

EM3 : Dipôles électrostatique et magnétostatique

EXERCICE 1

Moment dipolaire de l'eau

De par l'électronégativité des atomes constituant la molécule d'eau, on peut modéliser celle-ci par un atome d'oxygène portant la charge -2δ relié à deux atomes d'hydrogène portant chacun la charge $+\delta$. δ vaut 33% de la charge élémentaire ; l'angle entre les deux liaisons $O - H$ est noté α ; la distance entre un atome d'oxygène et un atome d'hydrogène est notée d .

Déterminer l'expression (vectorielle) du moment dipolaire de la molécule d'eau et calculer sa valeur.

Données

$$d = 95.2 \text{ pm}, \alpha = 104^\circ 45'$$

EXERCICE 2

Magnétisme terrestre

Le champ magnétique terrestre, dont la carte est représentée figure (1), est pour l'essentiel dû à un dipôle magnétique $\vec{m}_T$ placé au centre de la Terre et dirigé suivant un axe appelé axe magnétique.

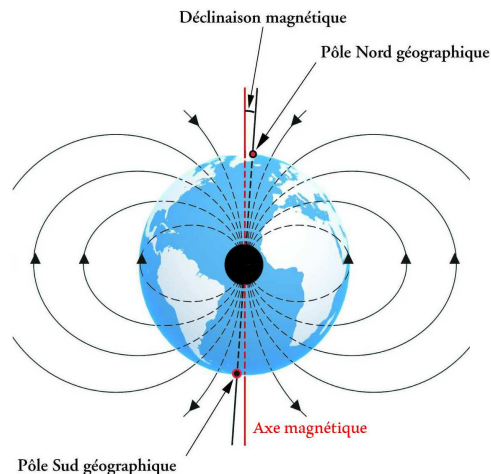


FIGURE 1 – Carte du champ magnétique terrestre

- Comment sont positionnés les pôles nord et sud de l'aimant équivalent au dipôle $\vec{m}_T$? Pour la suite on confondra l'axe magnétique et l'axe géographique.
- Représenter en coordonnées sphériques, les composantes verticale $\vec{B}_v$ et horizontale $\vec{B}_h$ du champ magnétique terrestre en un point de latitude $40^\circ N$.
- Pour déterminer la composante horizontale $\vec{B}_h$ du champ magnétique terrestre, on réalise l'expérience suivante :
On utilise une aiguille aimantée de moment magnétique $\vec{m}$, pouvant tourner autour d'un axe perpendiculaire à $\vec{m}$, cet axe peut prendre n'importe quelle direction dans l'espace.
On oriente l'axe de rotation verticalement ; on place l'aiguille aimantée sur l'axe d'une bobine parcourue par un courant produisant un champ magnétique uniforme $B_e = 100 \mu T$, colinéaire et de même sens que $\vec{B}_h$. On écarte légèrement l'aiguille de sa position d'équilibre. Elle oscille avec une période T_1 . On inverse le sens du courant dans la bobine, la période des oscillations vaut T_2 (on supposera $B_h < B_e$). On effectue une série de mesures, dont les résultats sont donnés dans le tableau ci dessous :

Expérience	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{T_1}{T_2}$	0,78	0,80	0,77	0,78	0,76	0,79	0,80	0,77	0,79

En déduire les valeurs de $\|\vec{B}_h\|$, $\|\vec{m}_T\|$, $\|\vec{B}_v\|$

Proposer une méthode permettant de mesurer directement B_v , connaissant B_h , à partir de la mesure d'un angle. Quelle valeur s'attend-on à trouver ?

Données :

- ✕ Champ magnétique créé en un point M de l'espace par un moment magnétique $\vec{m}$ placé en O et dirigé suivant l'axe (Oz) , exprimé en coordonnées sphériques : $\vec{B} = \frac{\mu_0 \times m}{4\pi} \left(\frac{2 \cos \theta}{r^3} \vec{e}_r + \frac{\sin \theta}{r^3} \vec{e}_\theta \right)$

EXERCICE 3

Interaction entre un dipôle et une spire On considère un dipôle $\vec{p}$ placé au centre O d'une spire circulaire de rayon R et faisant un angle θ avec son axe de révolution. Cette spire porte une charge linéique λ .

Calculer les efforts s'exerçant sur le dipôle.

EXERCICE 4

Disjoncteur

Un disjoncteur est un dispositif de protection dont la fonction est d'interrompre le courant en cas d'accident sur un circuit électrique. On s'intéresse ici à la coupure du courant par effet magnétique : un noyau de fer doux est placé dans une bobine parcourue par un courant. lorsque ce courant est important, le noyau est déplacé, actionnant ainsi le disjoncteur.

- La bobine utilisée pour la coupure magnétique a la forme d'un solénoïde de rayon $R = 4 \text{ mm}$ et comprenant n spires par unité de longueur.
 - On suppose que la longueur d de la bobine est suffisamment élevée pour pouvoir négliger les effets de bords.
 - ✕ Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ créé à l'intérieur de la bobine.
 - ✕ En déduire l'énergie stockée dans la bobine ainsi que son inductance propre. Faire une application numérique sachant que $d = 1.4 \text{ cm}$, et que la bobine, parcourue par un courant de 10 A comporte 12 enroulements.
 - En prenant en compte les effets de bords, avec cependant toujours $R \ll d$, on montre que le champ magnétique en un point M de l'axe (Oz) et d'abscisse z telle que $|z| \ll d$ vérifie :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 n I}{2} \left(1 + \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \vec{u}_z$$

- ✕ Cette expression du champ est-elle compatible avec le cas d'un solénoïde infini ?
 - ✕ Tracer l'allure des lignes de champ de $\vec{B}$ à l'intérieur et à l'extérieur du solénoïde. Comment évoluent l'inductance propre et l'énergie stockée dans la bobine lorsque l'on prend en compte les effets de bords ?
- Le noyau de fer doux se comporte de manière approchée comme un dipôle magnétique de moment magnétique $\vec{m} = \frac{\tau}{\mu_0} \vec{B}(z)$ où τ est le volume du noyau. Il est alors soumis à la force : $\vec{F} = (\vec{m} \cdot \text{grad}) \vec{B}(z)$
 - Vérifier que $\vec{m}$ a bien la dimension d'un moment magnétique.
 - Expliciter l'expression de la force $\vec{F}$ en fonction de z .
 - Le graphe donné figure (2), représente l'évolution de la fonction $f(u) = \left(1 + \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} \right) \times (1+u^2)^{-3/2}$.

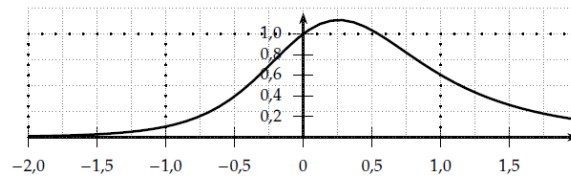


FIGURE 2 –

- ✕ Indiquer où placer la cylindre afin qu'il subisse une force la plus grande possible pour une intensité I donnée.
- ✕ Le cylindre est-il attiré ou repoussé par le solénoïde ?
- ✕ Déterminer la valeur numérique de cette force pour un noyau de volume $\tau = 0.1 \text{ cm}^3$

EXERCICE 5

Polarisation d'orientation

Un diélectrique homogène de volume V contient N molécules polaires identiques ($n = N/V$) de moment électrique $\vec{p}$. En l'absence de champ électrique, les orientations sont quelconques à cause de l'agitation thermique et la polarisation résultante est nulle. La présence d'un champ électrique local $\vec{E}_l$ conduit à un état d'équilibre statistique, où l'intensité du vecteur polarisation est fonction de l'intensité E_l du champ et de la température T .

Dans le cadre du modèle de Langevin, on fait les hypothèses suivantes : on néglige les interactions entre dipôles et on ne considère que l'interaction entre le champ local $\vec{E}_l$ et les moments $\vec{p}$; on adopte la loi de répartition de Boltzmann (la probabilité d'être à l'énergie W est proportionnelle à $\exp(-W/kT)$, où k est la constante de Boltzmann).

Le champ local $\vec{E}_l$ est pris uniforme et dirigé suivant l'axe Oz .

1. Quelle est l'énergie $W(\theta)$ d'un dipôle dont le moment fait un angle θ avec le champ $\vec{E}_l$?
2. Quel est le nombre dN de dipôles dont l'énergie est comprise entre $W(\theta)$ et $W(\theta + d\theta)$? On notera $a = pE_l/kT$.
3. Calculer la polarisation $\vec{P}$ du milieu et exprimer son module sous la forme : $P = np\mathcal{L}(a)$. Donner l'expression de la fonction de Langevin $\mathcal{L}(a)$.
4. Dans le cas $a \ll 1$, montrer que la polarisation est proportionnelle au champ local et donner l'expression de la polarisabilité d'orientation α définie par $\vec{P} = n\epsilon_0\alpha\vec{E}_l$.
Quelle est l'influence de la température sur la polarisabilité ?
5. Le moment dipolaire d'une molécule d'eau vaut $p = 0.6 \times 10^{-29} \text{ C.m.}$. Calculer a et α à température ambiante pour $E_l = 10^4 \text{ V/m.}$ Commenter.

FIGURE 3 –

EXERCICE 6

Champ magnétique homopolaire

On bobine n tours de fil par unité de longueur d'un solénoïde de rayon R et de longueur L .

1. Déterminer le champ magnétique en un point M de l'axe du solénoïde situé à l'abscisse z du centre O de la face la plus proche.

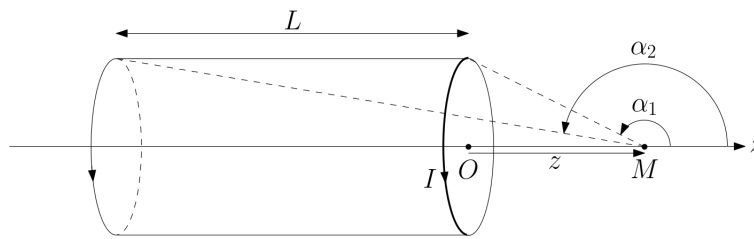


FIGURE 4 –

On donne le champ magnétique créé par une spire, de rayon R , d'axe (Oz) , parcourue par un courant I :

$$\vec{B}_{spire} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \theta \vec{u}_z$$

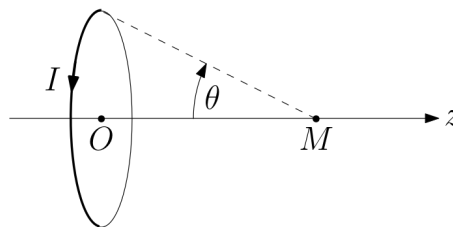


FIGURE 5 –

2. Montrer que, lorsque $R \ll z \ll L$, le champ s'exprime par :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_m}{z^2} \vec{u}_z$$

et préciser la valeur de la constante q_m . Commenter

On considère une suite infinie de dipôles électriques jointifs placés sur la partie négative de l'axe Oz et orientés parallèlement à cet axe ; chaque dipôle, de moment dipolaire p , est constitué de deux charges ponctuelles $-q$ et $+q$, séparées d'une distance d telle que $p = qd$.

- Exprimer le champ électrique au point M sur la partie positive de l'axe Oz . Que peut-on dire de la charge q par rapport au moment dipolaire par unité de longueur ?
- Établir une analogie entre les deux dispositifs et conclure sur la signification de q_m .

EXERCICE 7

Cristal magnétique

Le système étudié est un cristal magnétique. Il est composé de N atomes de dipôles magnétiques quantifiés par le nombre $l \in \{-1, 0, 1\}$, plongé dans un champ magnétique extérieur. Ce système est en équilibre avec un thermostat à la température T .

- Rappeler l'énergie d'interaction entre le dipôle magnétique et le champ magnétique extérieur et en déduire les énergies possibles de l'atome.
- Calculer les nombres moyens $\langle N_i \rangle$ d'atomes dans les trois états. Commenter.
- Calculer l'énergie moyenne par atome ainsi que le moment magnétique moyen par atome. Comment évoluent-ils en fonction de la température ?
- Décrire qualitativement l'évolution de la capacité thermique à volume constant

EM4 : Équations de Maxwell

EXERCICE 8

Onde stationnaire

Dans le vide, on considère le champ électrique $\vec{E} = E_0 \sin(kz) \cos(\omega t) \vec{u}_x$.

1. Déterminer la densité volumique de charges et le vecteur champ magnétique correspondant.
2. A quelle condition ces deux champs représentent-ils une onde électromagnétique ?

EXERCICE 9

Onde électromagnétique dans le cuivre

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique, de fréquence 50 Hz, dans du cuivre de conductivité électrique statique $\gamma_0 = 6 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$, situé dans le demi-espace $z > 0$. Le champ électrique pour $z > 0$ est donné par :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) \vec{e}_x$$

avec $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma_0 \omega}}$.

1. Donner la représentation complexe du champ $\vec{E}$.
2. Déterminer la densité volumique de charge dans le conducteur. Conclure.
3. Déterminer le champ magnétique dans le conducteur. Ce champ magnétique vérifie-t-il l'équation de Maxwell-Thomson ?
4. Déterminer les courants de déplacement dans le conducteur. Conclure.
5. Déterminer le vecteur densité de courant dans le conducteur. Conclure.

EXERCICE 10

Courant de déplacement et courant de conduction

On considère un milieu de conductivité σ . On suppose que σ a la même valeur en régime alternatif qu'en régime continu et que le milieu considéré a les mêmes constantes μ_0 et ε_0 que le vide.

Pour un champ alternatif de pulsation ω , calculer le rapport des amplitudes du courant de conduction et du courant de déplacement.

Pour $\omega = 2\pi 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ chiffrer ce rapport dans les différents cas suivants :

- ✕ le cuivre,
- ✕ le sol argileux ($\sigma = 10^{-1} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$),
- ✕ le verre ($\sigma = 10^{-25} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$).

EXERCICE 11

Puissance rayonnée

On considère une onde électromagnétique dans le vide de la forme :

$$\vec{E} = a \sin(\alpha x) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y$$

$$\vec{B} = -\frac{a}{\omega} (k \sin(\alpha x) \cdot \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x + \alpha \cos(\alpha x) \sin(\omega t - kz) \vec{u}_z)$$

avec $k^2 + \alpha^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2$.

Calculer la puissance moyenne rayonnée à travers la surface rectangulaire prise dans le plan de cote z_0 dont les sommets ont pour coordonnées : $(x_0, 0, z_0)$, $(0, y_0, z_0)$, $(0, 0, z_0)$, (x_0, y_0, z_0) .

EXERCICE 12

Décharge électrique

Une boule conductrice, de centre O et de rayon R , porte initialement la charge Q_0 répartie uniformément en surface. Elle est abandonnée dans l'air supposé légèrement conducteur, de conductivité γ . À l'instant t , la boule porte la charge $Q(t)$. On cherche le champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ créée en tout point M . On considère un conducteur non parfait de conductivité γ . En un point intérieur de ce conducteur, existe à la date $t = 0$ un supplément local de charge correspondant à la densité volumique ρ_0 .

1. On suppose que la conductivité du métal est réelle. Montrer que la densité initiale de charge disparaît en un temps très bref qu'on estimera en fonction d'une constante de temps τ . En déduire le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$ que l'on supposera radial.
2. Justifier que l'approximation consistant à considérer la conductivité comme réelle n'est en réalité pas légitime. Comment évoluent alors ρ ?

EXERCICE 13

Condensateur plan en régime variable

On étudie le condensateur plan représenté figure 6, constitué de deux armatures planes de forme circulaire, d'axe (Oz) , de rayon R et distantes de e . L'espace entre les deux armatures est assimilé à du vide et la charge stockée sur l'armature inférieure du condensateur est donnée par : $Q(t) = Q_0 \exp(j\omega t)$ avec $Q_0 > 0$. On suppose que $R \gg e$ de sorte que l'on néglige les effets de bord. Vu la géométrie du problème, on travaille en coordonnées cylindriques.

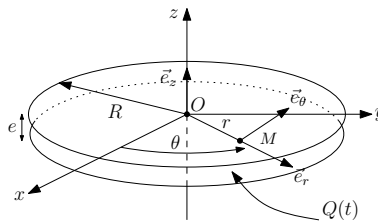


FIGURE 6 –

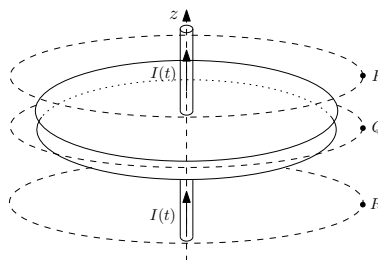


FIGURE 7 –

1. Approche qualitative : mesure du champ magnétique

Si l'on mesure le champ magnétique autour des fils (points P et R sur la figure 7), on retrouve le résultat classique du champ créé par un fil :

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

où M est un point repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, ϕ) .

Par contre, si l'on mesure le champ magnétique entre les deux armatures, on obtient le même résultat, comme s'il n'y avait pas de condensateur et que le fil était continu : le champ magnétique est le même au

point Q qu'aux points P et R .

En admettant une expression simplifiée du champ électrique à l'intérieur des armatures : $\vec{E} = \frac{Q(t)}{\epsilon_0 \times S} \vec{e}_z$ où S est la surface en regard des armatures, justifier ces observations, en utilisant les courants de déplacement.

2. Approche quantitative : expression approchée des champs

(a) Justifier la légitimité d'une recherche de champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ sous la forme :

$$\vec{E}(M, t) = E(r, t) \vec{e}_z \text{ et } \vec{B}(M, t) = B(r, t) \vec{e}_\theta.$$

(b) En considérant que dans une première approximation, le champ électrique peut s'écrire : $\vec{E}_0 = E_0 \exp(j\omega t) \vec{e}_z$, déterminer E_0 .

(c) En utilisant la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Ampère, déterminer le champ magnétique $\vec{B}_1$ créé par $\vec{E}_0$.

(d) Le champ magnétique $\vec{B}_1$ génère à son tour un champ électrique $\vec{E}_2$. En utilisant l'équation intégrale de Maxwell-Faraday, déterminer l'expression de $\vec{E}_2$.

(e) En poursuivant le raisonnement précédent, déterminer le champ magnétique $\vec{B}_3$ créé par $\vec{E}_2$, puis le champ électrique $\vec{E}_4$ créé par $\vec{B}_3$.

(f) En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}$, à l'ordre 4 en $\frac{\omega r}{c}$, ainsi que celle du champ magnétique $\vec{B}$ à l'ordre 3.

3. Approche quantitative : expression exacte des champs

(a) En utilisant les équations de Maxwell, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\vec{E}$ en tout point M situé entre les armatures.

(b) Sachant que $\vec{E}(M, t) = E(r, t) \vec{e}_z$, en déduire l'équation différentielle vérifiée par $E(r, t)$:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0.$$

(c) Sachant que l'on cherche les solutions sous la forme : $E(r, t) = E_0 e(r) e^{j\omega t}$ où $e(0) = 1$, établir l'équation différentielle vérifiée par $e(r)$.

(d) La solution de cette équation différentielle est :

$$e(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^2} \left(\frac{u}{2}\right)^{2k}.$$

En déduire les expressions de $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

(e) Conclure.

EM4 : Induction

EXERCICE 14

Circuits couplés

Deux circuits électriques disjoints peuvent interagir à condition que le champ magnétique créé par l'un des circuits ait un flux non négligeable à travers l'autre circuit. Le but de cet exercice est d'étudier ce type de situation dans le cas de deux circuits LC. Afin de renforcer le couplage, les deux bobines sont accolées autour d'un noyau de fer doux comme représenté figure 8.

On donne : $L = 36 \text{ mH}$ (en l'absence de noyau) et $C = 100 \text{ nF}$.

1. Établir le système d'équations différentielles couplées vérifié par $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
2. On se place en régime sinusoïdal forcé : $e(t) = E \cos \omega t$. Montrer qu'il existe deux pulsations de résonance $\omega_{res,1}$ et $\omega_{res,2}$ et une pulsation d'anti-résonance $\omega_{anti,res}$.
3. On mesure expérimentalement : $f_{res,1} = 1.01 \text{ kHz}$; $f_{res,2} = 1.73 \text{ kHz}$; $f_{anti,res} = 1.26 \text{ kHz}$. En déduire les valeurs de L et M . Commenter.

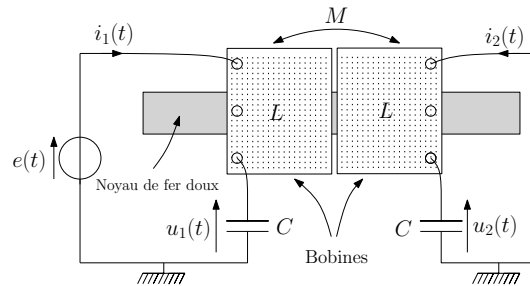


FIGURE 8 –

EXERCICE 15

Solénoïde déformable

On considère un solénoïde constitué d'un ressort vertical de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 et comprenant N spires de surface S . Son extrémité supérieure est fixe. On suspend une masse m à l'extrémité libre du solénoïde, la nouvelle longueur du solénoïde à l'équilibre est notée ℓ . On fait alors passer un courant continu d'intensité i dans le solénoïde.

Montrer qu'il existe deux longueurs possibles pour le solénoïde : l'une correspondant à une position d'équilibre stable et une correspondant à une position d'équilibre instable.

Pour les applications numériques, on prendra : $k = 0.628 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; $S = 10 \text{ cm}^2$; $N = 100$; $\ell_0 = 10 \text{ cm}$; $\ell = 20 \text{ cm}$ et $i = 10 \text{ A}$.

EXERCICE 16

Rails de Laplace

Deux barres identiques reposent sur deux rails parfaitement conducteurs parallèles, distants de a . Les deux barres sont perpendiculaires aux rails et parallèles entre elles, conformément à la figure ci-dessous.

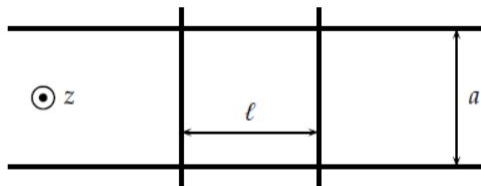


FIGURE 9 –

La distance initiale qui sépare les deux barres est ℓ . À un instant $t = 0$, on applique un champ magnétique uniforme, orienté selon (Oz) . La norme du champ magnétique atteint **très** rapidement une valeur maximale B_0 et reste ensuite stationnaire. Les deux barres peuvent se déplacer sans frottement sur les rails conducteurs, et l'on note $x(t)$ leur distance de séparation. La résistance électrique de chaque barre est notée R , la résistance électrique des rails conducteurs est négligeable. On négligera le champ magnétique propre créé par les courants induits.

1. Expliquer qualitativement pourquoi et dans quel sens chaque barre se déplace.

2. En distinguant deux phases successives, déterminer la distance finale de séparation des deux barres ?
On justifiera les approximations faites.

EXERCICE 17

Deux barres

Une barre de 100g et 10cm est suspendue à deux ressorts identiques. Elle constitue un circuit électrique purement résistif ($10\ \Omega$) alimenté par un générateur (non représenté) de f.e.m. $E_1 = 1\text{V}$.
Un fil "infini" placé en dessous de la barre est parcourue par un courant I_2 constant.

- ✕ Cas A : Lorsque $I_2 = 0$, la distance à l'équilibre entre le fil (2) et la barre (1) est h_A .
- ✕ Cas B : Lorsque $I_2 = 1\text{ A}$, la distance à l'équilibre entre le fil (2) et la barre (1) est $h_B = h_A - 0,1\text{cm}$.

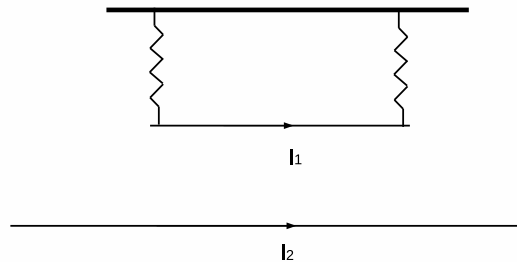


FIGURE 10 –

1. Déterminer la raideur des ressorts.
2. Étudier le mouvement de la barre.
3. Étudier les petits mouvements de la barre autour de l'équilibre.

EXERCICE 18

Antenne réceptrice

Un étudiant décide de construire sa propre antenne pour écouter sa radio FM préférée. Il achète pour commencer un Kit « démodulateur de fréquence » : sur la *datasheet*, est spécifiée l'amplitude minimale de la tension d'entrée : 10 mV .

Il se renseigne et constate que la station d'émission a une puissance de 500 W et qu'elle est située à environ 10 km de son domicile.

Il décide alors de construire une antenne réceptrice sous la forme d'un cadre carré en cuivre de cotés de longueur a et d'utiliser la force électromotrice induite e_0 pour alimenter le démodulateur de fréquence.

Comment doit-il positionner son antenne et quelle valeur doit-il prendre pour a ?

EXERCICE 19

Sismomètre

Un sismomètre est un dispositif destiné à mesurer les vibrations du sol. Il est constitué généralement d'une masse et d'un bâti, ce dernier étant lié rigidement au sol. Les mouvements du sol entraînent la mise en mouvement du bâti, ainsi qu'un mouvement relatif entre le bâti et la masse. C'est le bâti qui porte en général le système d'enregistrement.

On considère un sismomètre électromagnétique : en pratique, la masse est un aimant annulaire créant un champ magnétique statique radial dans l'entrefer de l'aimant, et suspendu au bâti par un ressort de raideur k . La norme du champ créé par l'aimant, en tout point de la bobine, est uniforme et notée B . L'amortissement est modélisé par une *dashpot* exerçant sur l'aimant une force $\vec{F}_f = -\lambda \dot{z} \vec{e}_z$.

Le système d'enregistrement est un bobinage lié au bâti, qui coulisse sans frottements autour du pôle nord de l'aimant, comme indiqué figure 11 : on mesure la tension $u(t)$ aux bornes du bobinage (circuit ouvert).

On étudie la réponse $u(t)$ du sismomètre à une vibration sinusoïdale du sol de la forme : $z_{sol} = Z_m \cos(\omega t)$. Pour cela on définit la fonction de transfert du capteur :

$$\underline{T} = \frac{\underline{U}}{\underline{V}_{sol}}$$

où $\underline{U}$ et $\underline{V}_{sol}$ sont les représentations complexes de $u(t)$ et $v_{sol}(t) = \dot{z}_{sol}$.

Montrer que cette fonction de transfert est celle d'un filtre passe-haut du second ordre dont on précisera la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q . Quelle(s) valeur(s) donner à Q , pour que le sismographe reproduise le plus fidèlement possible les variations de la vitesse du sol ?

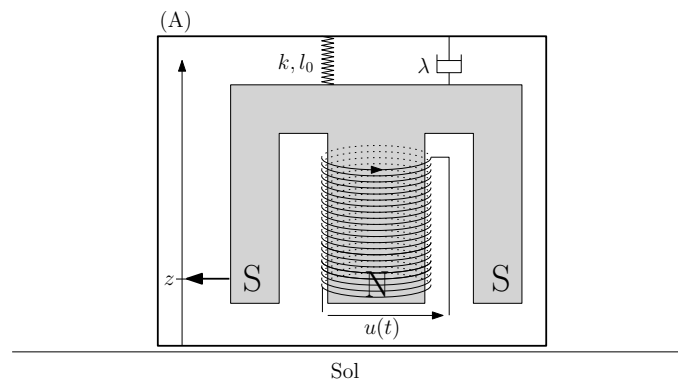


FIGURE 11 –

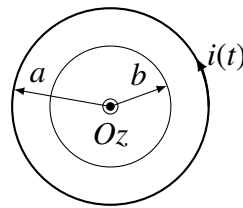
EXERCICE 20

Spire dans un solénoïde

Soit un solénoïde de longueur H , de rayon a , d'axe Oz et comportant N spires jointives. On suppose que $a \ll H$ et on néglige les effets de bord. Il est parcouru par un courant $i(t)$ et on se place dans l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARQS) magnétique.

On admet que le champ magnétique est nul à l'extérieur de ce solénoïde.

1. Rappeler ce que signifie *ARQS magnétique*. Comment s'écrivent les équations de Maxwell dans ce cadre ?
2. Expliquer ce que signifie l'expression «négliger les effets de bord». Déterminer l'expression du champ magnétique créé par ce solénoïde à l'intérieur ($r < a$), moyennant des hypothèses supplémentaires à préciser.
3. On place une spire circulaire isolante, de rayon $b < a$ et d'axe Oz , uniformément chargée sur sa circonférence (on supposera que la charge totale Q est positive). Le centre de la spire est situé au milieu du solénoïde et la spire est libre de tourner autour de l'axe Oz , sans frottement. Initialement, le courant dans le solénoïde est nul, puis on l'allume jusqu'à atteindre une valeur constante I_0 .



Décrire le mouvement ultérieur de la spire s'il y en a un. Que se passerait-il si le rayon de la spire était plus grand que a ?

4. Déterminer le flux sortant du vecteur de Poynting. Interpréter.
5. Dans l'éventualité où la spire se mettrait à tourner, quelles en seraient les conséquences pour le solénoïde ou bien le champ magnétique créé par ce solénoïde ?

EXERCICE 21

Freinage par induction

On considère le dispositif, représenté figure 12, dans lequel un aimant est fixé à une poulie, de rayon r et où deux bobines plates, identiques, de résistance R_b , d'inductance propre négligeable, de rayon R , comportant N spires et dont les axes (Ox) et (Oy) sont perpendiculaires entre eux, sont placées à la distance d de la poulie. Le fil, inextensible, souple et de masse négligeable, ne glisse pas sur la gorge de la poulie et on suppose que les masses suspendues par le fil vérifient $M' > M$. On note J le moment d'inertie par rapport à l'axe (Oz) , de l'ensemble poulie-aimant. Enfin, on néglige tout frottement sur la rotation de la poulie.

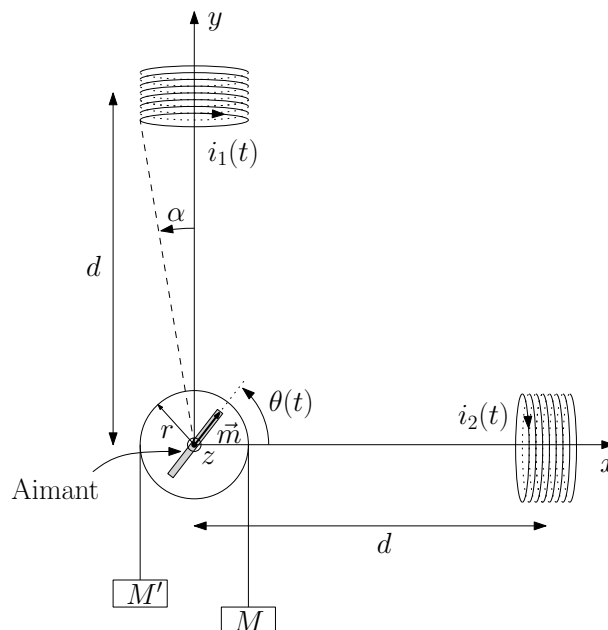


FIGURE 12 –

1. Quels seraient les mouvements des deux masses si aucun aimant n'était fixé à la poulie ? Pour la suite, on posera : $\Gamma_0 = (M' - M)gr$ et $J' = J + (M + M')r^2$.
2. (a) En présence de l'aimant, on constate qu'au bout d'un temps bref, la poulie se met à tourner avec une vitesse angulaire **constante**. Afin d'interpréter cette observation, on adopte le modèle suivant : on assimile l'aimant à un moment magnétique $\vec{m}$, lui-même équivalent à une spire de rayon R' (avec $R' \ll d$ et $R' \ll R$), et parcourue par un courant i' . En appliquant le théorème de Neumann et la loi de Faraday, exprimer les courants induits $i_1(t)$ et $i_2(t)$ dans les bobines en fonction de θ et $\omega = \dot{\theta}$.

- (b) En déduire l'expression du moment $\vec{\Gamma}$ du couple s'exerçant sur l'aimant en fonction de $\omega = \dot{\theta}$.
 (c) En déduire l'expression de $\omega(t)$. Conclure.

On pourra utiliser l'expression du champ magnétique créé par une bobine plate donnée dans le cours.

EXERCICE 22

Four à induction - courants de Foucault

Un cylindre de rayon a , hauteur h et d'axe (Oz) , constitué d'un métal ohmique de conductivité γ , est plongé dans un champ magnétique uniforme variable :

$$\vec{B} = B_0 \cos \omega t \vec{u}_z$$

où B_0 et ω sont des constantes. On suppose que le champ magnétique n'est pas modifié par la présence du cylindre.

1. Justifier l'existence d'un champ électrique à l'intérieur du cylindre de la forme :

$$\vec{E} = E(r, z, t) \vec{u}_\theta$$

, en coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'axe (Oz) .

2. En appliquant l'équation de Maxwell-Faraday sous forme intégrale à un cercle quelconque d'axe (Oz) , déterminer $E(r, z, t)$. En déduire la densité de courant volumique dans le cylindre.
 3. Exprimer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le cylindre.
 4. Trouver l'ordre de grandeur du champ magnétique créé par les courants qui se développent dans le cylindre. En déduire une condition pour que l'hypothèse faite dans l'énoncé soit valable.

EXERCICE 23

Aimant traversant une bobine

Un aimant droit est tracté à vitesse $\vec{V}$ constante par un fil vertical sur l'axe d'une bobine plate de rayon $R = 8$ cm comportant $N = 500$ spires, placée dans un plan horizontal. On relie les bornes de la bobine à un oscilloscope à mémoire (enregistrement ci-dessous).

L'aimant est suffisamment petit pour qu'on puisse assimiler le champ magnétique créée à celui d'un dipôle magnétique de moment magnétique $\vec{m} = m \vec{e}_z$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta)$$

, coordonnées sphériques.

1. Montrer que la différence de potentiel enregistrée par l'oscilloscope se met sous la forme :

$$u(t) = \frac{Kt}{\left(1 + \left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right)^{5/2}}$$

Quel instant est pris pour origine des temps ?

2. Déduire de l'enregistrement des valeurs approchées de $V = \|\vec{V}\|$ et de m .

EXERCICE 24

Expérience d'Elihu Thomson

L'expérience d'Elihu Thomson est une expérience spectaculaire illustrant la loi de Faraday. Le dispositif, représenté figure 14, peut être réalisé soit avec une alimentation continue soit avec une alimentation alternative. Dans le cas d'une alimentation continue, le protocole est le suivant : on place l'anneau métallique (A) sur

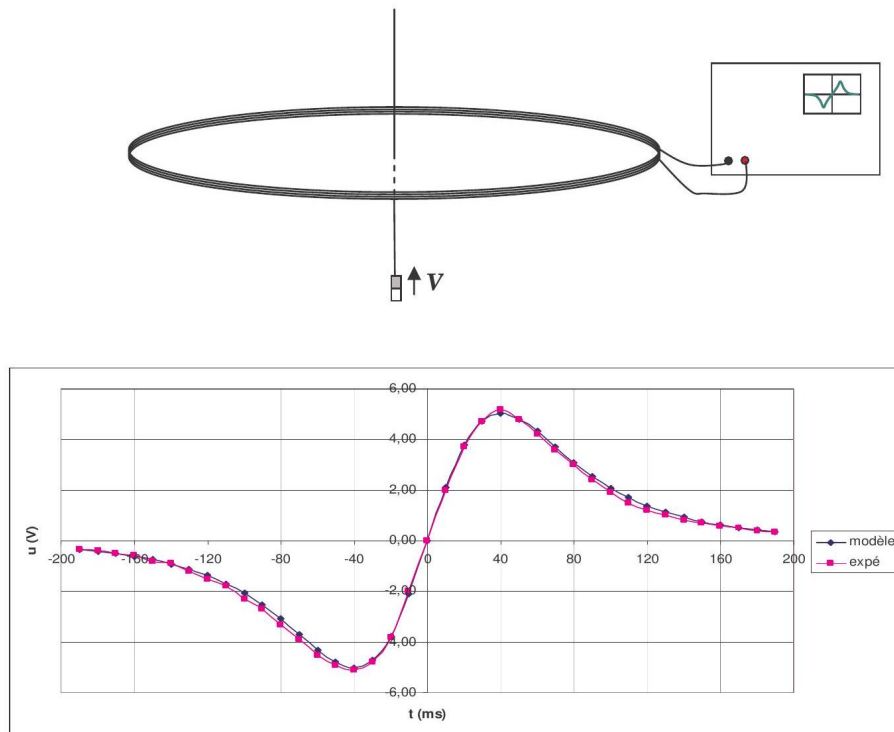


FIGURE 13 –

l'axe du solénoïde alimenté en courant continu puis, à l'aide d'un interrupteur adapté, on inverse rapidement le sens du courant. On constate alors que l'anneau est projeté vers le haut puis redescend. Dans le cas d'une alimentation alternative, l'anneau est également projeté vers le haut, mais on constate que la lévitation de l'anneau est possible.

On donne l'expression approchée du champ magnétique $\vec{B}$, créé par le solénoïde au niveau de l'anneau (A), situé à l'altitude z :

$$\vec{B} = B_z(z, t) \vec{e}_z + B_r(z, r, t) \vec{e}_r, \text{ où :}$$

✱ B_z est de la forme $B_z(z, t) = \mu_0 k(z) i(t)$ ($z \mapsto k(z)$ à valeurs positives),

✱ $B_r(r, z, t) = \frac{-r}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}$ et $\frac{\partial B_z}{\partial z} = \mu_0 k'(z) i(t)$ ($z \mapsto k'(z)$ à valeurs négatives).

On note a le rayon de l'anneau, R sa résistance et L son inductance propre.

1. En appliquant la loi de Faraday, établir l'équation différentielle vérifiée par le courant $i'(t)$ induit dans l'anneau en fonction de $k(z)$ et $\frac{di}{dt}$.
2. Exprimer la force agissant sur l'anneau en fonction de $k'(z)$, $i(t)$ et $i'(t)$.
3. Dans le cas d'une alimentation continue, justifier du mouvement de l'anneau. Pourquoi l'anneau ne peut-il pas léviter ?
4. Dans le cas d'une alimentation alternative générant un courant de la forme $i(t) = I \cos(\omega t)$, on admet que l'anneau est sensible uniquement à la valeur moyenne de la force qui s'exerce sur lui.
 - (a) Justifier du mouvement de l'anneau et notamment de la possibilité de le faire léviter.
 - (b) L'expérience est réalisée avec un anneau de cuivre de masse $m = 0.87$ g, de résistance $R = 1 \times 10^{-4} \Omega$ et d'inductance propre $L = 1 \times 10^{-8}$ H. On souhaite faire léviter l'anneau à $h = 1$ cm du solénoïde. Sachant que $k(h) = 5 \times 10^2 \text{ m}^{-1}$, $k'(h) = -9 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$, $k''(h) > 0$ et qu'on travaille à $f = 1$ kHz,

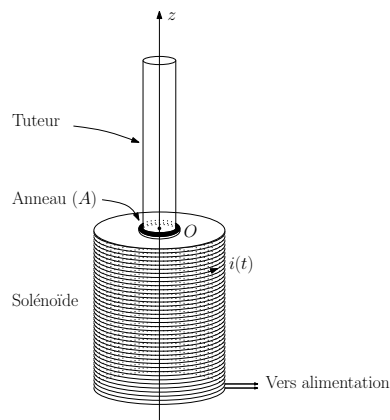


FIGURE 14 –

déterminer l'amplitude I de l'intensité du courant parcourant le solénoïde, pour que l'anneau lévite. Cet équilibre est-il stable ?

5. On constate expérimentalement que si quelques instants avant l'expérience, l'on plonge l'anneau métallique dans un bain d'azote liquide, il monte beaucoup plus haut. Justifier.

EXERCICE 25

Étude d'un haut-parleur

On rappelle l'expression de l'impédance d'entrée d'un haut-parleur électromécanique :

$$\underline{Z} = \underline{Z}_e + \underbrace{\frac{B^2 l^2}{\lambda} \cdot \frac{\frac{1}{Q} \frac{j\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{1}{Q} \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}}_{\underline{Z}_m = \text{impédance motionnelle}},$$

où $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$ sont la pulsation propre et le facteur de qualité de l'oscillateur mécanique, l est la longueur du bobinage, B l'intensité du champ magnétique créé par l'aimant annulaire et où $\underline{Z}_e = R_e + jL_e\omega$ est l'impédance électrique du haut-parleur.

On réalise alors une série d'expériences afin de déterminer toutes les grandeurs intervenant dans cette impédance : k , m , λ , le produit $B \times l$, R_e et L_e .

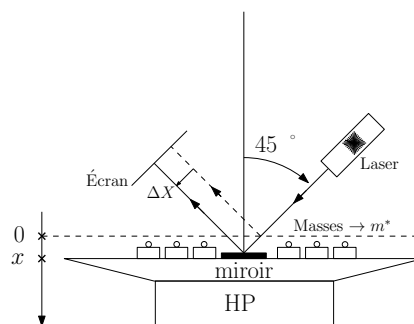


FIGURE 15 – Expérience 1

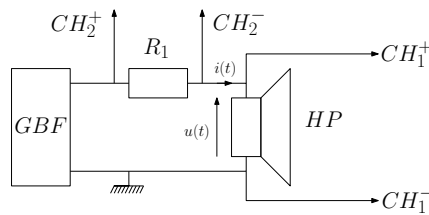


FIGURE 16 – Expérience 4

- ✗ **Expérience 1 :** on place une masse m^* sur la membrane et on mesure le déplacement x de l'équipage, le HP n'étant pas alimenté. Pour mesurer x on mesure le déplacement ΔX d'un faisceau laser se réfléchissant sur un miroir plan posé sur le diaphragme du HP comme indiqué figure 15.
- ✗ **Expérience 2 :** on utilise le montage précédent et on mesure le courant continu I qu'il faut envoyer dans le HP pour que l'équipage revienne à sa position initiale.
- ✗ **Expérience 3 :** on mesure directement la résistance d'entrée du HP à l'aide d'un ohmmètre.
- ✗ **Expérience 4 :** on effectue le montage, donné par la figure 16, en sachant que l'oscilloscope utilisé est un oscilloscope différentiel. On étudie alors la réponse fréquentielle du rapport $\frac{U}{I}$ dans le cas où l'équipage du HP est bloqué puis quand il est débloqué.

Montrer que ces expériences permettent effectivement de déterminer toutes ces grandeurs caractéristiques.

EXERCICE 26

Chute d'un aimant un tube

On fait tomber un aimant successivement dans trois tubes de mêmes dimensions mais de matières différentes : le tube (1) est en cuivre, le tube (2) est en aluminium et le tube (3) est en PVC. On constate alors que l'aimant tombant dans les tubes (1) et (2) semble freiné. Pour mesurer précisément les temps de chute de l'aimant dans les différents tubes (notés t_1, t_2, t_3), on utilise le dispositif de figure 17, .

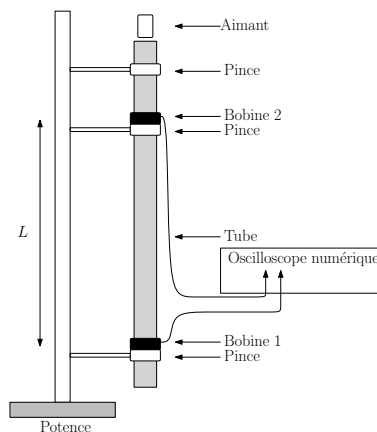


FIGURE 17 – Dispositif

Les dimensions des tubes sont : $h = 1 \text{ m}$, $a = 1.00 \text{ cm}$ et $e_0 = 0.055 \text{ cm}$ (figure 18).

La conductivité du cuivre vaut : $\gamma = 6 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

La distance entre les deux bobines est : $L \approx 50 \text{ cm}$

La masse de l'aimant est $m_a = 10.0 \text{ g}$.

1. Expliquer le principe de la mesure des temps de chute grâce aux bobines.

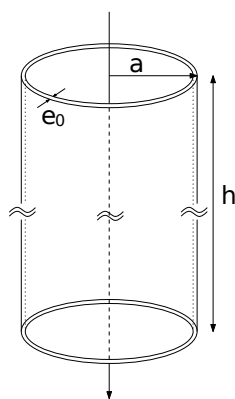


FIGURE 18 – Dimensions des tubes

2. Montrer que la mesure de t_1 permet de déterminer le moment magnétique m de l'aimant et que la mesure de t_2 permet de déterminer la conductivité de l'aluminium. À quoi la mesure du temps t_3 peut-elle servir ?
3. Plusieurs fois mesurés, les temps sont reportés dans le tableau ci-dessous. En déduire le moment magnétique de l'aimant ainsi que la conductivité de l'aluminium. Faire un calcul d'incertitudes.

t_1 (s)	2.586	2.587	2.575	2.563	2.569	2.552	2.556	2.536	2.547	2.558
t_2 (s)	1.843	1.871	1.893	1.876	1.854	1.854	1.871	1.870	1.780	1.890
t_3 (s)	0.327	0.327	0.324	0.321	0.324	0.318	0.322	0.324	0.327	0.329

et interpréter.