

# CORRIGE CENTRALE PSI 09 QUELQUES ENJEUX DE LA FUSION THERMONUCLEAIRE INERTIELLE LASER

Corrigé proposé par :

Nicole ADLOFF ([nicole.adloff@wanadoo.fr](mailto:nicole.adloff@wanadoo.fr))

et Marc STRUBEL ([marc.strubel@wanadoo.fr](mailto:marc.strubel@wanadoo.fr))

Merci de nous faire part de vos remarques et commentaires !

*Remarques sur la partie I :*

*En préambule de I.B. le sujet précise qu'on néglige tout phénomène de tension superficielle à l'interface : tant mieux, mais rappelons que les élèves ignorent à priori tout de la tension superficielle ! La conséquence ( pression continue à l'interface ) est demandée en B.14 ; on peut penser que les élèves subodoreront la réponse.*

*B.5. L'équation de Laplace pour le potentiel d'un écoulement incompressible irrotationnel est-elle connue de tous les élèves ? Il aurait été sage de donner cette équation.*

*La résolution du problème est bien guidée, mais les hypothèses nombreuses, nécessitent une bonne maîtrise de la notion d'ordre supérieur, et tendent à masquer le but initial du problème.*

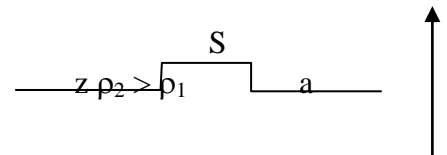
*Enfin les questions qualitatives, nombreuses, sont souvent assez délicates.*

## I. Instabilités thermodynamiques :

**A.1.** On se place dans le référentiel galiléen lié au fluide.

**A.2.** Cette situation est instable.

En effet considérons une petite déformation de l'interface :  
La force exercée sur le petit volume de fluide de masse volumique  $\rho_1$  et de volume  $V = a.S$  est  $F = (\rho_2 - \rho_1)gV > 0$  ; cette force déstabilise l'équilibre.



**A.3.**  $z > 0$  :  $P(z) = P_0 - \mu_h h z$  ;  $z < 0$  :  $P(z) = P_0 - \mu_b g z$

**B.1.** Les écoulements étant irrotationnels, il existe un potentiel des vitesses.

**B.2.** L'équation d'Euler s'écrit :

$$\mu \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right] = -\text{grad} p + \mu \vec{g}$$

$$\Leftrightarrow \mu \left[ \frac{\partial \text{grad} \varphi}{\partial t} + \text{grad} \left( \frac{v^2}{2} \right) \right] = -\text{grad} p - \mu \text{grad}(gz)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\mu} + gz = F(t)$$

**B.3.**  $\varphi_b = \varphi_{b1} + V_b \cdot x$

**B.4.** Chacun des fluides étant incompressible, on a  $\text{div}\vec{v} = \vec{0}$ .

$$\text{B.5. } \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}\varphi_1) = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(\varphi - V \cdot x)) = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}\varphi) - \text{div}(V \cdot \vec{e}_x) = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}\varphi) = \Delta\varphi = 0.$$

$$\text{B.6. } \overrightarrow{v_{vPF}} = \frac{\partial\varphi_{b1}}{\partial z} \cdot \vec{e}_z.$$

$$\text{B.7. } \overrightarrow{v_{vPF}} = \frac{D\zeta_1}{Dt} \cdot \vec{e}_z = \frac{\partial\zeta_1}{\partial t} \cdot \vec{e}_z + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\zeta_1 \cdot \vec{e}_z = \frac{\partial\zeta_1}{\partial t} \cdot \vec{e}_z + (V_b + b_{b1x}) \frac{\partial\zeta_1}{\partial x} \cdot \vec{e}_z$$

**B.8.** On déduit des deux questions précédentes :

$$\left(\frac{\partial\varphi_{b1}}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial\zeta_1}{\partial t}\right)_{z=0} + (V_b + b_{b1x}) \left(\frac{\partial\zeta_1}{\partial x}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial\zeta_1}{\partial t}\right)_{z=0} + V_b \cdot \left(\frac{\partial\zeta_1}{\partial x}\right)_{z=0} \text{ au premier ordre.}$$

$$\text{B.9.} \text{On a de même : } \frac{\partial\varphi_{h1}}{\partial z} = \frac{\partial\zeta_1}{\partial t} + V_h \cdot \frac{\partial\zeta_1}{\partial x} \text{ au premier ordre.}$$

**B.10.** Les solutions ne seront valables que pour de petites perturbations.

**B.11.** Toute perturbation peut se décomposer grâce en somme discrète ou continue de solutions sinusoidales.

**B.12.** Considérons la fonction  $\varphi_{b1}$ .

$$\text{L'équation de Laplace s'écrit : } \frac{\partial^2\varphi_{b1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi_{b1}}{\partial z^2} = 0.$$

$$\text{Posons } \varphi_{b1}(x, z, t) = f_b(z) \cdot \text{expi}(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

$$\text{On doit alors avoir : } -k^2 \cdot f_b(z) + \frac{d^2 f_b(z)}{dz^2} = 0, \text{ d'où } f_b(z) = B_b \cdot \text{exp}(+kz) + B'_b \cdot \text{exp}(-kz).$$

La perturbation « basse » doit s'annuler pour  $z \rightarrow -\infty$ , d'où  $B'_b = 0$ .

$$\text{On a donc finalement : } \varphi_{b1}(x, z, t) = B_b \cdot \text{exp}[i(k \cdot x - \omega \cdot t) + k \cdot z].$$

$$\text{Le même type de calcul conduit à } \varphi_{h1}(x, z, t) = B_h \cdot \text{exp}[i(k \cdot x - \omega \cdot t) - k \cdot z].$$

**B.13.** Les relations obtenues en B.8. et B.9 donnent :

$$B_b = i \left( V_b - \frac{\omega}{k} \right) A ; \quad B_h = -i \left( V_h - \frac{\omega}{k} \right) A.$$

**B.14.** La pression est continue à l'interface car on a négligé la tension superficielle :

$$P_b(x, z=\zeta_1, t) = P_h(x, z=\zeta_1, t).$$

**B.15.** On utilise l'équation de Bernoulli démontrée en B.2. pour remplacer  $P_h$  et  $P_b$  :

$$\mu_b \left( F_b(t) - \frac{\partial\varphi_{b1}}{\partial t} - \frac{v_b^2}{2} - g \cdot \zeta_1 \right) = \mu_h \left( F_h(t) - \frac{\partial\varphi_{h1}}{\partial t} - \frac{v_h^2}{2} - g \cdot \zeta_1 \right)$$

$$\Leftrightarrow \mu_b \left( \frac{\partial \varphi_{b1}}{\partial t} + \frac{v_b^2}{2} + g \cdot \zeta_1 \right) = \mu_h \left( \frac{\partial \varphi_{h1}}{\partial t} + \frac{v_h^2}{2} + g \cdot \zeta_1 \right) + K(t)$$

avec  $K(t) = \mu_b \cdot F_b(t) - \mu_h \cdot F_h(t)$ .

**B.16.** Les équations de Bernoulli (B.2) doivent être vérifiées en tout point pour l'écoulement non-perturbé ;  $F_h$  et  $F_b$  sont donc indépendantes du temps, et  $K$  également.

**B.17.** Pour l'écoulement non perturbé, on a :  $\zeta_1 = 0$  ;  $\varphi_{b1} = 0$  ;  $\varphi_{h1} = 0$ .

On a alors :  $F_h(t) = \frac{v_h^2}{2} + \frac{p_h}{\mu_h}$  ;  $F_b(t) = \frac{v_b^2}{2} + \frac{p_b}{\mu_b}$  avec  $p_h = p_b$  à l'interface, d'où :

$$K = \mu_b \frac{v_b^2}{2} - \mu_h \frac{v_h^2}{2}.$$

**B.18.**  $v^2 = (\vec{V} + \vec{v}_1)^2 = V^2 + 2V \cdot v_{1x} + v_1^2 = V^2 + 2V \cdot v_{1x}$  à l'ordre 1, soit :

$$v^2 = V^2 + 2V \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}.$$

**B.19.** On remplace  $\zeta_1$ ,  $v$  et  $\varphi_1$  dans l'équation B.15 ; on obtient après calculs et simplifications :

$$\mu_h [-i\omega B_h + V_h \cdot ik B_h + g \cdot A] = \mu_b [-i\omega B_b + V_b \cdot ik B_b + g \cdot A].$$

**B.20.** On élimine  $B_h$  et  $B_b$  grâce à la question B.13. On obtient :

$$\mu_h \left[ -\omega \left( V_h - \frac{\omega}{k} \right) + V_h \cdot k \cdot \left( V_h - \frac{\omega}{k} \right) + g \right] = \mu_b \left[ \omega \left( V_b - \frac{\omega}{k} \right) - V_b \cdot k \cdot \left( V_b - \frac{\omega}{k} \right) + g \right].$$

$$\Leftrightarrow \mu_h \left[ -\frac{\omega}{k} \left( V_h - \frac{\omega}{k} \right) + V_h \cdot \left( V_h - \frac{\omega}{k} \right) + \frac{g}{k} \right] = \mu_b \left[ \frac{\omega}{k} \left( V_b - \frac{\omega}{k} \right) - V_b \cdot \left( V_b - \frac{\omega}{k} \right) + \frac{g}{k} \right].$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{\omega}{k} \right)^2 (\mu_h + \mu_b) - \left( \frac{\omega}{k} \right) [2\mu_h \cdot V_h + 2\mu_b \cdot V_b] + [\mu_b V_h^2 + \mu_b V_b^2 + \left( \frac{g}{k} \right) (\mu_h - \mu_b)] = 0$$

Cette relation est une équation de dispersion.

**B.21.** La résolution de l'équation du second degré en  $\frac{\omega}{k}$  donne bien après simplification la forme proposée.

**C.1.** La relation (1) devient :  $\frac{\omega}{k} = V \pm \left( \frac{g \mu_b - \mu_h}{k \mu_b + \mu_h} \right)^{1/2}$  soit  $\omega = kV \pm i \sqrt{gk \frac{\mu_h - \mu_b}{\mu_b + \mu_h}}$

**C.2.** Dans le référentiel en translation à  $V\vec{e}_x$  :  $\omega = \pm i \sqrt{gk \frac{\mu_h - \mu_b}{\mu_b + \mu_h}} = \pm \frac{i}{\tau}$ .

**C.3.** Si  $\omega$  est complexe, on a :

$\zeta_1(x,t) = A \cdot \exp(i(kx - \omega t))$  d'où  $\zeta_1(x,t) = A \cdot \cos(kx) \cdot \exp(-t/\tau) + A' \cdot \cos(kx) \cdot \exp(+t/\tau)$

L'amplitude de la perturbation croît exponentiellement en fonction du temps ; on a bien une instabilité.

**C.4.** L'instabilité rompt la symétrie sphérique de la coquille (terme en  $\cos(kx)$ ) ; la coquille se sera pas vaporisée de manière uniforme.

La coquille poussée vers l'intérieur va se mélanger au mélange D-T : pollution.

**D.1.** Le système est stable vis-à-vis de l'instabilité de Rayleigh Taylor car  $\mu_b > \mu_h$ .

**D.2.** L'interface peut être instable si le terme sous la racine est négatif, soit :

$$\frac{\varepsilon \mu_h - \mu_b}{k \mu_b + \mu_h} - \frac{\mu_h \mu_b (V_b - V_h)^2}{(\mu_b + \mu_h)^2} < 0 \Leftrightarrow k > \frac{\varepsilon (\mu_b + \mu_h)^2}{\mu_h \mu_b (V_b - V_h)^2}$$

**D.3.** La formation de la houle, due à la différence de vitesse entre l'air (vent) et l'eau.

**D.4.** On doit avoir  $\lambda < \lambda_c \Leftrightarrow k < 2\pi/\lambda_c$ .

On doit donc finalement réaliser  $\frac{\varepsilon (\mu_b + \mu_h)^2}{\mu_h \mu_b (V_b - V_h)^2} < 2\pi/\lambda_c$ , soit  $|V_b - V_h| > \sqrt{\frac{\varepsilon \lambda_c \mu_b^2 - \mu_h^2}{2\pi \mu_h \mu_b}}$ .

**D.5.** En l'absence de pesanteur ( $g = 0$ ) l'instabilité existe encore.

**D.6.** A la montagne près, les deux photos sont tout à fait similaires.

On est dans le cas où  $\mu_b > \mu_h$  ; on observe donc bien une instabilité de Kelvin Helmholtz, donnant des « vagues » périodiques et « antisymétriques » par rapport à l'interface ; lorsque l'amplitude de la perturbation devient trop grande, on observe un « déferlement », comme pour des vagues.

**D.7.** L'instabilité traduit une différence de vitesse entre deux couches ; on a donc un fort gradient de vitesse à l'interface. L'avion sera donc soumis à sa traversée à un cisaillement important.

**E.1.** La colonne de plasma s'élève très rapidement, une instabilité de K-H apparaît très rapidement à sa périphérie, provoquant l'apparition de la corolle du champignon.

**E.2.** On peut penser que les tourbillons vont rendre l'écoulement turbulent.

**E.3.** Les champignons rompent la symétrie sphérique du micro-ballon.

**F.1.** La relation de dispersion devient :  $\omega = \sqrt{gk \frac{\mu_b - \mu_h}{\mu_b + \mu_h}}$ .

**F.2.** Cette relation montre que les ondes sont dispersives ; un exemple marin courant est la vague d'étrave observable derrière un bateau ou un canard (Centrale PC 07).

**F.2.**  $\mu_h = \mu_{\text{air}} \sim 1 \text{ kg.m}^{-3}$  ;  $\mu_b = \mu_{\text{eau de mer}} \sim 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ , soit  $\omega = \sqrt{gk}$ .

## II. Origine des germes des instabilités hydrodynamiques : l’empreinte laser

*Commentaire : partie très guidée, progressive, pas très difficile mais répétitive qui nécessite du soin dans les écritures. C’est un peu laborieux pour arriver en D à établir des conclusions qui ne sont pas évidentes.*

**II.A.1)** On peut négliger la force magnétique devant la force électrique si la vitesse de la particule est très inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide.

**II.A.2)**  $\mathcal{E}(x, t) = f(x).g(t)$  ce qui justifie le découplage espace-temps. Ce champ n’est pas stationnaire puisqu’il dépend toujours du temps... (était-ce une référence aux ondes stationnaires ?)

**II.A.3)** On néglige le poids de la particule devant la force électrique, d’où :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{e}_x = qE_o \cos(\Omega t) \vec{e}_x.$$

**II.A.4)** On résout :  $x(t) = -\frac{qE_o}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}$  d’où  $\xi(t) = -\frac{qE_o}{m\Omega^2} \cos(\Omega t)$ .

**II.A.5)**  $\vec{F}(t) = qE_o \cos(\Omega t) \vec{e}_x$  donc  $\xi(t)$  est en opposition de phase avec  $F(t)$ , quel que soit le signe de  $q$ .

**II.A.6)**  $\langle F(t) \rangle = 0$ , valeur moyenne de la fonction  $\cos$ ...

**II.B.1)**  $F(t) = q\mathcal{E}(\bar{x} + \xi, t) = q \cdot \cos(\Omega t) \cdot E(\bar{x} + \xi) = q \cdot \cos(\Omega t) \cdot \left( E(\bar{x}) + \xi \frac{dE}{dx}(\bar{x}) \right)$

**II.B.2)** on remplace  $\xi$  dans l’expression précédente :

$$F(t) = q \cdot \cos(\Omega t) \cdot \left( E(\bar{x}) - \frac{qE(\bar{x})}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) \frac{dE}{dx}(\bar{x}) \right) = q \cdot \cos(\Omega t) \cdot E(\bar{x}) - \frac{q^2 E(\bar{x})}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \frac{dE}{dx}(\bar{x})$$

**II.B.3)**  $\langle F(t) \rangle = -\frac{q^2 E(\bar{x})}{2m\Omega^2} \frac{dE}{dx}(\bar{x}) = -\frac{q^2}{2m\Omega^2} \frac{dE^2/2}{dx}(\bar{x}) = -\frac{d}{dx} \left( \frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2}(\bar{x}) \right)$ , n’est plus nulle par la valeur moyenne de  $\cos^2$ ...

**II.B.4)** Pour une force colinéaire à Ox on peut définir l’énergie potentielle par  $F = -\frac{dEp}{dx}$ ,

donc par analogie l’énergie potentielle pondératrice est  $Ep(x) = \frac{q^2 (E(x))^2}{4m\Omega^2} + \text{cste.}$

**II.B.5)** Si  $E(x)$  est croissant alors  $E^2$  est croissant donc  $F < 0$  quelle que soit le signe de  $q$  (présence de  $q^2$ ), la particule se déplace donc dans le sens  $x$  décroissant.

Si  $E(x)$  est décroissant alors  $F > 0$  et la particule se déplace dans le sens  $x$  croissant.

**II.C.1)** Il s'agit de refaire le même raisonnement que précédemment en dimension 3, où  $\bar{x}_j$  est la position moyenne de la particule:

$$m \begin{pmatrix} \frac{d^2 x_1}{dt^2} \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} \\ \frac{d^2 x_3}{dt^2} \end{pmatrix} = q \cos(\Omega t) \begin{pmatrix} E_1(\bar{x}_j) \\ E_2(\bar{x}_j) \\ E_3(\bar{x}_j) \end{pmatrix} \text{ d'où } \begin{cases} x_1(t) = -\frac{qE_1(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}_1 = \xi_1 + \bar{x}_1 \\ x_2(t) = -\frac{qE_2(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}_2 = \xi_2 + \bar{x}_2 \\ x_3(t) = -\frac{qE_3(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t) + \bar{x}_3 = \xi_3 + \bar{x}_3 \end{cases}$$

et on obtient donc par identification  $\xi_i = -\frac{qE_i(\bar{x}_j)}{m\Omega^2} \cos(\Omega t)$ .

**II.C.2)**

$$\begin{aligned} \vec{E}(\bar{x}_1 + \xi_1, \bar{x}_2 + \xi_2, \bar{x}_3 + \xi_3) &= \vec{E}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) + \xi_1 \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) + \xi_2 \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) + \xi_3 \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) \\ &= \vec{E}(\bar{x}_j) + \xi_1 \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_j) + \xi_2 \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_j) + \xi_3 \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_j) \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \vec{F}(t) = q \cos(\Omega t) \vec{E}(\bar{x}_j) + q \cos(\Omega t) \xi_1 \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_j) + q \cos(\Omega t) \xi_2 \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_j) + q \cos(\Omega t) \xi_3 \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_j)$$

et en remplaçant les  $\xi_i$  on obtient :

$$\vec{F}(t) = q \cos(\Omega t) \vec{E}(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left( E_1(\bar{x}_j) \cdot \frac{d\vec{E}}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_2(\bar{x}_j) \frac{d\vec{E}}{dx_2}(\bar{x}_j) + E_3(\bar{x}_j) \frac{d\vec{E}}{dx_3}(\bar{x}_j) \right).$$

**II.C.3)** Si on peut négliger l'effet du champ magnétique l'équation de Maxwell-Faraday s'écrit  $\text{rot}\vec{E} = \vec{0}$ .

**II.C.4)** Soit en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dx_1} \\ \frac{d}{dx_2} \\ \frac{d}{dx_3} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dE_3}{dx_2} - \frac{dE_2}{dx_3} \\ \frac{dE_1}{dx_3} - \frac{dE_3}{dx_1} \\ \frac{dE_2}{dx_1} - \frac{dE_1}{dx_2} \end{pmatrix} = \vec{0} \text{ cqfd.}$$

**II.C.5)** La première coordonnée de  $\vec{F}(t)$ , notée  $F_1(t)$  s'écrit alors :

$$F_1(t) = q \cos(\Omega t) E_1(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left( E_1(\bar{x}_j) \cdot \frac{dE_1}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_2(\bar{x}_j) \frac{dE_1}{dx_2}(\bar{x}_j) + E_3(\bar{x}_j) \frac{dE_1}{dx_3}(\bar{x}_j) \right) \text{ et}$$

en utilisant les relations précédentes

$$F_1(t) = q \cos(\Omega t) E_1(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left( E_1(\bar{x}_j) \cdot \frac{dE_1}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_2(\bar{x}_j) \frac{dE_2}{dx_1}(\bar{x}_j) + E_3(\bar{x}_j) \frac{dE_3}{dx_1}(\bar{x}_j) \right)$$

$$F_1(t) = q \cos(\Omega t) E_1(\bar{x}_j) - \frac{q^2}{2m\Omega^2} \cos^2(\Omega t) \left( \frac{dE_1^2}{dx_1}(\bar{x}_j) + \frac{dE_2^2}{dx_1}(\bar{x}_j) + \frac{dE_3^2}{dx_1}(\bar{x}_j) \right)$$

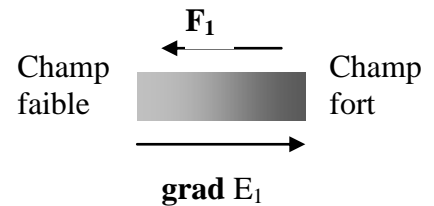
soit en valeur moyenne  $\langle F_1(t) \rangle = -\frac{q^2}{4m\Omega^2} \left( \frac{d(E_1^2 + E_2^2 + E_3^2)}{dx_1}(\bar{x}_j) \right) = -\frac{q^2}{4m\Omega^2} \frac{dE^2}{dx_1}(\bar{x}_j)$  et de

même pour les autres coordonnées de

$$\langle \vec{F}(t) \rangle = \begin{pmatrix} \langle F_1(t) \rangle \\ \langle F_2(t) \rangle \\ \langle F_3(t) \rangle \end{pmatrix} = -\frac{q^2}{4m\Omega^2} \begin{pmatrix} \frac{dE^2}{dx_1} \\ \frac{dE^2}{dx_2} \\ \frac{dE^2}{dx_3} \end{pmatrix}(\bar{x}_j) = -\begin{pmatrix} \frac{d}{dx_1} \\ \frac{d}{dx_2} \\ \frac{d}{dx_3} \end{pmatrix} \left( \frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2} \right) = -\overrightarrow{grad} \left( \frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2} \right)$$

Ce qui définit l'énergie potentielle de la force pondératrice  $E_p = \frac{q^2 E^2}{4m\Omega^2} + cste$  qui a la même expression à une ou trois dimensions.

**II.D.1)** Dans les zones où existe un champ fort, le gradient de champ est positif, donc les particules sont repoussées de ces zones.



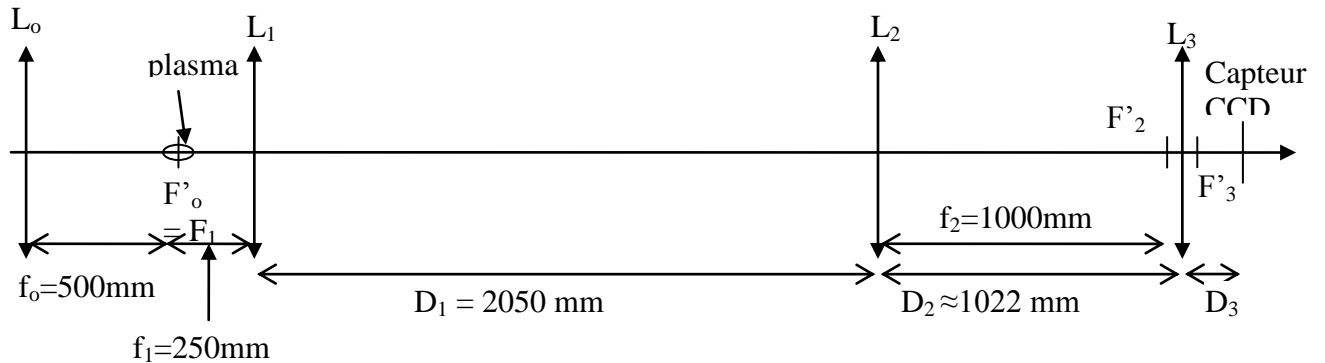
**II.D.2)** Les hétérogénéités de l'éclairement du laser vont donc causer des déplacements des particules qui composent la coquille du microballon ; ces déplacements sont à l'origine de la différence de vitesses et de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz.

### III. Observation des phénomènes au sein du microballon

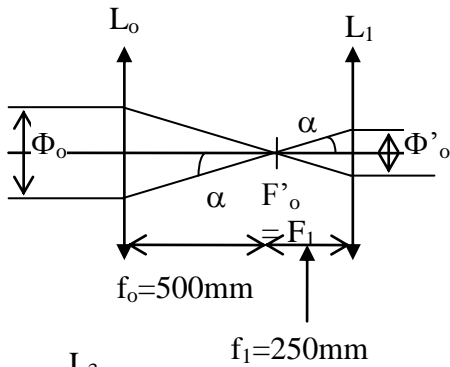
*Commentaire : de l'optique géométrique qui nécessite une bonne lecture et une bonne compréhension du sujet. Les conclusions D ne sont elles non plus pas évidentes, dommage que l'on ne demande pas une exploitation des images données en fin d'énoncé.*

*Dans cette partie toutes les lentilles étant convergentes on suppose implicitement que les distances focales données sont les distances focales images*

#### III.A.1)



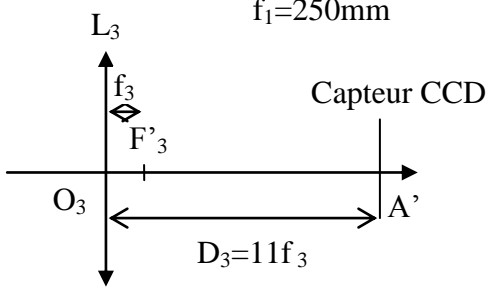
#### III.A.2)



$$\tan \alpha = \frac{\Phi_o/2}{f_o} = \frac{\Phi'_o/2}{f_1} \text{ donc } \Phi'_o = \frac{\Phi_o \cdot f_1}{f_o} = 15 \text{ mm}$$

**III.A.3)** sans plasma  $N_1 = f_1 / \Phi'_o = f_o / \Phi_o = N_o = 16,67$   
 Avec plasma  $N_1 = f_1 / \Phi_{1\max} = 250 / 30 = N_o / 2 = 8,33$

$N_1$  avec plasma  $< N_o$  permet de collecter les rayons divergents, qui sortent du faisceau initial...



**III.B** Relation de conjugaison de Descartes :

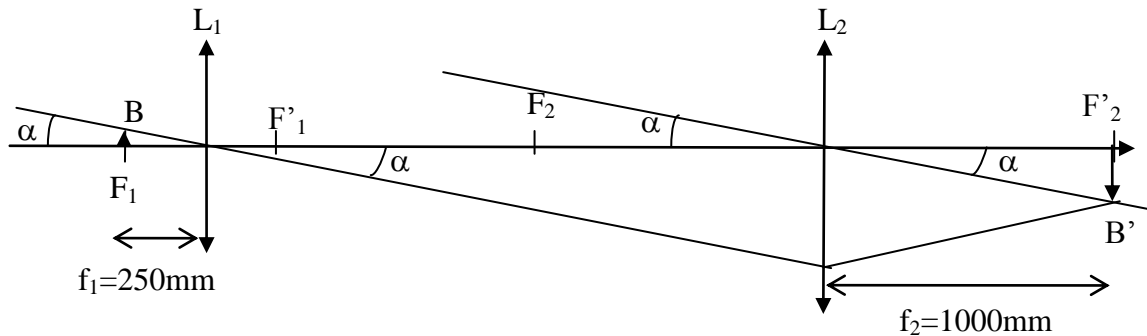
$$\frac{1}{O_3A'} - \frac{1}{O_3A} = \frac{1}{f_3} \text{ donc}$$

$$\frac{1}{O_3A} = \frac{1}{O_3A'} - \frac{1}{f_3} = \frac{1}{11f_3} - \frac{1}{f_3} = -\frac{10}{11f_3} \text{ et}$$

$\overline{O_3A} = -1,1f_3 = -18,59\text{mm}$  distance du plan observé avant  $L_3$ .

grandissement transverse  $\gamma_3 = \frac{\overline{O_3A'}}{O_3A} = \frac{11f_3}{-\frac{11}{10}f_3} = -10$

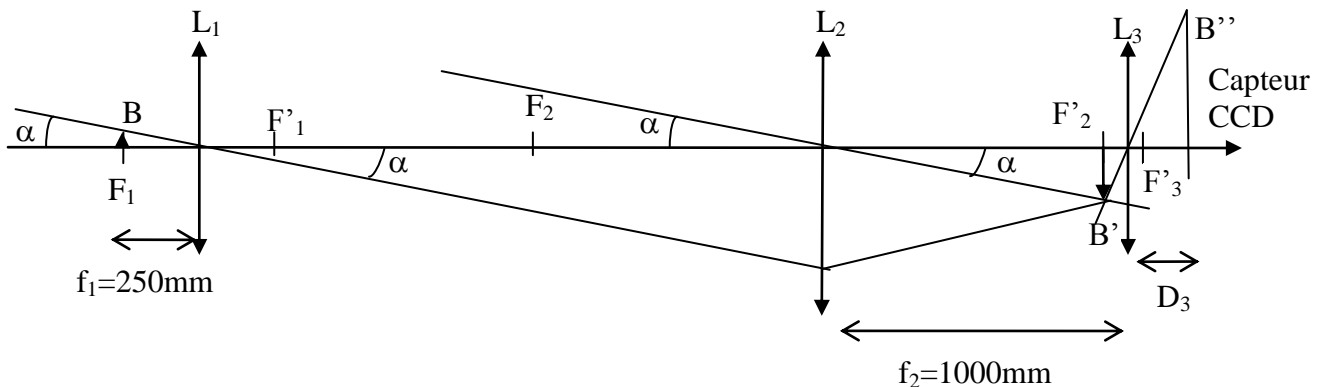
**III.B.1)**



$$\gamma_{12} = \frac{\overline{F'_2B'}}{\overline{F_1B}} \text{ or } \tan \alpha = -\frac{\overline{F_1B}}{f_1} = \frac{\overline{F'_2B'}}{f_2} \text{ d'où } \gamma_{12} = \frac{\overline{F'_2B'}}{\overline{F_1B}} = -\frac{f_2}{f_1} = -\frac{1000}{250} = -4$$

**III.B.2)** Y-a-t-il un bug dans cette question dans la mesure où  $F'_2B$  n'est pas dans le plan conjugué du capteur ?

On va supposer que  $D_2 = f_2 - \overline{O_3A} = 1000 + 1,1f_3 = 1000 + 18,59 = 1018,59\text{mm}$ , afin que  $F'_2B$  soit dans le plan conjugué du capteur.

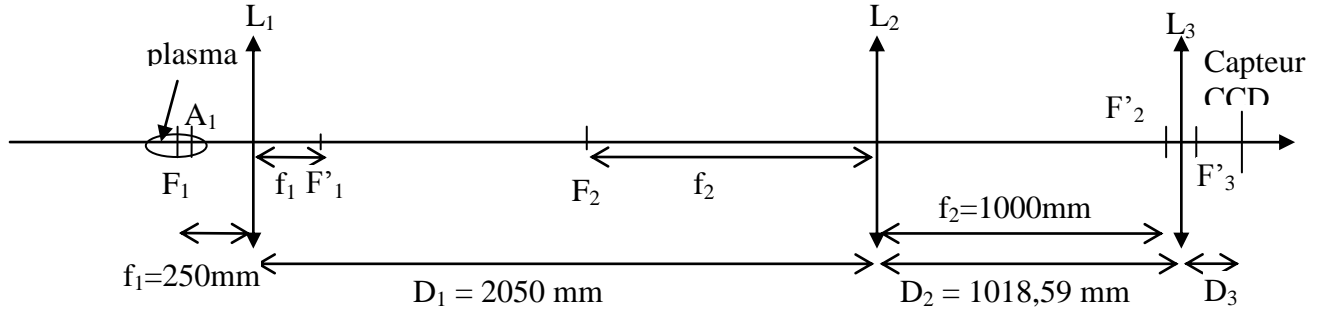




Donc  $\gamma_{\text{total}} = \frac{\overline{CB''}}{\overline{F_1B}} = \gamma_3 \cdot \gamma_{12} = 40$

**III.B.3)**  $\Delta x_o$  est transverse. Soit  $a$  le côté d'un pixel.  $\gamma_{\text{total}} = \frac{\Delta X}{\Delta x_o} = \frac{10.a}{\Delta x_o}$  d'où  $a = 40 \mu\text{m}$ .

**III.C .**



Soit l'objet  $A_1 \xrightarrow{L_1} A' \xrightarrow{L_2} A_2$

On utilise la relation de conjugaison de Newton :

$$\overline{F'_1 A'} \cdot \overline{F_1 A_1} = -f_1^2 \text{ avec } \Delta z_o = \overline{F_1 A_1} \text{ et } \overline{F'_2 A_2} \cdot \overline{F_2 A'} = -f_2^2 \text{ avec } \Delta z_i = \overline{F'_2 A_2}$$

$$\overline{F'_1 A'} = \overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 A'} \text{ soit } -\frac{f_1^2}{\Delta z_o} = \overline{F'_1 F_2} - \frac{f_2^2}{\Delta z_i} \text{ d'où } \Delta z_i = \frac{f_2^2}{\overline{F'_1 F_2} + \frac{f_1^2}{\Delta z_o}} \text{ avec } \overline{F'_1 F_2} = 800\text{mm}$$

**III.C.1)**  $\gamma_{//} = \frac{\Delta z_i}{\Delta z_o} = \frac{f_2^2}{\overline{F'_1 F_2} \cdot \Delta z_o + f_1^2}$  avec  $\overline{F'_1 F_2} \cdot \Delta z_o \ll f_1^2$  car  $\overline{F'_1 F_2} \cdot \Delta z_o \approx 800 \cdot 1 = 800 \text{mm}^2$

et  $f_1^2 \approx 250^2 \text{mm}^2$  donc  $\gamma_{//} = \frac{\Delta z_i}{\Delta z_o} \approx \frac{f_2^2}{f_1^2} = 16$ .

**III.C.2)**  $\gamma_{//}$  étant toujours positif,  $\Delta z_i$  et  $\Delta z_o$  sont du même signe donc  $\Delta z_i$  correspond à l'arrière de l'image du plasma.

**III.C.3)** Si  $L_2$  avance de  $d$ , alors  $F'_2$  avance de  $d$ , et donc l'image du centre du plasma avance de  $d$ , puisque celle-ci est située en  $F'_2$ .

**III.C.4)** Pour observer nettement une image sur le capteur CCD, il faut que l'objet se trouve en  $A_3$  tel que  $\overline{O_3 A_3} = -1,859\text{mm}$  (question **III.B**)

Quand on a bougé  $L_2$ , on observe toujours sur le CCD l'image de ce qui se trouve en  $A_3$ ; vu la question précédente, c'est l'avant du plasma.

**III.C.5)** si  $\Delta z_o = 2\text{mm}$  alors  $\Delta z_i = \gamma_{//} \cdot \Delta z_o = 16 \cdot 2 = 32 \text{mm}$ .

**III.D.1)** Lorsque  $\Phi_o$  est grand, le nombre d'ouverture est petit ce qui augmente la profondeur de champ... (?).

**III.D.2)** Refroidir le capteur permet d s'affranchir du bruit thermique, et augmenter la sensibilité du capteur, on a une image plus nette.