

Pression de radiation sous incidence quelconque

1 Pression de radiation avec une approche corpusculaire

Connaissances exigibles :

✗ Énergie d'un photon : $E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

✗ Impulsion d'un photon : $\vec{p}_\gamma = \hbar \vec{k}$

✗ Débit de photons à travers une surface S : $D_\gamma = ncS$

✗ Relation entre $\langle \Pi \rangle$ et le débit de photons : $P = \langle \pi \rangle S = D_\gamma E_\gamma$

✗ Relation entre $\langle u_{em} \rangle$ et E_γ : $\langle u_{em} \rangle = nE_\gamma = nh\nu$

✗ On introduit n la densité de photons.

✗ On introduit ΔN le nombre de photons frappant la paroi S , sous un angle θ , pendant Δt :

$$\Delta N = n \times S \cos \theta \times c \Delta t$$

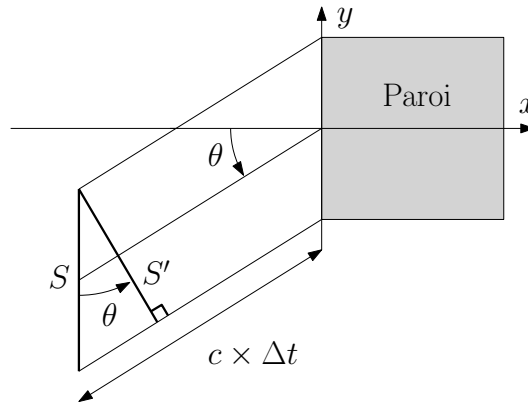


Figure 1

Notons que le volume contenant ce nombre ΔN de photons est le volume du cylindre de génératrice de longueur $c\Delta t$ et section droite $S' = S \cos \theta$.

✗ La variation de l'impulsion d'un photon lors du choc avec la paroi est :

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_r - \vec{p}_i = -2\hbar k \cos \theta \vec{u}_x$$

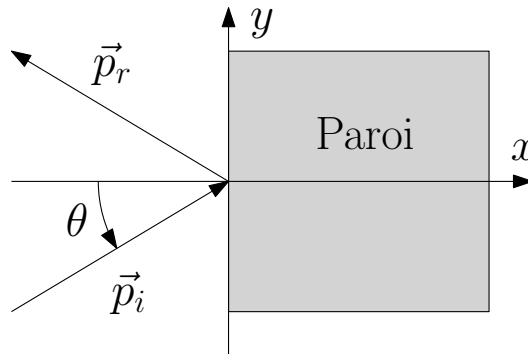


Figure 2

Notons que la norme de cette impulsion est constante et vaut :

$$p = \|\vec{p}_r\| = \|\vec{p}_i\| = \hbar k = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

- ✕ La force exercée sur la paroi due à la collision avec ces ΔN photons vaut, d'après le principe des actions réciproques :

$$\vec{F} = -\vec{F}_{\text{paroi} \rightarrow \Delta N \text{ photons}} = -\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = -\Delta N \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Où $\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ est la variation de l'impulsion des ΔN photons pendant Δt .

- ✕ On en déduit la pression :

$$P = \frac{F}{S} = 2nh\nu \cos^2 \theta = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2 \theta$$

$$\text{Car : } nh\nu = \langle u_{em} \rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}$$

2 Pression de radiation avec une approche ondulatoire

2.1 Hypothèses (à proposer)

- ✕ On se place dans le cas de l'énoncé où le champ électrique incident appartient au plan d'incidence.
 ✕ Les résultats suivants sont admis :

$$\omega = \omega'$$

$$\|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_r\| = \frac{\omega}{c}$$

(Linéarité + relation de dispersion de l'OPPM_i)

$$\theta' = \pi - \theta$$

(Lois de Descartes)

$$E_0 = E'_0$$

(Réflexion métallique parfaite)

2.2 Écriture des ondes incidente, réfléchie et résultante

- ✕ Onde incidente :

$$\vec{k}_i = \frac{\omega}{c} (\cos \theta \vec{u}_x + \sin \theta \vec{u}_y)$$

$$\vec{E}_i = E_0 (\cos \theta \vec{u}_y - \sin \theta \vec{u}_x) \exp(j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r}))$$

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega} = \frac{E_0}{c} \exp(j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r}))$$

- ✕ Onde réfléchie :

$$\vec{k}_r = \frac{\omega}{c} (\cos \theta' \vec{u}_x + \sin \theta' \vec{u}_y)$$

$$\vec{E}_r = E'_0 (\cos \theta' \vec{u}_y - \sin \theta' \vec{u}_x) \exp(j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r}))$$

$$\vec{B}_r = \frac{\vec{k}_r \wedge \vec{E}_r}{\omega} = \frac{E'_0}{c} \exp(j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r}))$$

✕ Onde résultante :

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = \begin{cases} -E_0 \sin(\theta) \times 2 \cos(\cos(\theta)kx) \times \exp(j(\omega t - \sin(\theta)ky)) \\ -E_0 \cos(\theta) \times 2j \sin(\cos(\theta)kx) \times \exp(j(\omega t - \sin(\theta)ky)) \\ 0 \end{cases}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_i + \vec{B}_r = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ \frac{E_0}{c} \times 2 \cos(\cos(\theta)kx) \times \exp(j(\omega t - \sin(\theta)ky)) \end{cases}$$

2.3 Calculs des densités surfaciques

2.3.1 Densité surfacique de charge

✕ La première relation de passage s'écrit, dans le cas de l'exercice :

$$(\vec{E}_i + \vec{E}_r)_{(x=0^-,t)} \cdot (-\vec{u}_x) = (\vec{E})_{(x=0^-,t)} \cdot (-\vec{u}_x) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}$$

✕ On en déduit :

$$\sigma(t) = 2\varepsilon_0 E_0 \sin(\theta) \times \exp(j(\omega t - \sin(\theta)ky))$$

2.3.2 Courants surfaciques

✕ La deuxième relation de passage s'écrit, dans le cas de l'exercice :

$$(-\vec{u}_x) \wedge (\vec{B}_i + \vec{B}_r)_{(x=0^-,t)} = \mu_0 \vec{j}_s(t)$$

✕ On en déduit :

$$\vec{j}_s(t) = \frac{2E_0}{\mu_0 c} \times \exp(j(\omega t - \sin(\theta)ky)) \vec{u}_y$$

2.4 Calcul des forces

1

2.4.1 Force électrique

✕ On utilise l'expression donnée dans l'énoncé :

$$\vec{f}_E = \frac{1}{2} \iint \sigma(t) \vec{E}_{(x=0^-,t)} dS$$

✕ Sachant que $(\vec{E})_{(x=0^-,t)} = -\frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}$, on obtient :

$$\vec{f}_E = -\frac{1}{2\varepsilon_0} \iint \sigma(t)^2 dS \vec{u}_x$$

✕ On en déduit la force moyennée sur le temps :

$$\langle \vec{f} \rangle_E = -\frac{1}{2\varepsilon_0} \iint \langle \sigma(t)^2 \rangle dS \vec{u}_x = -\frac{1}{2\varepsilon_0} \iint \frac{1}{2} (2\varepsilon_0 E_0 \sin(\theta))^2 dS \vec{u}_x = -\varepsilon_0 E_0^2 \sin^2(\theta) \times S \vec{u}_x$$

1. Le coefficient 1/2 dans les expressions des composantes électriques et magnétique de la force de Lorentz agissant sur une surface métallique irradiée, vient du fait que l'on ne s'intéresse qu'aux actions extérieures agissant sur cette surface. Sachant que le champ total à surface du conducteur est égal à la somme du champ incident et du champ réfléchi, on ne peut pas prendre ce champ en totalité : il faut considérer uniquement le champ incident (le champ réfléchi étant produit par la surface elle-même). Plutôt que d'écrire les champs incidents dans les expressions des forces, on préfère prendre la moitié des champs résultants, ce qui donne le même résultat

2.4.2 Force magnétique

✖ On utilise l'expression donnée dans l'énoncé :

$$\vec{f}_B = \frac{1}{2} \iint \vec{j}_s(t) \wedge \vec{B}_{(x=0^-,t)} dS$$

✖ Sachant que $(\vec{B})_{(x=0^-,t)} = -\mu_0 \vec{j}_s(t) \wedge \vec{u}_x$, on obtient :

$$\vec{f}_B = \frac{\mu_0}{2} \iint j_s(t)^2 dS \vec{u}_x$$

✖ On en déduit la force moyennée sur le temps :

$$\langle \vec{f} \rangle_B = \frac{\mu_0}{2} \iint \langle j_s(t)^2 \rangle dS \vec{u}_x = \frac{\mu_0}{2} \iint \frac{1}{2} \left(\frac{2E_0}{\mu_0 c} \right)^2 dS \vec{u}_x = \varepsilon_0 E_0^2 \times S \vec{u}_x$$

2.5 Pression de radiation

✖ La force totale exercée sur la surface S de la paroi, moyennée dans le temps vaut donc :

$$\langle \vec{f} \rangle = \langle \vec{f} \rangle_B + \langle \vec{f} \rangle_E = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\theta) S \vec{u}_x$$

✖ n en déduit la pression exercée sur la paroi, appelée pression de radiation :

$$P = \frac{\|\langle \vec{f} \rangle\|}{S} = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\theta)$$