

DS2

PC* JOFFRE

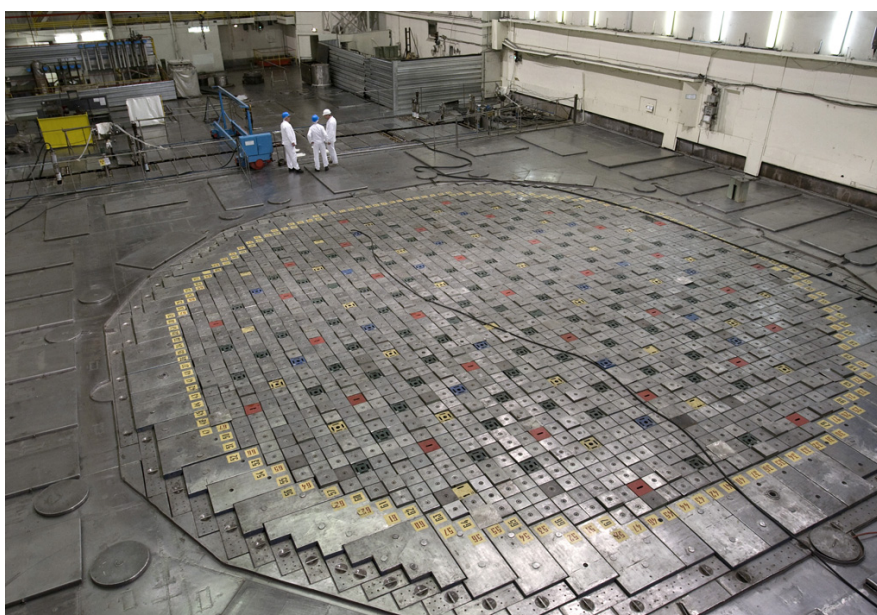
PHYSIQUE

Durée : 4 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve.

Physique du réacteur RBMK

L'accident de Tchernobyl (26 avril 1986)



Dalle supérieure d'un réacteur RBMK : chaque bouchon coiffe l'un des ~1700 canaux verticaux du cœur. Les bouchons gris repèrent les canaux de combustible (tubes de force) ; les bouchons colorés, les canaux à fonction particulière — barres de commande et canaux d'instrumentation. Le cœur du réacteur est l'ensemble graphite modérateur + tubes de force (combustible et eau) où ont lieu les réactions de fission et où est produite la puissance thermique. Photo : via Wikimedia Commons.

Ce sujet aborde le fonctionnement d'un réacteur nucléaire de type RBMK, puis l'analyse physique de l'accident survenu le 26 avril 1986 sur le réacteur n° 4 de la centrale de Tchernobyl. Il comporte deux parties qui peuvent être abordées indépendamment. Certaines définitions et relations sont rappelées en annexe à la fin du texte, ainsi que les valeurs des grandeurs apparaissant dans les applications numériques. Les résultats des applications numériques seront donnés avec un seul chiffre significatif, à l'exception des lectures effectuées sur le diagramme du document réponse, que l'on donnera avec deux chiffres significatifs. **Le document réponse, fourni en dernière page, est à rendre avec la copie.**

1 Le réacteur RBMK-1000 et son cycle thermodynamique

Le RBMK (*Reaktor Bolchoi Mochtnosti Kanalny*, « réacteur de grande puissance à canaux ») est un réacteur nucléaire de conception soviétique, d'architecture très différente de

celle des réacteurs à eau pressurisée (REP) du parc français. Le combustible, du dioxyde d'uranium UO_2 faiblement enrichi en isotope ^{235}U , est réparti dans environ 1700 *tubes de force* : des tubes verticaux en alliage de zirconium, d'une dizaine de centimètres de diamètre et de sept mètres de hauteur utile, contenant chacun les crayons de combustible et parcourus par de l'eau sous pression qui entre en ébullition à leur contact (figure 1). Ces tubes traversent un massif de graphite qui assure le ralentissement des neutrons. La vapeur produite est envoyée directement dans les turbines : on parle de *cycle direct*. Contrairement au REP, où la vapeur qui alimente les turbines est produite dans un circuit secondaire qui ne passe jamais dans le cœur, **l'eau de la machine est ici celle-là même qui a traversé le cœur : elle est radioactive**. Le réacteur RBMK-1000 délivre une puissance thermique nominale $P_{\text{th}} = 3200 \text{ MW}$ pour une puissance électrique $P_e = 1000 \text{ MW}$.

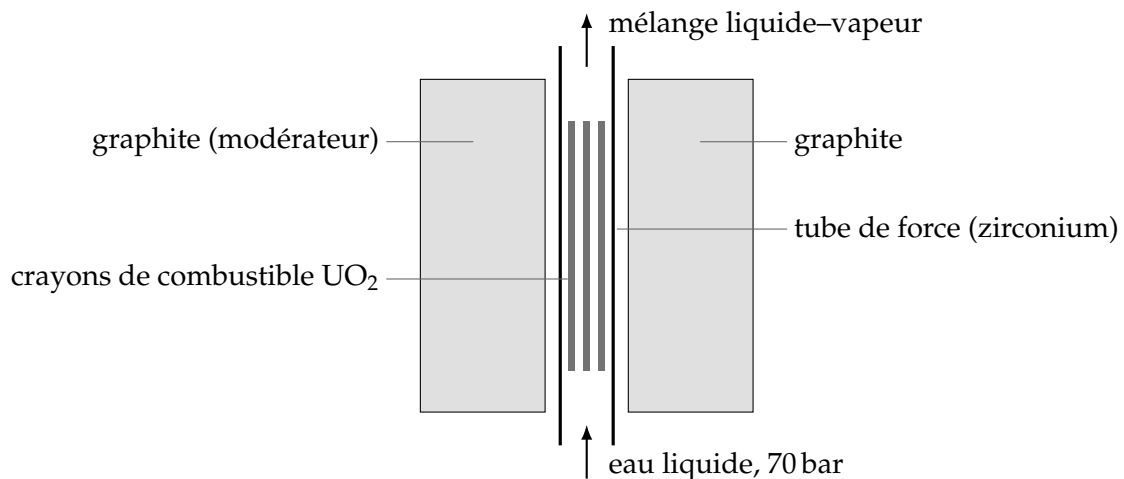


Figure 1: Coupe schématique d'un tube de force du RBMK dans le massif de graphite. L'eau monte le long des crayons de combustible et s'y vaporise partiellement ; le cœur juxtapose environ 1700 canaux de ce type.

1.1 Énergétique de la fission

La fission d'un noyau de ^{235}U induite par un neutron libre libère une énergie $E_f \simeq 200 \text{ MeV}$, essentiellement sous forme d'énergie cinétique des fragments de fission, ainsi que $\nu \simeq 2,5$ neutrons d'énergie cinétique moyenne $E_0 \simeq 2 \text{ MeV}$.

- 1) Déterminer le nombre de fissions par seconde dans le cœur lorsque le réacteur fonctionne à sa puissance thermique nominale.
- 2) Calculer les ordres de grandeur des vitesses d'un neutron de fission (d'énergie E_0) et d'un neutron une fois thermalisé (ramené à l'énergie d'agitation thermique $E_{\text{th}} \simeq 25 \text{ meV}$). Conclure.
- 3) Calculer la masse d'uranium 235 consommée par jour de fonctionnement à puissance nominale. Comparer à la masse de charbon qu'il faudrait brûler chaque jour dans une centrale thermique de même puissance, sachant que la combustion du charbon libère environ 30 MJ kg^{-1} . Commenter.

Pour entretenir la réaction en chaîne, les neutrons de fission doivent être ralentis (« modérés ») jusqu'à l'énergie d'agitation thermique $E_{\text{th}} \simeq 25 \text{ meV}$, pour laquelle la probabilité

de provoquer une nouvelle fission est beaucoup plus grande. Le ralentissement s'effectue par collisions élastiques sur les noyaux du *modérateur*.

4) On modélise une collision frontale élastique¹ entre un neutron de masse m et d'énergie cinétique E , et un noyau de masse Am initialement immobile, dans le cadre de la mécanique classique. Montrer que la fraction d'énergie cinétique cédée au noyau vaut

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4A}{(1+A)^2}.$$

Calculer cette fraction pour l'hydrogène ($A = 1$) et pour le carbone ($A = 12$). Commenter. À l'aide des sections efficaces de capture neutronique données en annexe, expliquer le choix du graphite pour les réacteurs à uranium très faiblement enrichi.

5) Pour des collisions d'orientation quelconque, on montre que chaque collision sur un noyau de carbone réduit *en moyenne* le logarithme de l'énergie du neutron d'une quantité constante $\xi_C = 0,16$ (décrément logarithmique moyen). Estimer le nombre de collisions nécessaires pour thermaliser un neutron de fission dans le graphite. Dans un REP (réacteur à uranium fortement enrichi), le nombre de collisions nécessaires à la modération est de l'ordre de 20. Commenter.

1.2 Le cycle eau-vapeur

On modélise le circuit eau-vapeur du RBMK par le cycle simplifié représenté sur la figure 2 : les quatre états thermodynamiques du fluide, notés A, B, C et D, sont repérés par des points sur les canalisations reliant les organes de la machine.

- A → B : compression du liquide saturé de la pression du condenseur $P_{\text{cond}} = 0,04$ bar à la pression de fonctionnement $P_0 = 70$ bar, dans une pompe adiabatique ;
- B → C : échauffement puis vaporisation totale de l'eau dans les tubes de force, à la pression P_0 supposée constante ; la vapeur sort du cœur à l'état de vapeur saturante sèche ;
- C → D : détente adiabatique réversible dans la turbine, jusqu'à la pression P_{cond} ;
- D → A : liquéfaction totale dans le condenseur, à la pression P_{cond} supposée constante.

On fournit, sur le **document réponse** en dernière page (à rendre avec la copie), le diagramme des frigorigènes ($\ln P, h$) de l'eau, sur lequel on s'appuiera pour toute l'étude du cycle.

6) Placer les points A, B, C et D sur le diagramme du document réponse. Déterminer T , P , h et x pour ces différents points et récapituler vos résultats dans un tableau.

7) On considère une machine traversée par un fluide en écoulement stationnaire ; entre l'entrée (1) et la sortie (2), le fluide reçoit de la machine un travail massique utile w_u (travail des parties mobiles) et un transfert thermique massique q . En effectuant un bilan

¹Une collision est dite *élastique* lorsque l'énergie cinétique totale est conservée (aucune énergie n'est dissipée ni transférée aux degrés de liberté internes des particules), et *frontale* lorsque **les vitesses restent colinéaires** à la vitesse incidente : le problème est alors à une dimension. Le système (neutron - noyau) étant isolé pendant la collision, on pourra considérer que la quantité de mouvement du système se conserve au cours du choc

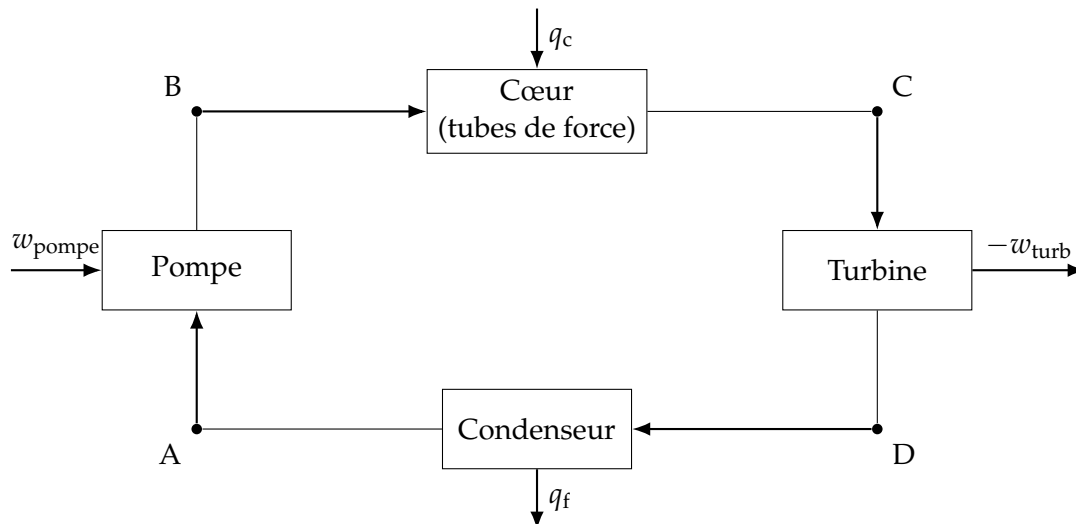


Figure 2: Cycle eau-vapeur simplifié du RBMK. Les points A, B, C, D repèrent les états du fluide entre les organes ; cycle direct : le fluide qui traverse le cœur est celui qui se détend dans la turbine.

d'énergie sur un système fermé judicieusement choisi, démontrer le premier principe pour les écoulements stationnaires (dit « premier principe industriel ») :

$$h_2 - h_1 = w_u + q,$$

où h désigne l'enthalpie massique du fluide, et où l'on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle macroscopiques.

8) Le liquide étant supposé incompressible, montrer que le travail massique utile reçu par le fluide dans la pompe s'écrit $w_{\text{pompe}} = v_\ell (P_0 - P_{\text{cond}})$, où v_ℓ est le volume massique du liquide. Faire l'application numérique et justifier que l'on puisse confondre h_B et h_A dans toute la suite.

9) Exprimer le transfert thermique massique q_c reçu dans le cœur, le travail massique w_{turb} reçu dans la turbine et le transfert thermique massique q_f reçu dans le condenseur, en fonction des enthalpies massiques h_A , h_C et h_D . Faire les applications numériques.

10) Déterminer le titre en vapeur x_D en sortie de turbine. Commenter.

11) Déterminer le rendement η du cycle. Le comparer au rendement de Carnot d'une machine ditherme fonctionnant entre les températures extrêmes du cycle, puis au rendement global réel η_r de l'installation. Commenter l'origine des écarts.

Pour remédier au problème identifié à la question 10, les installations réelles fractionnent la détente en deux corps de turbine (haute et basse pression) et intercalent entre eux un *sécheur-surchauffeur*. On propose donc le cycle amélioré suivant, qui reprend les étapes $A \rightarrow B \rightarrow C$ du cycle précédent :

$C \rightarrow E$: détente adiabatique réversible dans le corps haute pression, de $P_0 = 70$ bar à la pression intermédiaire $P_i = 10$ bar ;

$E \rightarrow F$: séchage puis surchauffe isobare de la vapeur à P_i , jusqu'à la température $T_F = 250^\circ\text{C}$;

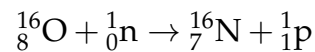
F → G : détente adiabatique réversible dans le corps basse pression, jusqu'à $P_{\text{cond}} = 0,04 \text{ bar}$;

G → A : liquéfaction totale dans le condenseur.

12) Tracer ce cycle amélioré sur le diagramme du document réponse et récapituler dans un tableau les valeurs de T , P , h et x pour les états E, F et G. Calculer le nouveau rendement η' , en comptant dans le transfert thermique fourni la chaleur de surchauffe. Comparer η' à η , et les titres x_E et x_G à x_D : quel est, en définitive, le véritable intérêt du sécheur-surchauffeur ?

13) En supposant que le travail récupéré sur l'arbre des turbines est intégralement converti en électricité, calculer l'ordre de grandeur du débit massique de vapeur traversant les turbines du cycle simplifié. Commenter.

14) Le préambule affirme que l'eau de la machine est radioactive. Dans le cœur, l'oxygène de l'eau est en effet le siège de la réaction d'activation neutronique :



l'azote 16 produit étant un émetteur γ de période radioactive $T_{1/2} = 7 \text{ s}$. Quelle conséquence le choix d'un cycle direct a-t-il sur l'exploitation de la salle des machines ? Expliquer pourquoi l'architecture à deux circuits des REP évite ce problème.

1.3 Diffusion thermique dans un crayon combustible

L'énergie libérée par les fissions est produite au sein des pastilles d' UO_2 , d'où elle doit être évacuée vers l'eau du circuit par conduction thermique. La température atteinte au cœur du combustible constitue l'un des critères de sûreté majeurs du réacteur ; on l'étudie ici en régime permanent. On modélise un crayon comme un cylindre de rayon R et de hauteur $H \gg R$, siège d'une puissance volumique P_V uniforme, et l'on suppose que les échanges thermiques s'effectuent exclusivement selon la direction radiale. La conductivité thermique de l' UO_2 , notée λ , est supposée constante.

15) Le cœur contient une masse m_{comb} de combustible UO_2 , de masse volumique ρ_{comb} . En supposant la puissance thermique P_{th} uniformément répartie dans ce combustible, exprimer la puissance volumique P_V dégagée par les fissions, puis la calculer.

16) En effectuant un bilan d'énergie en régime stationnaire dans un des crayons combustibles (en coordonnées cylindriques), montrer que :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{P_V}{\lambda} = 0.$$

17) On note $T_s = T(R)$ la température de la surface de la pastille. Établir l'expression de $T(r)$ et tracer l'allure de son profil.

18) En déduire l'écart de température $\Delta T = T(0) - T_s$ entre le cœur et la surface de la pastille. Commenter son expression. Faire l'application numérique.

19) En fonctionnement nominal, l'eau bouillant au contact du crayon, la surface de la pastille est portée à $T_s \simeq 300^\circ\text{C}$. Calculer la température $T(0)$ atteinte au cœur du combustible. La comparer à la température de fusion de l' UO_2 et conclure quant à la marge de sûreté disponible en régime nominal.

20) Une excursion de puissance porte localement la puissance volumique à plusieurs fois sa valeur nominale, la température de surface restant d'abord inchangée. Estimer le facteur par lequel P_V doit être multipliée pour que le cœur de la pastille atteigne la fusion. L'excursion en puissance lors de l'accident de la centrale a été estimée à $100 P_V$. Commenter.

1.4 Diffusion des neutrons dans le cœur

Émis rapides dans le combustible, les neutrons sont ralentis puis diffusent pour l'essentiel **dans le graphite modérateur** — c'est là que se font la centaine de collisions de thermalisation de la question 5 — avant d'y être finalement absorbés (dans un des crayons de combustible, dans le graphite ou dans l'eau). On décrit la population de neutrons dans le graphite par sa densité volumique $n(\vec{r}, t)$. On note D (en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) le coefficient de diffusion des neutrons dans le graphite. On considère que le nombre de neutrons absorbés par unité de temps et de volume dans le graphite est proportionnel à $n(\vec{r}, t)$ (on note ν_a le coefficient de proportionnalité). On considère également que chaque neutron absorbé, déclenche en moyenne la production de k_∞ neutrons par fission.

21) Montrer que $n(\vec{r}, t)$ vérifie l'équation de la forme :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = A_1 \Delta n + A_2 \nu_a n.$$

Exprimer A_1 et A_2 en fonction de D , ν_a et de k_∞ .

22) On cherche une solution à variables séparées $n(\vec{r}, t) = f(\vec{r}) g(t)$. Montrer que la partie temporelle obéit à une équation du premier ordre :

$$g(t) = g_0 e^{pt}$$

, tandis que la partie spatiale vérifie

$$\Delta f + B^2 f = 0,$$

où B^2 est une constante de séparation (le *laplacien géométrique* du cœur). Exprimer p en fonction de ν_a , k_∞ , B^2 et de la longueur de diffusion dans le graphite L telle que $L^2 = D/\nu_a$.

23) Le cœur est un cylindre de rayon R et de hauteur H ; on impose l'annulation de la densité à sa frontière ($f = 0$ en $r = R$ et en $z = 0, H$) : **il n'y a pas d'annulation de la densité neutronique dans le cœur**. En cherchant $f(r, z) = F(r) h(z)$, montrer que la partie axiale est sinusoïdale et que la partie radiale vérifie

$$F'' + \frac{1}{r} F' + \left(B^2 - \frac{\pi^2}{H^2} \right) F = 0.$$

Identifier cette équation à l'équation de Bessel de l'annexe et écrire la solution générale $F(r)$. En déduire que le laplacien géométrique du cœur vaut :

$$B^2 = \left(\frac{2,405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2.$$

24) Le réacteur fonctionne en régime stationnaire . En déduire la condition de *criticité* reliant k_∞ , L^2 et B^2 . À l'aide des dimensions du cœur ($R \simeq 6$ m, $H \simeq 7$ m) et de la longueur de diffusion du graphite (annexe), calculer B^2 puis la valeur de k_∞ nécessaire à la criticité. Commenter : pourquoi un cœur de graphite doit-il être aussi volumineux ?

25) On revient au cas général (p quelconque). On introduit le *facteur de multiplication effectif* k et la *durée de vie* d'un neutron Λ , définis par

$$k = \frac{k_\infty}{1 + L^2 B^2}, \quad \Lambda = \frac{1}{v_a (1 + L^2 B^2)}.$$

Montrer que l'amplitude $n(t) \propto g(t)$ de la population obéit à

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k - 1}{\Lambda} n.$$

Tant que la forme spatiale f de la densité reste celle de ce mode fondamental, une seule amplitude $n(t)$ suffit à décrire toute la population : c'est le cadre de l'étude de cinétique qui suit.

2 Les causes physiques de l'accident

Dans la nuit du 25 au 26 avril 1986, l'équipe de conduite du réacteur n° 4 devait réaliser un essai : vérifier que l'inertie du groupe turbo-alternateur, après fermeture de l'admission de vapeur, suffit à alimenter les pompes de circulation pendant les quelques dizaines de secondes nécessaires au démarrage des diesels de secours. La chronologie simplifiée est donnée dans le tableau 1 ; les questions qui suivent ont pour but d'en éclairer chaque étape.

25 avril, 01h06	début de la baisse de puissance (depuis 3200 MW thermiques)
25 avril, ~03h47	palier à mi-puissance (~ 1600 MW thermiques) ; baisse suspendue à la demande du répartiteur du réseau
25 avril, 23h10	reprise de la baisse vers le niveau prévu pour l'essai (700 à 1000 MW thermiques)
26 avril, 00h28	erreur de pilotage : la puissance chute à ~ 30 MW thermiques
26 avril, 01h00	puissance stabilisée à ~ 200 MW thermiques, au prix du retrait de la quasi-totalité des barres de commande
26 avril, 01h23'04	début de l'essai : fermeture des vannes d'admission de la turbine
26 avril, 01h23'40	ordre d'arrêt d'urgence (bouton AZ-5)
26 avril, 01h23'43–48	excursion de puissance ; deux explosions détruisent le réacteur

Tableau 1: Chronologie simplifiée de l'accident.

2.1 Cinétique de la réaction en chaîne

La sous-partie précédente a établi que l'amplitude $n(t)$ de la population neutronique — proportionnelle à la puissance du réacteur — obéit à $\dot{n} = (k - 1) n / \Lambda$, où k est le facteur de multiplication effectif et $\Lambda \simeq 10^{-3}$ s la durée de vie d'un neutron. Ce résultat suppose que *tous* les neutrons de fission sont émis à l'instant même de la fission. En réalité, une fraction $\beta \simeq 0,7\%$ (pour l'uranium 235) est émise avec retard : ces neutrons *retardés* proviennent de la désintégration de certains fragments de fission, appelés les *précurseurs*, dont on note $C(t)$ le nombre et $\lambda = 1/t_d$ la constante de désintégration ($t_d \simeq 13$ s). En distinguant, parmi les k neutrons produits en moyenne par disparition, la part prompte $(1 - \beta)$ de la part retardée β — stockée transitoirement dans les précurseurs avant d'être émise —, la dynamique exacte de la population s'écrit

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k(1 - \beta) - 1}{\Lambda} n + \lambda C, \quad \frac{dC}{dt} = \frac{k\beta}{\Lambda} n - \lambda C.$$

On définit la *réactivité* $\rho = (k - 1)/k$ et l'on se place au voisinage de la criticité ($k \simeq 1$).

26) En l'absence de sources de neutrons retardés ($\beta = 0$ et $C = 0$), Montrer que :

$$n(t) \propto e^{pt}$$

Exprimer p et calculer p pour un excès de réactivité modeste, $k = 1,005$, puis le temps $t = \ln(1000)/p$ au bout duquel la puissance est multipliée par 1000. Un réacteur fonctionnant sur les seuls neutrons prompts serait-il pilotable par des opérateurs humains, voire par un système automatique ?

27) On cherche des solutions de la forme $n(t), C(t) \propto e^{pt}$. En reportant dans le système couplé, montrer que p est racine du trinôme du second degré

$$\Lambda p^2 + [\Lambda\lambda + k(\beta - \rho)] p - k\lambda\rho = 0 \quad (\rho = (k - 1)/k).$$

Ce trinôme admet deux racines. En exploitant le fait que Λ est très petit devant les autres temps caractéristiques, montrer qu'il existe une racine *rapide* et une racine *lente*, d'expressions approchées :

$$p_{\text{rapide}} \simeq -\frac{k(\beta - \rho)}{\Lambda}, \quad p_{\text{lent}} \simeq \frac{\lambda\rho}{\beta - \rho},$$

28) On considère d'abord un excès de réactivité modéré, $\rho < \beta$.

(a) Déterminer le signe de chaque racine. En déduire que la réponse se décompose en un bref transitoire rapide *amorti* (le « saut prompt »), suivi d'une *croissance lente* pilotée par les neutrons retardés. Calculer p_{lent} pour $k = 1,005$, la période associée et le temps de multiplication de la puissance par 1000 ; comparer à la question 26 et conclure sur la pilotabilité.

(b) Que devient la racine rapide lorsque ρ franchit la valeur β ? Justifier que, lorsque ρ est de l'ordre de quelques β , la réaction diverge, avec un temps caractéristique de $1/\Lambda$, sur les seuls neutrons *prompts* (régime *prompt-critique*). Commenter le rôle de β .

2.2 Le coefficient de vide

On modélise le facteur de multiplication par $k = k_1 f$, où f est le *facteur d'utilisation thermique*, probabilité qu'un neutron thermique soit absorbé par le combustible plutôt que par les autres matériaux du cœur :

$$f = \frac{\Sigma_c}{\Sigma_c + \Sigma_g + (1 - \alpha) \Sigma_e},$$

où Σ_c , Σ_g et Σ_e désignent les pouvoirs d'absorption neutronique du combustible, de l'ensemble {graphite + structures}, et de l'eau *liquide* remplissant les tubes de force. Le nombre $\alpha \in [0, 1]$, appelé *taux de vide*, est la fraction volumique de vapeur dans les tubes : la vapeur, mille fois moins dense que le liquide, n'absorbe pratiquement pas les neutrons. Dans le RBMK, la modération est assurée par le graphite, et l'on admet que le facteur k_1 ne dépend pas de α . On donne $\Sigma_g/\Sigma_c = 0,02$ et $\Sigma_e/\Sigma_c = 0,03$.

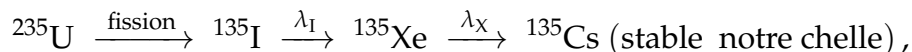
29) En marche normale, le réacteur est réglé (par les barres de commande) pour être critique à pleine eau liquide ($\alpha_0 \simeq 0$) : on prend $k(0) = 1$, soit $\rho(0) = 0$. Le facteur k_1 étant indépendant de α , établir l'expression littérale de la réactivité $\rho(\alpha)$ puis l'exprimer en fonction de α uniquement. Calculer $\rho(1)$ (vaporisation totale) et comparer sa valeur numérique à celle de β . On appelle *coefficient de vide* la dérivée $c_v = d\rho/d\alpha$: quel est son signe pour le RBMK ? Commenter.

30) Dans un REP, l'eau joue simultanément le rôle de caloporteur et de modérateur, et il n'y a pas de graphite. Expliquer qualitativement pourquoi le coefficient de vide y est négatif, et pourquoi cette propriété constitue une sécurité intrinsèque.

2.3 L'empoisonnement au xénon 135

On rappelle que la désintégration radioactive suit une cinétique d'ordre un : chaque noyau a une probabilité constante λ (la *constante de désintégration*) de se désintégrer par unité de temps, si bien qu'une population $N(t)$ de noyaux radioactifs vérifie $dN/dt = -\lambda N$, d'où $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$; la période radioactive vaut $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$.

Le xénon 135 est le plus puissant poison neutronique connu. Il est produit indirectement : environ $\gamma = 6\%$ des fissions produisent de l'iode 135, qui se désintègre en xénon 135 :



où λ_I et λ_X sont les constantes de désintégration de l'iode et du xénon, de périodes $T_{1/2}(^{135}\text{I}) = 6,6 \text{ h}$ et $T_{1/2}(^{135}\text{Xe}) = 9,2 \text{ h}$.

Le xénon 135 disparaît également par *capture neutronique*. On note φ le *flux neutronique* : le nombre de neutrons traversant une unité de surface par unité de temps (il est proportionnel à la puissance du réacteur). En notant X la concentration volumique de xénon, le nombre de neutrons capturés par le xénon *par unité de temps et de volume* s'écrit alors :

$$\sigma_X \varphi X,$$

où le coefficient σ_X , caractéristique du noyau, est appelé *section efficace de capture*.

On note enfin $I(t)$ la concentration volumique d'iode et F le taux volumique de production d'iode par les fissions (proportionnel à φ).

31) Justifier, à l'aide des rappels ci-dessus, que l'évolution des concentrations est régie par le système :

$$\frac{dI}{dt} = F - \lambda_I I, \quad \frac{dX}{dt} = \lambda_I I - \lambda_X X - \sigma_X \varphi X.$$

Interpréter chacun des termes.

32) Déterminer les concentrations stationnaires I_{eq} et X_{eq} en régime de fonctionnement à puissance nominale, pour laquelle $\varphi = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Calculer numériquement λ_X et $\sigma_X \varphi$ et montrer qu'à puissance nominale, le xénon disparaît essentiellement par capture neutronique et non par désintégration.

33) À l'instant $t = 0$, la puissance est brutalement réduite à une valeur très faible : on prend $\varphi \simeq 0$ pour $t > 0$. Montrer que

$$\left. \frac{dX}{dt} \right|_{t=0+} = \frac{\sigma_X \varphi}{\lambda_X + \sigma_X \varphi} F > 0,$$

où φ désigne le flux *avant* la réduction de puissance. L'allure de $X(t)$ est donnée figure 3. Au bout de combien de temps $X(t)$ est-elle maximale ? Ce phénomène est appelé *pic xénon* (ou « puits xénon » du point de vue de la réactivité).

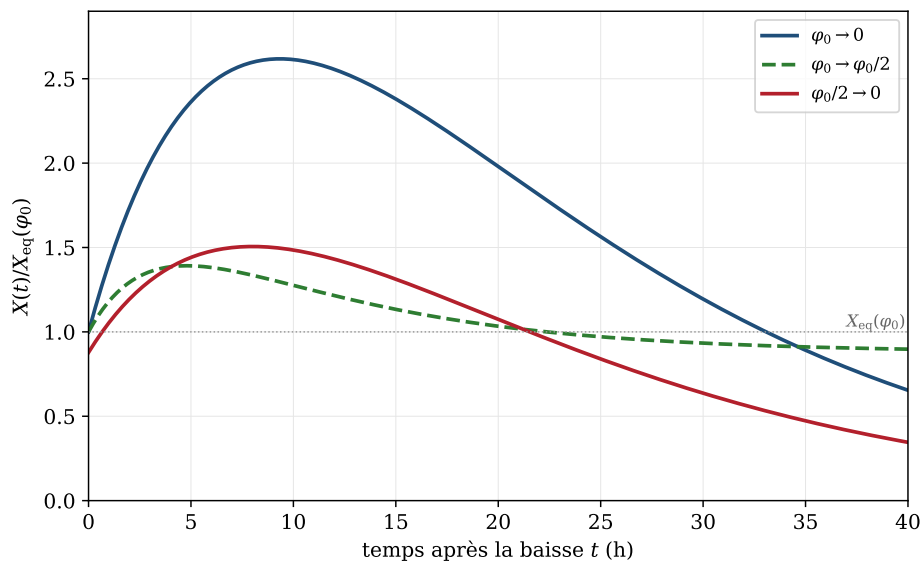


Figure 3: Évolution de la concentration en xénon 135 après une baisse du flux à $t = 0$, pour trois scénarios (concentration rapportée à sa valeur d'équilibre nominale).

34) En pratique, la figure 3 donne l'évolution de la concentration en xénon $X(t)/X_{eq}(\varphi_0)$ pour trois baisses possibles du flux (à $t = 0$) :

- arrêt complet ($\varphi_0 \rightarrow 0$),
- baisse de moitié ($\varphi_0 \rightarrow \varphi_0/2$),
- chute vers zéro *depuis* le palier de mi-puissance ($\varphi_0/2 \rightarrow 0$).

En vous appuyant sur ces courbes et sur la chronologie (tableau 1), déterminer lequel des deux événements a réellement empoisonné le cœur : le *report de l'essai* (long palier à mi-puissance) ou la *chute brutale de puissance de 00h28*. On justifiera par les ordres de grandeur de temps (durée du palier, instant de l'excursion). Expliquer enfin pourquoi, à 01h00, la quasi-totalité des barres de commande se trouvait extraite du cœur, et en quoi cette configuration compromettait par avance l'efficacité d'un arrêt d'urgence.

2.4 La nuit du 26 avril 1986

35) À 01h23'04, l'essai commence : les vannes d'admission de la turbine sont fermées, et quatre des huit pompes de circulation, alimentées par l'alternateur en roue libre, ralentissent progressivement. Le débit d'eau dans les tubes de force diminue alors que la puissance thermique du cœur est maintenue. En vous appuyant sur le modèle de la question 29, décrire l'enchaînement de phénomènes qui s'amorce entre le taux de vide α , la réactivité et la puissance, et expliquer pourquoi cet enchaînement s'auto-amplifie. On parle d'*emballement*.

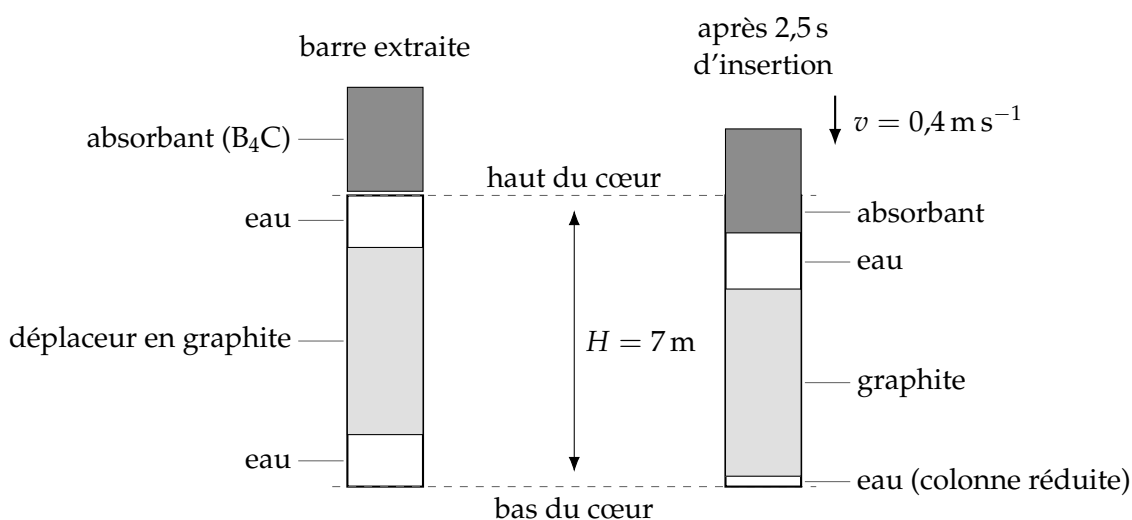


Figure 4: Schéma d'une barre de commande du RBMK dans son canal, à deux instants. Gris foncé : partie absorbante (carbure de bore) ; gris clair : *déplaceur* de graphite qui la prolonge vers le bas ; blanc : eau. Barre totalement extraite (à gauche), le déplaceur occupe le centre du cœur et deux colonnes d'eau subsistent en haut et en bas ; en début d'insertion (à droite), le graphite chasse l'eau du bas du cœur.

36) À 01h23'40, l'opérateur presse le bouton d'arrêt d'urgence AZ-5 : toutes les barres de commande, presque toutes extraites (question 34), s'insèrent simultanément par le haut à la vitesse $v = 0,4 \text{ m s}^{-1}$. La géométrie des barres est donnée en figure 4. Décrire ce qui se substitue à quoi dans le *bas* du cœur pendant les premières secondes de l'insertion. Expliquer pourquoi l'ordre d'arrêt d'urgence a commencé par *induire une hausse de réactivité* dans la moitié inférieure du cœur, là précisément où le taux de vide croissait déjà. Combien de temps l'absorbant met-il à atteindre la mi-hauteur du cœur ?

37) On estime que la conjonction de l'effet de vide et de cet « effet de bout de barre » a porté la réactivité à $\rho \simeq 2\beta$. Calculer le temps caractéristique de l'excursion de puissance dans ce régime prompt-critique, puis le temps nécessaire pour que la puissance soit

multipliée par un facteur 100. Comparer à la chronologie du tableau 1. Les barres avaient-elles le temps de faire effet ?

38) Les reconstitutions estiment que l'excursion a produit une énergie $E \simeq 2 \times 10^{11} \text{ J}$ dans le combustible, en un temps trop court pour que celui-ci soit refroidi de manière significative : l'évolution peut être considérée comme adiabatique. Estimer l'élévation de température du combustible (masse et capacité thermique massique en annexe). Sachant que l' UO_2 fond vers 2850°C , décrire l'état probable du combustible à l'issue de l'excursion.

39) Le combustible porté à très haute température se fragmente et se disperse dans l'eau des tubes de force. En supposant que l'énergie E est transférée à l'eau, estimer la masse d'eau vaporisée quasi instantanément. Quelle est la conséquence mécanique pour les tubes de force et le circuit primaire ? C'est la première explosion, dite *explosion de vapeur*.

40) La dalle supérieure du réacteur, d'une masse d'environ 2000 tonnes, a été soulevée et retournée par l'explosion. Estimer l'énergie nécessaire pour la soulever d'une dizaine de mètres, et l'exprimer en fraction de E . Commenter.

41) Quelques secondes plus tard, une seconde explosion, plus violente, détruit le bâtiment. Parmi les hypothèses avancées figure l'explosion de l'hydrogène produit par la réaction du zirconium des gaines avec la vapeur d'eau à haute température : $\text{Zr} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{ZrO}_2 + 2\text{H}_2$. Le graphite du cœur, porté à haute température et exposé à l'air, brûlera ensuite pendant une dizaine de jours. Expliquer en quoi ces deux phénomènes, ainsi que l'absence d'enceinte de confinement autour du réacteur (contrairement aux REP), ont déterminé l'ampleur des rejets radioactifs.

42) En vous appuyant sur l'ensemble de cette partie, rédiger une brève synthèse des causes de l'accident, puis les récapituler dans un **tableau** distinguant, pour chaque défaut, ce qui relève de la *conception* du réacteur et ce qui relève de sa *conduite*, et indiquant éventuellement — pour chaque défaut de conception — la modification permettant d'y remédier (ces modifications ont effectivement été apportées aux RBMK encore en service après 1986).

Annexe

Pour simplifier certaines applications numériques :

$$\frac{48}{169} \simeq 0,28; \quad \frac{1,05}{1,02} \simeq 1,03; \quad \frac{303}{558} \simeq 0,54; \quad \frac{119}{316} \simeq 0,38;$$

$$\ln 2 \simeq 0,7; \quad \ln 10 \simeq 2,3; \quad \ln 100 \simeq 4,6; \quad \ln 1000 \simeq 6,9; \quad \ln(8 \times 10^7) \simeq 18.$$

Constantes fondamentales

charge élémentaire	$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
nombre d'Avogadro	$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
accélération de la pesanteur	$g \simeq 9,81 \text{ m s}^{-2}$
masse d'un nucléon	$m_n \simeq 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

On rappelle que $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$, que $M(^{235}\text{U}) = 235 \text{ g mol}^{-1}$ et qu'un jour vaut environ $8,6 \times 10^4 \text{ s}$.

Données du réacteur RBMK-1000

puissance thermique nominale	$P_{\text{th}} = 3200 \text{ MW}$
puissance électrique nominale	$P_e = 1000 \text{ MW}$
pression de fonctionnement	$P_0 = 70 \text{ bar}$
pression du condenseur	$P_{\text{cond}} = 0,04 \text{ bar}$
hauteur active du cœur	$H = 7 \text{ m}$
masse de combustible UO_2	$m_{\text{comb}} \simeq 2 \times 10^5 \text{ kg}$
capacité thermique massique de l' UO_2	$c \simeq 300 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
masse volumique de l' UO_2	$\rho_{\text{comb}} \simeq 1,0 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
conductivité thermique de l' UO_2	$\lambda \simeq 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
rayon d'une pastille de combustible	$R \simeq 6 \text{ mm}$
température de fusion de l' UO_2	$T_{\text{fus}} \simeq 2850^\circ \text{C}$
masse de la dalle supérieure	$M_d \simeq 2 \times 10^6 \text{ kg}$
vitesse d'insertion des barres	$v = 0,4 \text{ m s}^{-1}$

Données neutroniques

durée de vie des neutrons prompts	$\Lambda \simeq 10^{-3} \text{ s}$
longueur de diffusion (graphite)	$L \simeq 0,5 \text{ m}$
fraction de neutrons retardés	$\beta \simeq 0,7\%$
retard moyen d'émission	$t_d \simeq 13 \text{ s}$
flux neutronique à puissance nominale	$\phi = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
section efficace de capture de ^{135}Xe	$\sigma_X = 2,6 \times 10^6 \text{ barn}$
section efficace de capture de ^1H	$\sigma_H \simeq 0,33 \text{ barn}$
section efficace de capture de ^{12}C	$\sigma_C \simeq 0,003 \text{ barn}$
rendement de fission de ^{135}I	$\gamma \simeq 6\%$
décroissement logarithmique moyen du carbone	$\xi_C = 0,16$

Laplacien d'un champ scalaire en coordonnées cylindriques

Pour un champ scalaire $f(r, \theta, z)$:

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}.$$

Fonctions de Bessel

Toute fonction y vérifiant l'équation différentielle

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 k^2 - m^2) y(x) = 0$$

s'écrit

$$y(x) = a_1 J_m(kx) + a_2 Y_m(kx),$$

où J_m est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre m , et Y_m la fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre m . Ces fonctions sont représentées sur les figures 5 et 6.

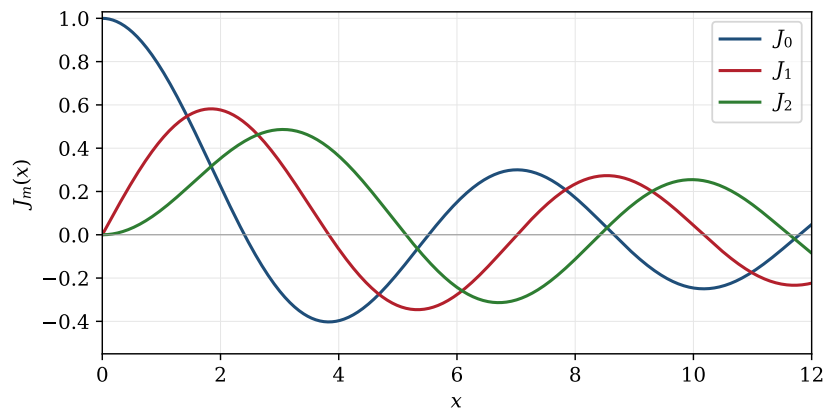


Figure 5: Fonctions de Bessel de première espèce J_0, J_1, J_2 .

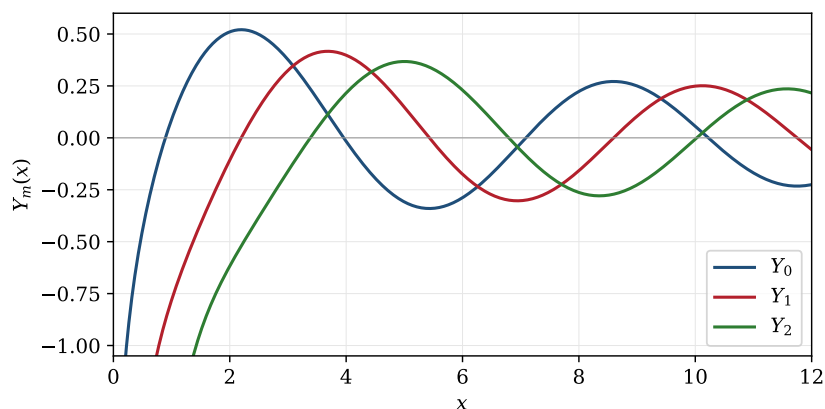


Figure 6: Fonctions de Bessel de seconde espèce Y_0, Y_1, Y_2 (divergentes en $x = 0$).

Le tableau ci-dessous donne les cinq premiers zéros $\chi_{m,1}, \dots, \chi_{m,5}$ de J_m , pour m compris entre 0 et 4.

$\chi_{m,n}$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
$m = 0$	2,40483	5,52008	8,65373	11,79153	14,93092
$m = 1$	3,83171	7,01559	10,17347	13,32369	16,47063
$m = 2$	5,13562	8,41724	11,61984	14,79595	17,95982
$m = 3$	6,38016	9,76102	13,01520	16,22347	19,40942
$m = 4$	7,58834	11,06471	14,37254	17,61597	20,82693

Références

- GROUPE CONSULTATIF INTERNATIONAL POUR LA SÛRETÉ NUCLÉAIRE (INSAG), *The Chernobyl Accident: Updating of INSAG-1*, Safety Series n° 75-INSAG-7, Agence internationale de l'énergie atomique (AIEA), Vienne, 1992 (également publié en français). Analyse de référence des causes de l'accident : coefficient de vide, conception des barres d'arrêt d'urgence, chronologie.
- P. REUSS, *Précis de neutronique*, collection Génie atomique, EDP Sciences / INSTN, 2003. Modération des neutrons, cinétique et neutrons retardés, coefficient de vide, empoisonnement au xénon.
- J. R. LAMARSH, A. J. BARATTA, *Introduction to Nuclear Engineering*, 3^e édition, Prentice Hall, 2001. Physique des réacteurs et conduction thermique dans le combustible.

FIN DE L'ÉPREUVE

