

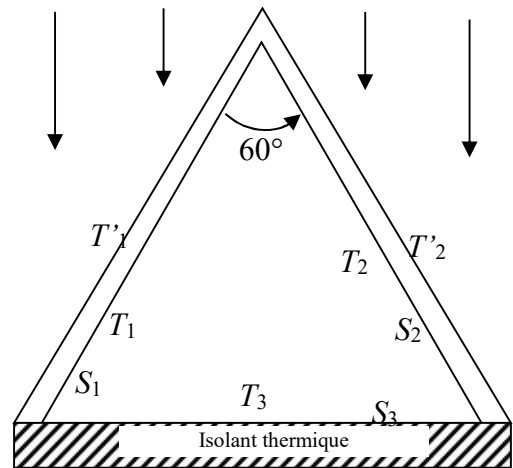
Grenier chauffé par le soleil

Le problème étant symétrique par rapport au plan vertical passant par le sommet du toit, on en déduit

$$T_1 = T_2 \text{ et } T'_1 = T'_2$$

Il reste donc trois inconnues : T_1, T'_1, T_3 .

Les trois surfaces intérieures étant identiques et se déduisant l'une de l'autre par rotation d'angle $2\pi/3$, la surface S_2 reçoit la moitié du rayonnement émis par S_3 et la surface S_1 reçoit l'autre moitié (idem pour le rayonnement émis par S_3 reçu à parts égales par S_1 et S_2).



Une puissance thermique traverse *a priori* l'épaisseur du toit : $P_{th}(\text{int} \rightarrow \text{ext}) = G_{th}(T_1 - T'_1)$ où G_{th} est la conductance thermique de la partie 1 du toit.

La continuité de la puissance thermique sur la surface S_1 (1^{er} principe appliqué à un système de volume nul) donne

$$\sigma T_1^4 + \frac{G_{th}}{S}(T_1 - T'_1) = \frac{\sigma}{2}(T_2^4 + T_3^4) = \frac{\sigma}{2}(T_1^4 + T_3^4) \text{ car } T_1 = T_2$$

Le même bilan sur S_3 donne

$$\sigma T_3^4 = \frac{\sigma}{2}(T_1^4 + T_2^4) = \sigma T_1^4$$

On en déduit donc $T_1 = T_2 = T_3 = T'_1 = T'_2$. Il n'y donc pas de transferts thermiques conductifs dans le toit et un dernier bilan de puissance sur la partie extérieure du toit donne

$$\varphi_s S = h(T'_1 - T_a) \cdot 2S$$

car la surface perpendiculaire au rayonnement solaire est S .

Il vient finalement

$$T'_1 = T_a + \frac{\varphi_s}{2h}$$

A.N. : 52°C !

On peut aussi proposer un éclairage solaire perpendiculaire à un des plans inclinés (prenant la partie 1 par exemple). Les équations liant les 5 températures sont alors :

$$T_3^4 = \frac{1}{2}(T_1^4 + T_2^4) \quad (1)$$

$$\frac{G_{th}}{S}(T_1 - T'_1) = \frac{\sigma}{2}(T_2^4 + T_3^4 - 2T_1^4) \quad (2)$$

$$\frac{G_{th}}{S}(T_2 - T'_2) = \frac{\sigma}{2}(T_1^4 + T_3^4 - 2T_2^4) \quad (3)$$

$$h(T'_1 - T_a) + \frac{G_{th}}{S}(T'_1 - T_1) = \varphi_s \quad (4)$$

$$h(T'_2 - T_a) + \frac{G_{th}}{S}(T'_2 - T_2) = 0 \quad (5)$$

(1), (2) et (3) amène à $T_1 + T_2 = T'_1 + T'_2$

Puis de (4) et (5) : $T_1 + T_2 = \frac{\varphi_s}{h} + 2T_a$ et $\frac{3}{2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \frac{\varphi_s + h(T_2 - T_1)}{1 + \frac{he}{\lambda}}$

Une linéarisation $T_1^4 - T_2^4 \approx 4 \left(T_a + \frac{\varphi_s}{2h} \right)^3 (T_1 - T_2)$ aboutit à $T_1 - T_2 \approx 27,5 \text{ K}$ et $T_2 + T_1 \approx 650 \text{ K}$.

On obtient $T_2 \approx 311 \text{ K} = 38^\circ\text{C}$, $T_1 \approx 339 \text{ K} = 66^\circ\text{C}$, $T_3 \approx 326 \text{ K} = 53^\circ\text{C}$.