EXERCICE 1

L'effet Doppler décrit le décalage en fréquence d'une onde, observé entre les mesures à l'émission et à la réception, lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps. Dans le référentiel $\mathscr{R}$ du laboratoire, supposé galiléen, on fixe un laser et un récepteur lumineux. Le laser à argon utilisé émet une onde plane progressive monochromatique (OPPM) électromagnétique de fréquence f_e et longueur d'onde $\lambda_e = 5{,}2 \times 10^2$ nm, dirigée selon $\widehat{u}_e$ et se propageant à c_0.
Une particule solide P, supposée ponctuelle et possédant une vitesse $\vec{V}$ dans $\mathscr{R}$, constitue un observateur mobile par rapport à l'émetteur laser fixe. Par effet Doppler, elle perçoit donc une fréquence f_p différente de la fréquence f_e émise.

La figure 2 décrit une période spatiale λ_e de l'OPPM délimitée par deux fronts d'onde Π_1 et Π_2 à l'instant t, et par deux fronts d'ondes Π_1' et Π_2' à l'instant $t' = t + \Delta t$ avec $\Delta t = 1/f_p$. P appartient à Π_1 à l'instant t puis à Π_2' à l'instant t'.

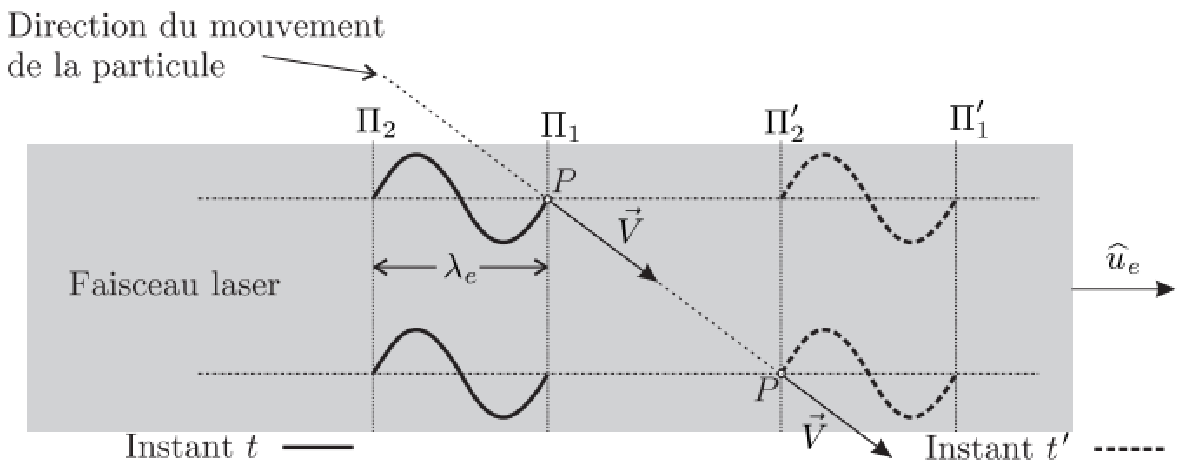


FIGURE 2 – Effet Doppler.

❑ – **1.** En faisant apparaître $\vec{V} \cdot \widehat{u}_e$, exprimer la distance parcourue par l'onde pendant Δt en fonction de la distance parcourue par la particule et de λ_e. En déduire la relation

$$f_p = f_e \left(1 - \frac{\widehat{u}_e \cdot \vec{V}}{c_0}\right)$$

La particule mobile diffuse à son tour de la lumière vers un photorécepteur fixe, selon la direction de $\widehat{u}_d$. Par effet Doppler, ce dernier perçoit une fréquence f_d différente de la fréquence f_p émise.

❑ – **2**. Dans le référentiel $\mathscr{R}'$ lié à la particule et en translation par rapport à $\mathscr{R}$, la particule émettrice de lumière est fixe et le récepteur mobile. En le justifiant, adapter le résultat de la question précédente afin de relier f_d et f_p.

❑ – **3**. Pour une vitesse $\|\vec{V}\| \ll c_0$ de l'ordre de $10\,\text{cm.s}^{-1}$, en déduire que :

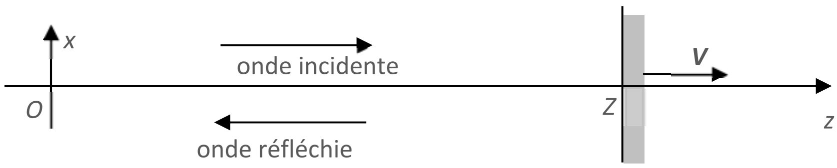
$$f_d \simeq f_e + \frac{(\widehat{u}_d - \widehat{u}_e)\cdot\vec{V}}{\lambda_e} \qquad (1)$$

Pour un laser à argon, que penser de l'écart relatif en fréquence, entre OPPM émise et reçue au niveau du photorécepteur ? On s'appuiera sur une analyse numérique.

EXERCICE 2

Un plan conducteur en translation rectiligne uniforme, parallèlement à l'axe (Oz), dans le référentiel R du laboratoire. On note R' le référentiel lié au plan conducteur.

Soit $\vec{V}$ le vecteur vitesse de translation de R' par rapport à R. $Z(t)$ représentant l'abscisse à l'instant t de la surface réfléchissante, on pose : $Z = Vt$.



Une OPPM incidente de fréquence f_1 est réfléchie par le plan métallique.

On cherche l'amplitude et la fréquence de l'onde plane réfléchie dans l'approximation non relativiste (V/c<<1).

Les champs électriques de l'onde incidente et de l'onde réfléchie ont pour expressions dans R :

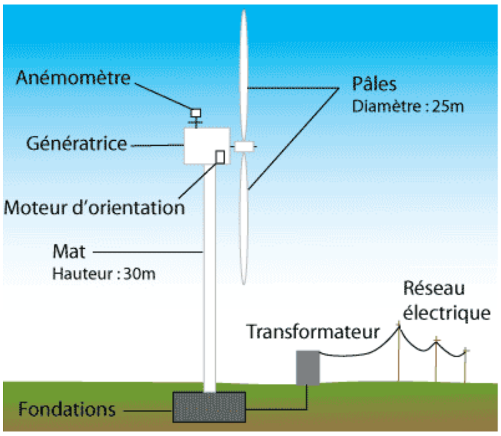
$$\underline{\vec{E}_i} = E_o e^{j(\omega_1 t - k_1 z)}\vec{e}_x \text{ et } \underline{\vec{E}_r} = rE_o e^{j(\omega_2 t + k_2 z)}\vec{e}_x$$

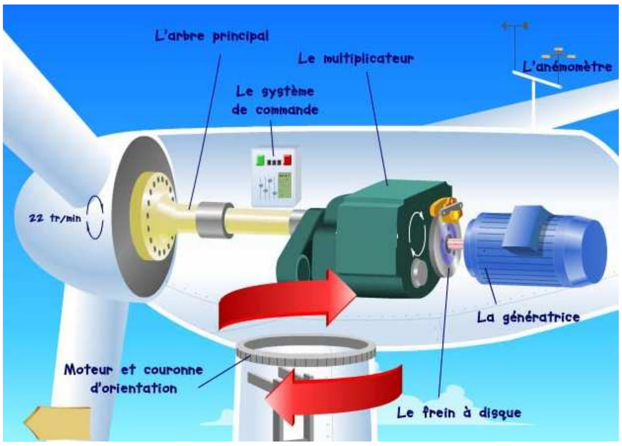
où r est le coefficient de réflexion :

1. Déterminer les expressions des champs électriques incident $\vec{E}_i{}'$ (en fonction de $\vec{E}_i$, V et c) et réfléchi $\vec{E}_r'$ (en fonction de $\vec{E}_r$, V et c) dans R'.
2. En déduire le rapport des fréquences $\frac{f_2}{f_1}$ et le coefficient de réflexion r. Commenter la différence $\Delta f = f_2 - f_1$
3. Un radar de contrôle de vitesse de véhicule émet une onde de fréquence 2,5 GHz en direction d'un véhicule. L'onde reçue est décalée en fréquence de 500 Hz. Quelle est la vitesse du véhicule ? Proposer un dispositif utilisant un multiplieur et un filtre permettant de mesurer cet écart.

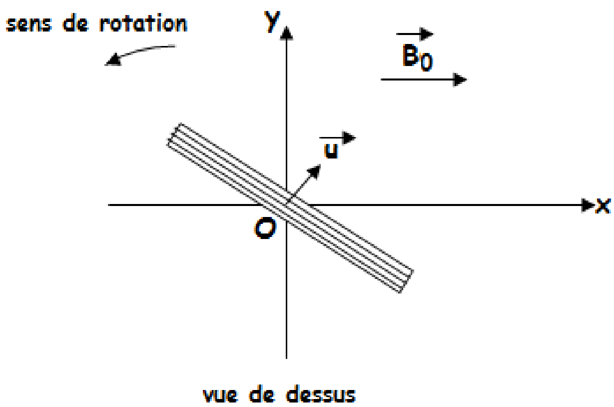
Pour simplifier, on considérera que la réflexion est totale et donc que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont nuls dans le conducteur.

Sous l'effet du vent, les pâles d'une éolienne tournent à la fréquence de rotation constante de 22 $tr.min^{-1}$ et entrainent le rotor d'un alternateur dont la fréquence de rotation Ω a été démultipliée par un multiplicateur (système d'engrenages) : $\Omega = 1{,}88 \times 10^4$ $tr.min^{-1}$.





On modélise le rotor par un bobinage de N spires identiques parallèles de section S et de vecteur surface $\vec{S} = S\vec{u}$. L'inductance propre du bobinage est L ; sa résistance interne est R. Ce rotor est plongé dans le champ magnétique $\vec{B_0} = B_0\vec{u_x}$ uniforme et constant produit par un stator (système d'aimants permanents). Sous l'effet du vent, on suppose que le bobinage est en rotation à la vitesse angulaire constante Ω autour de l'axe (Oz).



On suppose qu'à t = 0, $\vec{u} = \vec{u_x}$.

1) Montrer qu'en régime permanent de fonctionnement, un courant de fréquence égale à celle du secteur circule dans le rotor et déterminer son expression en fonction des données.

2) Après avoir expliqué son origine, expliciter l'expression du couple électromagnétique moyen s'exerçant sur le rotor $\langle\vec{\Gamma}\rangle = \langle\vec{M} \wedge \vec{B_0}\rangle$ où $\vec{M}$ est le moment magnétique du rotor.

3) Les pâles et le dispositif mécanique qui les relient au rotor exercent un couple supposé constant et égal à $\vec{\Gamma_p} = \Gamma_p\vec{u_z}$ en régime permanent. C'est ce couple qui, en outre, permet en outre la mise en rotation du rotor sous l'effet du vent. Déterminer Γ_p en régime permanent de fonctionnement.

4) Connaissez-vous un autre dispositif de conversion de puissance, analogue à une éolienne ? Expliquez.

En cas d'oscillation due à des vents violents, la Shanghai Tower dispose d'un système amortisseur appelé TMD (Tuned Mass Damper).
Ce dernier est constitué d'un système de freinage électromagnétique.
Le dispositif de freinage est constitué d'une plaque de cuivre se déplaçant dans le champ magnétique créé par des aimants permanents.
La plaque de largeur l selon $x'x$ et $y'y$, d'épaisseur a selon $z'z$ de conductivité γ, a un mouvement de translation rectiligne horizontale de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$ et est soumise à l'action du champ magnétique constante :

$$\vec{B} = B_0\vec{e}_z$$

dans un volume fixe dans (R) (en grisé sur la figure), de largeur b ($b < l$) et d'épaisseur a.
$\vec{B} = \vec{0}$ partout ailleurs dans la plaque.
I. De quel phénomène physique s'agit-il ?

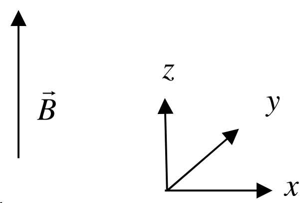
II. On assimile la plaque à un ensemble de tiges conductrices horizontales se déplaçant dans un plan horizontal.
Ces tiges de longueur $l > b$ selon $y'y$, d'épaisseur a selon $z'z$ sont recouvertes sur leur surface latérale d'un vernis isolant dont on néglige l'épaisseur.
Leur nombre par unité de longueur selon $x'x$ est noté n et leur résistance électrique r.
Leurs extrémités en $y = -\frac{l}{2}$ sont reliées par un fil conducteur dont on néglige la résistance ; il en est de même pour les extrémités en $y = \frac{l}{2}$. La force électromotrice induite vaut $e = vB_0b$.
Exprimer la forme intégrale de la loi d'Ohm donnant la tension aux bornes d'une tige, parcourue par un courant d'intensité i et soumise à l'action de $\vec{B}$, en fonction de v, b, B_0, r et i.

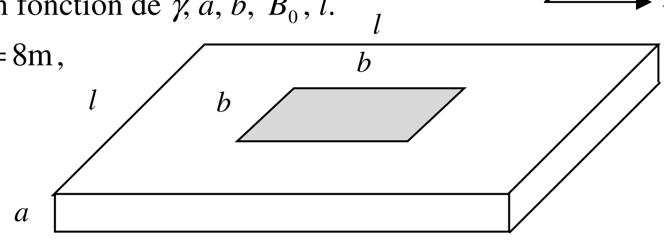
III. Que devient son expression pour une tige parcourue par un courant d'intensité i' et non soumise à l'action de $\vec{B}$?

IV. Exprimer i', en fonction de i, b et l puis i en fonction de v, b, B_0, r et l.
On rappelle que $r = \frac{nl}{\gamma a}$. Montrer que la puissance totale P_J dissipée par effet Joule dans la plaque est

$$P_J = \frac{\gamma b^3 (l-b) a v^2 B_0^2}{l^2}$$

V. Déterminer la force de Laplace exercée sur la plaque ainsi que sa puissance P_L.
Comparer P_J et P_L.
En déduire l'expression du coefficient de frottement h en fonction de γ, a, b, B_0, l.
Avec $\gamma = 5,96.10^7 \,\text{S.m}^{-1}$, $a = 1\text{cm}$, $b = 4\text{m}$, $B_0 = 1\text{T}$, $l = 8\text{m}$, calculer la valeur numérique de h.





Un bobsleigh arrive avec une vitesse de 27 m/s à la ligne d'arrivée et il attaque alors la piste de freinage qui remonte avec un angle α.

I.– Si les frottements sont négligés, quelle est la longueur de la piste nécessaire ? Commenter.

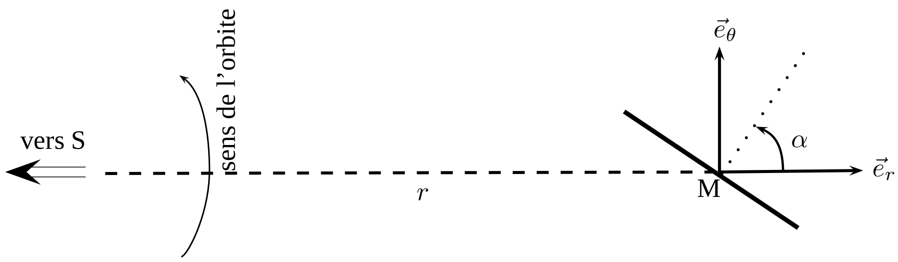
La piste de freinage est équipée d'alternance de zone magnétique/ non magnétique avec un champ perpendiculaire à la piste. La partie basse du bob est entouré d'un cadre métallique conducteur.

II.– Étudier le mouvement du bobsleigh selon sa position par rapport aux zones magnétiques.

III.– Quelle est la longueur optimale des zones ?

IV.– Que dire du freinage complet ?

Une sonde spatiale M de masse $m = 1,0 \times 10^3$ kg est en orbite autour du Soleil S. Elle est équipée d'une voile solaire plane d'aire $\mathcal{S}$ parfaitement réfléchissante dont la normale fait un angle α avec la direction SM. Rappelons qu'un photon de fréquence ν possède une énergie $h\nu$ et une quantité de mouvement $\frac{h\nu}{c}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire dirigé dans le sens de propagation du photon. On rappelle que le Soleil se comporte comme un corps noir isotherme dont la température de surface est $T = 5,8 \times 10^3$ K. Sauf à la question 2, on considère que l'orbite de la sonde est circulaire (rayon r) dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen.



1. (a) Déterminer, en fonction des données pertinentes de l'énoncé et de constantes universelles, la composante orthoradiale F_θ de la force de pression que les photons exercent sur la voile solaire.
   (b) Pour quel angle α, cette composante est-elle maximale ? On fera le choix de cet angle par la suite.
   (c) Calculer $F_{\theta,max}$ pour une voile solaire d'aire $\mathcal{S} = 6,0 \times 10^2$ m^2 située à une unité astronomique du Soleil.
2. La sonde décrit une orbite quasi-circulaire $r(t)$ (c'est une spirale lentement croissante) autour du Soleil. En combien de temps passe-t-elle d'une orbite terrestre à une orbite jovienne ?

Données :

– une unité astronomique (1 u.a.) = rayon de l'orbite terrestre dans le référentiel héliocentrique = 150×10^6 km ;
– rayon de l'orbite de Jupiter : 5,2 u.a ;
– masse du Soleil $M_\odot = 2,0 \times 10^{30}$ kg ;
– rayon du Soleil $R_\odot = 7,0 \times 10^8$ m.

Règle sur deux index

Posez une règle horizontalement sur deux doigts parallèles, de part et d'autre du milieu de la règle, et cherchez à rapprochez vos doigts. Vous constatez qu'un seul doigt glisse pendant que l'autre est fixe par rapport à la règle. Cette situation s'inverse plusieurs fois jusqu'à ce que les doigts se touchent au voisinage du milieu de la règle.

Nous noterons f_S (respectivement f_C) le coefficient de frottement statique (respectivement cinétique) qui interviennent dans la loi de Coulomb lorsqu'il n'y a pas glissement (respectivement lorsqu'il y a glissement).

L'expérience suivante a pour objectif de mesurer le rapport $\frac{f_C}{f_S} < 1$.

La règle homogène de masse m et de centre de masse G est posée sur deux supports identiques (figure 1) initialement distants de G respectivement de d_{A0} et d_{B0} où $d_{B0} > d_{A0}$.

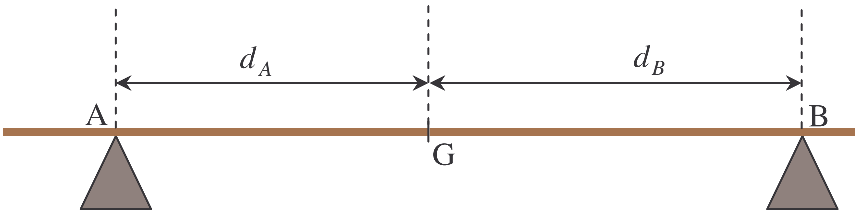


Fig. 1 – Règle posée sur deux supports

Un opérateur cherche à rapprocher ces deux supports.

1. La première phase du mouvement correspond au glissement de la règle en B alors qu'elle est fixe par rapport à l'autre support. Déterminer la distance d_{B1} au moment où cette phase s'arrête.

2. On poursuit l'expérience et on mesure les distances d'arrêt successives. L'incertitude de mesure est de l'ordre du millimètre. $d_{A0} = 14{,}0 \text{ cm}$.

   Déduire de ces mesures la valeur du rapport $\frac{f_C}{f_S}$.

k	1	2	3	4	5	6	7	8
d_{Ak} (en cm)	11,6	9,5	8,0	6,7	5,5	4,6	3,6	3,1
d_{Bk} (en cm)	12,7	10,3	8,7	7,1	5,9	5,0	4,2	3,5

Une brique cubique (côté de longueur $2a$) pleine homogène et de masse m est abandonnée, sans vitesse initiale par rapport au référentiel d'étude supposé galiléen, au dessus d'un tapis roulant dont la vitesse $\vec{v}_0$ est constante (cf. figure 1). On constate que lorsque la face AB est lâchée très près du tapis, la brique ne glisse pas sur le tapis : on fera cette hypothèse dans la suite de cette étude.

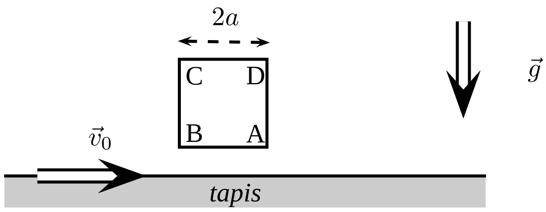


FIGURE 1: Géométrie du problème

Au contact de la brique avec le tapis, elle se met à pivoter :

1. autour de quelle arête ?, quelle est sa vitesse de rotation juste après qu'elle a touché le tapis ?

   Indication : Si on note $t = 0$ la date à laquelle la brique entre en contact avec le tapis, on pourra considérer que $\int_{0^-}^{0^+} \overrightarrow{OG} \wedge m\vec{g}\, dt = \vec{0}$ où O désigne un point quelconque et G le centre d'inertie de la brique.

2. peut-on choisir $||\vec{v}_0||$ pour éviter que la brique ne bascule complètement ? Si oui, on fera l'application numérique.

Données :

– le moment d'inertie de la brique par rapport à un axe passant par une de ses arêtes est $J = \dfrac{8}{3}ma^2$.

– $a = 5$ cm.

– $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.