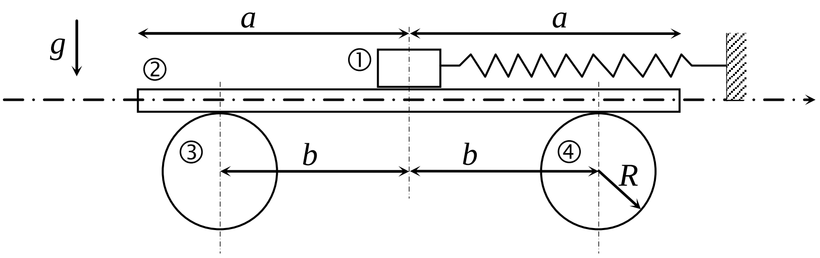
Variante Timochenko.

Les deux cylindres (3) et (4) sont identiques de moment d'inertie J, ils peuvent tourner sans frottement autour de leurs axes. On note les masses des corps (1) et (2) m et M respectivement. Le ressort est élastique de raideur k. La figure représente le système à l'équilibre. On applique une force sur le corps (1), et on le relâche sans vitesse initiale après un déplacement égal à x_0 que l'on supposera très petit devant b.



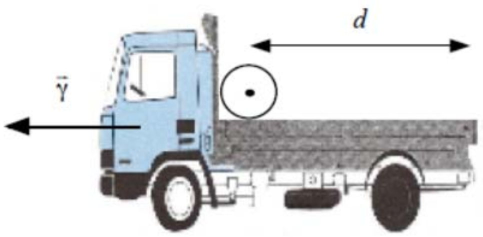
1 – On suppose que le mouvement s'effectue sans glissement au niveau des contacts. Décrire le mouvement.

2 – Déterminer le déplacement limite de x_0 à partir du quel les corps peuvent glisser au niveau des contacts. On supposera que le coefficient de frottement est le même pour tous les contacts.

3 – Proposer une application numérique.

Perte de chargement

Un cylindre uniforme de masse m, de rayon R et de centre d'inertie C se trouve sur le plateau d'un camion qui démarre sur une route plate avec une accélération $\vec{\gamma}$ constante. Le contact entre le cylindre et le plateau est caractérisé par le coefficient de frottement de glissement f. On donne $J = \frac{1}{2}mR^2$ le moment d'inertie du cylindre autour de son axe (Cz) et on appelle la distance initiale d entre le centre d'inertie C et le bord du camion.



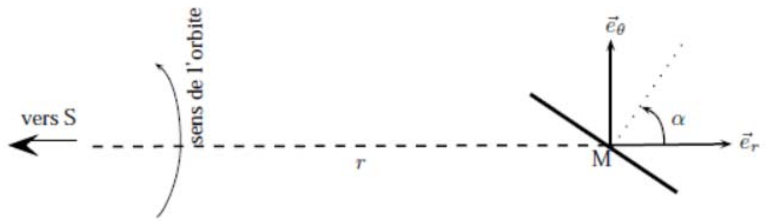
1. Déterminer le temps au bout duquel le cylindre tombe du camion.

2. Déterminer le travail des actions de contact entre le cylindre et le plateau depuis l'instant initial jusqu'à la chute du cylindre.

Entrainement planches d'oral

Sonde spatiale

Une sonde spatiale M de masse $m = 1,0 \times 10^3$ kg est en orbite autour du Soleil S. Elle est équipée d'une voile solaire plane d'aire $\mathcal{S}$ parfaitement réfléchissante dont la normale fait un angle α avec la direction SM. Rappelons qu'un photon de fréquence ν possède une énergie $h\nu$ et une quantité de mouvement $\frac{h\nu}{c}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire dirigé dans le sens de propagation du photon. On rappelle que le Soleil se comporte comme un corps noir isotherme dont la température de surface est $T = 5,8 \times 10^3$ K. Sauf à la question 2, on considère que l'orbite de la sonde est circulaire (rayon r) dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen.



1. (a) Déterminer, en fonction des données pertinentes de l'énoncé et de constantes universelles, la composante orthoradiale F_θ de la force de pression que les photons exercent sur la voile solaire.
   (b) Pour quel angle α, cette composante est-elle maximale ? On fera le choix de cet angle par la suite.
   (c) Calculer $F_{\theta,max}$ pour une voile solaire d'aire $\mathcal{S} = 6,0 \times 10^2$ m^2 située à une unité astronomique du Soleil.
2. La sonde décrit une orbite quasi-circulaire $r(t)$ (c'est une spirale lentement croissante) autour du Soleil. En combien de temps passe-t-elle d'une orbite terrestre à une orbite jovienne ?

Données :
- une unité astronomique (1 u.a.) = rayon de l'orbite terrestre dans le référentiel héliocentrique = 150×10^6 km ;
- rayon de l'orbite de Jupiter : 5,2 u.a ;
- masse du Soleil $M_\odot = 2,0 \times 10^{30}$ kg ;
- rayon du Soleil $R_\odot = 7,0 \times 10^8$ m.

Astre polytropique

On considère un astre à symétrie sphérique de masse M de centre O et de rayon R. En un point P à distance r de O, on note $\mu(r)$ la masse volumique et p(r) la pression. Ces deux grandeurs sont liées par la relation polytropique $p(r)[\mu(r)]^{-2} = C$ où C est une constante.

1. La pression p, la masse volumique μ et le champ gravitationnel g (tel que $\vec{g} = g\vec{u_r}$) en un point P sont liés par la relation $\frac{dp}{dr} = \mu g$. Qu'exprime physiquement cette relation ?

2. Trouver l'équation différentielle portant sur μ et la résoudre en remarquant que $r\frac{d^2\mu}{dr^2} + 2\frac{d\mu}{dr} = \frac{d^2}{dr^2}(r\mu)$.

Calculer C en fonction de $\mathcal{G}$ (constante de gravitation universelle) et R. Comment pourrait-on déterminer complètement $\mu(r)$? (on demande le principe du calcul, pas le calcul).

Chute d'une goutte d'eau

Une goutte d'eau tombe verticalement à travers un nuage supposé immobile et lui-même formé de fines gouttelettes d'eau. On suppose que toutes les fines gouttelettes que la goutte rencontre au cours de sa chute, sont absorbées par celle-ci, sans dissipation d'énergie.

1°) Déterminer l'équation régissant l'évolution de l'altitude de la goutte.

2°) Déterminer l'accélération limite que les gouttes d'eau atteignent. Commenter.

On supposera que la masse volumique de l'eau est constante égale à ρ_0 et que la densité du nuage est elle aussi constante égale à $d = 0,2$. On négligera par ailleurs les forces de friction fluide sur la goutte.

Entrainement planches d'oral

Réfrigérateur de brousse

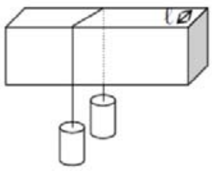
Un réfrigérateur de brousse est constitué d'une jatte cylindrique en terre (de hauteur $L = 1,0$ m, de rayon $R+e = 34$ cm) dans laquelle on place une autre, plus petite (hauteur $L = 1,0$ m, rayon $R = 30$ cm). On remplit d'eau l'espace entre les deux : en quelques heures l'intérieur de la petite jatte devient plus frais et atteint la température $T = 19$°C alors que l'atmosphère extérieure est à $T_0 = 36$°C. La grande jatte est poreuse et permet à l'eau, qui s'évapore, de s'échapper dans l'atmosphère.

On constate que la masse d'eau $m(t)$ présente à la date t dans le réfrigérateur varie de sorte que $\frac{dm}{dt} = -KS(z)$ où $S(z) = 2\pi(R+e)z(t) \approx 2\pi Rz(t)$ désigne la surface de contact entre l'eau et la jatte, $z(t)$ la hauteur d'eau à la date t et K une constante.

L'eau, la grande jatte, la petite jatte et son contenu sont supposées en équilibre thermique entre elles. La grande jatte étant abritée du soleil direct, on ne tiendra compte que de ses échanges par conducto-convection et rayonnement avec l'atmosphère. On prend comme origine des dates l'instant où simultanément $T(t=0) = 19$°C et l'espace entre les jattes est totalement rempli d'eau.

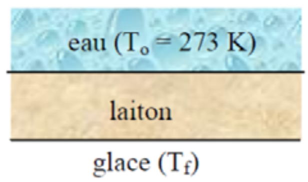
1. Au bout de combien de temps cet espace se sera-t-il vidé de la moitié de son eau ?
2. Calculer la température du réfrigérateur de brousse à cette date.

Expérience du regel



L'expérience du regel permet de mettre en évidence l'influence de la pression sur la température de fusion de la glace. Un descriptif de l'expérience est le suivant : un fil métallique de section carrée d'aire d^2 tendu par deux masses M/2 repose sur un bloc de glace de largeur ℓ. Sous le fil la glace fond. Le fil traverse progressivement le bloc de glace et, après son passage, la glace se reforme. Le fil finit par traverser complètement la glace qui cependant reste d'un bloc !

1. Si on admet que la courbe P(T), donnant la pression de changement d'état d'un corps pur en fonction de la température est telle que $\left(\frac{dP}{dT}\right)_{1\rightleftarrows 2} = \frac{h_{1\to 2}}{T(v_2 - v_1)}$ (où v_i désigne le volumique massique du corps pur dans la phase i et $h_{1\to 2}$ l'enthalpie massique de changement d'état de la phase 1 vers la phase 2), calculer la température T_f à laquelle se fait la fusion de la glace lors du passage du fil.

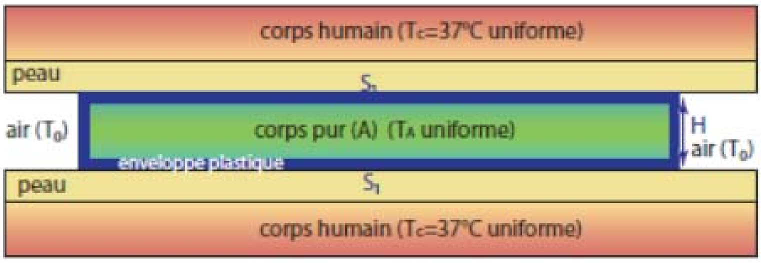


2. L'expérience ne fonctionne pas si au fil métallique, on substitue un fil en nylon : c'est que la conductivité thermique λ du métal intervient. On constate par ailleurs que la vitesse de progression v du fil dans la glace est une constante. En adoptant un modèle local simple (voir figure ci-contre) et en faisant des hypothèses simplificatrices, calculer v. L'expérience mène à $v_{exp} = 1,2 \pm 0,2$ mm/min. Comparer et commenter.

Données :
$\rho_{eau} = 1,000.10^3$ kg.m^{-3} ; $\rho_{glace} = 0,918.10^3$ kg.m^{-3} ; $h_{glace\to eau} = 333$ kJ.kg^{-1}.
Le fil est en laiton, d = 1,20 mm ; ℓ = 4,3 cm ; M = 15,1 kg, λ = 90 W.m^{-1}.K^{-1}

Entrainement planches d'oral

Chauferette



Une chaufferette est faite d'une enveloppe en plastique d'épaisseur $e_1 = 1{,}0$ mm, de section carrée $S_1 = 100$ cm^2 et de hauteur $H = 2{,}0$ cm (dimensions extérieures), contenant $m = 160$ g d'un corps pur (A) . Préalablement liquéfié par chauffage puis lentement refroidi jusqu'à T_0, en deçà de sa température de fusion $T_f = 45$°C, (A) reste entièrement liquide (surfusion). A $t = 0$, on fait cesser la surfusion par un choc : (A) retrouve brusquement[1] l'état physique le plus stable sous $P_0 = 1{,}0$ bar, uniforme et constante dans toute la zone d'étude. Une personne accole alors ses mains (épaisseur de la peau $e_2 = 2{,}0$ mm) comme indiqué sur le schéma. Pour tous les calculs demandés, on supposera $T_A(t)$ uniforme et les transferts thermiques longitudinaux (sections assimilées à celles des faces extérieures de l'enveloppe).

Autres données :

- conductivités thermiques : enveloppe : $\lambda_1 = 0{,}50$ W·m^{-1}·K^{-1} ; peau : $\lambda_2 = 0{,}50$ W·m^{-1}·K^{-1}.
- coefficient d'échange aux interfaces plastique/air ou peau/air : $h = 20$ W.m^{-2}·K^{-1}.
- capacité thermique massique à pression constante de (A) liquide : $c = 4{,}0$ kJ·K^{-1}·kg^{-1}.
- enthalpie massique de fusion de (A) sous $P_0 = 1{,}0$ bar. $L_f = 200$ kJ·kg^{-1}.

1. En admettant qu'il n'y a pas formation de vapeur de (A), discuter, pour $T_0 < T_f$, la valeur de T_A, la nature de la - ou des - phase(s) présente(s) juste après la rupture de surfusion.

2. Dans quel cas l'évolution de (A) se poursuit t-elle avec T_A constante ? En supposant qu'un régime stationnaire de transferts thermiques s'établit très vite, combien de temps τ cela dure t-il ?

3. On prend $T_0 = 5{,}0$°C, qui vérifie la condition de la question (2). Calculer :
   - τ, le flux d'énergie Φ_1 associé au courant thermique allant de la chaufferette au corps humain, pour $0 < t < \tau$ et le pourcentage d'énergie économisée par la personne sur cet intervalle de temps.
   - Est-il rentable pour l'être humain de conserver très longtemps la chaufferette en mains (discussion physique sans calculs) ?

Mammifère marin

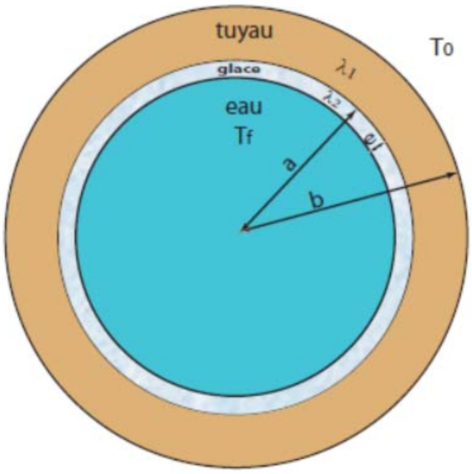
On s'intéresse à l'aspect thermique lié à la possibilité de vie d'un mammifère (animal à sang chaud) dans l'eau. L'animal est modélisé par une sphère homogène de rayon R, de température uniforme T_i, recouverte d'une couche de graisse d'épaisseur e et de conductivité $\lambda = 0{,}2\,\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$. Cet être est plongé dans de l'eau de température $T_e = 5$ °C. Le coefficient de transfert thermique de surface utilisé dans la loi de Newton est pris égal à $300\,\mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$. Seul le régime stationnaire est considéré.

1) Déterminer la puissance thermique dégagée par un tel animal (le dénominateur de l'expression obtenue doit être sans dimension). Commenter. Pourquoi n'y a-t-il pas de petits mammifères marins ?

2) Trouver l'ordre de grandeur de la durée de survie d'un naufragé ayant mangé 300 g de pâtes alimentaires dont la valeur énergétique est de 1500 kJ pour 100 g (prendre $e = 1$ cm).

<u>Entrainement planches d'oral</u>

Formation de glace dans un tuyau



La figure ci-dessus représente un tuyau plongé dans un milieu de température $T_0 = 263K$ constante et uniforme, Le tuyau contient de l'eau initialement liquide . A t=0, l'eau commence à geler. La température du liquide est uniforme $T_f = 273K$ (y compris sur l'interface avec la glace). On note λ_1 et λ_2 les conductivités thermiques du tuyau et de la glace. On donne $\lambda_1 = \lambda_2 = 2W.m^{-1}.K^{-1}$. On suppose que le régime de conduction thermique est quasi-stationnaire. On note e l'épaisseur de la couche de glace formée à l'instant t. On raisonnera par la suite sur une longueur de canalisation $\ell = 1m$, dont les rayons intérieur et extérieur sont $a = 8cm$ et $b = 10cm$. La masse volumique de la glace est $\rho = 900kg.m^{-3}$ et son enthalpie massique de fusion («chaleur latente de fusion») $L_f = 334kJ.kg^{-1}$

1. Définir et calculer les résistances thermiques de la canalisation et de la glace de deux manières différentes.

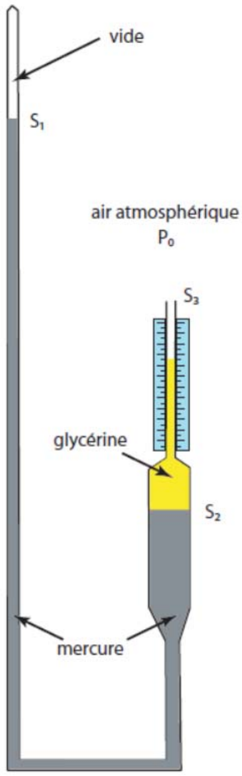
2. Montrer que dans le cas où e reste faible face à a, l'équation différentielle d'évolution de e peut se mettre sous la forme $\tau\frac{de}{dt} + e = A$ où τ et A sont des constantes qu'on calculera.

3. <u>A.N.</u> : Calculer le temps au bout duquel on forme e=1mm de glace.

Entrainement planches d'oral

Contrabaromètre

Un contrabaromètre de Huygens est schématisé ci-contre :



On note S_1, S_2 et S_3 les sections des éléments du tube. On repère les variations de pression atmosphérique par l'évolution du niveau de la glycérine en haut du tube de droite.

On donne les masses volumiques :
- du mercure : ρ_1=13600 kg.m^{-3}.
- de la glycérine : ρ_1=1250 kg.m^{-3}.

Le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ est verticale vers le bas, de norme g=9,8 m.s^{-2}.

1. Justifier le nom donné à ce dispositif. Sachant que $S_2 = 2S_1$, calculer S_3 pour que l'ampleur de la variation du niveau de mercure dans la colonne de droite soit 10 fois plus importante qu'elle ne le serait dans un simple baromètre à colonne de Torricelli (1).

2. Comparer les sensibilités de ces baromètres à celle d'un contrabaromètre à mercure (de même tube que le contrabaromètre de Huygens de la question précédente).

3. Discuter le modèle utilisé. Quels effets sont susceptibles de perturber le fonctionnement du contrabaromètre de Huygens quand la température de l'air atmosphérique varie ?