

propulsion d'un chariot par un jet d'eau

- ✘ On considère le système constitué de l'eau, de l'auget et du chariot, comme représenté figure 1.

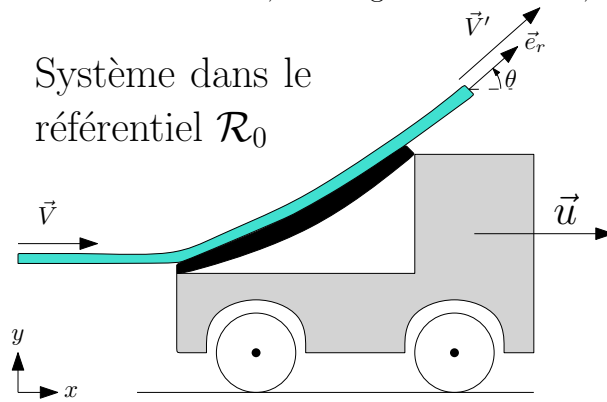


Figure 1 – Système dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_0$

où $\vec{V} = V\vec{e}_x$ est la vitesse de l'eau, en entrée, dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_0$ et où $\vec{V}' = V'\vec{e}_r$ est la vitesse de l'eau, en sortie, dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_0$.

- ✘ On se place dans le référentiel $\mathcal{R}$ du chariot de façon à ce que la surface particulière de l'eau reste fixe.
- ✘ La vitesse de l'eau en entrée et en sortie dans $\mathcal{R}$ vaut :
- ☛ Vitesse en entrée :

$$\vec{V}_1 = (V - u)\vec{e}_x$$

- ☛ Vitesse en sortie :

$$\vec{V}_2 = \vec{V}' - \vec{u} = (V'\vec{e}_r - u\vec{e}_x) = (V'\cos\theta - u)\vec{e}_x + V'\sin\theta\vec{e}_y$$

et :

$$\vec{V}_2 = (V_2\cos\theta')\vec{e}_x + V_2\sin\theta'\vec{e}_y$$

D'où :

$$\begin{cases} V_2\cos\theta' &= V'\cos\theta - u \\ V_2\sin\theta' &= V'\sin\theta \end{cases}$$

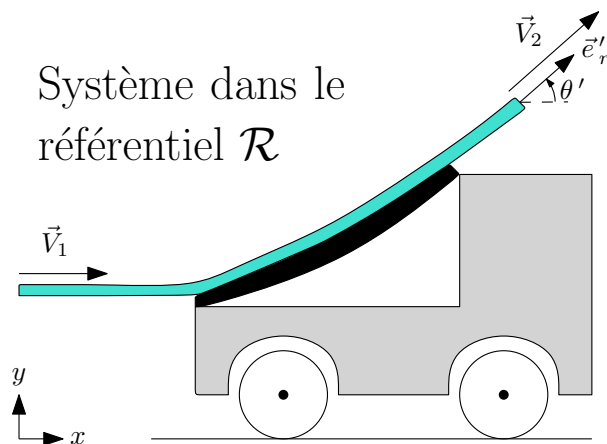


Figure 2 – Système dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$

- ✘ On applique le théorème de Bernoulli dans le référentiel $\mathcal{R}$ (HYP : écoulement incompressible homogène parfait stationnaire) sur la ligne de champ au contact avec l'atmosphère. En négligeant les effets de la pesanteur on trouve :

$$V_1 = V_2 \Rightarrow V - u = V_2$$

✘ On en déduit :

$$V' = \sqrt{V^2 + 2u^2(1 + \cos \theta) - 2uV(1 + \cos \theta)}$$

(On peut également exprimer θ')

✘ Notons enfin que la conservation du débit massique dans $\mathcal{R}$, permet de montrer que les 2 sections d'entrée et de sortie sont égales.

✘ On applique le TRC au système dans le référentiel $\mathcal{R}$:

$$\left. \frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \left. \frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{\text{Chariot}, \mathcal{R}} + \left. \frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{\text{Auget}, \mathcal{R}} + \left. \frac{D\vec{P}}{Dt} \right)_{\text{eau}, \mathcal{R}} = D_m (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \vec{F}_{ext}$$

✘ BAM :

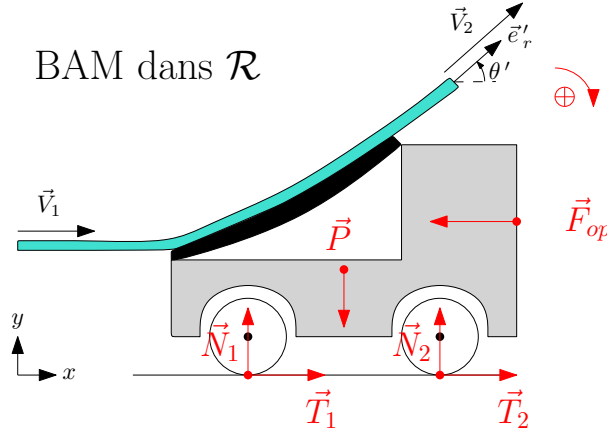


Figure 3 – BAM dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$

☛ Forces de contact des roues avec le sol :

$$\vec{R}_1 = \bar{T}_1 \vec{e}_x + N_1 \vec{e}_y$$

$$\vec{R}_2 = \bar{T}_2 \vec{e}_x + N_2 \vec{e}_y$$

$$\vec{R}_3 = \bar{T}_3 \vec{e}_x + N_3 \vec{e}_y$$

$$\vec{R}_4 = \bar{T}_4 \vec{e}_x + N_4 \vec{e}_y$$

Le TMC appliquée à chaque roue dans son référentiel barycentrique donne :

$$J_{\Delta_i} \dot{\Omega}_i = -\bar{T}_i R$$

En négligeant l'inertie des roues, on obtient ¹ :

$$\bar{T}_i = 0$$

☛ Force exercée par l'opérateur :

$$\vec{F}_{op} = -F \vec{e}_x$$

Notons que l'on considère que l'opérateur exerce une force uniquement horizontale.

☛ Si l'on considère que la pression est uniforme autour du chariot (pas de dépression sur l'aval), la résultante des forces de pression agissant que le système est nulle.

☛ Le poids du système :

$$\vec{P} = -Mg \vec{e}_y$$

✘ on obtient donc directement, en projetant sur (Ox) :

$$F = -D_m (V_2 \cos \theta' - V_1) = D_m (V' \cos \theta - V)$$

1. Notons que le RSG et la translation uniforme mènent également à l'annulation des composantes tangentielles. Cependant, en négligeant l'inertie des roues, on n'est pas contraints d'utiliser le RSG pour annuler les composantes tangentielles