# Correction exercice 15 : Anneaux d'égale inclinaison

1. La source étant étendue et l'interféromètre étant réglé en lame d'air, les interférences sont localisées à l'infini : on les observe dans le plan focal image d'une lentille.
2. Rappels :

$$\delta = 2e\cos i = 2e\left(1-\frac{i^2}{2}\right)$$

$$\phi = \frac{4\pi e}{\lambda}\left(1-\frac{i^2}{2}\right)$$

$$p = p_0\left(1-\frac{i_p^2}{2}\right) \text{ avec } p_0 = \frac{2e}{\lambda}$$

$$\rho_p = i_p f' = \sqrt{\left(\frac{2f'^2}{p_0}\right)(p_0-p)}$$

   (a) L'ordre d'interférences au centre vaut :

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda} = p_1 + \varepsilon = 4028,6$$

   avec : $p_1 = 4028$, le rayon du premier anneau brillant et $\varepsilon = 0.6$ , l'excédent fractionnaire.

   (b) L'ordre du premier anneau brillant est $p_1 = 4028$ et l'ordre du deuxième anneau brillant est $p_2 = p_1 - 1$. Les rayons des anneaux sont donc :

$$\rho_1 = \sqrt{\left(\frac{2f'^2}{p_0}\right)(p_0-p_1)} = 17.3\,\text{mm}$$

$$\rho_2 = \sqrt{\left(\frac{2f'^2}{p_0}\right)(p_0-p_2)} = 28.2\,\text{mm}$$

3. ✘ En partant de l'expression du rayon de l'anneau d'ordre $p$ :

$$\rho_p = i_p f' = \sqrt{\left(\frac{2f'^2}{p_0}\right)(p_0-p)} = \sqrt{2f'^2\left(1-\frac{\lambda p}{2e}\right)}$$

   On constate que le rayon d'ordre $p$ diminue lorsque $e$ diminue : les anneaux rentrent lorsque l'on se rapprochent du centre optique.

   ✘ le nouvel ordre au centre est :

$$p_0' = \frac{2e'}{\lambda} = p_1 \Rightarrow e' = \frac{\lambda p_1}{2} = 1.0998\,\text{mm}$$

   ✘ Le rayon du nouvel premier anneau (d'ordre $p_1' = p_2$) est :

$$\rho_1' = \sqrt{\left(\frac{2f'^2}{p_0}\right)(p_0'-p_1')} = 22.3\,\text{mm} > \rho_1$$

4. ✘ L'éclairement sur l'écran vaut, de manière générale :

$$I_{centre} = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\frac{f'}{\sqrt{\rho^2+f'^2}}\right)\right)$$

Ainsi,au centre, l'éclairement étant maximal, on a :

$$I = 4I_0$$

Et, sur les bords du cercle de rayon $R$, on a :

$$I_{bord} = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\frac{f'}{\sqrt{R^2+f'^2}}\right)\right)$$

Sachant que $I_{bord}$ est égale au moins à 90% de $I_{centre}$, on obtient :

$$2I_0\left(1+\cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\frac{f'}{\sqrt{R^2+f'^2}}\right)\right) \geq \frac{90}{100}4I_0$$

D'où :

$$\cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\frac{f'}{\sqrt{R^2+f'^2}}\right) \geq \frac{4}{5}$$

Soit :

$$e \leq \frac{\lambda}{4\pi}\frac{\sqrt{R^2+f'^2}}{f'} \times \arccos\left(\frac{4}{5}\right)$$

L'application numérique donne :

$$e_{max} = 0.028\,\mu\text{m}$$