

EXERCICES D'OPTIQUE PHYSIQUE

PC*-JOFFRE

I.	Interférences à deux ondes – division du front d'onde.	2
II.	Interféromètre de Michelson – Division d'amplitude.	8
III.	Interférences à N ondes	15
IV.	Polarisation	18
V.	Spectroscopie par transformée de Fourier	20

(N) : Exercice explicitement dans les programmes : à savoir faire absolument.

(C) : Exercice classique.

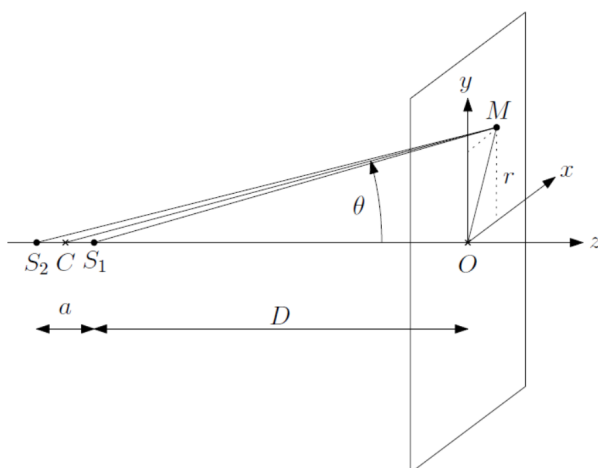
(M) : Exercice nécessitant une bonne technique mathématique.

(R) : Exercice nécessitant de la réflexion

I. INTERFERENCES A DEUX ONDES – DIVISION DU FRONT D'ONDE.

1. OBSERVATION DANS UN PLAN ORTHOGONAL A DEUX SOURCES PONCTUELLES (N)

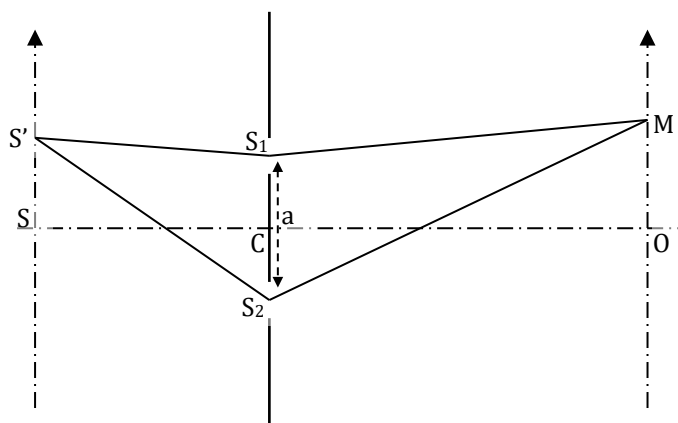
On considère deux sources ponctuelles synchrones (issues d'une même source lumineuse) S_1 et S_2 . Déterminer la figure d'interférences obtenue dans un plan orthogonal à l'axe (S_1S_2) . On montrera qu'on obtient des anneaux dont on déterminera le rayon. On suppose que l'observation se fait « loin » des sources et « proche » de l'axe (S_1S_2) .



2. TRANSLATION DES FRANGES (N)

On considère le dispositif des fentes d'Young et on suppose que l'on déplace la fente source de S en S' . On suppose ce déplacement $SS' = y$ petit devant $D' = SC$.

Comment sont modifiées les franges d'interférences ? Proposer une interprétation géométrique.



3. COHERENCE SPATIALE (N)

On réalise une expérience d'interférences en utilisant le dispositif des trous de Young.

La source est une fente de largeur $2s$ dont l'axe est dans le plan médiateur des deux trous. Elle est située à une distance d du plan des deux trous distants de $2a$.

On observe le phénomène sur un écran placé à la distance D du plan des trous.

La lumière, monochromatique, a pour longueur d'onde λ .

Une largeur dy de la source émet l'intensité $dI = f o^2 dy$ et on suppose que les différents points de la source émettent de façon incohérente.

1. Exprimer l'éclairement en tout point de l'écran.
2. Quelle doit être la condition sur s pour que les franges soient visibles ? On prendra $d = 10 \text{ cm}$; $\lambda = 0,5 \text{ }\mu\text{m}$; $a = 1 \text{ mm}$

4. TROUS D'YOUNG ECLAIRES PAR UNE LAMPE A VAPEUR DE SODIUM (N)

Cohérence temporelle.

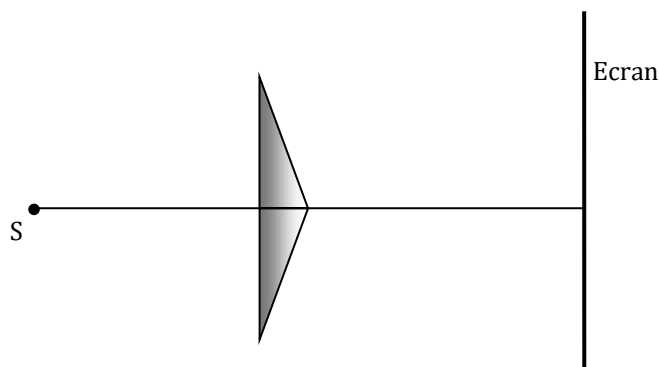
On réalise une expérience de trous d'Young, avec une source ponctuelle délivrant deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches, soit $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda_1, \lambda_2$.

1. Calculer l'intensité observée sur l'écran en supposant que les deux raies ont même intensité. Que vaut la visibilité ?
2. Faire l'application numérique pour le doublet jaune du sodium ($\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$) : au bout de combien de franges le contraste s'annule-t-il pour la première fois ? Conclusion ?

5. BIPRISME DE FRESNEL (C)

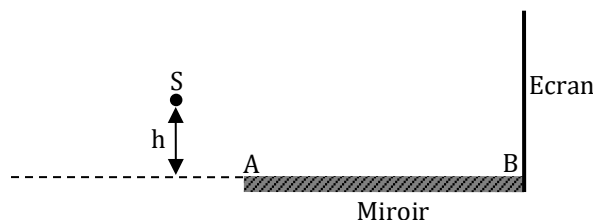
On place une source ponctuelle S à la distance D d'un écran. Devant S , à la distance x de la source, on place un biprisme de Fresnel d'angle $A \ll 1$ et d'indice n .

1. Tracer le champ d'interférence. Quelle est la nature des franges d'interférence ? Exprimer l'interfrange.
2. Etudier le cas particulier où la source est rejetée à l'infini. On utilisera les vecteurs d'ondes comme support pour le calcul du déphasage.



6. MIROIR DE LOYD (C)

Un miroir plan (M) est éclairé sous une incidence très rasante par une source ponctuelle S placée à une faible distance $h = 1,0 \text{ mm}$ au-dessus du plan de la lame. Cette source émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,546 \text{ mm}$.



A et B étant les deux extrémités du miroir dans le plan de la figure, on a $SA = 20,0 \text{ cm}$ et $AB = 10,0 \text{ cm}$.

1. Montrer que dans un plan (P) perpendiculaire au miroir en son extrémité opposée à S , on observe une figure d'interférences. Peut-on l'observer facilement à l'œil nu ?
2. Combien de franges observe-t-on ?
3. Comment est modifiée la figure d'interférences si on remplace la source ponctuelle par une fente fine orthogonale au plan de la figure ? Par une fente de largeur l parallèle au plan (P) ? On pourra détailler les réponses.

- On place en S ($h' = 3,0 \text{ mm}$) une source ponctuelle de lumière blanche. Qu'observe-t-on sur l'écran ? On place une fente à l'abscisse x_p de l'écran et on effectue le spectre de la lumière qui en sort.
- Interpréter ce spectre et en déduire une estimation de x_p . Qu'observerait-on pour $x < x_p$?

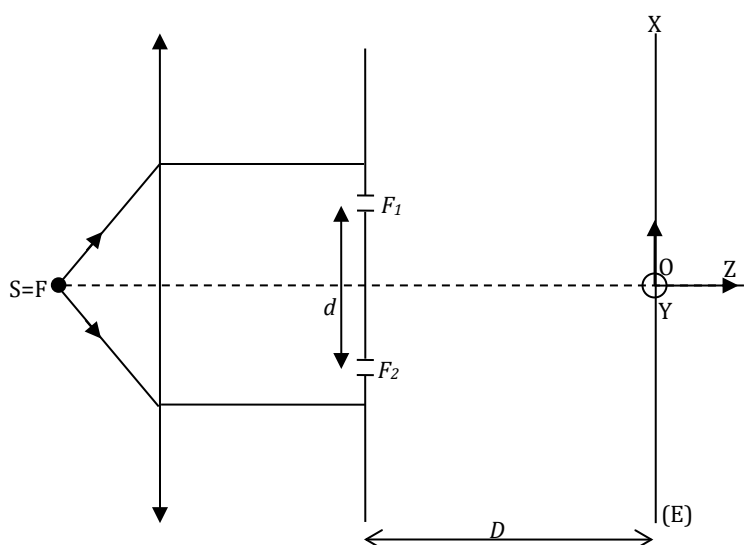


L'œil a un pouvoir de résolution de 1,5 minute d'arc

7. FRANGE ACHROMATIQUE (C)

Deux fentes de Young percées dans un plan opaque P et séparées d'une distance a sont éclairées à l'aide d'une source ponctuelle placée au foyer d'une lentille convergente L. La source est une source de lumière blanche et la distance focale de la lentille est indépendante de la longueur d'onde de la lumière.

- Décrire l'aspect d'un écran E placé devant P, parallèlement à ce plan et à la distance D ($D \gg a$) comme l'indique la figure ci-dessous.



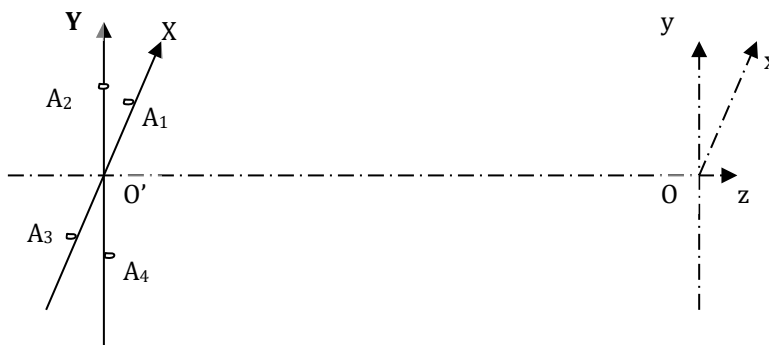
- On place derrière F_1 une lame à faces parallèles d'épaisseur $e=0,1 \text{ mm}$ et d'indice $n=1,5$ indépendante de la longueur d'onde de la lumière. Décrire le phénomène observé. On prendra $D=1 \text{ m}$ et $a=1 \text{ mm}$.
- L'indice de la lame dépend en fait de la longueur d'onde λ de la lumière suivant la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}, \text{ A et B étant des constantes.}$$

- Exprimer le déphasage entre les deux rayons arrivant en un point M de l'écran.
- Localiser la frange centrale. Faire l'application numérique pour les deux limites du spectre en prenant $A=1,5$ et $B = 6.10^{-2} \mu\text{m}^2$. Qu'en déduit-on sur l'aspect de l'image dans cette partie de l'écran ?
- Localiser la frange achromatique. Faire l'application numérique avec les mêmes valeurs.
- Décrire qualitativement comment est affectée l'image si la lame n'est pas totalement transparente.

8. INTERFERENCES PRODUITES PAR QUATRE TROUS D'YOUNG (M)

Quatre trous d'Young A_1, A_2, A_3, A_4 sont situés dans le plan XOY comme ci-contre. $OA_i=a$. Ils sont éclairés par une source ponctuelle située sur l'axe Oz. L'observation se fait dans le plan xOy où un point P est repéré par ses coordonnées x et y . On pose $OO'=D$ et on suppose $D \gg a$.



1. Calculer les déphasages des quatre ondes au point P où elles interfèrent, par rapport au point O'.
2. Calculer l'intensité $I(x, y)$ sur l'écran (3 méthodes) et dessiner, à l'aide d'un outil informatique, l'allure de la figure d'interférence.

9. ETUDE D'UNE LAME PRISMATIQUE (R)

On souhaite étudier une lame transparente prismatique taillée sous la forme donnée par la figure (1).

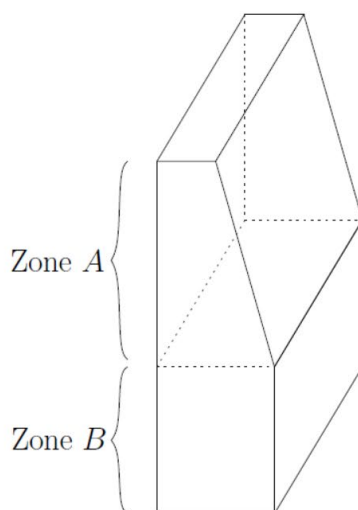


FIGURE 1 – Lame prismatique

L'épaisseur e de la lame peut ainsi varier de $100\ \mu\text{m}$ à $200\ \mu\text{m}$. On dispose pour cela du matériel suivant :

- ✗ Un écran.
 - ✗ Un écran dans lequel sont taillées deux fentes rectangulaires parallèles très fines espacées d'une distance d inconnue.
 - ✗ Des lentilles sphériques minces convergentes de distances focales allant de $0.2\ \text{m}$ à $2\ \text{m}$.
 - ✗ Une source LASER de longueur d'onde $0.633\ \mu\text{m}$.
 - ✗ Des polariseurs.
 - ✗ Du papier millimétré, un mètre et un rapporteur.
- I.– Proposer un protocole permettant de déterminer d à partir du matériel mis à disposition.
 - II.– Proposer un protocole permettant de déterminer l'indice n de la lame.
 - III.– Proposer un protocole permettant de déterminer l'évolution de l'épaisseur de la lame dans la zone (A).

10. MESURE DE L'ÉPAISSEUR D'UNE LAME (R)

On souhaite déterminer l'épaisseur e d'une lame de verre à faces parallèles d'indice $n = 1.5$. On dispose d'une source ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 546.1 \text{ nm}$. On réalise alors le montage donné par la figure (1) où l'on considère qu'au delà de deux réflexions dans la lame de verre, l'intensité lumineuse est trop atténuée pour être observée.

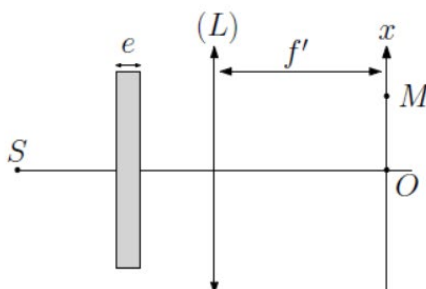


FIGURE 1 – Montage

On donne $f' = 1 \text{ m}$.

- I.– Justifier qualitativement que ce dispositif permet l'observation d'interférences lumineuses à deux ondes en tout point M de l'écran et que les franges obtenues sont circulaires centrées en O .
- II.– Proposer une méthode pour déterminer l'épaisseur e en utilisant ce montage. Sachant que e est de l'ordre du millimètre proposer des ordres de grandeurs pour les grandeurs mesurées directement.
- III.– La source n'est pas rigoureusement monochromatique. On note $\Delta\nu$ sa largeur spectrale.
 - a) Expliquer qualitativement l'effet de la largeur spectrale de la source sur la figure d'interférences.
 - b) Quel est l'ordre de grandeur de la largeur spectrale maximale de la source, au delà de laquelle la figure d'interférences présentera des zones de brouillages? (On prendra e de l'ordre de grandeur du millimètre).

11. BULLE DE SAVON (R)

Afin de déterminer l'évolution de l'épaisseur d'un film de savon, on effectue le montage donné par la figure (1).

- I.– Avec un logiciel de traitement d'image, on isole la longueur d'onde rouge $\lambda_R = 650 \text{ nm}$, l'image obtenue étant représentée figure (2). On mesure alors, en partant du haut de la lame, la position de franges sombres.
 - a) Expliquer la présence de franges sombres et notamment donner la relation entre l'épaisseur locale de la lame $e(x)$ et la longueur d'onde λ_R . Comment interpréter la variation de l'interfrange? Où se situe le haut de la lame? Les franges obtenues avec un filtre bleu auraient-elles été plus resserrées ou moins resserrées?
 - b) Expliquer comment, à partir de la mesure de la position des franges sombres sur la lame de savon, on peut en déduire l'évolution de l'épaisseur $e(x)$ de la lame. Quelle est l'allure de $e(x)$?
 - c) Quel est l'intérêt d'étudier la figure d'interférence par réflexion?
- II.– Une figure d'interférence obtenue en lumière blanche est représentée figure (3).
 - a) Comment interpréter qualitativement cette figure d'interférence?
 - b) Pour une valeur de x donnée, on étudie le spectre de la lumière émise. Celui-ci est représenté figure (4). Montrer que ce spectre permet d'obtenir une valeur approchée de $e(x)$.

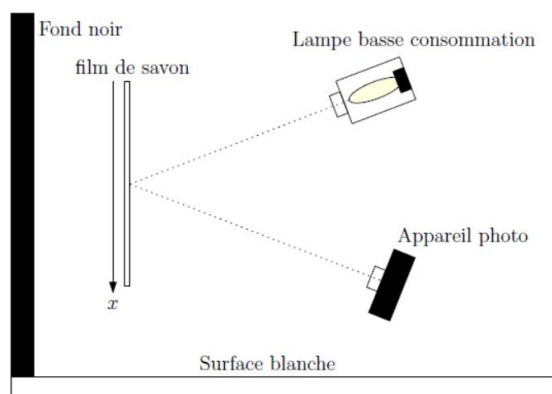


FIGURE 1 – Montage

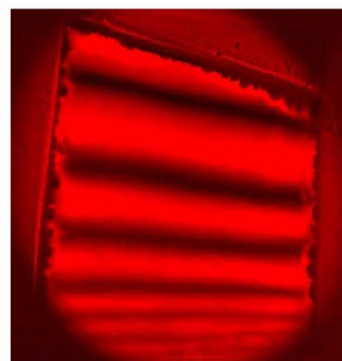


FIGURE 2 – Figure d'interférence en lumière rouge

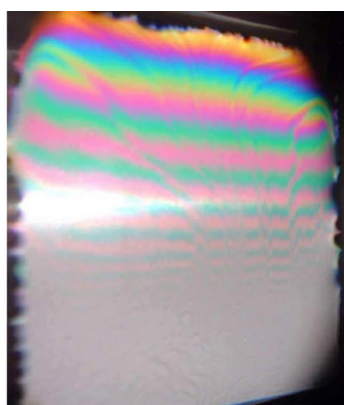
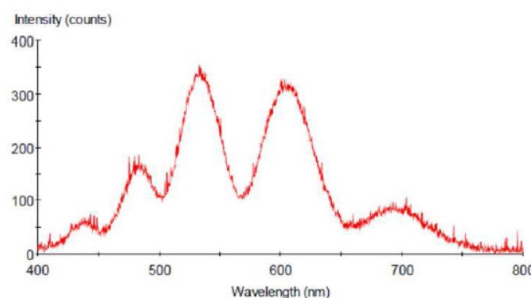


FIGURE 3 – Figure d'interférence en lumière blanche

FIGURE 4 – Spectre pour une valeur donnée de x

Annexe : On donne les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude aux différentes interfaces :

$$r_{\text{savon} \rightarrow \text{air}} = -r_{\text{air} \rightarrow \text{savon}} = 0.17 ; t_{\text{air} \rightarrow \text{savon}} = 0.82 \text{ et } t_{\text{savon} \rightarrow \text{air}} = 1.17$$

12. OBSERVATION D'ETOILES DOUBLES (C)

Un astronome amateur souhaite déterminer l'écart angulaire α entre deux étoiles formant un système d'étoiles doubles.

- I.– Il pointe un télescope, dont l'objectif est assimilé à une lentille sphérique mince, de distance focale $f' = 1$ m et diamètre d'ouverture $D = 20$ cm, vers les deux étoiles. Il observe, dans le plan focal de la lentille, non pas deux points lumineux mais une tache placée au foyer image de la lentille.
- ✗ Définir l'écart angulaire entre les deux étoiles, faire un schéma.
 - ✗ Expliquer pourquoi l'astronome n'observe qu'une seule tache.
 - ✗ En déduire, la valeur maximale de α .

II.- L'astronome décide alors de placer devant l'objectif un système de fentes de Young (fentes identiques de largeur b et distantes de a) ainsi qu'un filtre interférentiel de longueur d'onde $\lambda = 635 \text{ nm}$ et d'obtenir α par l'exploitation de la figure d'interférence obtenue dans le plan focal de la lentille. En procédant ainsi, il constate :

- ✗ Qu'il existe une valeur de a pour laquelle les franges d'interférences disparaissent : $a_0 = 10.5 \text{ cm}$
- ✗ Que pour une valeur de a donnée, le système d'interférences finit par disparaître lorsque l'on s'éloigne de l'axe. Il note $x_{\max} = 7 \text{ mm}$ l'ordre de grandeur de la distance à l'axe pour laquelle les franges disparaissent.

- a) Faire un schéma du dispositif. On supposera que l'astronome pointe exactement entre les deux étoiles
- b) Montrer, en raisonnant sur les ordres d'interférences, que la mesure de a_0 permet de déterminer la valeur de α . Justifier qu'il existe d'autres valeurs de a , notées a_k , pour lesquelles les franges d'interférences disparaissent.
- c) Comment interpréter la disparition du système d'interférences lorsqu'on s'éloigne de l'axe ? Proposer un ordre de grandeur pour b .

III.- On souhaite retrouver les valeurs des a_k à partir de l'éclairement.

- a) Exprimer l'éclairement E_1 en un point M du plan focal dû à une première étoile. De même exprimer l'éclairement E_2 dû à la seconde étoile. En déduire que l'éclairement en M est de la forme :

$$E = 4E_0 \left(1 + V(a) \times \cos(\phi) \right)$$

Préciser les expressions de ϕ et de $V(a)$

- b) Définir le contraste de la figure d'interférence. En déduire son expression.
- c) En déduire les valeurs des a_k . Commenter

II. INTERFEROMETRE DE MICHELSON – DIVISION D'AMPLITUDE.

13. INTERFEROMETRE DE MICHELSON EN LAME D'AIR (N)

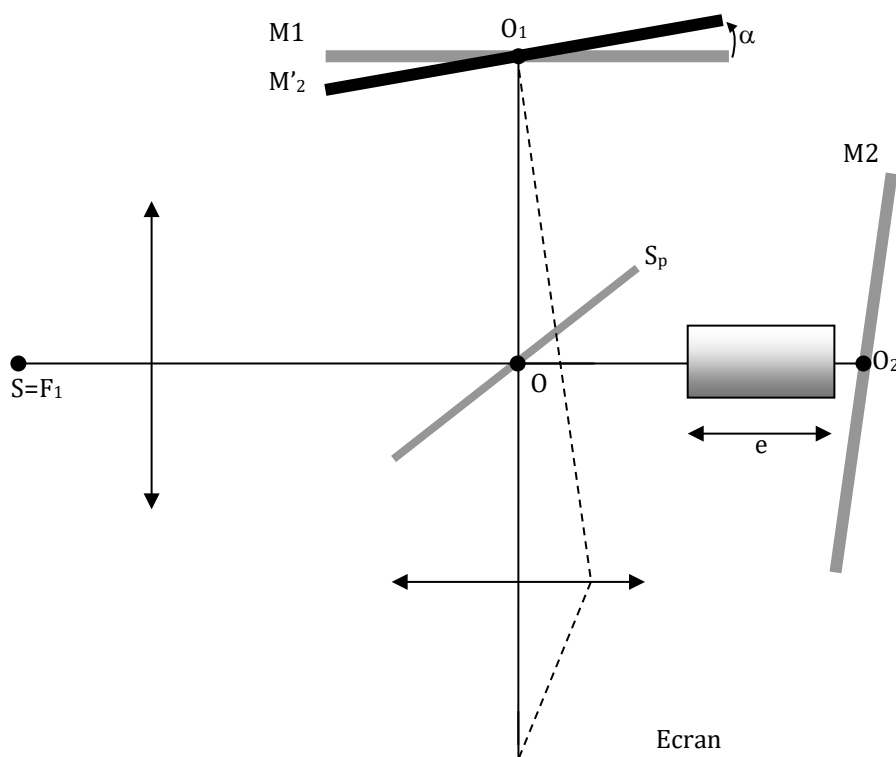
On considère un interféromètre de Michelson monté en lame d'air. Il est éclairé par deux sources ponctuelles S et S' proches l'une de l'autre mais non confondues. On observe la figure d'interférence au foyer d'une lentille convergente. Décrire cette figure observée et justifier l'emploi d'une source étendue pour observer les franges d'égales inclinaison.

14. MESURE DE L'INDICE D'UNE LAME (C)

On considère un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air d'angle α et éclairé sous incidence quasi-normale par une source monochromatique de longueur d'onde λ_0 . Sur un bras de l'interféromètre, on dispose une lame de faible épaisseur e et d'indice n . Un observateur observe les franges localisées en accommodant sur un des miroirs.

1. Montrer que l'introduction de la lame a pour effet de translater les franges d'une longueur d que l'on exprimera en fonction de n , e et α .
2. En réalité la lame est taillée dans un matériau non linéaire dont l'indice n est commandé par une tension $V(t)$ fournie par un GBF : $n(t)$ est ainsi une fonction triangulaire du temps de période T de valeur minimale n_1 et

maximale n_2 . Montrer que, sous certaines conditions, l'observateur voit les franges sur l'écran translater périodiquement.



15. ANNEAUX D'EGALE INCLINAISON (N)

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air. Il est éclairé par une lampe spectrale au mercure devant laquelle on a placé un diaphragme largement ouvert et un filtre interférentiel isolant la raie verte de longueur d'onde dans le vide : $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$.

1. Où doit-on placer l'écran pour observer des anneaux bien contrastés ?
2. La distance entre les miroirs est $e=1,1 \text{ mm}$ et la lentille de projection a une distance focale image $f'=1\text{m}$.
 - a. Déterminer l'ordre d'interférence au centre.
 - b. Calculer les rayons ρ_1 et ρ_2 des deux 1^{ers} anneaux brillants.
3. On diminue la valeur de e . Comment évoluent les anneaux sur l'écran ? Calculer la valeur e' de e pour laquelle le 1^{er} anneau disparaît. En déduire le rayon ρ'_1 du 1^{er} nouvel anneau et le comparer à ρ_1 .
4. Cherchant à atteindre le contact optique, on diminue la valeur de e jusqu'à voir sur l'écran une tache de diamètre égale à 10 cm et dont l'éclairement, maximal au centre est uniforme à 10% près. Quel est alors la limite supérieure pour la valeur de e ?

16. INTERFEROMETRE REGLE EN LAME D'AIR - MESURE DE L'INDICE DE L'AIR (C)

On souhaite mesurer l'indice de l'air en utilisant un interféromètre de Michelson, réglé en lame d'air d'épaisseur e , éclairé par une source étendue fortement cohérente.

Pour cela on suit le protocole expérimental suivant :

- ✓ On place sur l'un des bras de l'interféromètre une cuve en verre de longueur d et contenant de l'air (on pourra noter e' l'épaisseur des parois de la cuve).
 - ✓ On règle la valeur de e de façon à ce que le centre de la figure d'interférences soit brillant.
 - ✓ On fait le vide dans la cuve à l'aide d'une pompe.
 - ✓ On fait rentrer à nouveau l'air et on compte le nombre N d'anneaux qui défilent au centre.
1. Rappeler les conditions expérimentales pour observer des anneaux avec un contraste maximal.
 2. En utilisant un laser vert de longueur d'onde $\lambda = 532\text{nm}$, on compte $N=30$ anneaux. En supposant que le vide soit effectivement bien réalisé dans la cuve, déterminer l'indice de l'air.
 3. Sachant que le vide n'est pas parfaitement réalisé dans la cuve, on peut affiner les résultats en tenant compte de la pression dans la cuve après pompage : on note P_1 et P_2 respectivement les pressions dans la cuve avant et après pompage. De même on note n_1 et n_2 les indices de l'air avant et après pompage. On utilise alors la loi de Gladstone : l'indice n d'un gaz parfait et la pression P de ce gaz sont reliés par l'équation : $n = 1 + K \cdot P$ où K est une constante. Sachant que la pression atmosphérique mesurée lors de l'expérience est égale 1010 mbar et que la dépression effectuée avec la pompe est de 900 mbar, déterminer l'indice de l'air à la pression P_1 . Conclure.
 4. Quel est l'intérêt d'utiliser une source fortement cohérente ?

Données : $d = 2,5\text{ cm}$

17. BATTEMENTS (C)

Un interféromètre de Michelson, réglé en lame d'air, est éclairé par une lampe spectrale au Mercure à travers un filtre coloré qui isole dans le spectre le doublet du Mercure. L'un des miroirs du Michelson est relié à un moteur qui le translate lors de l'expérience. L'éclairement est mesuré par une photodiode sur l'axe de symétrie du système, i.e. au centre de la figure d'éclairement.

- I.- Expliquer par quel "procédé" est émise la lumière d'une lampe spectrale. Quelle différence faites vous avec une lumière blanche ?
- II.- Calculer l'éclairement reçue par la photodiode.
- III.- Commenter la figure 1 obtenue pour la tension aux bornes de la photodiode ?
- IV.- Déterminer la vitesse de translation du moteur du Michelson.

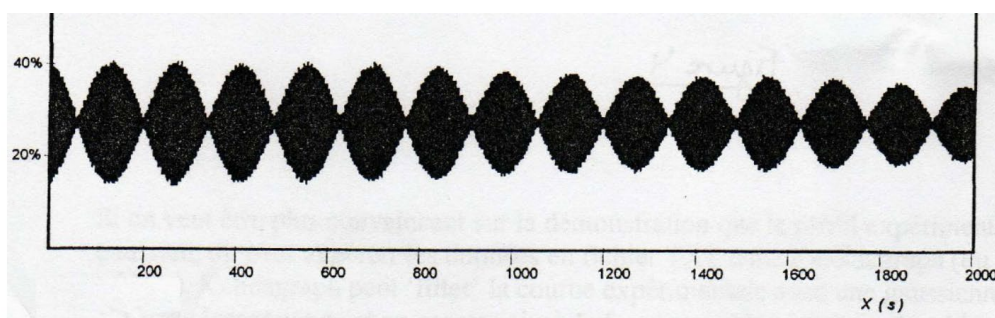
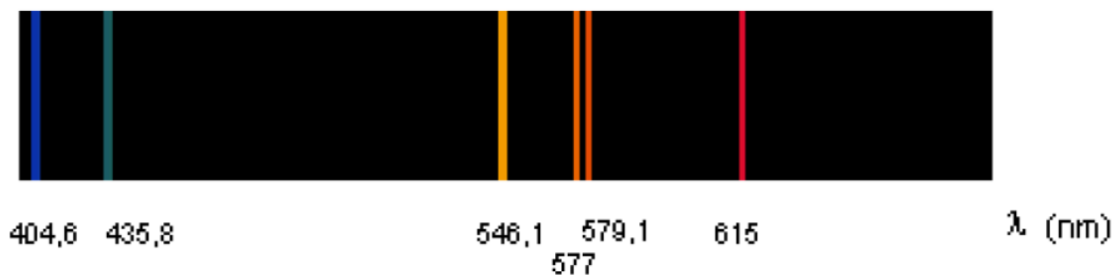


FIGURE 1 – Tension $V(t)$ de la photodiode au centre de la figure d'éclairement obtenue après un Michelson en lame d'air éclairé par le doublet du Mercure.



18. PERTURBATION INDUITE PAR UN GRADIENT DE TEMPERATURE (C)

Le but de cet exercice est de regarder les perturbations introduites par un fil métallique "chaud" dans l'air à l'aide d'un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air. Ce dernier est éclairé par source monochromatique.

- I.- Rappeler les étapes expérimentales pour passer l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air au coin d'air.
Où sont localisées les franges ? Comment les observer ?
- II.- Pour un Michelson réglé en coin d'air d'angle α , la différence de marche est $\delta = 2.\alpha.x$.
Pour une source monochromatique, donner l'expression de l'éclairement et décrire la figure d'interférence alors observée.
- III.- Pour une source de lumière blanche, interpréter l'éclairement observé sur la première photo de la figure 1.
- IV.- La loi empirique de Gladstone(-Dale) relie l'indice de réfraction n d'un gaz à sa masse volumique.

$$n - 1 = K\rho$$

Evaluer la température de fil de métal créant la perturbation.

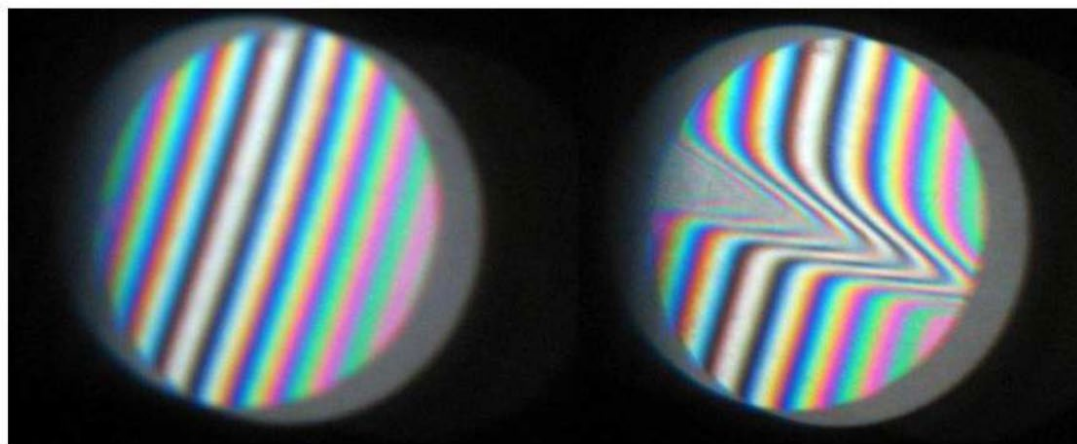


FIGURE 1 – Figure d'interférence de l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air et éclairé par une lumière blanche : sans perturbation et avec perturbation.

19. BANDE PASSANTE D'UN FILTRE INTERFERENTIEL (C)

On cherche à mesurer la bande passante $\Delta\lambda$ d'un filtre jaune. On utilise pour cela un interféromètre de Michelson.

1. Qu'appelle-t-on longueur de cohérence temporelle d'une source ? Quel est son rôle dans les conditions d'observation des franges d'interférences ?

2. A partir de la situation pour laquelle les deux miroirs de l'interféromètre de Michelson sont parfaitement perpendiculaires et à même distance de la lame séparatrice, on translate le miroir « chariotable » d'une distance e . Déterminer, à l'aide d'un schéma, l'équivalent optique du dispositif.
3. L'interféromètre est éclairé par une source de lumière blanche devant laquelle on interpose le filtre étudié. Au centre de la figure d'interférences, on place un capteur photoélectrique qui donne une tension proportionnelle à l'intensité lumineuse qu'il reçoit. Cette tension est enregistrée à l'aide d'un logiciel d'acquisition. On « chariote » un miroir de l'interféromètre de Michelson en couplant sa vis de translation à un moteur de vitesse de rotation constante.

Au début de l'enregistrement, de durée totale 5 minutes, la vis micrométrique de l'interféromètre de Michelson indique $X_1 = 38,61$ mm. À la fin, $X_2 = 38,53$ mm.

Le résultat de l'acquisition est donné figure 1. Et un « zoom » de la partie la plus intéressante est présenté figure 2.

Déduire de ces deux enregistrements la longueur d'onde centrale du filtre ainsi que sa bande passante.

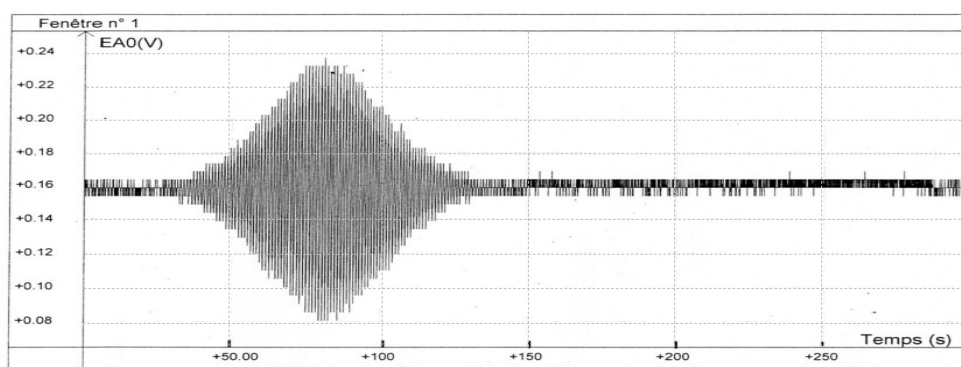


figure 1

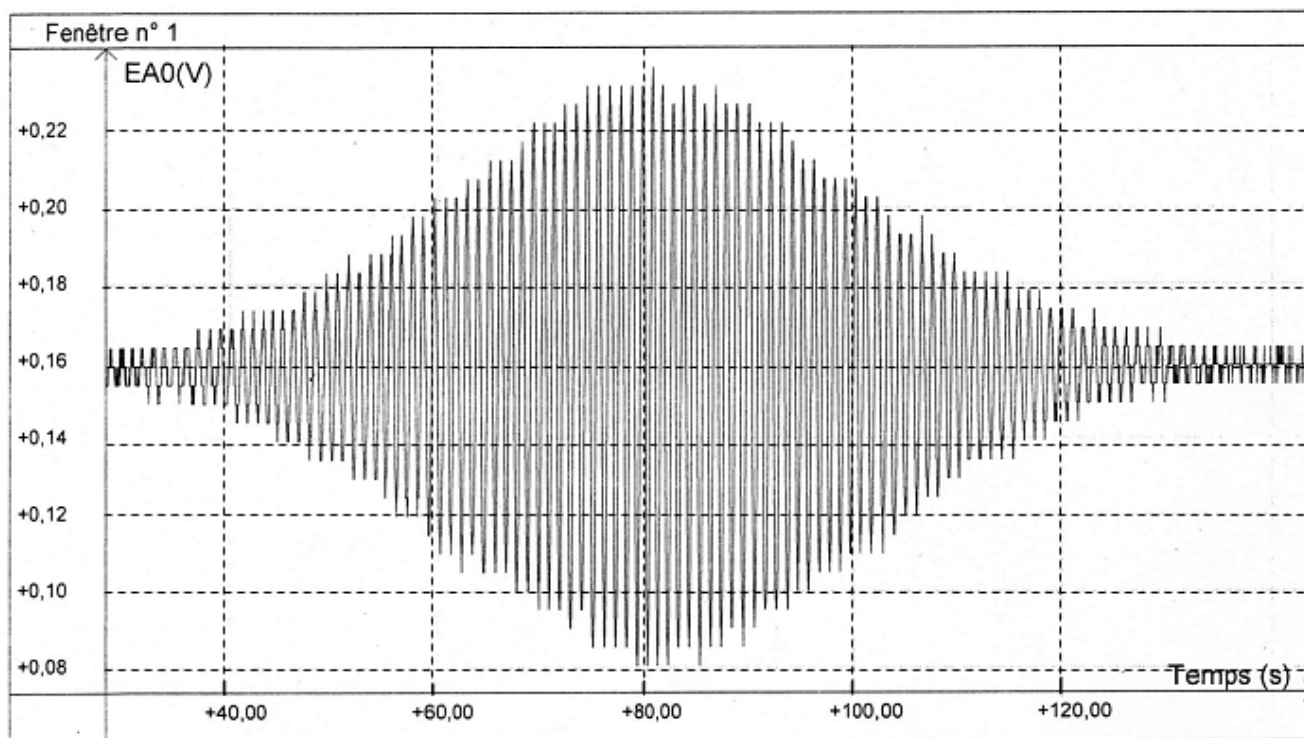


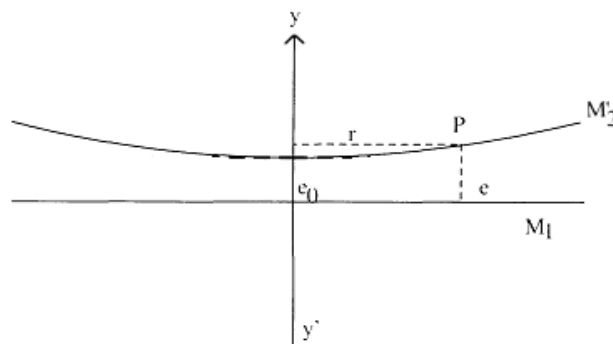
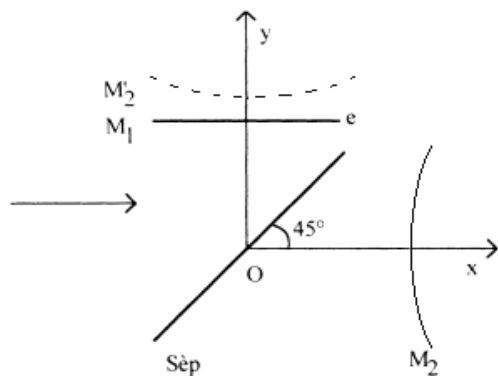
figure 2

20. INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON ET ANALYSE D'UN DÉFAUT DE SURFACE (M)

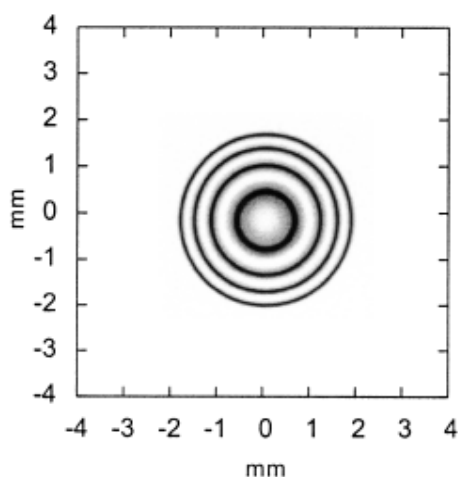
L'interféromètre, plongé dans l'air assimilé au vide, est réglé en « lame d'air », et éclairé par une OPPM de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$, arrivant avec une incidence de 45° sur la séparatrice. M_1 , miroir métallique plan, est parallèle à Ox et M_2 est sphérique convexe de rayon R d'axe Ox . La direction de l'onde plane incidente est parallèle à Ox .

Soit $e_0 \ll R$ la distance entre M_1 et le sommet de M'_2 symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice. Soit e la distance entre M_1 et un point P appartenant à la surface de M'_2 . On note r la distance de P à l'axe (Oy) ($r \ll R$)

La séparatrice introduit un retard de phase supplémentaire égal à π pour une des deux ondes : celle qui s'y réfléchit dès l'entrée.



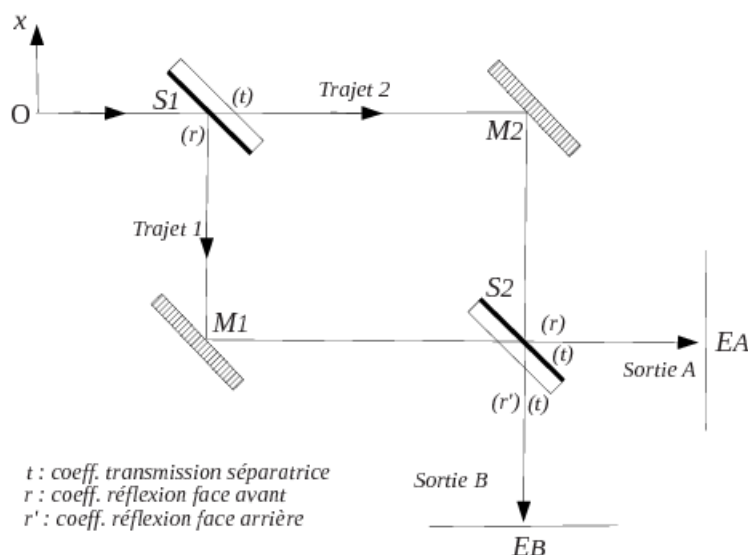
1. Décrire, de façon la plus précise possible, le champ d'interférences.
2. Une surface métallique S polie est plane à l'exception d'un défaut. On note S_{plane} sa partie plane. On l'installe à la place de M_2 . Le contact optique entre M_1 et S_{plane} est réglé. On observe alors la figure d'interférences ci-dessous :



Que peut-on en déduire ?

21. INTERFEROMETRE DE MACH-ZEHNDER (C)

On considère le montage représenté par la figure ci-dessous. Le montage propose deux sorties (deux plans d'observation des interférences) au lieu d'une seule. Il est constitué de deux miroirs M_1 et M_2 et de deux lames séparatrices S_1 et S_2 . Ces séparatrices sont des lames à faces parallèles qui n'ont pas le même coefficient de réflexion selon qu'elles sont éclairées par l'avant ou l'arrière.



L'onde incidente est séparée en deux ondes secondaires au passage de S_1 . L'onde secondaire 1 emprunte le trajet 1 : elle se réfléchit sur la face avant de S_1 puis sur M_1 avant d'atteindre S_2 . Elle se sépare à nouveau en deux : une partie passe à travers S_2 pour atteindre l'écran E_A (sortie A de l'interféromètre), l'autre partie se réfléchit sur S_2 (face arrière) pour atteindre l'écran E_B (sortie B de l'interféromètre).

L'onde secondaire 2 passe à travers S_1 , puis sur M_2 et se sépare encore en deux au niveau de S_2 : une partie passe à travers S_2 pour atteindre E_B , l'autre se réfléchit sur S_2 (face avant) pour atteindre E_A .

On note t le coefficient de transmission en amplitude des séparatrices (identique pour S_1 et S_2), r le coefficient de réflexion (en amplitude) de la face avant des séparatrices, r' le coefficient de réflexion de leur face arrière. On a $t = r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $r' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi}$.

L'onde incidente est plane et monochromatique de longueur d'onde λ . Elle se propage parallèlement à l'axe Oz (dans la direction des $z > 0$) et son amplitude complexe est Ψ_0 dans le plan $z = 0$.

$$S_2 E_A = S_2 E_B.$$

$S_1 M_1 S_2 M_2$ forme un carré de côté b .

- Exprimer les amplitudes complexes, Ψ_{1A} et Ψ_{2A} , des deux ondes ayant suivi les trajets 1 et 2 et arrivant sur l'écran E_A . Exprimer de la même façon les amplitudes, Ψ_{1B} et Ψ_{2B} , des deux ondes arrivant sur l'écran E_B .
- On introduit dans le trajet 1 une petite lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e . On négligera la réflexion de l'onde par cette lame.
 - Calculer les intensités I_A et I_B sur les deux écrans.
 - Expliquer comment peut-on utiliser ce dispositif pour mesurer l'épaisseur de la lame.
 - Peut-on mesurer une épaisseur de l'ordre de $\lambda/10$?

Données : $n = 1,5$ et $\lambda = 1 \mu\text{m}$

III. INTERFERENCES A N ONDES

22. MINIMUM DE DEVIATION (N)

Soit un réseau par transmission de pas a .

A l'ordre p , la lumière incidente est déviée par le réseau de l'angle $D_p = \theta_p - \theta_i$.

L'angle de déviation D_p est fonction du pas a du réseau, de la longueur d'onde λ_o , de l'ordre p d'observation et de l'angle d'incidence θ_i .

On étudie l'influence de la variation de l'angle d'incidence θ_i : on fait pivoter le réseau autour d'un axe parallèle aux traits. La tache d'ordre zéro reste immobile et lorsque θ_i varie dans un sens constant, l'ordre p se rapproche et puis s'éloigne de l'ordre zéro : la déviation passe par un minimum.

1. Montrer que le minimum de déviation à l'ordre p est donné par : $D_m = 2 \arcsin\left(\frac{p\lambda_o}{2a}\right)$
2. On considère un réseau à 500 traits par mm, éclairé par un laser He-Ne de longueur d'onde 633 nm.
 - a. Calculer, pour l'ensemble des ordres possibles, les diverses valeurs de θ_p possibles pour $\theta_i = 0$.
 - b. Calculer pour l'ensemble des ordres possibles, les déviations minimales.

23. DETERMINATION DU PAS D'UN RESEAU (N)

Un réseau de pas a est éclairé par un faisceau parallèle provenant d'une lampe au mercure. On isole tout d'abord la raie verte de longueur d'onde $\lambda_o = 546,1$ nm.

Le réseau est placé perpendiculairement au faisceau incident et l'on pointe, pour les différentes valeurs de l'ordre k du spectre.

Les résultats des mesures sont indiqués ci-dessous :

	$k=1$	$k=2$	$k=3$
θ	$17^\circ 22'$	$36^\circ 41'$	$63^\circ 37'$
θ'	$17^\circ 24'$	$36^\circ 40'$	$63^\circ 40'$

1. Ces mesures permettent-elles de vérifier que le réseau est bien perpendiculaire au faisceau incident ? calculer le pas a du réseau puis le nombre de traits pas mm.
2. On éclaire maintenant le réseau avec une raie bleue, assez intense du spectre du mercure, de longueur d'onde λ_1 inconnue. On mesure pour cette raie, dans le spectre du second ordre $\theta = 32^\circ 31'$ et $\theta' = -32^\circ 34'$. Calculer λ_1 .

24. POUVOIR DE RESOLUTION D'UN RESEAU (N)

Soit un réseau de pas a dont N traits sont éclairés sous une incidence i par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ .

1. Déterminer l'angle d'émergence à l'ordre k .

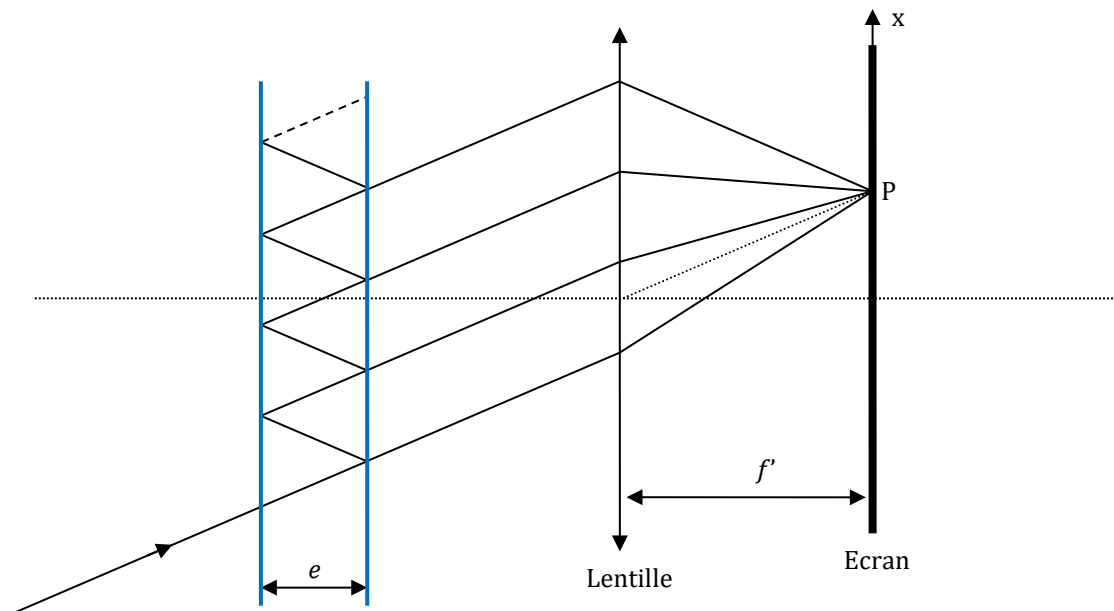
La source est en fait bi-modale, c'est à dire qu'elle émet à deux longueurs d'onde très proches λ et $\lambda + \Delta\lambda$.

On rappelle que l'éclairement diffracté par un réseau est donné par :

$$E(\theta) = A^2 \left[\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} \right]^2 \text{ avec } \phi = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_i)$$

- Déterminer la séparation angulaire $\Delta\theta$ correspondant à la séparation des longueurs d'ondes $\Delta\lambda$.
- Déterminer la déviation angulaire $\delta\theta$, qui correspond à un déphasage $\delta\phi$, tel que l'on passe du pic d'ordre k pour la longueur d'onde λ à son premier minimum nul.
- En déduire le pouvoir de résolution théorique du réseau. Conclure.

25. INTERFEROMETRE DE FABRY-PEROT (M)



Un interféromètre de Fabry-Pérot est constitué de deux lames dont le facteur de réflexion en intensité est R . Il est utilisé pour résoudre la structure des modes de vibration émis par un laser He-Ne de longueur d'onde moyenne $\lambda = 632,8 \text{ nm}$.

La différence de fréquence entre les deux modes est 150 MHz .

- Retrouver l'intensité de l'onde transmise et la représenter en fonction du déphasage ϕ entre deux ondes successives :

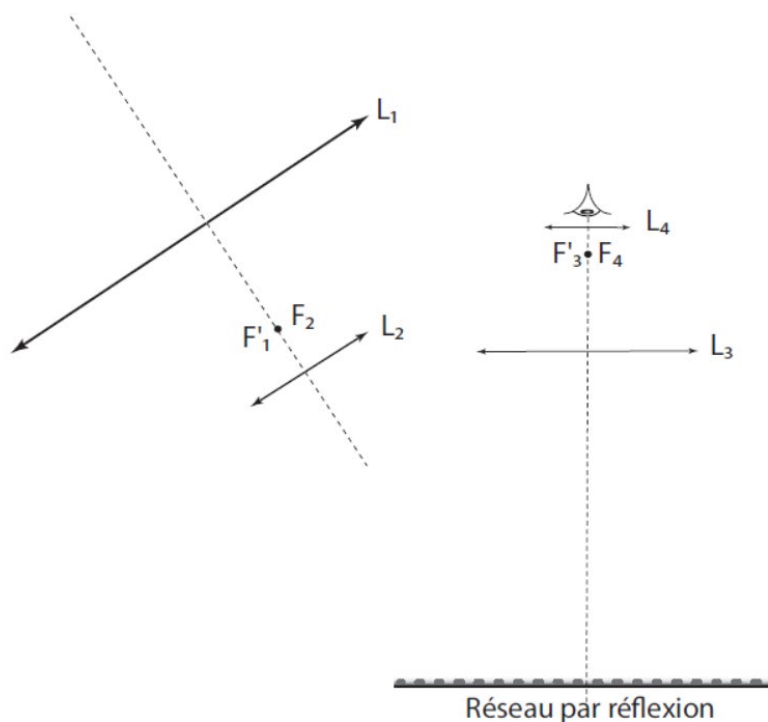
$$I = \frac{I_{\max}}{1 + M \cdot \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} \text{ avec } M = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

- Calculer dans les deux cas $R = 0,9$ et $R = 0,99$ la valeur du facteur M .
- Montrer que la largeur des pics diminue lorsque R prend des valeurs voisines de 1.
- Pour quelles valeurs de la distance e entre les deux lames peut-on résoudre les deux modes ?

26. VITESSE DE FUITE (R)

Un réseau par réflexion compte 1000 traits/mm . On l'éclaire en lumière parallèle monochromatique, de longueur d'onde $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$, correspondant à la raie H_α du spectre de l'atome d'hydrogène.

1. Sous quelle incidence faut-il éclairer le réseau pour que la raie considérée soit diffusée à l'ordre 1 suivant la normale au réseau ?
2. On observe la lumière provenant d'une étoile avec le dispositif suivant :

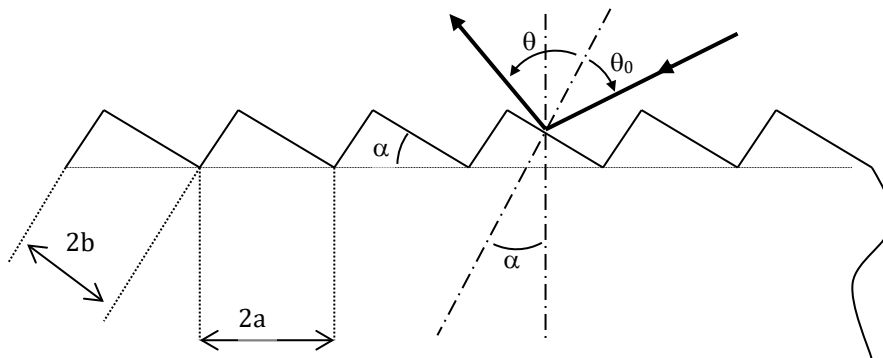


Quel est l'utilité de la lunette (L_1, L_2) ?

3. L'axe optique de (L_1, L_2) pointe exactement vers l'étoile et fait avec la normale au réseau l'angle d'incidence de la question précédente. On observe le spectre avec la lunette (L_3, L_4). L'étoile a une vitesse de fuite v par rapport à la Terre. Elle contient des atomes d'hydrogène dont les émissions H_α sont perçues depuis la Terre sous la longueur d'onde $\lambda_0 + d\lambda$, avec $\frac{d\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$ où $c = 3 \cdot 10^8$ = vitesse de la lumière dans le vide (effet Doppler). Sachant que les focales de (L_3) et (L_4) vérifient $f'_3 = 10f'_4$ et que l'oeil peut distinguer un écart angulaire de $\frac{1}{60}^\circ$ de degré, quelle vitesse minimale de fuite peut-on mettre en évidence par ce dispositif ?
4. Une galaxie lointaine est modélisée par un disque lumineux tournant à vitesse angulaire constante autour de son axe de révolution et dont le centre s'éloigne de la Terre à vitesse V_0 constante. Depuis la Terre, la galaxie est vue par la tranche (l'observateur terrestre est donc dans le plan du disque) et présente une largeur angulaire α . En admettant la loi de Hubble $V_0 = HD$ où H est une constante et D la distance Terre-galaxie, proposer un protocole de mesure de la période de rotation de la galaxie sur elle-même. (α et H sont supposés connus *a priori*, mais pas D ni V_0).

27. RESEAU BLAZE (M)

Un réseau constitué de N motifs est gravé sur un métal parfaitement réfléchissant. Il est éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ sous l'angle d'incidence θ_0 .



1. L'amplitude diffractée par un motif, de largeur $2b$, a un module qui n'est pas indépendant de θ , elle est de la forme :

$$s_1(\theta) = Kbsinc\left(\frac{2\pi b}{\lambda}(\sin\theta + \sin\theta_0)\right) \exp\left(-j\frac{2\pi b}{\lambda}(\sin\theta + \sin\theta_0)\right)$$

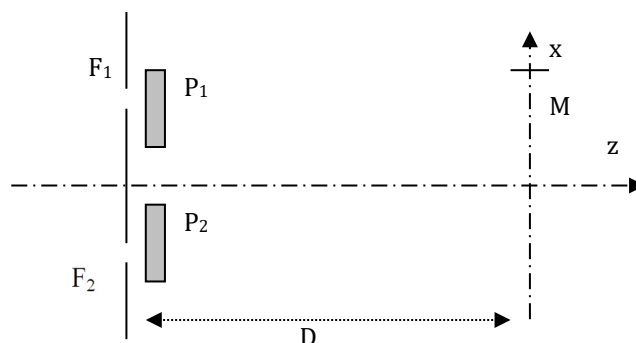
- a. Que se passe-t-il quand b tend vers 0 ? Interpréter.
 - b. Que se passe-t-il quand b tend vers l'infini ? Interpréter.
2. Montrer que le déphasage, en un point M à l'infini (dans la direction θ), entre les rayons passant par les centres de deux motifs consécutifs vaut :

$$\phi = \frac{4\pi a}{\lambda}(\sin(\alpha + \theta) + \sin(\alpha + \theta_0))$$
 3. Déterminer la vibration lumineuse en M en considérant que l'amplitude due à chaque motif est égale à $s_1(\theta)$.
 4. Quel intérêt majeur voyez-vous quant à l'utilisation de tels réseaux en optique.

IV. POLARISATION

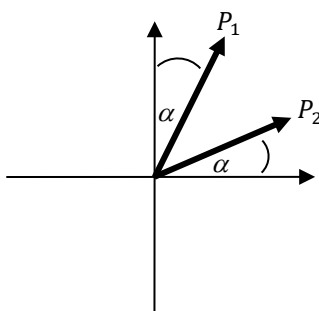
28. FENTES D'YOUNG AVEC POLARISEURS (C)

On considère le dispositif interférométrique des fentes d'Young éclairé par une source ponctuelle à l'infini. On place devant chacune des fentes un polariseur. Déterminer l'intensité lumineuse au point M . On appellera α l'angle que font entre eux les deux axes des polariseurs. Commenter.



29. SPECTRE CANNELE (C)

- On place une lame à retard de quartz de 3 mm d'épaisseur entre deux polariseurs rectilignes croisés et l'ensemble est éclairé par de la lumière blanche (spectre continu). Les axes neutres de la lame ne sont pas parallèles aux directions (perpendiculaires) des deux polariseurs. On constate que de la lumière, apparemment blanche, sort de l'ensemble. On disperse cette lumière à l'aide d'un spectroscopie à prisme et on constate l'existence d'une trentaine de cannelures c'est-à-dire de bandes noires dans le spectre continu coloré du rouge au violet de la lumière blanche.
 - Que peut-on dire de la direction de polarisation juste avant le deuxième polariseur pour toutes les longueurs d'ondes absentes du spectre ?
 - Comment qualifier la lame pour toutes ces longueurs d'onde ?
 - En déduire alors l'ordre de grandeur de la différence des deux indices sur les deux axes neutres.
- On appelle α l'angle entre les axes neutres de la lame et la direction du premier polariseur et on dispose alors le second polariseur faisant un angle de $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$ avec le 1^{er} polariseur. Montrer que l'on obtient un autre spectre cannelé. Comment sont les valeurs des longueurs d'onde absentes par rapport aux précédentes ?



- Que se passe-t-il si les deux polariseurs rectilignes sont croisés et parallèles aux axes neutres ?

30. FILTRE DE LYOT (M) , (R)

Une onde plane traverse sous incidence normale le système suivant : un polariseur rectiligne P_1 orienté d'un angle α par rapport à l'axe rapide d'une lame à retard à faces parallèles qui le suit et qui est donc aussi traversée et un deuxième polariseur rectiligne P_2 orienté d'un angle β par rapport à l'axe rapide. La lame d'épaisseur e est caractérisée par sa biréfringence Δn .

- Déterminer le champ électrique sortant et définir et déterminer le facteur de transmission complexe de l'ensemble {lame + P_2 } en fonction de α , β , $e\Delta n$ et le nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda}$.
- Etudier le facteur de transmission en intensité (réel) en fonction de $\phi = 2\pi\sigma\Delta n$ et montrer que ses variations sont les plus importantes lorsque $\alpha = 45^\circ$ et $\beta = 45^\circ$ ou $\alpha = 135^\circ$ et $\beta = 45^\circ$...C'est-à-dire lorsque les deux polariseurs sont soit croisés soit parallèles et chaque fois à 45° des axes neutres. Donner dans les deux cas l'expression simple du facteur de transmission.
- On éclaire le système par un faisceau parallèle de lumière blanche et on fait suivre le système d'un prisme qui disperse la lumière. On observe un spectre cannelé. Déterminer, en vous plaçant dans les cas particuliers de la question 2, les valeurs de σ pour lesquelles les cannelures sont-elles noires. Que peut-on dire de la largeur $\Delta\sigma$ des cannelures et de leur nombre quand $e\Delta n$ varie ?
- On se place dans le cas où les deux polariseurs sont parallèles à 45° des axes neutres. On place après le système $\{P_1, L_1, P_2\}$ une lame L_2 du même matériau et d'épaisseur double, d'axes neutres orientés parallèlement à ceux de L_1 et un polariseur P_3 parallèle à P_2 . Que vaut la transmission en intensité du système ? Que vaut-elle lorsque l'on met N lames d'épaisseur $e, 2e, 3e, \dots, Ne$ et $(N + 1)$ polariseurs parallèles à 45° des axes neutres ? Tracer cette transmission pour N de 1 à 4. Montrer que l'on réalise un filtre en nombre d'onde de plus en plus sélectif.

Donnée : $\prod_{i=1}^N \cos^2(ix) \approx \left(\frac{\sin(Nx)}{\sin(x)} \right)^2$

V. SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMEE DE FOURIER

Analyse de document (R), (M)

[...]

On étudie un dispositif donnant d'une source lumineuse S ponctuelle deux images S_1 et S_2 telles que $S_1 S_2 = a$ et se comportant comme deux sources lumineuses vibrant en phase.

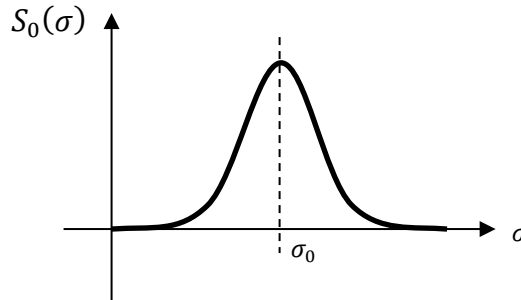
On observe les interférences sur un écran E parallèle à $S_1 S_2$ situé à la distance D de celui-ci tel que $D \gg 1$. On note δ la différence de marche entre les deux sources secondaires S_1 et S_2 .

Notons que si la source S est monochromatique, de longueur d'onde λ , et donc de fréquence spatiale (ou nombre d'onde) $\sigma = \frac{1}{\lambda}$, l'éclairement sur l'écran est :

$$I_\sigma = 2I_{0\sigma}(1 + \cos\phi_\sigma)$$

$$\text{Où : } \phi_\sigma = 2\pi\sigma\delta \text{ et } \delta = \frac{ax}{D}$$

La source S présente en pratique un profil spectral $S_0(\sigma)$ quelconque, comme indiqué figure ci-dessous.



On décompose alors la source S en sources monochromatiques S_σ de nombre d'onde σ , à $d\sigma$ près, et d'intensité $dI_{0\sigma} = S_0(\sigma) \times d\sigma$, avec $I_0 = \int S_0(\sigma)d\sigma$, l'éclairement élémentaire sur l'écran étant alors :

$$dI_\sigma = 2S_0(\sigma)(1 + \cos(2\pi\sigma\delta))d\sigma$$

L'éclairement résultant sur l'écran est alors :

$$I = \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} dI_\sigma = \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} 2dI_{0\sigma}(1 + \cos\phi_\sigma) = 2 \underbrace{\int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} dI_{0\sigma}}_{I_0} + 2 \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} S_0(\sigma) \times \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma$$

En introduisant la densité spectrale normalisée : $S(\sigma) = \frac{S_0(\sigma)}{I_0}$, et en sachant que l'on peut étendre le domaine d'intégration, on obtient :

$$I = 2I_0 \left(1 + \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} S(\sigma) \times \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma}_{I_s(\delta)} \right)$$

L'intensité $I_s(\delta)$ se détermine facilement si l'on considère que c'est la partie réelle de $\underline{I}_s(\delta) = TF(S(\sigma))$:

$$\underline{I}_s(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\sigma) \times \exp(-j2\pi\sigma\delta) d\sigma$$

Ainsi :

- ✓ Connaissant le profil spectral de la source $S(\sigma)$, on calcule la TF de ce profil spectral, on obtient $\underline{I}_s(\delta)$
- ✓ Inversement, connaissant $\underline{I}_s(\delta)$, on peut déterminer $S(\sigma)$ par la TF^{-1} :

$$S(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{I}_s(\delta) \times \exp(j2\pi\sigma\delta) d\delta$$

- ✓ La partie réelle de $\underline{I}_s(\delta)$ nous donne directement l'éclairement total :

$$I = 2I_0 \left(1 + \operatorname{Re} \left(\underline{I}_s(\delta) \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \operatorname{Re}(TF(S(\sigma))) \right)$$

Pour relier la visibilité $V(\delta)$ à $TF(S(\sigma))$, introduisons le nombre d'onde σ_0 autour duquel est centré le profil spectral et posons :

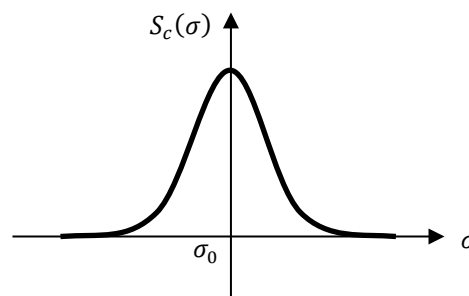
$$\sigma = \sigma' + \sigma_0 \text{ avec } \sigma' \ll \sigma_0$$

Alors :

$$\underline{I}_s(\delta) = \exp(-j2\pi\sigma_0\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} S(\sigma' + \sigma_0) \times \exp(-j2\pi\sigma'\delta) d\sigma'$$

En introduisant le profil spectral $S_c(\sigma)$ centré en σ_0 , comme indiqué ci-dessous, on obtient :

$$\underline{I}_s(\delta) = \exp(-j2\pi\sigma_0\delta) \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} S_c(\sigma) \times \exp(-j2\pi\sigma\delta) d\sigma}_{\underline{V}(\delta)}$$



Profil spectral centré en σ_0

$\underline{V}(\delta)$, appelé le degré de cohérence temporelle de la source, est la transformée de Fourier de la fonction $S(\nu)$:

$$\underline{V}(\delta) = TF(S_c(\sigma)) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_c(\sigma) \times \exp(-j2\pi\sigma\delta) d\sigma$$

Ainsi, connaissant $\underline{V}(\delta)$, on peut remonter au profil spectral de la source par la TF^{-1} :

$$S_c(\sigma) = TF^{-1}(\underline{V}(\delta)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{V}(\delta) \times \exp(j2\pi\sigma\delta) d\delta$$

$\underline{V}(\delta)$ est liée à la visibilité telle qu'elle a été définie dans le cours. En effet, en notant :

$$\underline{V}(\delta) = |\underline{V}(\delta)| \times \exp j\phi_V$$

On obtient :

$$I_s(\delta) = |\underline{V}(\delta)| \times \exp(-j2\pi\sigma_0\delta) \times \exp j\phi_V$$

Soit :

$$I_s(\delta) = |\underline{V}(\delta)| \times \cos(2\pi\sigma_0\delta - \phi_V)$$

Et donc :

$$I = 2I_0(1 + |\underline{V}(\delta)| \times \cos(2\pi\sigma_0\delta - \phi_V))$$

Ainsi, la visibilité $V(\delta)$ est égale au module de fonction $\underline{V}(\delta)$:

$$V(\delta) = |\underline{V}(\delta)|$$

Notons que dans de nombreux cas, la fonction de cohérence est réelle, et donc $\phi_V = 0$ (ou π)

....]

Questions :

On souhaite étudier deux types de lampes spectrales :

- ✓ Les lampes basse-pression : l'élargissement de la raie est dû à l'agitation thermique (effet Doppler). La largeur de la raie est alors de forme gaussienne :

$$S_G(\sigma) = \frac{dI}{d\sigma} = I_0 e^{-\frac{(\sigma-\sigma_0)^2}{2a^2}}$$

- ✓ Les lampes haute-pression : l'élargissement de la raie est dû à la pression. La largeur de la raie est alors de forme lorentzienne :

$$S_L(\sigma) = \frac{dI}{d\sigma} = \frac{I_0}{1 + 4\pi^2 I_c^2 (\sigma - \sigma_0)^2}$$

1. Exprimer la largeur de chaque raie (respectivement $\Delta\sigma_G$ et $\Delta\sigma_L$), en déduire les temps de cohérence (respectivement $\tau_{c,G}$ et $\tau_{c,L}$) et les longueurs de cohérence (respectivement $l_{c,G}$ et $l_{c,L}$) de chaque lampe.
2. En vous aidant du document, déterminer le degré de cohérence de ces sources lumineuses.
3. En déduire leur visibilité $V_G(\delta)$ et $V_L(\delta)$ en fonction de δ et déterminer leurs largeurs à mi-hauteur (respectivement $\Delta\delta_G$ et $\Delta\delta_L$).
4. Proposer un protocole, utilisant un interféromètre de Michelson, permettant de déterminer le profil spectral de ces sources.
5. Proposer, à l'aide d'une recherche documentaire, des valeurs numériques.