax}{D^2}}$$

$$A_2M^2 = x^2 + (y - a)^2 + D^2 \Rightarrow A_2M = D \sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2} + \frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{D^2} - \frac{2ay}{D^2}}$$

$$A_4M^2 = x^2 + (y + a)^2 + D^2 \Rightarrow A_4M = D \sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2} + \frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{D^2} + \frac{2ay}{D^2}}$$

Les différents termes, dans les racines sont tous du même ordre : on va effectuer un DL1

✘ En posant :

$$r_0 = D \left(1 + \frac{x^2}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{a^2}{2D^2} \right)$$

on obtient :

$$A_1M = r_0 - \frac{ax}{D^2}$$

$$A_3M = r_0 + \frac{ax}{D^2}$$

$$A_2M = r_0 - \frac{ay}{D^2}$$

$$A_4M = r_0 + \frac{ay}{D^2}$$

✘ Les phases des différents rayons lumineux arrivant en M sont donc¹ :

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(r_0 - \frac{ax}{D} \right)$$

$$\phi_3 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(r_0 + \frac{ax}{D} \right)$$

$$\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(r_0 - \frac{ay}{D} \right)$$

$$\phi_4 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(r_0 + \frac{ay}{D} \right)$$

1. En supposant que les 4 sources secondaires émettent en phase

Méthode complexe

✘ L'amplitude de vibration en M est donc de la forme :

$$\underline{s}(M) = A (\exp(j\phi_1) + \exp(j\phi_3) + \exp(j\phi_2) + \exp(j\phi_4))$$

Soit :

$$\underline{s}(M) = A \exp\left(j\frac{2\pi r_0}{\lambda}\right) \left[\exp\left(j\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) + \exp\left(-j\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) + \exp\left(j\frac{2\pi ay}{\lambda D}\right) + \exp\left(-j\frac{2\pi ay}{\lambda D}\right) \right]$$

$$\underline{s}(M) = 2A \exp\left(j\frac{2\pi r_0}{\lambda}\right) \left[\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) + \cos\left(\frac{2\pi ay}{\lambda D}\right) \right]$$

✘ On en déduit l'expression de l'éclairement en M :

$$I(M) = \frac{1}{2} \underline{s}(M) \cdot \underline{s}^*(M) = 2A^2 \left[\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) + \cos\left(\frac{2\pi ay}{\lambda D}\right) \right]^2$$

Exemple de tracés

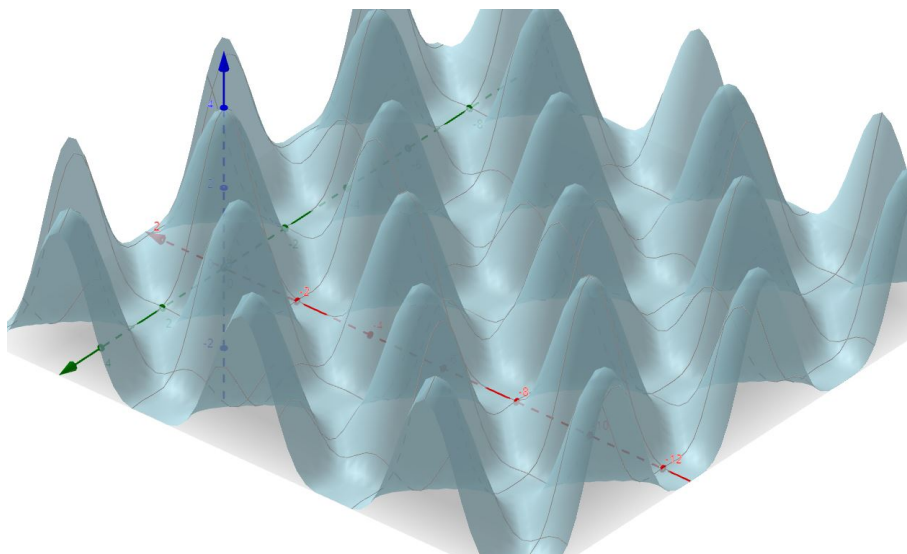


Figure 1 – Exemple de tracé avec Géogébra

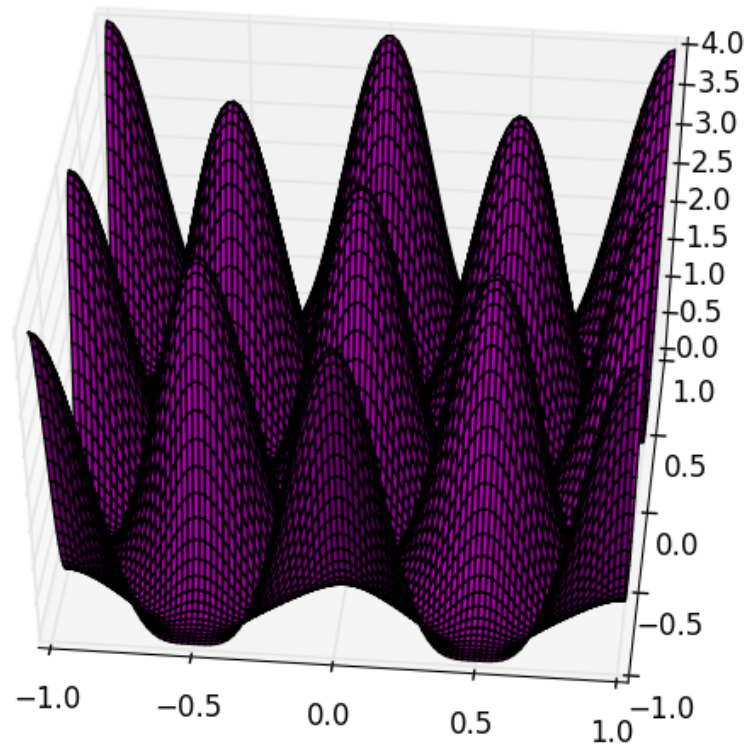


Figure 2 – Exemple de tracé avec Python