

Retours d'oraux par thème : thermodynamique 2019-2024

I Mines

I.1 Etat métastable (*Mines 2022*)

Après une question de cours sur le véhicule à roue (devenue HP)

On considère 1kg d'eau liquide dans un thermostat à -10 degrés Celsius et à la pression 1bar

On introduit dans le système un germe de glace

1. Variation de l'entropie de l'eau ?
2. Variation de l'entropie du thermostat ? Entropie créée ? Commenter
3. Décrire des systèmes où de tels équilibres métastables sont utilisés.

Données :

- chaleur latente de fusion de l'eau à 0°C $L_f \sim 300\text{kJ/kg}$
- capacités thermiques massique de l'eau liquide et de la glace $c_{liq} = 4,2\text{kJ.K}^{-1}\text{kg}^{-1}$ et $c_{gl} = 2,1\text{kJ.K}^{-1}\text{kg}^{-1}$

Questions de l'examinateur :

- Qu'est ce qu'un état métastable ?
- Qu'est ce qu'une fonction d'état ?

I.2 Diffusion thermique (*Mines 2022*)

On considère une sphère de rayon R dans laquelle des réactions chimiques produisent une puissance volumique P^* . La sphère est placée dans un liquide au repos de conductivité thermique λ , la température loin de la sphère est notée T_o .

1. Etablir l'expression de $T(r > R)$ en régime permanent
2. autre question, non rapportée

I.3 Cycle de Rankine (*Mines 2022*)

Un diagramme (P, h) est fourni, le cycle décrit est composé des étapes suivantes, avec $T_1 = 60^\circ\text{c}$:

- $A \rightarrow B$ Compression adiabatique et réversible de $P_1 = 0,2$ bar à $P_2 = 15$ bar.
- $B \rightarrow C$ Chauffage isobare à P_2 jusqu'à $T_2 = 200^\circ\text{c}$
- $C \rightarrow D$ Détente isentropique jusqu'à P_1
- $D \rightarrow A$ Condensation isobare

1. Schéma du système
2. Représenter le cycle dans le diagramme (P, h)
3. Valeur du titre de vapeur en E
4. Calculer les transferts thermiques pour chaque transformation
5. Rendement du cycle

I.4 Thermodynamique (*Mines 2022*)

après une question de cours

Travail préliminaire

La détente de Joule Thomson est une détente laminaire stationnaire et lente réalisée en faisant passer un filet de gaz au travers d'un tampon (ouate ou soie grège) dans une canalisation calorifugée et horizontale, la pression de part et d'autre du tampon étant différente.

Quelle est la fonction d'état qui est conservée dans cette transformation ?

Extincteur à dioxyde de carbone On considère désormais un extincteur composé de dioxyde de carbone liquide conservé à la température $T_i = 293\text{K}$ et à la pression $P = 56,5 \text{ atm}$. On suppose que l'utilisation de cet extincteur correspond à une détente de Joule-Thomson. A la sortie de l'extincteur le dioxyde de carbone est à la température $T_f = 195\text{K}$.

1. Représenter le diagramme d'état du dioxyde de carbone
2. Déterminer la proportion de dioxyde de carbone gazeux après la transformation
3. Déterminer la quantité de dioxyde de carbone solide nécessaire pour faire passer 1Kg de bois de la température $T_1 = 400\text{K}$ à $T_2 = 293\text{K}$.

Données :

- enthalpie molaire du $\text{CO}_{2,s}$ à 195K : $H_s(195\text{K}) = 22,5\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- enthalpie molaire $\text{CO}_{2,g}$ à 293K : $H_g(293\text{K}) = 5,63\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- chaleur latente de sublimation du CO_2 à 195K : $L_{sub}(195\text{K}) = 25,1\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- masse molaire du dioxyde de carbone : $M = 44\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- capacité thermique massique du bois : $c_{p,bois} = 1236\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$

I.5 Montgolfière (*Mines 2022*)

après une question de cours On considère une montgolfière gonflée d'air chaud de masse à vide $m_o = 500\text{kg}$. Le ballon est sphérique, de diamètre $D = 16\text{m}$. La température extérieure est $T_o = 293\text{K}$.

1. température minimale T_c de décollage
2. On suppose $T > T_c$, déterminer l'altitude d'équilibre ($T = 111^\circ\text{C}$)
3. Pulsation des oscillations autour de la position d'équilibre si T est maintenue constante.
4. On considère que la loi de Newton décrivant les échanges conducto-convectif entre l'intérieur et l'extérieur du ballon s'applique avec $h = 50\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Le brûleur produit une énergie massique $E_c = 40\text{kJ}\cdot\text{g}^{-1}$. Déterminer le débit massique de carburant permettant de maintenir la température constante (on néglige la diffusion à l'intérieur du ballon)

I.6 Thermodynamique (*Mines 2022*)

On dispose d'un verre rempli avec 250mL d'eau à la température $T_l = 25^\circ\text{C}$. On ajoute une masse $m = 150\text{g}$ de glace à la température $T_g = -19^\circ\text{C}$.

1. Quel est l'état final du système ?
2. Est ce réversible ? (quantitatif)
3. question supplémentaire : si on remplit au maximum un verre d'eau avec un glaçon qui flotte, le verre déborde-t-il lorsque le glaçon fond ?

Données :

- capacités thermiques de l'eau liquide $c_{p,l} = 4,2\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et de la glace $c_{p,g} = 2,1\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- enthalpie massique de fusion de la glace $L_f = 333\text{kJ.kg}^{-1}$
- masse volumique de l'eau liquide $\rho = 10^3\text{kg.m}^{-3}$

I.7 Chauffeurette (*Mines 2022*)

Etude d'une chauffeurette pour se réchauffer les mains : de l'acétate de sodium est enfermé dans une capsule sphérique de rayon R_1 en PVC d'épaisseur e . A l'instant initial une sphère de rayon $R_o < R_1$ contient de l'acétate de sodium solide, le reste est dans un état liquide en surfusion.

Données :

- capacité thermique massique de l'acétate de sodium solide $c_{p,sol} = 3,31\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- capacité thermique massique de l'acétate de sodium liquide $c_{p,sol} = 3,06\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- enthalpie massique de fusion de l'acétate de fusion à $T_f = 58^\circ\text{C}$ $L_f(T_f) = 242,9\text{kJ.kg}^{-1}$

1. Rappeler la loi de Fourier, donner la résistance thermique des deux sphères R_o et R_1
2. Peut-on négliger l'action du film de PVC ?
3. La chauffeurette a une durée de vie de 30 min à 1h à l'air libre et 3h à couvert (couette, canapé...). En faisant les approximations nécessaires discuter des durées de vie indiquées par le constructeur.

I.8 Thermodynamique (*Mines 2022*)

On considère un cylindre au sein duquel coulisse sans frottements un piston de masse M et de section S . Le système est maintenu à $T_o = 373\text{K}$.

Le piston sépare cylindre en 2 compartiments, l'un contenant 0,1 mole l'air sec, l'autre contenant 1 mole d'eau. Le volume total de l'enceinte est $V_o = 10\text{L}$

1. Calculer le titre molaire en vapeur d'eau à l'équilibre, en précisant les approximations faites
2. non traitée

I.9 Four à charbon (*Mines 2022*)

La Laplacien et le gradient en cylindriques sont donnés.

On considère un four cylindrique, limité par deux cylindres coaxiaux de rayons $R_1 = 30$ et $R_2 = 50\text{cm}$. La température du plus petit cylindre est 900K , celle du cylindre extérieur est 300K . La matériau du cylindre est de conductivité $\lambda = 0,5\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$. On se place en régime permanent, le charbon produit 13MJ.kg^{-1} par kg brûlés.

1. Trouver $T(r)$ pour $R_1 < r < R_2$
2. Déterminer la quantité de masse de charbon à brûler pour rester dans les conditions de l'énoncé.
3. L'atmosphère est à 290K. Comment modéliser les transferts thermiques avec le four ? Expliciter et calculer les grandeurs introduites.

I.10 Diffusion thermique (*Mines 2022*)

après une question de cours

On considère la diffusion thermique au sein d'un barreau adiabatique

1. On considère un profil de température initial $T(x, 0) = T_o + T_1 \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)$
 - (a) Quelles sont les conditions limites pour le barreau en $x = 0$ et en $x = L$? Sont elles respectées ici ?
 - (b) Tracer $T(x, 0)$, analyser qualitativement la dépendance en fonction du temps de $T(x, t)$ et représenter $T(x, t)$ en fonction de x lorsque $t \rightarrow \infty$
 - (c) Déterminer l'expression de f en supposant que la dépendance du temps est de la forme $T(x, t) = T_o + T_1 f(t) \cos(kx)$
2. On considère un profil de la forme $T(x, 0) = T_o + T_1 \cos(kx)$
 - (a) Déterminer les valeurs de k possibles.
 - (b) En déduire $T(x, t)$
3. On considère cette fois une température initiale quelconque mais décomposable en série de Fourier de la forme $T(x, 0) = \sum_n a_n \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ Déterminer l'expression de $T(x, t)$. Quels sont les termes rapidement amortis ? Est ce intuitif ?

I.11 Diffusion dans un matériau radioactif (*Mines 2022*)

Le Mox est un matériau radioactif qui produit σ_1 neutrons par unité de volume et de temps. Il est compris entre deux plans abscisses $x = \pm \frac{L}{2}$

Le Hafnium est un isolant qui entoure le Mox, il absorbe σ_2 neutrons par unité de volume et de temps.

On suppose que $\sigma_1 = Kn$ et $\sigma_2 = K'n$ où n est la densité volumique de neutrons, supposée indépendante de y et z . K et K' sont des constantes positives.

1. Etablir l'équation vérifiée par n
2. On se place en régime permanent, qu'elle est l'évolution de $n(x)$?

Plus quelques questions : qu'est ce qu'une loi phénoménologique ? ODG de D pour des gaz, des liquides, des solides ?

I.12 Atmosphère (*Mines 2022*)

Blabla sur le record de Gay Lussac avec sa montgolfière (NDLR : le 16 septembre 1804, Gay Lussac mène une expédition en montgolfière ur étudier la constitution, la pression, la température de l'atmosphère. Il atteint l'altitude de 7016 m)

Le but de l'exercice est de retrouver son record.

On donne le profil de température de l'atmosphère $T = T_o - az$.

1. Trouver k tel que $\frac{T}{T_o} = \left(\frac{P}{P_o}\right)^k$ puis une relation avec ρ
2. Retrouver l'altitude maximale de la mongolfière

I.13 Climatiseur (*Mines 2021*)

Une machine thermique permet de climatiser. Elle est constituée d'un compresseur, un condenseur, un détendeur puis un évaporateur.

1. Décrire le diagramme (P, h) donné. Où peut-on considérer que le fluide est parfait ? Calculer c_p pour le gaz à 10°C . Evaluer $\frac{dc_p}{dT}$ pour $T \in [273, 373]\text{K}$.
2. Le fluide subit les transformations suivantes :
 - 1 \rightarrow 2 : compression isentropique de $P_1 = 3$ bar à $P_2 = 6$ bar.
 - 2 \rightarrow 3 : condensation isobare
 - 3 \rightarrow 4 : détente adiabatique jusqu'à $t_3 = 60^\circ\text{C}$
 - 4 \rightarrow 1 : évaporateur isobare

Tracer les étapes sur le diagrammes, calculer le rendement et le rendement théorique maximum.

I.14 Thermodynamique (*Mines 2021*)

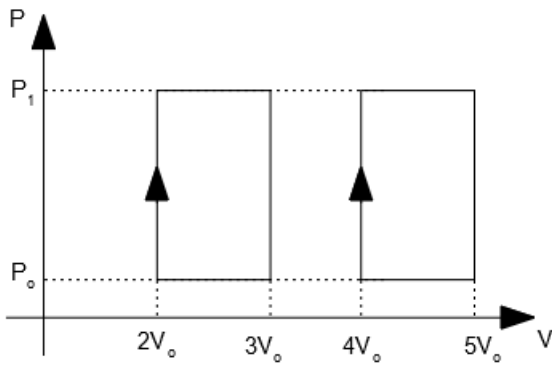
Une enceinte de volume $V = 3\text{l}$ est remplie d'eau à la température de 373K . La quantité totale d'eau est de masse $m = 1\text{g}$.

On comprime de manière isotherme et réversible le fluide au sein de l'enceinte jusqu'à atteindre un volume $V' = 1\text{l}$.

1. A l'aide d'ordres de grandeur, expliquer pourquoi on peut toujours négliger le volume d'eau liquide par rapport à celui de la vapeur d'eau dans les conditions expérimentales.
2. Déterminer les compositions (=phases) initiale et finale.
3. Donner le diagramme de Clapeyron de l'eau
4. Déterminer W et Q au cours de la transformation.

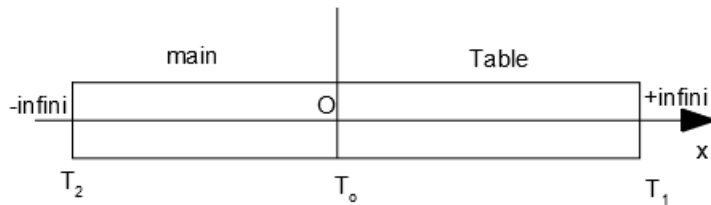
I.15 Cycles thermodynamiques (*Mines 2021*)

On considère une mole de gaz parfait monoatomique qui subit une transformation dans une machine suivant le cycle (1) ou le cycle (2), où toutes les transformations sont réversibles.



On pose $\frac{\eta_2}{\eta_1} = k$ où η_i est le rendement du cycle i .
 Trouver η_1 et η_2 en fonction de k uniquement.

I.16 Température de contact (Mines 2021)



- Vérifier que la fonction $f(u) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^u e^{-y^2} dy$ vérifie l'équation de la chaleur
- On cherche $T_i(x, t) = a_i + b_i f_i(x, t)$ déterminer a_i et b_i

I.17 (Mines 2021)

15 min de préparation.

Etapes du cycle :

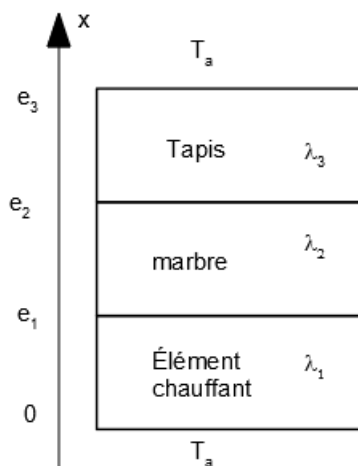
- 1 → 2 : compression adiabatique réversible
- 2 → 3 : refroidissement isobare, liquéfaction puis refroidissement isobare jusqu'à 30°C
- 3 → 4 : Détente isenthalpique jusqu'à 0°C
- 4 → 1 : chauffage isobare

- Tracer le cycle dans le diagramme (P, h) fourni.
- Compléter le tableau (à lire sur le diagramme)

	1	2	3	4
$P(\text{bar})$				
$T(\text{K})$				
$h(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$				

- $D = 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$, S section constante, $c_{max} = 7 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Montrer par un calcul d'ordre de grandeur que les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligeables.
- Calculer l'efficacité du réfrigérateur.

I.18 Billard à 3 couches (*Mines 2021*)



Dans l'élément chauffant des résistances chauffantes dégagent une puissance volumique p .

1. Exprimer $T(x)$ dans l'élément chauffant en fonction des paramètres du problème et de $A = \frac{1}{e_1}(T_1 - T_o + \frac{pe_1^2}{2\lambda_1})$
2. Donner une relation liant T_a, T_o, λ_1, h et A .
3. autres questions non rapportées

Tube de cuivre (*Mines 2019*) On considère un tuyau de cuivre de rayon intérieur R_1 , rayon extérieur R_2 .

De l'eau coule dans la canalisation, on note D_v le débit volumique, on se place en régime stationnaire.

Dans la pièce $\theta_e = 20^\circ\text{c}$

1. Montrer que $\rho c D_v \frac{\partial T}{\partial z} = \varphi$ avec $\varphi dz =$ puissance transférée à l'eau pour un tube de longueur dz
2. En $z = 0$ l'eau est à la température $\theta_o = 55^\circ\text{c}$. Calculer $\theta(z)$ en faisant apparaître une longueur caractéristique λ_c
3. La longueur du tuyau est $L = 8\text{m}$. Qu'en concluez vous?

I.19 Chauffe-linge pour les mains (*Mines 2019*)

On s'intéresse à une chauffe-linge pour les mains, modélisée comme une sphère contenant un liquide maintenu en surfusion, délimitée par une enveloppe en plastique d'épaisseur e . Au centre de la sphère est placée la pastille déclencheuse : une pression sur la pastille entraîne la solidification du liquide ce qui dégage de la chaleur. On donne c la capacité thermique du composant, L_f son enthalpie de fusion.

1. Loi de Fourier ? Etablir l'expression de la résistance thermique.
2. À quelle condition sur e la durée de diffusion est négligeable devant la propagation dans la sphère?
3. Deux autres questions
4. *En plus* : comment modélisez vous la chaleur dégagée? Comment peut-on calculer la température finale?

I.20 Température de la Terre (*Mines 2019*)

On considère que la Terre est une sphère de rayon R_T . On donne sa masse volumique moyenne ρ et H la puissance massique due à la radioactivité pour $r \in [r_m, R_T]$. On considère les seuls transferts thermiques par conduction, on note $T(r=0) = T_o$

1. Déterminer le profil de température à l'intérieur de la Terre.
2. Exprimer les dérivées en $r = r_m$ et en $r = R_T$: déterminer r_m .
3. *question bonus* : comment s'appelle le rayonnement thermique du à la radioactivité?

I.21 Climatiseur (*Mines 2019*)

Le climatiseur d'une salle de spectacle fait passer la température de la salle de $T_o = 399\text{K}$ à $T_1 = 295\text{K}$ en 15 minutes.

Le climatiseur est en relation avec atmosphère à la température T_o et reçoit une puissance $P = 200\text{W}$ de la part d'un compresseur ?

Pour simplifier on considérera que le climatiseur fonctionne de manière réversible.

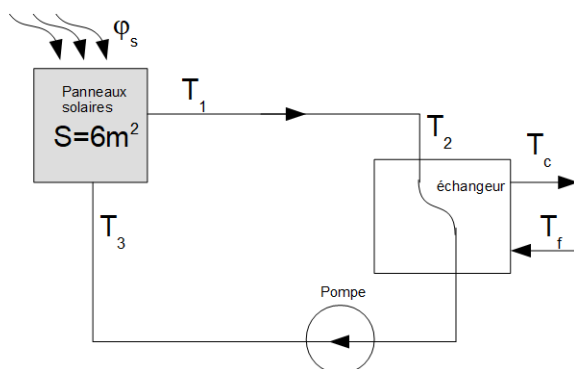
Déterminer la capacité thermique de la salle climatisée. En déduire une estimation raisonnable du nombre de places dans la salle. Commenter.

I.22 Thermodynamique, cylindre tournant (*Mines 2019*)

On remplit un cylindre avec un gaz parfait à la pression P_o . Le cylindre contient N_o molécules, il est en contact avec un thermostat à la température T_o .

1. Le cylindre est immobile : établir la loi d'évolution de P dans le cylindre. Faire apparaître un longueur caractéristique l_c et donner un ordre de grandeur. Conclure.
2. On fait tourner le cylindre par rapport à son axe à la pulsation ω . Donner la loi d'évolution de P puis celle de n la densité volumique de particules. La représenter sur un schéma. Faire apparaître une grandeur caractéristique a et donner son ordre de grandeur.
3. autre question oubliée

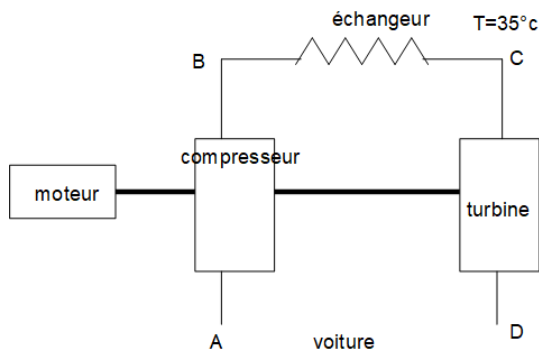
I.23 Chauffe-eau solaire (*Mines 2019*)



1. À l'aide d'un bilan, calculer la puissance P_{th} reçue par l'eau lors du passage au niveau des panneaux solaires.

2. En régime permanent définir et calculer le rendement η des panneaux. AN en proposant des valeurs pour c et φ_s
3. On note $T_c(t)$. Etablir une équation différentielle vérifiée par T_c . La résoudre avec $T_c(0) = 35^\circ\text{C}$
4. Déterminer le débit maximal D' sur la circulation d'eau pour maintenir T_c constant.

I.24 Climatiseur de voiture (*Mines 2019*)



Sans climatiseur, la température augmente de $1,5^\circ\text{C}/\text{min}$.

Description du cycle :

- $A \rightarrow B$: compression adiabatique
- $B \rightarrow C$: isobare
- Turbine et compresseur liés au moteur

1. Déterminer la puissance nécessaire du climatiseur
2. Rappeler le premier principe industriel, démonstration
3. Quelle est l'allure du cycle dans le diagramme (P, v) puis (P, T)
4. Quelle est la température optimale de T_c
5. autre question non rapportée

I.25 Réfrigérateur (*Mines 2023*)

On considère un réfrigérateur de capacité thermique (intérieure) C , indépendante de la température et du temps. On note $T_f(t)$ la température à l'intérieur du réfrigérateur. On prend en compte les transferts thermiques suivants :

- avec l'extérieur $P_{ext} = -A(T_f(t) - T_{ext})$ où A est nul si le système est (parfaitement) isolé
- avec le fluide réfrigérant P_f

Le fluide réfrigérant reçoit une puissance d'un compresseur. On note l'efficacité en fonction de l'efficacité qui serait obtenue dans le cas d'un cycle réversible.

1. Faire un schéma des transferts thermiques (avec leur sens effectif).
2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $T_f(t)$
3. Identifier une durée caractéristique.

Données : la puissance P_m est donnée, $T_{ext} = 293\text{ K}$, $A = 0,1\text{ SI}$

I.26 Chauffage d'une maison (*Mines 2023*)

La température à l'intérieur d'une maison est notée T_i , celle du sol T_s (constante) et celle de l'air extérieur T_e . Les échanges thermiques maison / air extérieur sont modélisés comme s'ils se produisaient à travers une résistance thermique R_e . De même, aux échanges avec le sol on associe une résistance thermique R_s .

1. La maison est chauffée avec des radiateurs électriques. Pour une valeur T_{e1} de la température de l'air extérieur, il faut fournir une puissance P_1 pour maintenir la température intérieure à T_i . Pour une valeur T_{e2} de la température de l'air extérieur, il faut fournir une puissance P_2 pour maintenir la même température intérieure. Exprimer les résistances thermiques R_e et R_s .
2. On coupe les radiateurs. Déterminer la température finale atteinte à l'intérieur de la maison.
3. On remplace les radiateurs par une PAC d'efficacité égale à 10% de l'efficacité de Carnot. Déterminer la puissance électrique à fournir pour maintenir la température intérieure à T_i .

I.27 Fusible (*Mines 2023*)

On étudie un fusible en étain, fait pour fondre pour tout courant supérieur à 20 A en intensité. Le reste du circuit électrique est constitué de câbles en cuivre entourés d'une gaine.

On donne les valeurs de conductivité électrique du cuivre et de l'étain, et les valeurs de conductivité thermique et de température de fusion du cuivre, de l'étain, et d'un plastique utilisé comme gaine de câble.

Tous les câbles sont en équilibre thermique avec l'extérieur (à leur surface), de sorte que à leur surface, $T=20^\circ\text{C}$

1. Donner l'expression de la puissance volumique dissipée par effet Joule.
2. Déterminer le rayon du fusible permettant sa fonte pour 20 A (conductivité électrique : $9,2 \cdot 10^6 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$, conductivité thermique $67 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$, température fusion 232°C)
3. Déterminer le profil de température dans le câble de cuivre et la gaine.

I.28 Diffusion thermique dans un tore (*Mines 2023*)

On considère un tore de rayon moyen R et de section carrée de côté $a \ll R$. On repère un point par l'angle θ . La température moyenne du tore est T_m .

1. Etablir l'équation vérifiée par la température T_m .
2. On considère un profil de température $T(\theta, t) = T_m + f(\theta)g(t)$. Montrer qu'au bout d'une certaine durée, l'écart entre la température et la température moyenne est quasiment proportionnel à $\cos(\theta)$. Donner un ordre de grandeur de cette durée.

I.29 Diffusion de neutrons (*Mines 2023*)

On étudie la diffusion de neutrons dans une barre de combustible d'une centrale nucléaire. On rappelle la loi de Fick : $\vec{j} = -D \overrightarrow{\text{grad}n}$

1. Donner les dimensions de D et son nom.

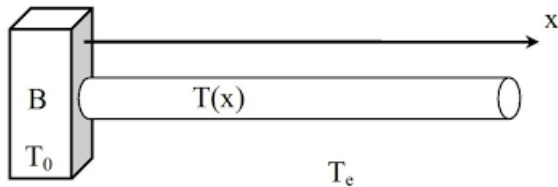
- Le barreau occupe le domaine $0 \leq x \leq L$. Le nombre de neutrons produits par unité de volume et par unité de temps est σ . Etablir l'équation :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = \sigma$$

- Justifier que σ est proportionnel à n . Quelles sont les dimensions de a tel que $\sigma = an$?
- Etablir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par n .
- Déterminer la longueur critique L_c au-delà de laquelle la réaction n'est plus contrôlée. On supposera que $n(0, t) = n(L, t) = 0$.

I.30 Ailette de refroidissement (*Mines 2023*)

On considère une ailette cylindrique d'axe (Ox) , de rayon $a = 5$ mm, de longueur L . Sa conductivité thermique est $\lambda = 400 \text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et le coefficient d'échange avec l'air à la température T_e à sa surface est $h = 12 \text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (la loi de Newton est rappelée). L'extrémité $x = 0$ de l'ailette est à la température T_0 .



- On fait l'approximation d'une ailette de longueur infinie. Déterminer $T(x)$.
- On ne fait plus l'approximation d'une longueur infinie et on retient $L = 20$ cm. Déterminer $T(L)$.

I.31 Exercice 2 (*2023*)

On considère un fil électrique de longueur L auquel on applique une tension U entre ses extrémités. On relève sa température en régime permanent (22 degrés) dans une atmosphère à 20 degrés. On considère maintenant un câble identique de longueur $*L$, soumis à la même tension. Quelle est la température en régime permanent pour ce câble plus court ? On donne la loi de Newton pour la conducto-convection.

I.32 Utilisation d'un diagramme (T, s) (*Mines 2024*)

Diagramme de l'ammoniac fourni

- Déterminer la capacité thermique de l'ammoniac.
- Déterminer de deux manières différentes l'enthalpie de vaporisation de l'ammoniac à 30°C .

I.33 Compression d'un GP (*Mines 2024*)

On comprime de façon adiabatique et réversible un gaz assimilé à un gaz parfait. La transformation permet de passer de (P_o, T_o) à (P_2, T_2) .

On note $\beta = \frac{P_2}{P_o}$, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ et $r = \frac{R}{M}$ où M est la masse molaire.

1. Déterminer w_m le travail massique dans le compresseur en fonction de β, T_o, γ et c_p
2. AN : calculer T_2 et W_m avec $\beta = 20, \gamma = 1,4, R = 8,3\text{J.K}^{-1}$ et $T_o = 290\text{K}$.
3. Ce compresseur est désormais divisé en trois parties :
 - compression adiabatique réversible (P_o, T_o) à (P_1, T_1)
 - refroidissement isobare de (P_1, T_1) à (P_1, T_o)
 - compression adiabatique réversible (P_1, T_o) à (P_2, T_2)
 On note $\beta_1 = \frac{P_1}{P_o}$ et $\beta_2 = \frac{P_2}{P_1}$
 - (a) Déterminer l'expression du travail total dans le compresseur $w_{m,tot}$. Exprimer P_1 minimisant ce travail. AN
 - (b) Tracer le diagramme (P, h) du fluide dans le compresseur
 - (c) Tracer le diagramme de Clapeyron

I.34 Equilibre thermique (Mines 2024)

On considère deux corps C_1 et C_2 de même capacité thermique c , même conductivité thermique λ , initialement respectivement à T_1 et T_2 . Ils sont reliés par une tige calorifugée.

1. Exprimer le taux d'entropie créée lors de l'échange
2. Désormais on considère que les deux sources thermiques sont de températures uniformes (transformation suffisamment lente pour pouvoir considérer que la température est uniforme), initialement à T_{1o} et T_{2o} , et qu'elles sont calorifugées. Calculer de deux manières différentes l'entropie créée lors de l'échange.

I.35 Igloo (Mines 2024)

On considère un igloo cubique d'épaisseur e et de côté $a = 1\text{m}$, on donne la conductivité thermique de la glace λ . La température extérieure est $T_e = -10^\circ\text{c}$ et à l'intérieur $T_i = 10^\circ\text{c}$.

Un humain est dans l'igloo, il dégage une puissance $P = 50\text{W}$. Déterminer e .

I.36 Diffusion (Mines 2024)

On étudie un tube de longueur L très long (direction x), de section S . Initialement on introduit en $x = 0$ N_o molécules. On note D le coefficient de diffusion.

1. Déterminer la constante a pour que

$$n(x, t) = \frac{K}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{ax^2}{t}\right)$$

soit solution de l'équation de diffusion.

2. Déterminer la constante K avec les paramètres du problème.
3. Quelle est la position moyenne des particules ?
4. Déterminer la distance quadratique moyenne entre les particules

Données : $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi}$ et $\int_{-\infty}^{\infty} u^2 e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

I.37 Tore de Fourier (*Matthieu Hazebrouck, Mines 2024*)

On considère un tore de section carré (coté $a \ll R$) qui est d'abord calorifugé. On note λ la conductivité thermique du tore, ρ sa masse volumique et c sa capacité thermique.

1. Déterminer l'équation régissant l'évolution de la température au sein du tore.
2. On cherche les solutions sous la forme $T(\theta, t) = T_m + f(\theta)g(t)$. Justifier que «rapidement» l'écart à la température moyenne devienne proportionnelle à $\cos \theta$ sachant que les conditions initiales imposent que f soit paire.
3. On enlève le dispositif pour calorifuger et on chauffe en $\theta = 0$ à une température T_o . On prend en compte les échanges conducto-convectifs avec l'air à la température T_e . Quel est le profil de température à l'équilibre ?
4. 2 autres questions non rapportées.

I.38 Cycle frigorifique (*Mines 2024*)

On étudie un cycle frigorifique :

- (A->B) : compression adiabatique réversible, en A la vapeur est saturante.
- (B->C) et (C->D) : détente isobare. En C la vapeur est saturante, en D le liquide est saturant.
- (D->E) détente adiabatique irréversible
- (E->A) vaporisation isobare

On donne :

- $h_A = 1167 \text{kJ.Kg}^{-1}$
- $h_B = 1365 \text{kJ.Kg}^{-1}$
- $h_D = 30 \text{kJ.Kg}^{-1}$

1. Diagramme de Clapeyron ? Définir et calculer q_f et q_c
2. Rendement
3. On connaît T_B et T_C : déterminer la chaleur latente $l_c(T_C)$
4. On donne $l_c(T_A)$, déterminer le titre massique x_E
5. On se place en régime permanent, la machine prélève 5000 KJ par heure à la pièce qui doit être rafraîchie, déterminer le débit massique D_m .

I.39 Modèle d'atmosphère(*sans préparation, Mines 2024*)

Modèle d'atmosphère avec $T(z) = T_o(1 - Az)$ et $P(z) = P_o(1 - Az)^\alpha$

On considère un ballon sonde de diamètre D . Il contient du dihydrogène, l'enveloppe est supposée indéformable. Le volume de la nacelle est négligeable devant celui de la sphère.

1. Déterminer α
2. Déterminer la masse maximale M_o que pourrait soulever le ballon au dessus du sol. Même question à une altitude $z = 11 \text{km}$?
3. Autre question non traitée.

I.40 Entropie et diffusion (*Mines 2024*)

Dans un barreau calorifugé, températures aux extrémités T_1 et T_2 , en régime permanent, déterminer l'entropie créée par unité de temps dans un volume élémentaire $dV = S dx$.

II Centrale 1

II.1 Thermodynamique, tube à deux compartiments (*Centrale 1 2022*)

Un cylindre de longueur L et de section S est séparé en deux compartiments par un piston de masse m . Les deux compartiments sont de même volume. On met n_0 moles de gaz parfait diatomique dans chaque compartiment. Les parois sont toutes diathermes et l'extérieur est à la température T_0 . On fait tourner le cylindre à la vitesse angulaire ω autour d'un axe passant par son centre.

1. Quelle est la position d'équilibre? Est-elle stable?
2. Que se passe-t-il si les parois sont calorifugées?

Données : $P_0 = 1 \text{ bar}$, $S = 30\text{cm}^2$, $L = 30 \text{ cm}$, $T_0 = 298 \text{ K}$

II.2 Micelles (*Centrale 1 2021*)

Rapide présentation des micelles, assimilés à des particules sphériques de rayon $r \sim 0,1\mu\text{m}$, masse volumique $\rho = 1100\text{kg.m}^{-3}$.

1. On considère un récipient d'eau. On pose une micelle à la surface. Etudier le mouvement de la particule en tenant compte des frottements.
2. On considère maintenant une grande quantité de micelles dans le récipient. Etablir le profil de densité de particules en fonction de l'altitude.
3. Expérimentalement on constate que la densité est telle que $n(z_1 = 20\text{cm}) = 0,2 n_2(z = 0\text{cm})$ Peut-on en déduire le rayon r des micelles sachant que le coefficient de diffusion D obéit à la loi d'Einstein : $D = \frac{k_B T}{6\pi r \eta}$

II.3 Thermique d'un oiseau (*Centrale 1 2021*)

On considère le corps d'un oiseau, modélisé par une sphère de rayon R , $T_1 = 37^\circ\text{C}$, et son plumage comme une couche sphérique de rayon extérieur αR où $\alpha > 1$, de conductivité λ .

Lorsqu'il fait froid, l'épaisseur du plumage grandit, α passant de 1,2 à 2,0, et λ est divisée par 4.

Quantifier le gain énergétique de l'oiseau lorsqu'il se gonfle.

Données : loi de Newton, h de l'air, conductivité de l'air.

II.4 Pompe à chaleur (*Centrale 1 2019*)

On considère une pompe à chaleur composée de 14 tuyaux de longueur L , diamètre extérieur D épaisseur e , enfouis à un mètre sous terre ($T = 10^\circ\text{C}$ à cette profondeur).

Cette pompe à chaleur chauffe une maison en prélevant une puissance $P = 15\text{kW}$ au sol, grâce à l'écoulement d'eau glycolée injectée à $T = 0^\circ\text{C}$. L'efficacité de la pompe à chaleur est $\eta = 4,5$

Données : conduction thermique λ , L , e , D , $c_{\text{eau glycolée}}$

1. Calculer la puissance électrique consommée par la pompe.
2. Calculer le débit massique de l'eau glycolée au sein des tuyaux.

II.5 Température de la Terre (*Centrale 1 2019*)

Une institution quelconque donnait $T(0)$ la température au centre de la Terre et le flux thermique à sa surface. But : vérifier ces affirmations avec une modélisation simplifiée de la Terre.

La Terre est assimilée à une sphère de rayon R_t de masse volumique constante μ .

- Pour $0 < r < R_i$, la Terre est un matériau conducteur de conductivité thermique donnée
- Pour $R_i < r < R_t$, l'activité radioactive produit une puissance massique p .

A la surface, $T(R_t)$ est donnée. Le régime est permanent.

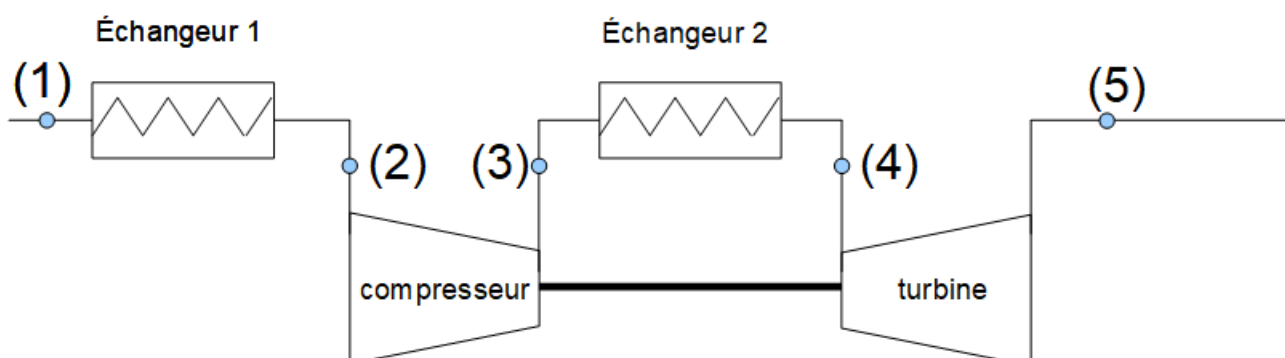
Toutes les données étaient fournies, ainsi que l'expression du laplacien en sphérique.

1. Exprimer $T(r)$. On pourra commencer par se placer en coordonnées cartésiennes, dans le cas unidimensionnel. On redémontre alors l'équation de diffusion thermique avec création de chaleur.
2. Déterminer $T(0)$ la température au centre de la Terre et la puissance dissipée à sa surface. Commenter. Applications numériques.

II.6 Air dans un avion (*Centrale 1 2019*)

Dans un avion, l'air circulant dans la cabine est un mélange d'air provenant de l'atmosphère extérieure et d'air chaud provenant des moteurs (qui n'est pas à la pression adéquate)

On étudie la machine qui récupère l'air chaud des moteurs et l'envoie dans la cabine.



Données :

- (1) : $T_1 = 160^\circ\text{C}$, $P_1 = 2,6\text{bar}$
- (2) : $T_2 = 110^\circ\text{C}$
- (3) : $T_3 = 210^\circ\text{C}$
- (4) : $T_4 = 100^\circ\text{C}$
- (5) : $T_5 = 5^\circ\text{C}$

Nature des transformations :

- $1 \rightarrow 2$: transformation isobare
- $2 \rightarrow 3$: compression adiabatique réversible
- $3 \rightarrow 4$: transformation isobare
- $4 \rightarrow 5$: détente adiabatique réversible

1. Donner la pression P_5
2. Le fonctionnement de la turbine permet-il de faire fonctionner le compresseur ?
3. Quel est l'intérêt de rajouter le compresseur et l'échangeur E_2

Indication : faire une hypothèse sur la nouvelle température en sortie de la machine

Données :

- masse molaire de l'air $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$
- vitesse maximale de l'air dans le système $v_{max} = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$
- diamètre de la cabine de l'avion $D = 4,4 \text{ m}$
- capacité thermique massique de l'air à pression constante $c_p = 1 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

II.7 Colonie de bactéries (*Centrale 1 2023*)

On s'intéresse à une colonie de bactéries, dont le nombre varie par diffusion. On note n le nombre de bactéries par unité de longueur, elles sont confinées dans un espace de longueur L .

1. On a $D = 10^{-10}$ SI coefficient de diffusion. En ne prenant en compte que la diffusion déterminer le temps qu'il faudrait pour que l'espace de longueur $L = 10 \text{ cm}$ soit rempli.
2. On considère maintenant que toutes les particules se divisent en 2 en un temps τ . On considère une distribution uniforme à $t = 0$: $n(x, t = 0) = n_0$. Déterminer l'équation de propagation/diffusion ainsi que sa solution.
3. On considère que certaines bactéries meurent au bout d'un temps τ et que la probabilité qu'une bactérie meure est proportionnelle au nombre moyen de particules sur une longueur a
 - (a) Etablir l'équation (1) en considérant la disparition et la division des particules. Donner les deux solutions constantes n_1 et n_2 de cette équation, avec $n_2 > n_1$. A quoi correspondent-elles ?
 - (b) On considère une solution de la forme $f(x - ct)$. Déterminer c en fonction de τ , a , D . On pose $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x - ct) = n_2$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x - ct) = n_1$

II.8 Fonte d'un glaçon (*Centrale 1 2023*)

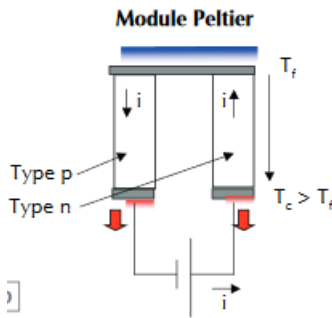
On considère un glaçon sphérique de rayon initial R_0 , de masse volumique μ_s , de masse molaire M .

Le glaçon est plongé dans l'eau. Loin du glaçon la température est T_o , le glaçon est à la température uniforme T_f , la chaleur latente de fusion est L_f . On donne la conductivité thermique λ_l de l'eau.

1. On suppose que le glaçon a un rayon constante. Exprimer $T(r)$ dans l'eau.
2. En supposant que l'expression reste valable avec $R(t)$ (*NDLR : ARQS*), donner le temps τ pour que le glaçon fonde.
3. AN, commentaires

II.9 Effet Peltier (*Centrale 1 2023*)

Les deux cylindres sont des semi-conducteurs dopés l'un «p» l'autre «n». Ils sont de longueurs L , section S , avec des conductivité électriques γ_i et thermique λ_i (avec $i = n$ ou p). Ils sont parcourus par un courant électrique d'intensité I et en contact avec 2 thermostats placés aux extrémités : source chaude à T_c source froide à T_F . Il se produit l'effet Peltier, avec une puissance thermique reçue par la source froide $P_F = (\epsilon_n - \epsilon_p)T_F I$, les coefficients ϵ_i sont caractéristiques des matériaux.



1. Déterminer $T_n(x)$ et $T_p(x)$ sans effet Peltier
2. Déterminer la puissance reçue par la source froide, on pourra poser $R = \frac{L}{S}(\frac{1}{\gamma_n} + \frac{1}{\gamma_p})$ et $G_{th} = \frac{S}{L}(\lambda_n + \lambda_p)$. Commenter.
3. On souhaite réaliser un frigo fonctionnant à 50W. Comment procéder ?

Les données numériques sont : $\lambda_i, \gamma_i, T_F, T_C, \epsilon_n, \epsilon_p, I, L, S$

II.10 Séchage d'un coton tige (Centrale 1 2023)

On considère un coton tige mouillé à une température uniforme $T_b < T_a$ où T_a est la température de l'air ambiant.

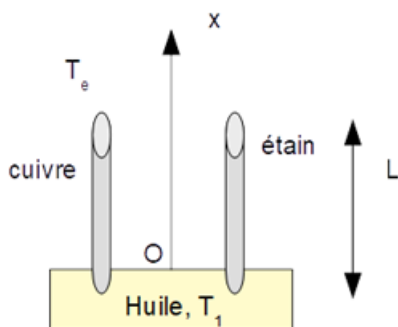
On se place dans le cadre des approximations suivantes :

- équilibre liquide/vapeur à la surface du coton tige (en $r = R_o$)
- l'air est un gaz parfait
- le régime est permanent

1. Déterminer l'expression du flux thermique Φ_{th} et du flux de particules Φ_{eau} pour les particules d'eau pour $r > R_o$. Trouver le lien entre les deux flux.
2. Déterminer le taux d'humidité (la question était plus précise mais Jacques ne s'en souvient plus)

Données : L_{vap} de l'eau, $M(eau), N_A$ et un tableau donnant la pression de vapeur saturante en fonction de la température.

II.11 Conduction thermique (Centrale 1 2024)



Les barreaux sont de rayon r , de longueur $L = 100\text{cm}$. On donne λ_{Cu}, C_{Cu} et C_{Sn} . On repère la position x sur les barreaux où la température vaut 60°C grâce à un matériau qui fond à cette température. La température extérieure est $T_e = 25^\circ\text{C}$.

1. On mesure $x_{Cu} = 15,6\text{cm}$ et $x_{Sn} = 6,4\text{c}$ On rappelle les échanges conducto-convectif. Déterminer λ_{Sn}
2. Déterminer T_1

II.12 Pare brise givré (Centrale 1 2024)

On considère un pare brise recouvert de glace. Montrer que la glace fond lorsque l'intérieur de la voiture est chauffé et déterminer le temps nécessaire pour que tout fonde.

Données :

- Température intérieur de la voiture : $T_i = 20^\circ\text{C}$
- température extérieure : $T_e = -5^\circ\text{C}$

matériau	épaisseur (mm)	$h_{matériau/air}$ (en $\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$)	λ (en $\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$)
verre	7	80	1,2
glace	5	15	2,1

II.13 Câble électrique (Centrale 1 2024)

En câble électrique cylindrique d'axe Oz , de longueur L , de rayon a , de résistivité ρ est entouré d'une gaine de rayon b . On suppose $a \ll b \ll L$, et $T(t < 0, z) = T_o$.

À partir de $t = 0$ un courant I circule dans le câble. On donne $\vec{j} = j\vec{u}_z$ uniforme.

On note $d\mathcal{P}_q = -qdz$ la puissance élémentaire échangée due à l'effet Joule.

1. Exprimer q
2. On suppose $a \rightarrow 0$ et $b \rightarrow \infty$. Justifier

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -\frac{q}{2\pi\lambda} \text{ et } \lim_{r \rightarrow \infty} = T_o$$

3. On suppose que l'on peut mettre $T(r, t)$ sous la forme

$$T(r, t) = A + B \int_{\infty}^{\alpha(r,t)} \frac{\exp(-u)}{u} du$$

où $\alpha(r, t) = \frac{r^2}{4Dt}$ Déterminer A et B

4. autres questions non traitées

Données : valeurs numériques de I et ρ

III Centrale 2

III.1 Télescope (Centrale 2 2022)

On dispose des données suivantes à propos du télescope qui a succédé à Hubble.

Longueur d'onde	$0,9 - 2 \mu\text{m}$
Focale	$1,3.10^2 \text{ m}$
Résolution angulaire	$0,1''$
Champ angulaire à $\lambda = 2\mu\text{m}$	$2'$
Masse	6 tonnes

Données : masse de la Terre 6.10^{24} kg ; masse du Soleil : 2.10^{30} kg ; distance T/S : $1,5.10^8 \text{ km}$

1. Donner un argument qualitatif pour justifier que le télescope soit utilisé depuis l'espace et non depuis la Terre
2. On considère que le miroir du télescope est une simple lentille. Estimer le diamètre du télescope. Déterminer la taille d'un pixel et le nombre de pixels.

On donne la capacité thermique du métal du télescope c_{metal} .

3. En supposant que le télescope est en orbite circulaire et que sa surface est perpendiculaire au plan de la trajectoire circulaire, déterminer l'équation d'évolution de la température. [on donne un programme Python à modifier ; il permet de tracer l'évolution de la température]
4. La terre, le télescope et le Soleil sont alignés. Déterminer les positions d'équilibre du satellite. Stabilité des positions ?
5. 3 autres questions non rapportées, avec du Python

Données : on rappelle la loi de Stefan et la loi de Wien

III.2 Contact thermique (*Centrale 2 2022*)

Exercice déjà donné en 2021, énoncé complété ci-dessous.

On observe que si notre main touche deux matériaux différents à la même température, nous ressentons une température différente. On cherche à expliquer ce phénomène en adoptant deux modèles différents.

La masse volumique (ρ), la conductivité thermique (λ), la capacité thermique massique (c) et donc la diffusivité thermique (D) sont supposées connues pour les différents milieux main, bois et métal. Le problème est unidimensionnel et on néglige les sources internes.

Dans un premier temps, le régime est supposé stationnaire. Le milieu 1 occupe le domaine $[0, L/2]$ alors que le milieu 2 occupe le domaine $[L/2, L]$. On considère les températures :

$$T(0) = T_{10} = 37^\circ\text{C} \text{ et } T(L) = T_{20} = 7^\circ\text{C}$$

1. Etablir l'équation de la diffusion thermique en l'absence de source. Que devient-elle en régime stationnaire ? Que peut-on alors dire de la densité de flux thermique ? (questions en direct : pourquoi $dH = \delta Q$ et non $dU = \delta Q$? différence entre d et δ ?)
2. Exprimer $T_1(x)$ dans le milieu 1 et $T_2(x)$ dans le milieu 2, en fonction de x, L, T_{10}, T_{20} et $T_{contact}$
3. Exprimer $T_{contact}$ (proposer deux méthodes : (i) continuité de la densité de flux thermique ; (ii) association de deux résistances thermiques)
4. (a) On dispose d'un programme Python représentant l'évolution $T(x/L, t)$ à différents instants dans les cas bois/main et métal/main. Analyser le cas stationnaire.
(b) Commenter le régime transitoire [voir le code Python utilisé dans le cours capacité numérique !] + question en direct sur la durée caractéristique du régime transitoire.
5. On considère maintenant deux demi-espaces ($x < 0$ et $x > 0$) conducteurs homogènes. Les températures T_{10} et T_{20} sont celles très loin de l'interface, respectivement à gauche et à droite. On cherche la température sous la forme

$$T(x, t) = A_i \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{D_i t}}} \exp(-u^2) du + B_i$$

- Déduire des conditions aux limites les expressions de A_1, A_2, B_1, B_2 .
- Exprimer la température de contact (on fera intervenir l'effusivité $E_i = \sqrt{\rho_i c_i \lambda_i}$ de chaque milieu)
- Commenter le profil de température après une durée très longue.

III.3 Diffusion thermique dans un fluide visqueux (*Centrale 2 2022*)

On considère l'écoulement d'un fluide visqueux dans un cylindre dont les parois sont maintenues à une température T_0 constante. Le fluide est en écoulement de Poiseuille :

$$\vec{v} = v_o \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \vec{u}_z$$

La puissance volumique des forces visqueuses est :

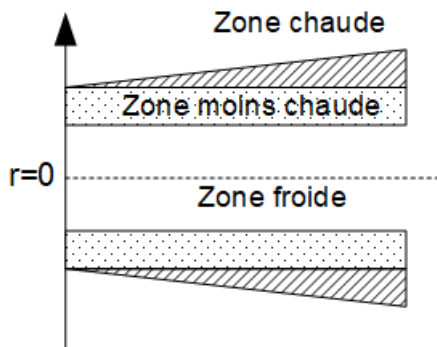
$$\frac{dP_{vol}}{d\tau} = \eta \left(\frac{dv}{dr}\right)^2$$

On donne la conductivité thermique λ , la masse volumique et la viscosité.

- Rappeler la définition du nombre de Reynolds et les effets associés. Donner un ordre de grandeur de Re dans un écoulement de Poiseuille. On suppose ensuite $Re \ll 1$
- Par un bilan énergétique, établir, en régime permanent et en supposant que la température ne dépend que de r , l'équation :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \alpha \left(\frac{dv}{dr} \right)^2 = 0$$

- Etablir l'expression de la température. Représenter le profil radial de température.
- Donner la différence de température entre le centre et la paroi. Evaluer cet écart en ordre de grandeur.



Dans la suite, on prend en compte la dépendance axiale de la température, avec un programme Python.

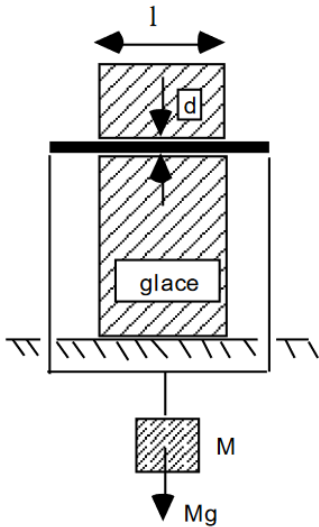
- Commenter l'évolution de la température. Quels paramètres font varier le profil ?
- Montrer que :

$$v \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + E \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2$$

+ programme Python non abordé et calcul de Re .

III.4 Expérience de regel (*Centrale 2 2021*)

Support : vidéo de l'expérience du regel formulaire de 28 pages (opérateurs, formules HP, odg HP)



1. Estimer la taille du bloc de glace à l'aide de la vidéo, de la longueur du câble et de la masse des bouteilles (50cmx25cmx25cm, 1m, 1kg)
2. En appliquant des théorèmes de mécanique, montrer que la différence de pression est $\Delta P = \frac{Mg}{ld}$. Proposer un odg pour cette différence de pression et commenter.
3. Tracer le diagramme (P, T) de l'eau. Quelle est la particularité de celui-ci? Proposer une explication à l'expérience du regel.

4. On considère une masse infinitésimale de glace. Calculer la différence d'enthalpie et le travail des forces pressantes. Comparer.
5. Formule de Clapeyron donnée : sur la courbe d'équilibre liquide/solide $\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(v_l - v_s)}$
Donner un odg de la différence de température dans l'expérience. Proposer une deuxième interprétation de cette expérience.

Données : Données thermodynamiques sur l'acier, Données thermodynamiques sur la glace, conductivité de la glace Conductivité du nylon

III.5 Température de contact (*Centrale 2 2021*)

On observe que si notre main touche 2 matériaux différents à la même température nous ressentons une température différente : on va chercher à expliquer ce phénomène.

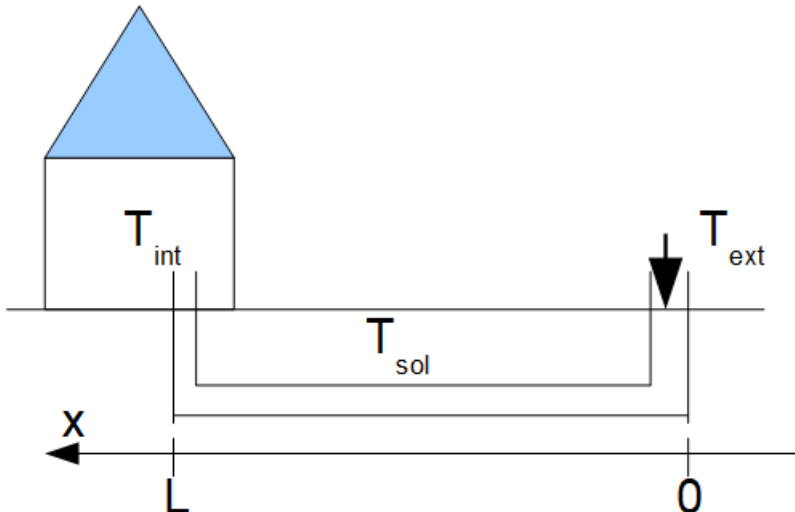
Données : $D_{main}, \lambda_{main}, D_{bois}, \lambda_{bois}, D_{m\acute{e}tal}, \lambda_{m\acute{e}tal}$

Hypothèses : problème unidimensionnel, régime stationnaire, on néglige les sources internes.

Le milieu 1 est situé entre $[0, \frac{L}{2}]$ le milieu 2 entre $[\frac{L}{2}, L]$, $T(0) = T_{10} = 37^\circ\text{C}$ et $T(L) = T_{20} = 7^\circ\text{C}$, on note D_i, λ_i, ρ_i leurs caractéristiques.

1. Démontrer l'équation de la chaleur sans source. Que peut-on dire du flux thermique surfacique?
2. Exprimer $T_1(x)$ et $T_2(x)$ en fonction de x, L, T_{10}, T_{20} et $T_{contact}$
3. Exprimer $T_{contact}$
4. (a) on a un programme Python donnant $T(x)$ à différents temps dans les cas bois/main et métal/main. Analyser le cas stationnaire
(b) Commenter le régime transitoire
5. maintenant on a $T_i(x, t) = A_i f_{Di}(x, t) + B_i$ où $f_{Di} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2\sqrt{D_i t}} e^{-u^2} du$ à l'interface en $x=0$, milieu 1 pour $x < 0$ et milieu 2 pour $x > 0$
(a) Exprimer A_1, B_1, A_2, B_2
(b) Exprimer $T_{contact}$
(c) Commenter le cas stationnaire

III.6 Puits canadien (Centrale 2 2021 et 2019)



Le tuyau est de rayon r . La loi de Newton est rappelée, on donne $D_v, c, r, L, T_e, T_i, \lambda, \rho$

1. Montrer que $\frac{dT}{dx} = -\frac{1}{l}(T - \beta)$ où on donnera l et β
2. Que peut-on espérer comme rapport $\frac{T_i - T_s}{T_e - T_s}$
3. On cherche à quelle profondeur il faut enterrer le tuyau. Etablir d'abord dans le sol l'équation de la chaleur $\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ où $\theta = T - T_{moy}$
4. On suppose que la température extérieure varie sous la forme $T_e = T_m + \theta_o \cos \omega t$. On pose $\theta(z, t) = \theta_o \exp(i(\omega t - kz))$
Signification de ω et k , relation entre les 2, faire apparaître une distance δ , calculer δ pour les variations annuelles.
5. On se place à une profondeur h . Calculer le déphasage entre les températures du sol et de l'air. Vérifier avec un programme Python (où il fallait juste changer les paramètres)
6. À quelle profondeur faut-il enterrer le tuyau pour qu'il soit chaud en janvier ?

III.7 Barreau chauffé (Centrale 2 2019)

On s'intéresse à un barreau de longueur L , conductivité thermique λ , chaleur massique c , masse volumique ρ , calorifugé latéralement. Il est soumis en $x = 0$ à une source qui impose $T(x = 0) = T_o$, en $x = L$ il est en contact avec un fluide avec lequel il échange un flux thermique vérifiant la loi de Newton : $\Phi = h(T_f - T(x = L))$

1. (a) Rappeler l'équation de diffusion thermique. Exprimer D_{th} en fonction des données du problème.
- (b) À l'aide d'une analogie avec l'électrocinétique, exprimer les résistances thermique conductive R_{cond} et convective R_{conv} .
- (c) Déterminer la température à l'extrémité du barreau $T_e = T(x = L)$ en fonction de T_o, T_f et du nombre $\nu = \frac{hL}{\lambda}$. Commenter
- (d) Evolution de T_e avec Nu , interpréter.
2. Il y avait un programme Python qui permettait d'observer une simulation de cette expérience pour $\nu = 0, 1$ et $\nu = 10$, on met à $t = 0$ le barreau en contact avec le fluide (en $x = L$) alors qu'il est uniformément à la température T_o et qu'il est désormais calorifugé partout ailleurs.

- (a) On pose $\theta(x, t) = \frac{T(x, t) - T_o}{T_f - T_o}$
Interpréter les simulations.
- (b) Déterminer les conditions aux limites et une condition initiale sur θ
- (c) On donne $\theta(x, t) = (A \cos(\frac{x}{\sqrt{\tau}} + B \sin(\frac{x}{\sqrt{\tau}}))e^{-t/\tau} + 1$. Montrer que $B = 0$
- (d) Quelle méthode envisagez vous pour déterminer τ

III.8 Lampe à effet Seebeck (*Centrale 2 2019*)

Le système étudié est une lampe de poche avec une LED qui fonctionne à l'aide de l'effet Seebeck, c'est à dire grâce à la différence de température entre la peau et la lampe. La puissance dégagée par le corps au niveau de la main est de 57mW, la lampe a une efficacité de 10% : la puissance exploitée par la lampe est donc de 5,7mW.

NDLR : l'effet Seebeck est un effet thermoélectrique, inverse de l'effet Peltier : à la jonction entre deux matériaux soumis à des températures différentes. https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Seebeck

- Déterminer l'efficacité de Carnot d'une machine thermique fournissant un travail. Comparer au cas présenté en introduction.
- On a une image présentant la tension seuil d'une LED rouge (tension seuil $V_s \in [1, 6 ; 2]$ V)
Peut-on pour tous les couples (i, u) fournir la puissance voulue ?
- On dispose de courbes pour différentes valeurs de ΔT . Déterminer le nombre de modules Peltier nécessaires pour que la LED s'allume. Comment faut-il les associer : série ou parallèle. *Indication : il faut mesurer la pente de la caractéristique pour $\Delta T = 15,7^\circ\text{C}$ et raisonner sur la résistance équivalente*
- À l'aide d'une vidéo, déterminer le temps que met la lampe à s'allumer.
- Expliquer l'origine de ce temps d'allumage avec un modèle simple (*Indication : diffusion thermique*)
- Déterminer le coefficient de diffusion caractérisant le système.

III.9 Astéroïde Ida (*Centrale 2 2019*)

Annexe : fiche descriptive de l'astéroïde IDA, contenant :

- demi grand axe
- aphélie/périhélie
- excentricité
- période
- vitesse moyenne
- masse
- masse volumique
- dimensions (21x24x56 km)
- vitesse de libération
- intensité de la pesanteur
- température de surface

- Certaines de ces données sont redondantes, elles peuvent être retrouvées les unes à partir des autres. Lesquelles ? faire les applications numériques.

2. Estimer le rayon du soleil. (*j'ai utilisé la masse du soleil (que je connaissais) et les données fournies dans l'annexe.*)
3. Un rappel sur la loi de Stephan était donné, sans les hypothèses sur le corps noir... On donne la température du soleil en surface $T = 5540\text{K}$. Quelle est la puissance rayonnée par le soleil au niveau de sa surface ?
4. Quelle est la puissance surfacique reçue par l'astéroïde ? Estimer la surface S de l'astéroïde. Estimer la température de l'astéroïde. Expliquer l'écart avec la valeur mesurée.
5. On suppose la température interne de l'astéroïde constante.
On suppose que la puissance reçue s'écrit $P(t) = P_0(1 + \cos(\omega t))$ ou $P_0 = \sigma * S * T_{\text{equilibre}}^4$;
Que signifie ω ?
6. Equation différentielle vérifiée par T , la linéariser en supposant T proche de $T_{\text{equilibre}}$. La résoudre. Analyser le résultat.
7. Comment exprimer la variation de température dans l'astéroïde ?

III.10 Barreau chauffé (Centrale 2 2019)

On s'intéresse à un barreau de longueur L , conductivité thermique λ , chaleur massique c , masse volumique ρ , calorifugé latéralement. Il est soumis en $x = 0$ à une source qui impose $T(x = 0) = T_o$, en $x = L$ il est en contact avec un fluide avec lequel il échange un flux thermique vérifiant la loi de Newton : $\Phi = h(T_f - T(x = L))$

1. (a) Rappeler l'équation de diffusion thermique. Exprimer D_{th} en fonction des données du problème.
(b) À l'aide d'une analogie avec l'électrocinétique, exprimer les résistances thermique conductive R_{cond} et convective R_{conv} .
(c) Déterminer la température à l'extrémité du barreau $T_e = T(x = L)$ en fonction de T_o, T_f et du nombre $Nu = \frac{hL}{\lambda}$. Commenter
(d) Evolution de T_e avec Nu , interpréter.
2. Il y avait un programme Python qui permettait d'observer une simulation de cette expérience pour $Nu = 0, 1$ et $Nu = 10$, on met à $t = 0$ le barreau en contact avec le fluide (en $x = L$) alors qu'il est uniformément à la température T_o et qu'il est désormais calorifugé partout ailleurs.
(a) On pose $\theta(x, t) = \frac{T(x, t) - T_o}{T_f - T_o}$
Interpréter les simulations.
(b) Déterminer les conditions aux limites et une condition initiale sur θ
(c) On donne $\theta(x, t) = (A \cos(\frac{x}{\sqrt{\tau}}) + B \sin(\frac{x}{\sqrt{\tau}}))e^{-t/\tau} + 1$. Montrer que $B = 0$
(d) Quelle méthode envisagez vous pour déterminer τ

III.11 Etude thermique de la libellule (Centrale 2 2023)

On nous donnait plein de données expérimentales sur une libellule d'Amérique du Sud.

- 4 ailes assimilées à des parallélépipèdes : longueur L , largeur l , épaisseur e
- corps assimilé à un cylindre : longueur h , rayon r
- masse $m = 200\text{margin}$
- métabolisme en activité : puissance $P_{\text{met}} = 0,473m^{0,82}$
- puissance surfacique reçue du soleil

- température extérieure
1. La libellule ne peut pas voler si elle est à plus de 40°C. En ne considérant que le métabolisme combien de temps peut elle passer en vol ? Commenter.
 2. Ce sont les ailes qui permettent à la libellule de se refroidir. On suppose $T_i = 40^\circ\text{C}$ avec $T_{ext} = 18^\circ\text{C}$: établir l'équation différentielle vérifiée par $T(x, t)$ avec x la position sur l'aile ($0 < x < L$). *Il fallait prendre l'initiative de considérer les échanges conducto-convectifs comme dans une ailette de refroidissement*
 3. On se place en RP. Déterminer la solution de l'équation différentielle en faisant apparaître une longueur caractéristique dont on donnait la valeur numérique
 4. Calculer le flux thermique
 5. On suppose l'équation précédente valable même si la température extérieure dépend du temps. Le flux thermique donné précédent est-il pertinent ?
 6. Questions Python+autres questions non traitées.

III.12 Diffusion (Centrale 2 2023)

Il y avait un ordinateur à disposition où étaient donnés les opérateurs vectoriels pour les différents systèmes de coordonnées, des formules d'optique de sup... On s'intéresse à la diffusion du CO_2 dans l'atmosphère.

1. Démontrer l'équation de la diffusion pour une concentration $c(x, t)$. Comment l'équation se généralise en 3D ?
2. On s'intéresse à une perturbation dans l'atmosphère. Sous ces conditions, le coefficient de diffusion devient une fonction de r . Une source produit du CO_2 avec un taux α . On se place en régime permanent et en symétrie sphérique. Montrer que

$$\frac{dc}{dr} = \frac{-\alpha}{4\pi D(r)r^2}$$

3. Que vaut $c(r)$ si la diffusion est pure (i.e. si $D=\text{cste}$) ? On notera c_0 la concentration à l'infini.
4. On suppose que avec la perturbation, $D(r) = u * r$. Que représente $u*$. Que vaut $c(r)$?
5. On donne a une longueur caractéristique de la source pour laquelle on suppose $c=\text{cste}$. Donner le profil de $c(r)$ en supposant que la diffusion pure domine à grande distance et la perturbation à moyenne distance. Donner l'expression de la distance caractéristique de changement de régime en fonction de D et $u*$.
6. On explicite l'origine de la perturbation. On suppose un vent incident avec une vitesse $\vec{v} = u\vec{u}_x$. On se place en coordonnées polaires. En régime permanent, on admet l'équation vérifiée par la concentration :

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial (rD(r) \frac{\partial c}{\partial r})}{\partial r}$$

Commenter cette équation. Dans quel domaine de la physique retrouve-t-on un opérateur similaire à celui du membre de gauche ?

7. Si le coefficient de diffusion est constant, on admet la forme de la solution

$$c = \frac{\alpha}{\pi R(x)^2 u} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{R(x)^2}\right)$$

avec

$$u \frac{dR^2}{dx} = 4D$$

Commenter la dépendance de R en x (cste d'intégration supposée nulle selon l'examineur), puis représenter le profil de concentration en fonction de x pour différentes ordonnées y .

8. On donnait une figure qui donnait le tracé de $\frac{u(c-ce)}{\alpha}$ en fonction de x (ce représente la concentration en CO_2 du vent incident). Les points corroboraient avec une forme de profil en $\frac{1}{ax^2+b}$. Que dire du modèle précédent (incomplet car D n'est pas constant). Montrer à partir des résultats expérimentaux que l'on a $R(x) = R_o + \theta x$

III.13 Thermodynamique (*Centrale 2 2024*)

On s'intéresse à l'interaction entre un piston de masse m , section S et un gaz parfait dans une enceinte calorifugée. Le piston est à la température $T_p(t)$, le gaz occupe une volume $V(t)$ sous la pression $P(t)$ à la température $T(t)$. La position du piston repérée par rapport au fond du récipient est notée x .

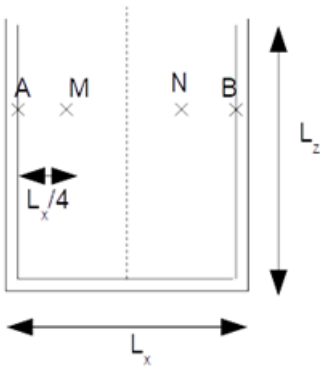
Les échanges thermiques entre le piston et le gaz sont modélisés comme des échanges conducto-convectifs.

1. Donner l'expression de la capacité thermique à volume constant de n moles de gaz parfait en fonction de n , R et γ .
2. Rappeler la forme et le nom de la loi caractérisant les échanges thermiques ici, ainsi que le nom de h .
3. Par une analyse dimensionnelle donner un temps caractéristique τ_1 en fonction de P , S , x et m . Identifier un autre temps caractéristique τ_2 en fonction de R , h , n , T . Quel est le sens physique de ces deux temps ?
4. En appliquant un PFD trouver l'équation dynamique du piston donnant \ddot{x}
5. Par un bilan énergétique trouver l'équation donnant $\frac{dT}{dt}$
6. même question pour $\frac{dT_p}{dt}$
7. Question permettant de relier les 3 équations
8. Bilan d'entropie dans le gaz (l'expression de S_{GP} est rappelée)
9. Interprétation des tracés informatiques de T , P_p , S , commentaires et proposition d'une méthode ayant permis de les construire.

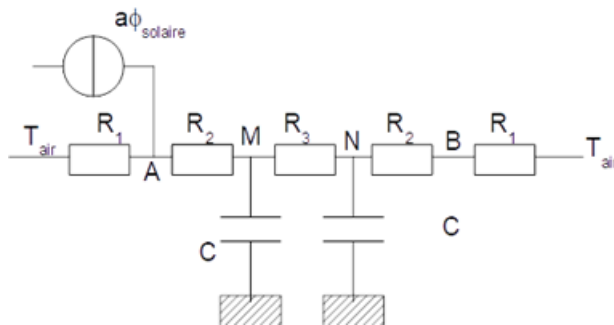
III.14 Thermique d'une jardinière (*Centrale 2 2024*)

Les fleurs meurent dans la température dépasse 40°C , donc on essaie de les protéger grâce à une jardinière en terre cuite.

La jardinière est un parallélépipède de côtés $L_x \times L_y \times L_z$, la paroi en terre cuite est d'épaisseur $e \ll L_y, L_z$ donc les variables du problèmes ne dépendent que de x



1. Exprimer la diffusivité thermique D en fonction de λ (conductivité thermique), ρ et c . Calculer D_{tc} et D_{te} respectivement les diffusivités thermiques de la terre cuite et du terreau. En déduire τ_{tc} et τ_{te} (à calculer). commenter
2. Déterminer R_λ la résistance thermique du terreau sur une longueur l et une surface S J'ai donné le résultat, l'examinatrice m'a demandé la démonstration.
3. Montrer que la résistance thermique de la paroi, soumise à la convection de l'air, vaut $R_h = \frac{1}{hS}$ où h est le coefficient de convection
4. En explicitant les hypothèses, montrer que la surface S de la jardinière rayonne selon une résistance $R_r = \frac{1}{4\epsilon\sigma ST_{air}^4}$
5. Un schéma équivalent est ensuite donné



Identifier les différentes résistances. Donner l'expression de C

6. Grâce au programme Python à compléter tracer $T_M(x)$ et $T_N(x)$
7. autres questions non traitées

Données :

- Terreau : ρ_{te} , c_{te} et λ_{te}
- Terre cuite : ρ_{tc} , c_{tc} et λ_{tc}
- $\epsilon=0,9$ coefficient lié à l'absorption/émission de la terre cuite.
- $\varphi_p = \sigma\epsilon T_{air}^4$ flux émis par l'atmosphère
- $L_x = 10\text{cm}$, $L_y = 50\text{cm}$, $L_z = 40\text{cm}$, $e = 0,5\text{cm}$
- documents avec formules mathématiques, valeurs numériques des constantes et expressions du cours de physique

Il y avait un fichier Python à remplir : équation différentielle pour T_M et T_N

III.15 Echangeur à double flux (Centrale 2 2024)

On dispose de deux canalisations dans lesquelles s'écoule le même fluide, en sens inverse. La paroi entre les 2 est à la température $T_p(x)$, les autres parois sont isolantes. On néglige la diffusion thermique au sein d'un même fluide.

Toutes les grandeurs ($c, \lambda, \rho, a, b...$) sont données dans l'énoncé.

1. L'échange entre le fluide et la paroi i est décrit par la loi de Newton
 $\vec{j}_Q = \pm h(T_p(x) - T_i(x))\vec{u}_z$: préciser le signe \pm pour chaque fluide ainsi que la dimension de h .
2. À l'aide d'un bilan sur une tranche entre x et $x + dx$ établir des équations reliant $T_p(x), T_1(x), T_2(x)$. Pourquoi peut-on négliger la diffusion interne ?
3. Montrer que si $D_1 \neq D_2$ montrer que

$$T_1(x) = T_{10} + (T_{20} - T_{10}) \frac{e^{-x/l} - 1}{e^{-L/l} - 1}$$

$$T_2(x) = T_{10} + (T_{20} - T_{10}) \frac{\frac{D_2}{D_1} e^{-x/l} - 1}{\frac{D_2}{D_1} e^{-L/l} - 1}$$

(pas sûr)
où l est à exprimer en fonction des paramètres du système.
4. Exprimer $T_1(x)$ et $T_2(x)$ si $D_1 = D_2$
5. On donne les valeurs numériques d'à peu près toutes les grandeurs, déterminer h .

III.16 Gel d'un lac (Centrale 2 2024)

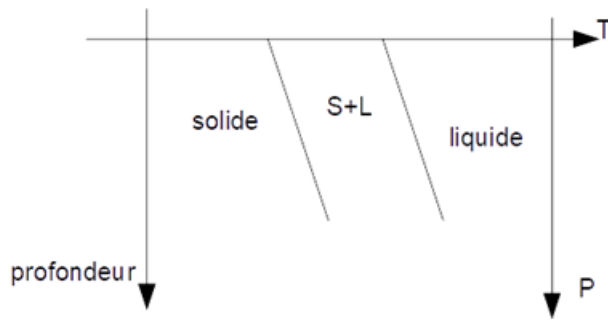
On étudie un lac gelé. La surface du lac en contact avec l'air est à la température $T_1 = -10^\circ\text{C}$, celle en contact avec l'eau liquide à la température $T_f = 0^\circ\text{C}$.

1. Définir ce qu'est un changement d'état. Lesquels sont mis en jeu ici ? Quels sont les différents modes de transfert thermique. Ici lesquels interviennent ? Peut-on considérer le flux thermique comme indépendant du temps ?
2. Déterminer l'épaisseur $e(t)$ du lac. On considère que $e(t) = 0$. Calculer l'épaisseur au bout d'une semaine, d'un mois, d'un an.
3. Un code Python est donné où il y a l'épaisseur $z(t)$ de glace au dessus de l'eau liquide au cours du temps. C'est sous la forme de 2 listes, l'une pour t l'autre pour z . Compléter la fonction *modele(t)* qui représente l'épaisseur de glace en fonction du temps. Expliquer l'écart entre notre modèle et les données expérimentales. Donner la relation entre $e(t)$ et $z(t)$
4. On donne la relation de Clapeyron $\left. \frac{dP}{dT} \right)_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta H_{1 \rightarrow 2}}{T \Delta V}$. Déterminer l'influence de la température sur la pression sur la droite de fusion de la glace.
5. Notre modèle est-il transposable au magma ?
6. On considère l'écoulement d'un magma sur un plan incliné (écoulement incompressible, η donné...). Le champ des vitesses est de la forme $v(x, y)\vec{u}_x$. Déterminer l'expression de $P(y)$

Données :

- conductivité thermique de la glace λ
- μ_{glace}
- enthalpie de fusion de l'eau
- sans doute d'autres...

Annexes : diagramme d'état de l'eau et :



III.17 Fonte des glaciers (Centrale 2 2024)

Paragraphe sur l'importance de la fonte des glaciers lié au réchauffement climatique. On modélise la Terre plate, on suppose que le continent est recouvert d'une couche de glace de masse M . On donne la masse du Groenland et de l'Antarctique.

1. On donne \mathcal{A}_{ocean} l'aire des océans, $\mathcal{A}_{groenland}$ l'aire du Groenland et $\mathcal{A}_{Antarctique}$ celle de l'Antarctique. Calculer R et R' dans le cas du Groenland et de l'Antarctique.
2. On considère un axe z ascendant dont l'origine est située à la surface de la mer si toute la glace était fondue dans l'océan et $z_s(r)$ l'altitude du niveau de la mer où r représente l'éloignement/ origine du repère. On considère que la masse M de la glace est ponctuelle et située en O , et on donne g , \mathcal{G} et μ la masse volumique de l'eau liquide.
Exprimer l'énergie potentielle exercée par la masse de la glace M et la Terre plate pour un élément de masse m . Par analogie avec l'électrostatique donner le potentiel gravitationnel.
3. On suppose que la terre possède un rayon infini. Etablir que $z_s^2(r) = \frac{1}{2}(\sqrt{r^4 - (\frac{\mathcal{G}m}{g})^2} - r^2)$
(ou qqe chose comme ça)
4. Ce modèle n'est pas réaliste, on revient au cas de la Terre avec un rayon fini.
 - (a) Etablir une relation intégrale entre M et $z_s(r)$
 - (b) Exprimer le potentiel φ dans ce cas (l'expression de φ était donnée)
 - (c) questions d'AN avec les données du paragraphe initial

III.18 CO2 (Centrale 2 2024)

Introduction sur le CO_2 (effet de serre, concentration dans une pièce en ppm...). $Q = 30\text{m}^3/\text{h}$ débit d'aération recommandé. L'homme expulse $0,5\text{L}$ d'air à la fréquence de 16 min^{-1} , l'air expulsé contient 4% de CO_2 .

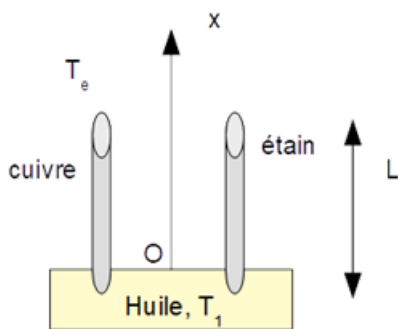
1. Quel est le débit de CO_2 d'un homme (en L/h)
2. Proposer un modèle permettant de déterminer le nombre maximal N de personnes dans une pièce de volume 50m^3 tel que $c_{CO_2} < C_{max}=800\text{ppm}$.
3. On donne c_{CO_2} en fonction du temps pour $N = 27$ personnes. On devait déterminer Q .
4. Non traitée mais on changeait de modèle : la concentration n'est plus homogène et on étudiait un seul individu.

III.19 Thermique des animaux (Centrale 2 2024)

On étudie le corps des animaux.

1. Soit B la puissance totale consommée par un animal composé de N cellules. Chaque cellule consomme une puissance b pour vivre et l'énergie pour effectuer une mitose est e_p . Trouver via un bilan d'énergie une équation différentielle entre N et B .
2. Utilisation d'un programme Python pour établir le modèle suivant : $B = B_o M^\alpha$ où M est la masse de l'animal. (*Timothée avait trouvé $\alpha \sim 0,75$*)
3. (a) On caractérise un animal par les grandeurs L, S et V (longueur, surface et volume). On considère que si un animal 2 vérifie $L_2 = qL_1$ toutes les longueurs de l'animal 2 sont multipliée par q . Trouver une relation entre S et V
 - (b) On considère que la peau de l'animal est d'épaisseur $e \ll \sqrt{S}$. Quelle est la résistance thermique de la peau ?
 - (c) Trouver une relation entre B et S
 - (d) Valider le modèle $B = B_o M^\alpha$, commenter la valeur théorique de α

III.20 Conduction thermique (Centrale 1 2024)



Les barreaux sont de rayon r , de longueur $L = 100\text{cm}$. On donne λ_{Cu}, C_{Cu} et C_{Sn} . On repère la position x sur les barreaux où la température vaut 60°C grâce à un matériau qui fond à cette température. La température extérieure est $T_e = 25^\circ\text{C}$.

1. On mesure $x_{Cu} = 15,6\text{cm}$ et $x_{Sn} = 6,4\text{cm}$. On rappelle les échanges conducto-convectif. Déterminer λ_{Sn}
2. Déterminer T_1

III.21 Pare brise givré (Centrale 1 2024)

On considère un pare brise recouvert de glace. Montrer que la glace fond lorsque l'intérieur de la voiture est chauffé et déterminer le temps nécessaire pour que tout fonde.

Données :

- Température intérieur de la voiture : $T_i = 20^\circ\text{C}$
- température extérieure : $T_e = -5^\circ\text{C}$

matériau	épaisseur (mm)	$h_{matériau/air}$ (en $\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$)	λ (en $\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$)
verre	7	80	1,2
glace	5	15	2,1

III.22 Conduction thermique (*Centrale 1 2024*)

On considère un barreau de hauteur $L = 0,5\text{m}$ et de diamètre $a = 5\text{cm}$ fiché verticalement dans le sol en montagne. Le barreau est en aluminium, la température extérieure est $T_e = -2^\circ\text{C}$, celle du sol $T_s = 10^\circ\text{C}$.

Existe-t-il un point du barreau où la température vaut $T = 0^\circ\text{C}$. On discutera de l'influence du vent. On pourra supposer la température uniforme selon une section du barreau.

Données :

- $\rho_{Al} = 2700\text{kg.m}^3$
- $C_{Al} = 900\text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- $\lambda_{Al} = 50\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$
- échanges thermiques sur les parois donnés par la loi de Newton $P_{surface} = h(T - T_e)$ avec
 - $h = 5\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$ sans vent
 - $h = 5100\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$ avec vent

IV X-ESPCI

IV.1 Cycle moteur (*X-ESPCI 2018*)

On considère un cycle moteur. Le gaz, supposé parfait, subit 4 transformations : 2 isochores et 2 isothermes.

En introduisant les notations pertinentes, discuter de l'efficacité du moteur et de l'irréversibilité.

Comment pourrait-on améliorer les rendements ?

IV.2 Fusible (*X-ESPCI 2020*)

On considère un cylindre de cuivre à travers lequel circule un courant d'intensité I .

Quel doit être le rayon minimal pour que le cylindre ne fonde pas ?

On donne les valeurs numériques de I , et pour le cuivre : la résistivité ρ_e , la conductivité thermique λ , la capacité calorifique massique c et la température de fusion T_f .

IV.3 Onde thermique entre deux milieux (*X-ESPCI 2023*)

Détermination des coefficients en transmissions et réflexion

Il fallait déjà savoir ce qu'est une onde thermique et repartir du début

V ENS

V.1 Barre chauffée *Lyon Paris Saclay 2019*

On considère une barre de longueur L , de section carrée de côté a dont toutes les parois sont calorifugées sauf l'extrémité où on impose une température uniforme $T = T_o + T_1 \sin(\omega t)$.

On note F la puissance volumique délivrée.

Etudier le système. À quel système concret peut-on l'assimiler ?

V.2 Soleil *Ulm 2019*

On va parler un peu d'Astrophysique, que savez-vous de notre soleil ?

Le soleil fait partie d'une certaine classification d'étoiles telles qu'il y a une fusion nucléaire à l'intérieur. Quels sont les paramètres qui vont permettre la fusion ?

Pouvez-vous donner l'ODG de la température nécessaire à atteindre pour amorcer le processus de fusion ?

Donner une condition sur le rayon et la masse de l'étoile pour que le processus de fusion ait lieu.

Commentaires d'Amaury : Il ne faut pas se laisser désarçonner par l'aspect très ouvert de l'exercice. Il faut essayer de se ramener à des choses connues. Le temps d'égaré dans les fausses pistes est inclus dans l'exo. Etre très rigoureux et tout vérifier (ODG, homogénéité).

VI Autres

VI.1 Rayonnement, 6 points (*CCINP 2022*)

Un robot se recharge en 2h sur la Terre grâce à l'énergie solaire. En combien de temps se recharge-t-il sur Mars ?

Données :

- Rayon de l'orbite terrestre = 150 Mkm
- Rayon de l'orbite de Mars = 228 Mkm
- Rayon du Soleil : 700 000 km
- Température de surface du soleil : 6000 K
- loi de Stefan : $\Phi_{surf} = \sigma T^4$

VI.2 Atmosphère isoT, 14 points (*CCINP 2022*)

On se place dans une atmosphère isotherme à la température T . On note $\vec{g} = -g\vec{u}_z$.

On donne $P = Nk_B T$ avec N densité moléculaire.

1. Retrouver la loi des gaz parfaits sous sa forme habituelle
2. Rappeler la loi de Fick (avec noms et unités des grandeurs)
3. Exprimer $N(z)$ en fonction de la masse m d'une molécule, de T , k_B , z et $N_o = N(z=0)$
4. Justifier qu'il y a un flux de particule dirigé vers le haut. Calculer le vecteur densité de courant puis la vitesse moyenne des particules vers le haut
5. Justifier qu'il y a un flux de particules vers le bas. On suppose que les particules sont soumises à une force de frottement due aux collisions de la forme $\vec{F} = -\vec{v}$, calculer la vitesse des particules vers le bas et le vecteur densité de courant convectif.
6. Conclure

VI.3 Pompe à chaleur, 14 points, (CCINP 2022)

On a une masse $m = 1000\text{kg}$ d'eau dans un réservoir qu'on veut faire passer de $T_i = 20^\circ\text{C}$ à $T_f = 40^\circ\text{C}$. On dispose pour cela d'un lac à la température $T_o = 70^\circ\text{C}$ et d'une pompe à chaleur. On rappelle la valeur de l'entropie d'un corps condensé incompressible et indilatable à la température T : $S(T) = c \ln\left(\frac{T}{T_f}\right)$ où T_f est une constante, pour l'eau liquide $c = 4,18\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

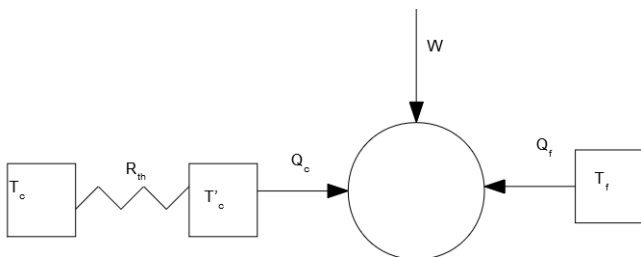
1. schéma de principe de la pompe à chaleur
2. Déterminer le transfert thermique Q_r fourni par le réservoir à la pompe à chaleur.
3. En supposant que la pompe fonctionne de manière réversible, déterminer Q_o fourni par le lac (on pourra effectuer des bilan entre 2 instants proches où la température du réservoir passe de T à $T + dT$)
4. Déterminer le travail fourni à la pompe à chaleur
5. Déterminer l'efficacité de la pompe à chaleur. Commenter
6. Déterminer l'entropie de la transformation *Entropie de quel système ?*

VI.4 Ex1 : Cycle thermodynamique (CCINP 2021)

1. Démontrer le premier principe industriel $\Delta h = q + w_u$
2. On s'intéresse à un cycle
 - $A \rightarrow B$: compression adiabatique réversible entre $P_1 = 2\text{bar}$ et $P_2 = 10\text{bar}$
 - $B \rightarrow C$: condensation isobare
 - $C \rightarrow D$: détente adiabatique
 - $D \rightarrow A$: évaporation isobare
 Il fallait remplir un tableau avec P, T, h et x_v
3. Donner q_f, q_c et w_u
4. COP à comparer au COP de Carnot
5. Puissance calorifique du frigo : $P_f = 2\text{kW}$. Donner D_m et w_u

VI.5 Ex1 : Centrales électriques (CCINP 2021)

Enoncé assez long avec beaucoup d'informations peu utiles pour l'exercice. On place au contact de la source chaude un conducteur thermique qui permet d'obtenir la température $T'_c < T_c$ pour la source chaude. La puissance thermique délivrée par le conducteur est $\mathcal{P}_{th} = \frac{1}{R_{th}}(T_c - T'_c)$. L'échange a lieu pendant une durée Δt_c . On note $\Delta t_{tot} = \alpha \Delta t_c$ la durée du cycle (*alpha = cste*)



On suppose que le cycle est constitué :

- transformation adiabatique pour passer de T'_c à T_f
- transformation isotherme associée à Q_f
- transformation adiabatique pour passer de T_f à T'_c

- transformation isotherme associée à Q_c
1. Exprimer Q_c
 2. On suppose l'évolution réversible. Ecrire le premier et le second principe.
 3. Exprimer \mathcal{P}_m la puissance mécanique à fournir en fonction de Δt_{tot} et de W puis en fonction de α , R_{th} et d'une différence de température.
 4. Montrer qu'il existe une puissance mécanique maximale pour une valeur de T'_c à déterminer.
 5. Exprimer le rendement pour cette valeur

VI.6 Ex1 : Diffusion de transpiration (CCINP 2021)

Un homme fait un marathon de 4h. Il évacue un volume $V = 2l$ d'eau. Il porte une combinaison de surface $S = 1,5m^2$ d'épaisseur $e = 3mm$. La combinaison comporte des trous de rayon $= 0,5\mu m$. On suppose la densité particulaire en eau à l'extérieur négligeable.

1. Rappeler la loi de Fick. Démontrer l'équation de diffusion des molécules d'eau avec $n(z)$ densité particulaire.
2. Donner n_o densité particulaire à l'interface combinaison/peau.
3. Déterminer l'expression de $n(z)$ et Φ_p flux de particules pour l'ensemble de la combinaison.
4. Faire une analogie électrique ou thermique. Donner R_{diff} en fonction de r , e et D
5. Déterminer le nombre de trous. Intérêt de la combinaison ?

Données : $D = 10^{-5}$ SI, $R = 8,31$, $M_{air} = 29g.mol^{-1}$, $P_{sat}(37\check{r}c) = 7000Pa$

VI.7 Ex 2 : Isolation d'un frigo (CCINP 2021)

On considère un réfrigérateur d'efficacité $\eta = 2,0$. Il est recouvert d'une couche d'épaisseur $d = 5mm$, de conductivité $\lambda = 0,12W.m^{-1}.K^{-1}$ sur toute sa surface $S = 3m^2$.

On l'isole en le recouvrant d'une couche d'épaisseur $d' = 3mm$ de polystyrène de conductivité $\lambda' = 0,03W.m^{-1}.K^{-1}$.

Evaluer la consommation électrique du réfrigérateur avec et sans isolation. Conclure.

VI.8 Equilibre thermique (CCP 2019)

Deux solides S_1 et S_2 de capacités thermiques c_1 et c_2 sont reliés entre eux par un tube de section S , longueur L et conductivité thermique κ .

On suppose que l'état est quasi-stationnaire.

1. Expliciter l'analogie électricité/thermique pour le potentiel, l'intensité, la résistance, la conductivité. Donner les unités des grandeurs thermiques.
2. Exprimer R_{th} et ϕ_{th}
3. Par un bilan thermique déterminer $T_1(t)$ et $T_2(t)$ température des deux corps.
4. On suppose que la variation d'entropie est nulle, calculer $\frac{\partial \mathcal{S}^c}{\partial t}$

VI.9 Etude d'un climatiseur (CCP 2019)

On étudie un climatiseur en régime permanent, des informations sont données sur les étapes du cycle.

1. Démontrer le premier principe pour un système ouvert
2. Placer les points du cycle sur un diagramme (P, h) donné en annexe. (A à B adiabatique réversible, B à C condensation isobare totale, en C liquide saturant, C à D détente adiabatique puis D à A vaporisation isobare, en A la vapeur est saturante.
3. Compléter le tableau : pour chaque point on demande P , T , h et x_v .
4. Donner les expressions et les valeurs du travail utile et du transfert thermique à chaque étape
5. Rendement du climatiseur, à comparer à celui de Carnot
6. Déterminer le débit massique D_m pour obtenir une puissance thermique de 2kW.

VI.10 Diffusion (CCP 2019)

On dispose de photos de la diffusion d'un solide dans de l'eau.

On donne $\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0$

1. Donner la relation entre \vec{j} et n , puis l'équation différentielle vérifiée par $n(r, t)$
2. Donner l'expression de D en ODG en fonction de R longueur caractéristique et τ temps caractéristique. En donner une valeur approchée à partir des photos disponibles.

VI.11 Neige artificielle (CCP 2019)

Afin de produire de la neige artificielle pour $T_{ext} = -15^\circ\text{C}$, on pulvérise des gouttelettes d'eau de rayon $R = 0,2\text{mm}$ à $T_i = 10^\circ\text{C}$.

À l'interface eau/air, $d\phi = h(T(t) - T_e)dS$ où $T(t)$ est la température interne de la goutte. On note c_1 la capacité thermique massique de l'eau et ρ sa masse volumique.

1. Par le premier principe, établir que $c_1 \rho R \frac{\partial T}{\partial t} = -3h(T(t) - T_e)$
2. Déterminer $T(t)$ et t_1 tel que $T(t_1) = T_s < 0^\circ\text{C}$
3. La goutte est en surfusion et revient à la température $T_s = 0^\circ\text{C}$ en se refroidissant partiellement. On note x la fraction massique du liquide restante.
 - (a) On suppose la transformation adiabatique et isobare, quelle grandeur d'état se conserve ?
 - (b) En considérant un schéma réactionnel réversible, déterminer x
4. Déterminer t_2 tel que la goutte soit totalement solidifiée.
5. AN pour t_1 et t_2 (avec $h = 65\text{USI}$)

Retours d'oraux par thème : ondes. 2019-2024

I Mines

I.1 Pulsar (*Mines 2022*)

On donne le retard de propagation entre 2 ondes de fréquences différentes issues d'un pulsar sous la forme $\frac{d\nu}{dt} = -5\text{Mhz/s}$.

On modélise l'espace interstellaire par un plasma de densité $n_e = 2.10^6\text{m}^{-3}$.

1. Quelles sont les fréquences du pulsar que l'on peut capter ?
2. Estimer la distance Terre-Pulsar

I.2 Tube acoustique (*Mines 2022*)

On dispose d'un tube ouvert en $x = L$, fermé en $x = 0$.

On donne l'expression de la vitesse $v(x, t) = f(x) \sin \omega t$

1. Déterminer l'équation vérifiée par $f(x)$, la résoudre en tenant compte des conditions aux limites.
2. Exprimer $P(x, t)$, mettre en évidence des modes propres.
3. AN avec $L = 58\text{cm}$, donner f_1 et f_2 , à quelles notes correspondent-elles ?

I.3 Ondes EM dans la mer (*Mines 2022*)

On s'intéresse à une onde électromagnétique dans l'eau salée, de fréquence 100MHz. On suppose le milieu neutre, homogène, isotrope, conducteur ohmique. On donne $\epsilon_r = 84$ la permittivité relative de l'eau salée et $\sigma = 4\text{S/m}$ sa conductivité électrique

1. Donner les équations de Maxwell dans ce cas, en déduire l'équation de propagation du champ électrique.
2. Soit $\underline{E}(M, t) = \underline{E}_0 e^{j(\omega t - kz)}$. Montrer que l'équation de propagation conduit à un indice complexe \underline{n} , exprimer \underline{n}^2 en fonction de $\epsilon_o, \epsilon_r, \omega$ et σ . Montrer que \underline{n} peut se simplifier et donner \underline{n} en fonction de $\alpha = \sqrt{\frac{2\epsilon_o\omega}{\sigma}}$
3. Donner l'épaisseur caractéristique de la propagation de l'onde, puis la vitesse de phase
4. On se place dans le cas où $k = \frac{\omega}{c}$ est la relation de dispersion dans l'air. Donner le coefficient de transmission dans le cas d'un dioptre air/mer. Commenter

I.4 Corde de Melde (*Mines 2022*)

1. Etablir l'équation de propagation dans une corde
2. Une corde de Melde accrochée à un vibreur de fréquence f et une masse m . On observe des modes propres pour $m = 1,6\text{kg}$ et $m = 2,5\text{kg}$. Quelle est la masse maximale pour laquelle on peut observer des modes propres ?

I.5 Onde de surface (*Mines 2021*)

On considère une onde à la surface d'un fluide, la hauteur de la surface libre est $z(x, t) = h + \zeta(x, t)$. On suppose le fluide incompressible, parfait, homogène, de masse volumique μ , et l'écoulement est décrit par $\vec{v} = v(x, t)\vec{u}_x$

1. Par un bilan ; obtenir une relation entre les grandeurs.
2. Trouver $P(x, y, z, t)$ pression, en déduire une autre relation
3. Trouver une équation de propagation de v , identifier c et les modes propres pour des CL telles que $v(x = 0, t) = v(x = L, t) = 0$

I.6 Barre élastique (*Mines 2019*)

On considère une barre de masse volumique ρ , de module de Young E . On note $\xi(x, t)$ une déformation longitudinale.

1. Déterminer l'équation de propagation. Calculer c , à comparer à la célérité du son dans l'air. *En plus* : d'où vient l'expression de la force ?
2. On fixe la barre en $x = 0$ et, en $x = L$, on impose une force $\vec{F} = F_o \cos(\omega t)\vec{u}_x$. On pose $\xi(x, t) = f(x) \sin(\omega t - \varphi)$. Expliquer ce qui se passe, mettre en évidence des fréquences particulières.

I.7 Onde vide/métal (*Mines 2019*)

On considère une onde électromagnétique se propageant dans le vide dans le sens des z croissants, monochromatique (pulsation ω)

L'espace $z > 0$ est occupé par un conducteur supposé parfait. L'interface vide/conducteur correspond au plan (xOy) .

On donne le champ électrique incident :

$$\vec{E}_i = E_o e^{j(\omega t - kz)}(\vec{u}_x + j\vec{u}_y)$$

Le conducteur est parfait, le champ électrique est nul en tout point de ce conducteur. On admet que la composante tangentielle est continue à la traversée de l'interface.

1. L'onde est-elle plane ? Est-elle polarisée rectilignement ?
2. Exprimer \vec{E}_r le champ électrique réfléchi à l'interface. En déduire le champ électrique résultant.
3. Déterminer les champs magnétiques incident, réfléchi et résultant.
4. Que dire des champs électrique et magnétique un à un les uns par rapport aux autres ?
5. Déterminer le vecteur de Poynting. Commenter.

I.8 Antenne (*Mines 2019*)

Une OPPH ($f=1000\text{Mhz}$) polarisée rectilignement selon \vec{u}_z , se propage selon \vec{u}_y . Elle est émise par une sonde placée en O .

Elle est réceptionnée par un carré $MNPQ$ de côté a , de centre O' , autour duquel on a fait 100 tours d'une bobine de cuivre. $OO' = 20 \text{ km}$. On note \vec{n} le vecteur normal au plan du carré. Le carré peut pivoter autour de $O'z$, on note $\theta = (\vec{u}_x, \vec{n})$.

1. Exprimer \vec{E} et \vec{B} .
2. Quelles caractéristiques faut-il donner au carré pour une bonne réception de l'onde (a et θ étaient attendus ici)
3. Si on considère que la sonde émet de façon isotrope, est-il légitime de considérer l'onde en O' comme plane ?
4. Autres questions non rapportées sur la puissance.

I.9 Corde amortie (*Mines 2019*)

Corde classique, hypothèse classique mais on tient compte de frottements fluide $d\vec{f}_v = -\alpha \frac{\partial y}{\partial t} dx e_y$.

1. Signe, dimension, unité de α
2. Equation aux dérivées partielles vérifiée par $y(x, t)$
3. Les solutions du type $y(x, t) = f(x) \cos(\omega t)$ sont-elles acceptables ? Pourquoi ?
4. Mêmes questions pour $y(x, t) = g(t) \sin(\frac{n\pi x}{L})$, équation différentielle vérifiée par g ?
5. Résoudre. Analyse du cas $\alpha = 0$
6. Cas où $\alpha \ll 1$?

L'énoncé s'arrête là, la vraie discussion commence. Que devient l'énergie perdue par la corde ?
On note $e_c = \frac{1}{2}\mu(\frac{\partial y}{\partial t})^2$ et $e_p = \frac{1}{2}T_o(\frac{\partial y}{\partial x})^2$

I.10 Cavité laser (*Mines 2019*)

Une cavité laser formée de deux miroirs plans, $R_1 = |r_1|^2 = 1$ et $R_2 = |r_2|^2 = 0,999$

1. Expression d'une OPPHem polarisée rectilignement, expression de \vec{B} et du vecteur de Poynting.
2. Quelles sont les fréquences en sortie ?
Annexe : graphe de $F(x) = \frac{1}{1 + m \sin(x/2)}$, largeur du pic à mi-hauteur $\Delta x = 4 \arcsin(\frac{1}{\sqrt{m}})$
3. On donne $\Delta f = 7,5 \times 10^8 \text{ Hz}$, pourquoi dit-on que c'est un laser monomode ?
4. Déterminer la longueur de cohérence.

I.11 Propagation d'une onde acoustique dans un fluide visqueux (*Mines 2024*)

On rappelle l'expression de la force surfacique ainsi que de l'équivalent volumique des forces visqueuses dans un fluide.

1. Définir le terme «particule mésoscopique». Donner les conditions de validité de l'expression de la force surfacique de viscosité.
2. Montrer que dans l'approximation acoustique :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}}P + \eta \Delta \vec{v}$$

Commenter (en particulier sur l'équivalent volumique retenu pour les forces visqueuses. . .)

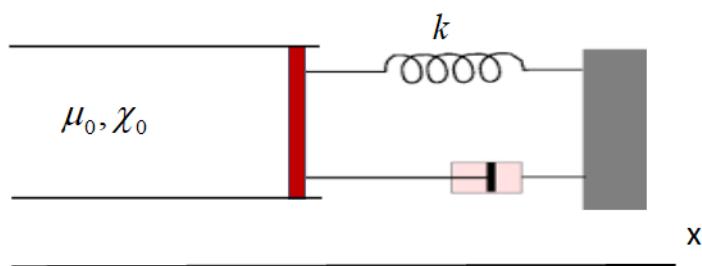
3. On considère que l'évolution est isentropique. Etablir l'équation de propagation de la surpression. On admettra que : $\text{div}(\Delta v) = \Delta(\text{div}v)$
4. Etablir la relation de dispersion. La simplifier dans le cas d'une faible viscosité.
5. Déterminer l'épaisseur d'atténuation de l'onde. Commenter.

I.12 Exercice 3 (*Mines 2023*)

On s'intéresse à une guitare dont les cordes sont des élastiques. Le son varie-t-il lorsque l'élastique est étiré? Quelle est la relation reliant la fréquence du mode fondamental à la longueur de l'élastique.

I.13 Exercice 2 (*Mines 2023*)

Une onde acoustique plane progressive harmonique se propageant dans l'air selon (Ox) atteint un piston de masse m et de surface S , soumis aussi à une force de frottement (coefficient de frottement λ) et à une force de rappel élastique (raideur du ressort équivalent k).



1. Déterminer l'impédance acoustique de l'onde incidente et de l'onde réfléchi.
2. Déterminer l'impédance mécanique Z_m du piston en fonction de m , λ , k , S , ω .
3. Déterminer le coefficient de réflexion.
4. A quelle condition y a-t-il adaptation d'impédance?

I.14 Ondes dans une corde (avec préparation, Mines 2024)

On considère une corde fixée en $x = 0$ et $x = L$. Elle est tendue et soumise à T au repos. Elle est parcourue par un courant $I = I_o \cos(\omega t)$ et se trouve dans un champ magnétique $\vec{B} = B_o \sin(\frac{\pi x}{L}) \vec{u}_y$.

1. Déterminer la force de Laplace sur une portion $d\vec{l}$ de la corde. En déduire le mouvement de la corde. Qu'est ce qu'une onde stationnaire ?
2. Etablir une équation aux dérivées partielles pour un petit mouvement $z(x, t)$. Commenter.
3. Solution de la forme $z(x, t) = A \cos(\omega t) \sin(\frac{\pi x}{L})$: justifier. Déterminer A et les possibilités de résonance.

I.15 Onde dans un ressort(Mines 2024)

On considère un ressort massique, constante de raideur K , longueur L et masse linéique μ , attaché d'un côté à un mur et de l'autre à une masse M . La position d'un fragment d'abscisse au repos x devient $x + \xi(x, t)$ en présence d'une déformation. La force exercée par le ressort sur la droite du fragment est $F = KL \frac{\partial \xi}{\partial x}$

1. Montrer que ξ vérifie une équation de d'Alembert.
2. On considère que la masse M reste proche de $x = L$ et que ξ s'écrit sous la forme $\xi(x, t) = f(x) \cos(\omega t)$. Quelle équation vérifie ω ? Déterminer les modes propres.

I.16 Corde pesante (Mines 2024)

On considère une corde souple et des mouvements transversaux $y(x, t)$ où x désigne l'axe vertical. On note μ la masse linéique au repos, on ne néglige pas le poids et on ne considère pas a priori que les mouvements sont petits.

1. Equation de propagation de l'onde dans la corde
2. Solution y ne dépendant pas du temps ?
3. Etudier une onde sinusoïdale sur la corde
4. AN pertinentes (à inventer)

I.17 Acoustique dans un tube (Mines 2024)

On a un cylindre fermé en $z = 0$, en $z = -L$ une membrane souple est excitée, sa vitesse est de la forme $u(t) = U \sin(\omega t)$.

On donne l'expression de $v(z, t)$ de la forme : $v(z, t) = f(z) \sin(\omega t)$

1. expression de $f(z)$
2. position des ventres en amplitude et résonance
3. expression de $p(z, t)$

II Centrale 1

II.1 Saxophone (*Centrale 1 2022*)

On modélise un saxophone par un tube conique de sommet O d'axe (Ox) entre O et L. On se place dans l'approximation acoustique.

1. Montrer que : $\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} = \frac{c^2}{x} \frac{\partial^2 x P_1}{\partial x^2}$ (Il faut passer par un bilan de masse pour l'une des équations de couplage)
2. Quelles sont les solutions ? (on attend une somme de solutions)
3. Tous les trous sont bouchés. Donner les deux premières fréquences.

Commentaire du candidat : « examinatrice désagréable au début, puis OK » !

II.2 Corde conductrice (*Centrale 1 2022*)

Une corde est selon (Ox) au repos et soumise à une tension constante T_o . Elle peut osciller, avec une faible amplitude, selon y et z . Elle est conductrice et parcourue par un courant d'intensité I . Elle est placée dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_x$;

1. Etablir les équations vérifiées par $y(x, t)$ et $z(x, t)$
2. On cherche des solutions de représentation complexe :
$$\begin{cases} \underline{y}(x, t) = \underline{y}_o \exp(j(\omega t - kx)) \\ \underline{z}(x, t) = \underline{z}_o \exp(j(\omega t - kx)) \end{cases}$$

Etablir la relation de dispersion et montrer que la polarisation est circulaire
3. Dans le cas où on impose $\underline{y}(0, t) = \underline{y}_o \exp(j\omega t)$, montrer que le plan de polarisation a tourné en $x = L$.

II.3 Pulsar du crabe (*Centrale 1 2022*)

Un pulsar émet une onde électromagnétique à la fréquence nominale f_o avec une bande passante δf . L'onde se propage dans un plasma peu dense, dans lequel la densité volumique d'électrons libres est n^* .

1. Etablir la relation de dispersion dans le plasma.
2. Le signal atteignant la Terre arrive avec un décalage temporel τ qui dépend de la fréquence $\frac{d\tau}{df} = 7.10^{-3} \text{s.MHz}^{-1}$. En déduire la distance Terre- crabe.
3. A chaque période du pulsar, sa période diminue de $\frac{\Delta T}{T} = -10^{-15}$. En déduire la masse du pulsar. On donne le moment d'inertie $J = \frac{2}{5}mR^2$ et la puissance rayonnée est 5 fois supérieure à celle du Soleil.

II.4 Propagation d'ondes dans l'ionosphère (*Centrale 1 2022*)

L'ionosphère est assimilée à un plasma peu dense avec les hypothèses habituelles.

La densité volumique d'électrons est : $n(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } z < z_o \\ \beta(z - z_o)^\gamma & \text{si } z_o < z < z_1 \end{cases}$

puis $n(z)$ décroissante à une altitude plus élevée.

On émet une onde quasi-sinusoidale verticalement depuis la Terre. On observe une réflexion :

Fréquence f	Temps de réponse
$< f_o = 3\text{MHz}$	τ_o
$f_1 = 6\text{MHz}$	τ_1
$> f_1$	Pas de réflexion

Exprimer β, γ, z_o et z_1 (en fonction des fréquences et de τ_o et τ_1) Pour z_1 , on attend une expression intégrale.

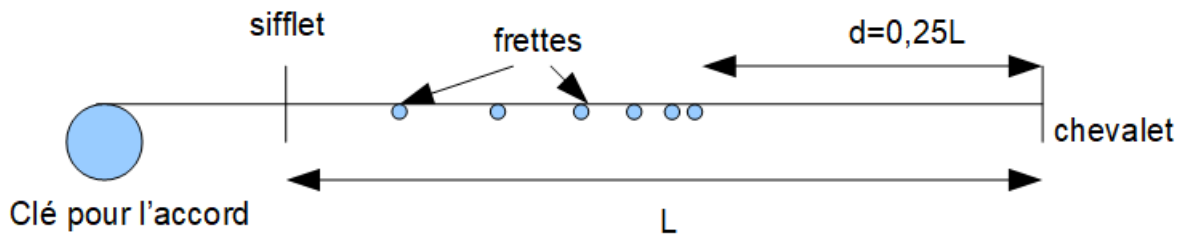
II.5 Réflexion sur un conducteur (Centrale 1 2021)

Un conducteur de conductivité γ grande occupe le demi-espace $z > 0$. Une onde électromagnétique monochromatique (longueur d'onde λ_o) arrive en incidence normale sur un conducteur.

Montrer que le coefficient de réflexion est de la forme $R = \frac{A}{\lambda_o}$

II.6 Guitare (Centrale 1 2019)

On s'intéresse à une corde de guitare.



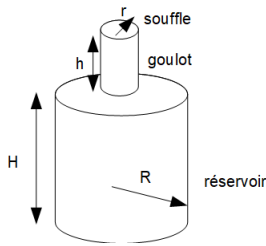
Données :

- rayon de la clé
- diamètre de la corde
- masse volumique de la corde
- Loi de Hooke et module de Young de la corde
- fréquence du *sol*

1. Pour accorder la corde sur la note *sol* on effectue 3 tours de la clé de l'accordeur. Quelle tension s'applique sur la corde en supposant que au départ la corde est détendue ?
2. Quel écart de tension est toléré si on exige $\Delta f < 0,01f_o$
3. Sachant que $f_{demi-ton} = 2^{1/12}f_o$ quelle relation a-t-on entre $L_{1/2}$ et L_o ?
4. Quel est le nombre maximal de frettes possibles, sachant que la dernière frette est située à $d = 0,25L$ du chevalet et que chaque frette correspond à un demi-ton ?

II.7 Du son dans une bouteille (Centrale 1 2019)

On considère une bouteille formée de 2 cylindres. On souffle sur le haut du goulot pour produire du son. On suppose que l'air contenu dans le réservoir est compressible. Le souffle produit un mouvement d'air vertical dans le goulot, qui provoque des oscillations dans la bouteille. Les valeurs numériques de H, h, r et R sont données.



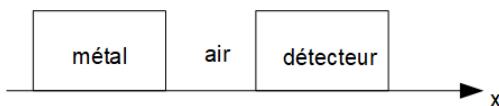
1. Expliquer qualitativement l'origine du mouvement d'air vertical.
2. Calculer la fréquence produite par les oscillations
3. AN : identifier la note (un tableau note/fréquence est fourni)
4. En pratique comment augmenter la fréquence ?
5. Déterminer quantitativement comment passer à l'octave supérieure (*ie* : multiplier la fréquence par 2)

II.8 Pulsar (*Centrale 1 2019*)

On s'intéresse à l'espace interstellaire, modélisé par un plasma froid de densité volumique $n_o = 1.10^6 \text{m}^{-3}$

1. Etablir la relation de dispersion d'une OPPH dans ce plasma.
2. Un pulsar émet un signal de spectre assez large, centré autour de $f_o = 5\text{MHz}$
 - (a) Comment la fréquence détectée sur Terre varie-t-elle au cours du temps ?
 - (b) On mesure $|\frac{df}{dt}| \approx 5\text{kHz/s}$. En déduire la distance Terre-Pulsar.

II.9 Onde ultrasonore (*Centrale 1 2019*)



On envoie une onde ultrasonore plane progressive en incidence normale sur un détecteur. On note Z_M, Z_A et Z_D les impédances acoustiques des 3 milieux. On note I_o l'intensité initiale dans le métal et I_D celle dans le détecteur.

1. Etablir et définir les coefficients de réflexion et transmission en vitesse et surpression entre deux milieux (*remarque : une fois que j'avais bien établi les expressions des ondes et les relations de passage il m'a donné les expressions des coefficients pour gagner du temps*)
2. Etablir et définir les coefficients de réflexion et transmission en énergie R et T entre deux milieux.
3. On suppose que l'air est constitué de couches fluctuantes.
 - (a) Expliquer pourquoi on peut sommer les intensités des ondes dans le détecteur.
 - (b) Calculer $\frac{I_D}{I_o}$. AN. Commentez.

II.10 Interface vide/conducteur (Centrale 1 2019)

On considère un conducteur de conductivité γ qui occupe le demi espace $z > 0$. Le champ magnétique \vec{B} dans le vide varie de \vec{B}_0 à \vec{B}_1 .

1. Ecrire l'équation aux dérivées partielles vérifiée par \vec{B} dans le conducteur (on considère que $\rho = 0$ dans le conducteur)
- 2.(a) On pose $v = \frac{z}{\sqrt{t}}$ et $B(z, t) = B(v)$. Montrer que $\frac{dB}{dv}$ peut s'écrire $F \exp(-\alpha^2 v^2)$
(b) Application numérique : calculer α en précisant son unité.
(c) On passe dans le conducteur de B_0 à B_1 au bout d'un temps très long. Exprimer F sachant que $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. Calculer F .
- 3.(a) Exprimer le vecteur densité de courant $\vec{j}(z, t)$
(b) Que représente $\int_0^\infty \vec{j} \wedge \vec{B}(z, t) dz$
(c) AN avec la bonne unité. Commenter.

II.11 Onde dans un solide (Centrale 1 2023)

On étudie un jouet qui ressemble à un long ressort, modélisé comme un matériau de masse volumique μ , de surface S , de module de Young E . Il est soumis à la pesanteur. Sans déformation il a une longueur l . On note $\xi(z, t)$ la déformation en z (axe orienté vers le bas)

1. Déterminer $\xi_{eq}(z)$ la déformation à l'équilibre en tenant compte du poids.
2. On allonge le ressort d'une longueur Δl , déterminer la nouvelle déformation en fonction de Δl , l , $\xi_{eq}(z)$ et z .
3. *je crois qu'il fallait ensuite faire le lien avec la constante de raideur k et sans doute étudier le système en dynamique ?*

III Centrale 2

III.1 Instrument en cuivre (Centrale 2 202)

Un instrument de musique en cuivre est modélisé par un tube de diamètre :

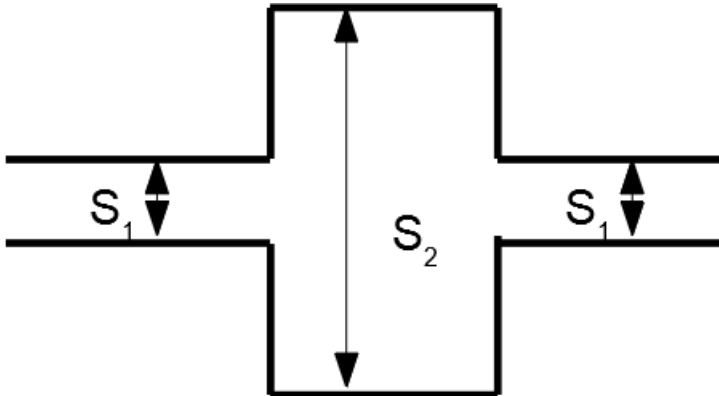
$$D(x) = D_0 \exp(Bx)$$

On étudie la propagation d'une onde acoustique dans ce tuyau à section non uniforme.

1. Linéariser l'équation d'Euler.
2. Montrer que :
$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial v}{\partial x} + \mu_0 \frac{1}{S(x)} \frac{dS}{dx} v = 0$$
3. Linéariser l'équation thermodynamique. Combiner ces 3 équations et exprimer la célérité.
4. Conditions sur la fréquence pour qu'il y ait propagation ?
5. Quand on considère une interface cylindre / atmosphère, le coefficient de transmission vaut $T = \frac{4a^2}{(1+a^2)^2}$ où a est le rapport entre le rayon de l'embouchure et celui du pavillon. Quel est l'intérêt du pavillon ?

III.2 Silencieux de pot d'échappement (*X 2018 et Centrale 1 2018, Centrale 2 2021*)

On s'intéresse au principe d'un silencieux de pot d'échappement :



On donne

- $v(x < 0, t) = A_1 e^{i(\omega t - kz)} + A'_1 e^{i(\omega t + kz)}$
- $v(0 < x < L, t) = A_2 e^{i(\omega t - k_2 z)} + A'_2 e^{i(\omega t + k_2 z)}$
- $v(x > L, t) = A_3 e^{i(\omega t - kz)} + A'_3 e^{i(\omega t + kz)}$

1. Commenter ces expressions et donner les expressions des surpressions associées.
2. Justifier la continuité de la pression et du débit volumique en $x = L$ et $x = 0$.
3. On étudie une onde venant de $x = -\infty$. Que peut-on dire de A'_3 . Ecrire les relations permettant de calculer le rapport $\frac{A_3}{A_1}$
4. On admet que le coefficient de transmission en puissance s'écrit :

$$T = \frac{1}{1 + m \sin^2(\pi f / f_o)}$$

Donner m et f_o

III.3 Corde plombée (*Centrale 2 2019*)

Au début quelques questions de cours sur une corde vibrante, avec les hypothèses classiques.

1. Lien entre T_y et T_o et une dérivée de y
2. Equation de propagation
3. On fixe la corde en $x = 0$ et $x = L$. Qu'est ce qu'une onde stationnaire? Rappeler la forme générale.
4. On place une masse m en $x = L/2$, on donne les états stationnaires suivants :
 Si $0 < x < L/2$ $y(x, t) = (Ae^{jkx} + Be^{-jkx})e^{j\omega t}$
 Si $L/2 < x < L$ $y(x, t) = (Ce^{jkx} + De^{-jkx})e^{j\omega t}$
 les coefficients sont *a priori* complexes.
 Exprimer B en fonction de A , et D en fonction de C
5. Exprimer C en fonction de A et en déduire que ω vérifie $\frac{m}{\mu L} x = \tan x$ avec $x = \frac{kL}{2}$
6. Méthode graphique pour trouver les ω qui conviennent.
7. (a) Que se passe-t-il si m est grand? Qu'est ce que cela signifie?
 (b) et si m petit?

III.4 Acoustique et distensibilité d'un conduit (Centrale 2 2019)

On modélise un vaisseau sanguin par un tube élastique de longueur infinie, d'axe Ox . Toutes les grandeurs électriques ne dépendent que de l'abscisse x et du temps.

A l'intérieur de ce tube le sang a une masse volumique $\rho(x, t) = \rho_o + \rho_1(x, t)$ et la pression est $P(x, t) = P_o + P_1(x, t)$. On note $u(x, t)$ la vitesse supposée dirigée selon Ox . La pesanteur est négligée.

Le tube est élastique de section variable $S(x, t) = S_o + S_1(x, t)$ sous l'effet de la pression, ce qui conduit à définir son coefficient de distensibilité $D = \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial P}$

1. A quelle condition qualitative peut-on négliger les effets de viscosité? Écrire alors l'équation d'Euler et la linéariser.
2. En considérant une tranche de fluide comprise entre x et $x + dx$, établir l'équation exprimant la conservation de la matière, puis la linéariser.
3. A l'aide du coefficient de compressibilité isentropique χ_S du fluide et du coefficient de distensibilité D du tube, obtenir une équation reliant $\frac{\partial P_1}{\partial t}$ et $\frac{\partial u}{\partial x}$?
4. En déduire l'équation de propagation pour les ondes dans ce tube, donner leur célérité et commenter.
5. AN : La masse volumique et la compressibilité du sang sont semblables à celles de l'eau, fluide pour lequel on rappelle $c_S = 1400 \text{ m s}^{-1}$. Déterminer la célérité des ondes dans un tube métallique dont la distensibilité vaut $D_m = 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ et dans un vaisseau sanguin dont la distensibilité vaut $D_v = 3 \times 10^{-4} \text{ Pa}^{-1}$. Commenter.
6. Le cœur est en $x = 0$ et pulse le sang en $x > 0$. On sait qu'il n'y a pas d'onde venant de l'infini et que le débit massique en $x = 0$ est $D_m(t)$. Trouver $P_1(x, t)$ et $u(x, t)$ pour $x > 0$

III.5 Communication avec un sous marin (Centrale ? 2019)

Un hélicoptère essaie de communiquer avec un sous marin en utilisant des ondes EM.

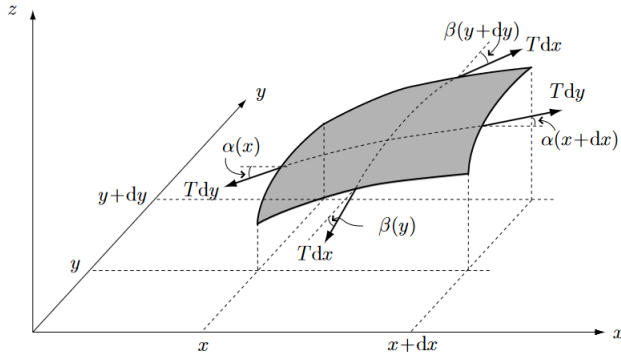
On note γ la conductivité électrique de l'eau de mer, et $\epsilon_r = 80$ (remplacer ϵ_o par $\epsilon_o \epsilon_r = \epsilon$ dans les équations de Maxwell)

1. Etablir les coefficients de réflexion et de transmission en puissance.
2. Donner l'ODG de T pour $\gamma = 4 \text{ S.m}^{-1}$ pour $f = 100 \text{ MHz}$ et $f = 10 \text{ kHz}$.
3. À quelle profondeur maximum doit se situer le sous marin pour capter le signal (on considère qu'il capte jusqu'à 10^{-10} fois l'amplitude du signal émis)

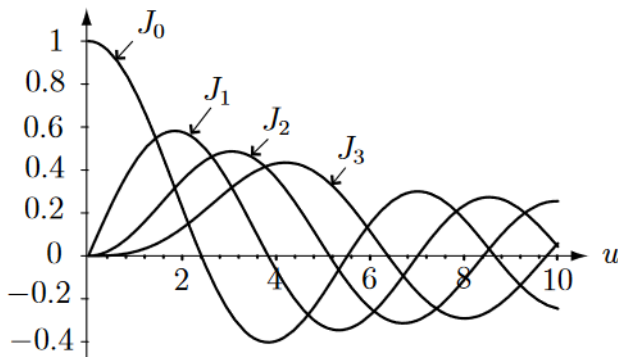
III.6 Ondes sur un tambour (Centrale 2 2023 et 2024)

On étudie les ondes se propageant à la surface d'un tambour de 50 cm de diamètre. On donne $T = 3990 \text{ N}$ tension, $\sigma = 0,355 \text{ kg.m}^{-2}$ masse surfacique.

On cherche $z(x, y, t)$



1. Montrer que $d\vec{F} = T\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)$
2. Montrer que $z(x, y, t)$ vérifie une équation de d'Alembert, exprimer la célérité et faire l'AN
3. On cherche des solutions stationnaires sous la forme $z(x, y, t) = H(t)G(\theta)F(r)$, on donne $\Delta f(r, \theta, t) = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$: donner et résoudre l'équation vérifiée par $H(t)$
4. Montrer que $G''(\theta) = K'G(\theta)$
5. Montrer que $\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF(r)}{dr} + \left(1 - \frac{m}{u^2}\right)F(r) = 0$ où u est une variable adimensionnée qu'on exprimera en fonction de ω, r et c et m est un entier
6. les solutions de cette équations sont des fonctions de Bessel dont on nous donne le graphe pour différentes valeurs de m , et les premiers zéros



	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
$m = 0$	2,405	5,520	8,654	11,792
$m = 1$	3,832	7,016	10,173	13,324
$m = 2$	5,136	8,417	11,620	14,796
$m = 3$	6,380	9,761	13,015	16,223

Quelles sont les conditions aux limites que doit satisfaire $z(r, \theta, t)$? En déduire les fréquences propres $f_{m,n}$ de la membrane.

autres questions d'info non abordées

III.7 Étude acoustique d'un pot d'échappement (Centrale 2 2023)

On considère un moteur constitué d'un cylindre de volume V_r et de pression $P_r = P_o + p$, p = surpression. Le cylindre est connecté à un pot d'échappement de section S , longueur l selon x . A la sortie du pot la pression extérieure est P_o . On étudie l'acoustique du pot d'échappement, en lien avec la pollution sonore.

1. Citer d'autres sources de pollution d'un moteur thermique
2. On donne $D = 1.10^{-5} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ le coefficient de diffusion thermique de l'air. Justifie que l'on peut considérer que la transformation des gaz dans le pot d'échappement est adiabatique.

3. Donner l'équation vérifiée par P Exprimer la célérité de la surpression acoustique à l'aide de γ , P_o et ρ_o en supposant que l'air est un gaz parfait. AN pour c dans les conditions usuelles.
4. On suppose que la surpression est associée à la pulsation ω . Compte tenu des conditions aux limites donner p et ξ =déplacement des molécules d'air en fonction de x et t
5. Déterminer la relation entre ω , l et c compte tenu des paramètres géométriques du problème.
6. Déterminer les modes propres associés au pot d'échappement si $l = 10\text{cm}$ (on avait aussi V_r et S)

D'autres questions non traitées. Accès à un fichier informatique contenant les constantes fondamentales de la physique, des ODG usuels et un formulaire mathématique

IV X-ESPCI

IV.1 Acoustique au dessus d'un lac gelé (X-ESPCI 2022)

Au dessus d'un lac gelé l'air est à la température $T(y) = T_o(1 + ay^2)$ avec $a > 0$.

Lorsqu'une personne parle sur une rive du lac, une autre personne située de l'autre côté du lac peut l'entendre si elle est bien placée. La raison est que la trajectoire du son dans l'air n'est pas une droite, retrouver cette trajectoire et expliquer le fait constaté, on se servira des notions d'optique.

IV.2 Acoustique (X-ESPCI 2022)

On considère un tuyau de section variable et une onde acoustique supposée harmonique de pulsation ω se propageant dans le tube. On suppose que la section du tube est de la forme $S(x) = S_o e^{\alpha x}$

1. Déterminer la pulsation de coupure
2. Déterminer l'énergie acoustique de l'onde se propageant

IV.3 Etoile (X-ESPCI 2022)

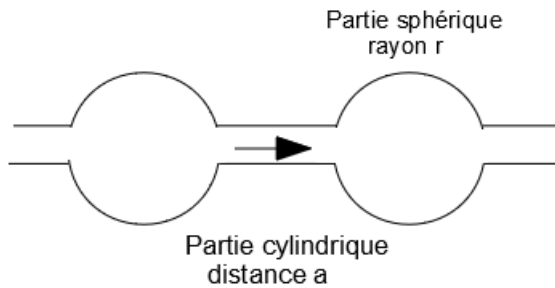
On considère une étoile sphérique de rayon R_e composée d'un gaz parfait.

On suppose que les seules interactions subies par les particules de gaz sont l'interaction gravitationnelle, compensée par les forces de pression à l'équilibre.

1. Donner $P(r)$ et $\rho(r)$
2. On suppose qu'une perturbation se propage dans l'étoile, de la forme $\delta\rho = \rho_o e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$. Donner la relation de dispersion. (on supposera la perturbation loin du centre)

IV.4 Son dans tuyau+cavités (X-ESPCI 2021)

On étudie la propagation du son dans le conduit suivant :



On cherche l'équation de propagation sachant que $\lambda \gg r \sim a$ (donc l'onde n'est pas réfléchiée aux différentes jonctions)

IV.5 Ondes dans un câble coaxial (X-ESPCI 2018)

On considère une ligne électrique de longueur L .

En $x = 0$ on a

$$V_g = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ E & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

L'impédance caractéristique de la ligne est notée Z_c et la ligne est fermée en $x = L$ sur une impédance Z

La vitesse de l'onde est c et on note $t_0 = L/c$.

Tracer $V(x, t = t_0/2)$

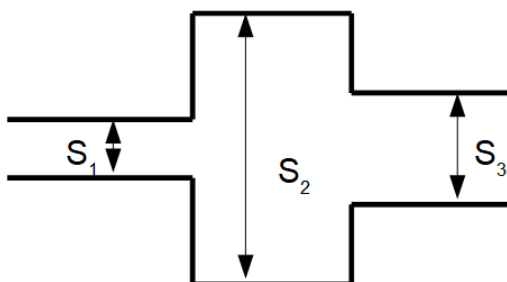
Donner l'impédance caractéristique de la ligne en faisant une analogie avec l'impédance acoustique

Déterminer le coefficient de réflexion en tension (*l'examinateur m'a demandé de justifier la continuité de I et V et de faire le calcul intégral du coefficient c'est à dire en écrivant TOUTES les étapes de calcul*)

On considère que la ligne est fermée sur une résistance R déterminer la valeur du coefficient de réflexion quand $R \gg Z_c$, $R = Z_c$ et $R \ll Z_c$

Tracer $V(x, t = 3/2t_0)$ pour ces trois cas, commenter.

IV.6 Acoustique, filtre sonore (X-ESPCI 2018)



Calculer T le coefficient de transmission en puissance.

IV.7 Ondes gravitationnelles (X-ESPCI 2018)

Soient deux masses m_1 et m_2 distantes de $r(t)$ et animées d'un mouvement de rotation à la vitesse $\omega(t)$, elles produisent des ondes gravitationnelles.

Deux objets à une distance R de cette source d'ondes gravitationnelles et séparés entre eux de L subissent lors du passage des ondes une distorsion δL telle que

$$\frac{\delta L}{L} = f(R)Ar^2\omega^2 \cos(2\omega t)$$

1. Trouvez $f(R)$ puis A

Indication : faire une analogie aux ondes électromagnétiques produites par une charge oscillante (jury surpris que je ne connaisse pas)

Indication supplémentaire : remarquez que $\delta L/L$ est du signe de $\cos(2\omega t)$ (donc négatif la moitié du temps) et analogie avec le champ \vec{E} produit par un dipôle électrique. Pour A : A s'écrit sous la forme $m.K$ avec m homogène à une masse et dépendant des masses de la source des ondes gravitationnelles (et j'en ai déduit que K ne dépendait que de « constantes universelles »)

2. Energie volumique des ondes gravitationnelles ?
3. En réalisant une hypothèse simplificatrice et en la justifiant, exprimez $r(t)$ et $\omega(t)$

IV.8 Corde attachée à un axe tournant (X-ESPCI 2018)

Soit une corde de masse linéique ρ et de longueur L , attachée à l'une de ses extrémités à un axe en rotation à la vitesse angulaire ω . On néglige la pesanteur.

Etudier les perturbations transversales de la corde en supposant que le mouvement se fait dans le plan passant par l'axe Oz tournant.

Indication : chercher des solutions en séries entières

IV.9 Ondes dans une sphère (X-ESPCI 2018)

Un gaz est enfermé dans une sphère solide rigide de rayon R . Déterminer la fréquence des ondes sphériques monochromatiques.

IV.10 Corde métallique soumise à un champ magnétique (X-ESPCI 2019)

Une corde métallique tendue avec une tension T_0 est parcourue par un courant $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$, ses extrémités $x = 0$ et $x = L$ sont fixes, on étudie le mouvement transversal dans la direction Oz .

On place la corde dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_y$.

1. Déterminer l'équation du mouvement.
2. Le champ \vec{B} est constant : déterminer les solutions.
3. Le champ \vec{B} est variable : $\vec{B} = B_0 \sin(\frac{\pi x}{L})$, vérifier qu'on peut encore trouver des solutions.
4. Le champ \vec{B} est désormais quelconque. Comment peut-on trouver des solutions ?

Indication : décomposer \vec{B} en somme de cosinus et de sinus ?

IV.11 Corde plombée (*X-ESPCI 2019*)

On considère une corde de masse linéique μ , de tension T_0 , fixée à ses extrémités.

1. On place au milieu de la corde une perle de masse m .
Trouver les fréquences des états stationnaires de la corde.
2. On place n perles équidistantes sur la corde. Déterminer les fréquences des états stationnaires.

IV.12 EM dans les conducteurs (*X-ESPCI 2020*)

1. Question de cours : équation de propagation du champ électromagnétique dans un conducteur de conductivité σ
2. En champ EM arrive en incidence normale sur une tranche de conducteur d'épaisseur e , déterminer le champ transmis. Analogie avec l'effet tunnel ?

IV.13 Corde lestée (*X-ESPCI 2021*)

Une corde est tendue entre 2 murs, une masse m est attachée au milieu.

Quelles sont les fréquences des modes propres de la corde ?

V ENS

V.1 Chaîne de pendules *Lyon Paris Saclay 2019*

On considère une chaîne de pendules simples (masse m , longueur l) reliés entre eux par un fil de torsion horizontal. Ils sont régulièrement espacés (distance a entre deux pendules consécutifs).

Décrire la propagation d'une perturbation, d'abord dans l'approximation des petits angles puis sans cette approximation.

V.2 Corde avec torsion *Lyon Paris Saclay 2019*

Explication rapide des hypothèses qui permettent d'établir l'équation de d'Alembert dans une corde souple incompressible.

On considère une corde métallique de masse linéique μ , dont on ne néglige pas la compressibilité.

On néglige la compressibilité «transversale» mais on ne néglige pas la déformation de la corde par torsion. Elle peut plier et on considère sa section donc elle se déforme. Cela se traduit par un couple dont l'équivalent linéique est :

$$\Gamma(x) = ESK^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Avec K qui dépend de la section et E le module de Young.

VI Autres

VI.1 Bruit d'une fusée, 6 points, (CCINP 2022)

Graphe avec l'intensité sonore provoquée par le décollage d'une fusée. On note un maximum 65s après le décollage.

1. Expliquer le pic obtenu
2. Déterminer l'accélération de la fusée
3. En déduire le niveau sonore au niveau du pic (*il faudrait avoir le graphe*)

VI.2 Cornet acoustique, 6 points (CCINP 2022)

On s'intéresse à un cornet acoustique, du type de celui utilisé par le professeur Tournesol.

On note $S(x)$ la section variable, déterminer l'équation de propagation puis de dispersion d'une onde acoustique se propageant dans la direction x

On suppose $S(x) = S_0 e^{-mx}$, conclure.

VI.3 Filtre anti reflet, ex1 (Mines-Telecom 2022)

Un filtre anti reflet d'épaisseur e , indice n recouvre un verre de lunette d'indice $n_o > n$.

1. En lumière monochromatique de longueur d'onde λ_o déterminer une condition sur e et n
2. Valeur minimale de e
3. On note la présence d'irisations en lumière blanche : expliquer

VI.4 Acoustique (CCP 2019)

Le son d'une flûte à bec change lorsque l'on souffle dedans, la température étant modifiée. On peut montrer que la célérité de l'onde acoustique dans le tube est $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ avec $\gamma = 1,4$.

1. Comment le son est-il modifié ?
2. Comment peut-on palier à ce problème ?

Retours d'oraux par thème : optique.

2019-2024

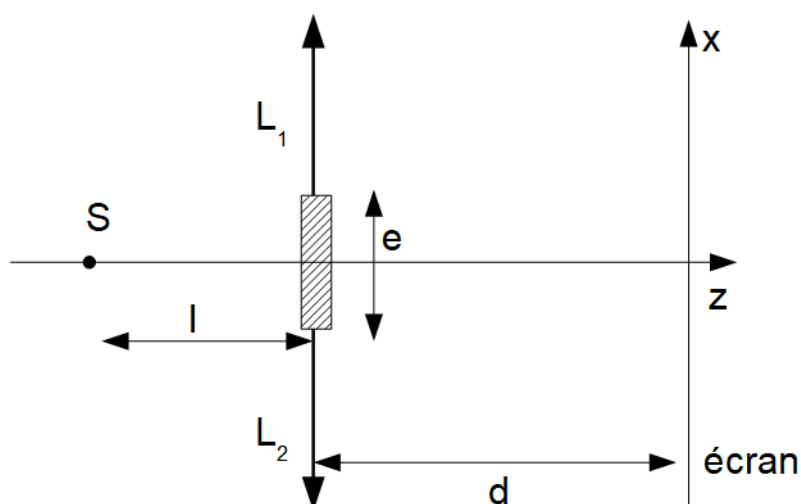
I Mines

I.1 Bilentilles de Billet (*Mines 2022*)

Après une question de cours.

On considère une lentille de distance focale f' coupée en deux au niveau de son centre optique. Les demi-lentilles ainsi obtenues sont notées L_1 et L_2 .

On réalise le système suivant :



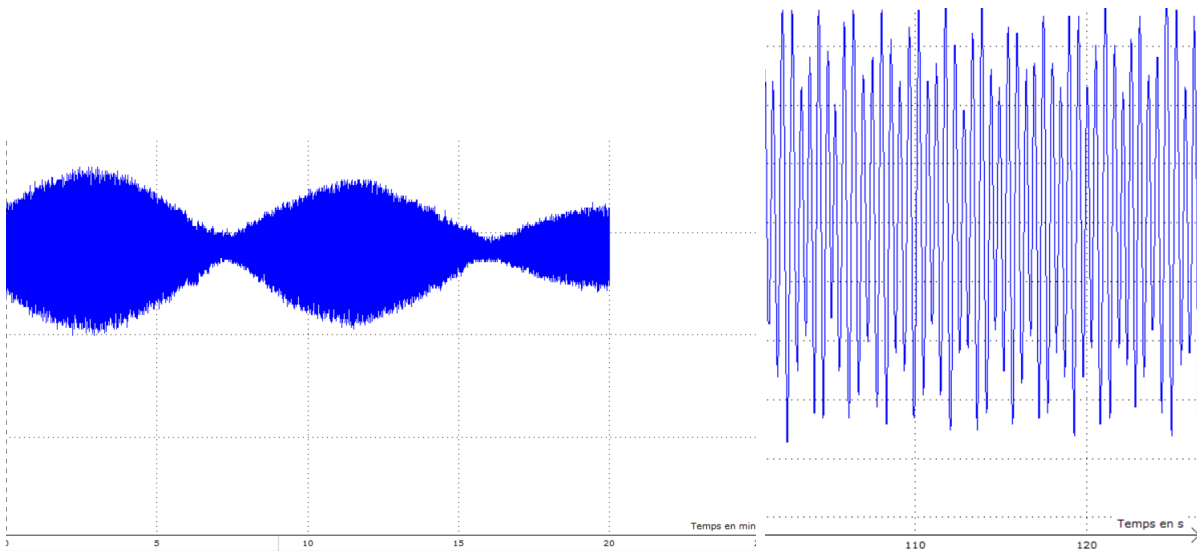
On suppose la source monochromatique, de longueur d'onde λ_o . On donne $\lambda_o = 500\text{nm}$, $f' = 50\text{cm}$, $l = 1\text{m}$ et $d = 3\text{m}$.

1. Déterminer les sources secondaires, le champ d'interférence et les conditions pour avoir des interférences.
2. Déterminer l'intensité $I(x)$ en un point $M(x)$ de l'écran
3. Déterminer le nombre de franges de la figure en considérant que la tache est de longueur L
4. On passe en lumière blanche. Qu'observe-t-on.

I.2 Michelson (*Mines 2022*)

sans préparation

On considère un Michelson en lame d'air, éclairé par une source dont le spectre nous est inconnu. L'enregistrement devait ressembler à :

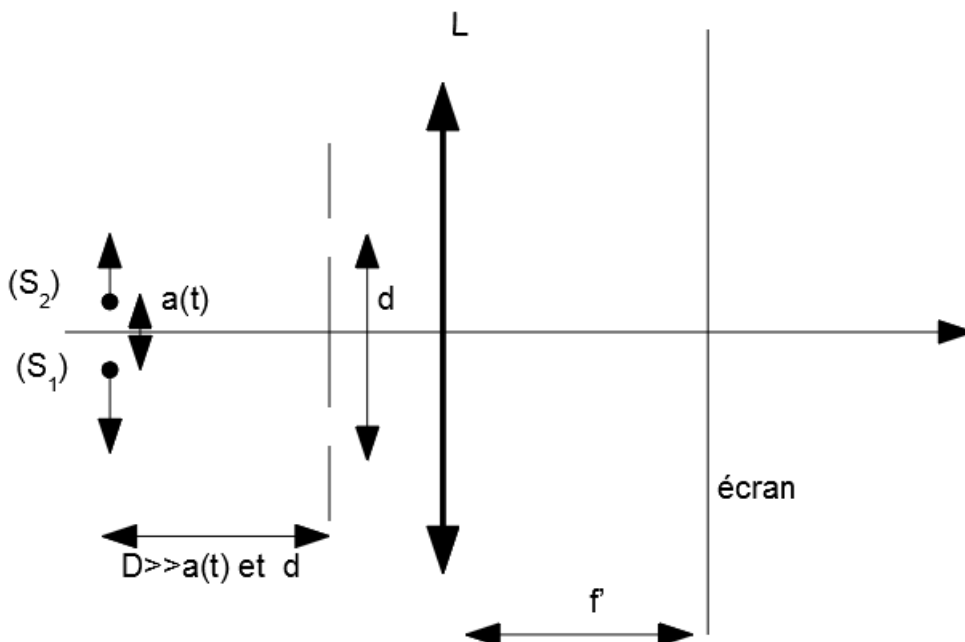


avec des distances plutôt que des temps... on supposera qu'à une période de battement correspond un déplacement de $e = 170\mu\text{m}$ du miroir motorisé.

1. Conditions d'éclairement et d'observations dans la configuration étudiée? Nature de la figure observée?
2. Quelle particularité de la source permet d'expliquer l'aspect du spectre? Trouver les caractéristiques de la source. Commenter. Quelle est la couleur de la figure?

I.3 Young avec 2 étoiles (*Mines 2022*)

Dispositif de Young à l'infini (lentille de focale f')



Les deux étoiles s'éloignent l'une de l'autre à vitesse constante de l'axe optique. Montrer qu'il y a un brouillage périodique sur l'écran.

I.4 Optique (*Mines 2019*)

On considère une lentille sphérique d'épaisseur $e(r)$ et d'indice n où r est la distance à l'axe optique. Une source lumineuse est située à son foyer objet. On considère un rayon arrivant au

point I sur la lentille. On choisit M sur le rayon dans le plan image et on note H son projeté orthogonal sur l'axe de la lentille.

1. Exprimer le chemin optique (FM) en fonction de (FH) , $e(0)$, f la distance focale de la lentille et n
2. Exprimer (FM) en fonction de $e(r)$, (FH) , f et n
3. En déduire $e(r)$
4. Soient A et A' deux points conjugués par la lentille. Démontrer la formule de Descartes.

I.5 Optique géométrique (*Mines 2019*)

Un tube cylindrique en verre de rayon R_2 , indice $n_2 = 3/2$ est rempli de mercure d'indice n . Le cylindre intérieur est de rayon R_1 .

Montrer que tous les rayons émergents en un point M proviennent d'un même cône de demi-angle au sommet θ que l'on exprimera en fonction de n .

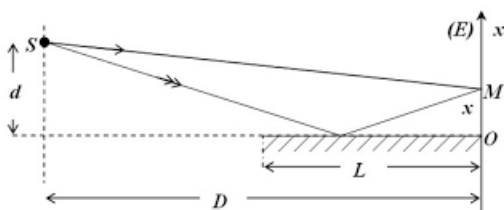
I.6 Michelson (*Mines 2019*)

Etude d'un Michelson : miroir de 20 mm de diamètre, éclairé par une lampe au sodium ($\lambda = 589$ nm), l'écran est à 1,25 m des miroirs (avec une lentille de sortie), le Michelson est en coin d'air.

1. Choisir la bonne figure (une figure avec des franges rectilignes, l'autre avec des franges circulaires)
2. La figure sur l'écran mesure 8cm, 25 franges sont visibles. Quelle lentille faut-il placer, donner sa distance focale et sa position
3. Donner une estimation de l'angle α du coin d'air.
4. Le miroir présente un défaut : une bosse de 4mm de diamètre, en plein milieu du miroir, d'épaisseur maximale $\lambda/4$. Expliquer les conséquences sur l'écran.
5. On place un briquet devant l'un des miroirs, le briquet libère du gaz. À partir de la figure (on voit que l'ordre varie d'environ 1,5 là où le gaz est injecté) déterminer l'indice n du gaz. Quelles mesures vous semblent pertinentes pour mesurer l'indice du gaz ?

I.7 Mesure interférométrique du champ de pesanteur (*Mines 2023*)

On considère le dispositif ci-dessous.



1. Identifier un dispositif interférométrique équivalent.
2. On place un détecteur en O (fixe). Le miroir est en chute libre. Comment peut-on mesurer g ?

I.8 Réseau (Mines 2023)

On considère un réseau sur un goniomètre. On s'intéresse au pas a du réseau. On considère d'abord des mesures réalisées avec une incidence normale sur le réseau en observant la raie verte du mercure ($\lambda_o = 546,1\text{nm}$).

1. On obtient les mesures suivantes :

Ordre k	0	1	2	3	-1	-2	-3
Position angulaire α	$13^\circ 12'$	$30^\circ 34'$	$49^\circ 53'$	$76^\circ 49'$	$355^\circ 48'$	$336^\circ 32'$	$309^\circ 28'$

Vérifier que l'on observe bien en incidence normale.

2. Déterminer a (QS : comment évaluer l'incertitude sur a ?) ainsi que le nombre de traits par mm.
3. On observe à une autre longueur d'onde λ_1 et on relève les positions angulaires suivantes.

Ordre k	2	-2
Position angulaire α	$45^\circ 43'$	$340^\circ 48'$

Déterminer la longueur d'onde.

4. On ne se place plus sous incidence normale. Calculer l'angle minimal de déviation pour $k = 2$ après avoir établi son expression littérale.

I.9 Exercice 2 (Mines 2023)

Léon et Vladimir vont chez l'ophtalmologiste qui leur prescrit respectivement des verres de dioptrie :

OD : $-2,0\text{ m}^{-1}$	OG : $-3,5\text{ m}^{-1}$
OD : $2,5\text{ m}^{-1}$	OG : $0,5\text{ m}^{-1}$

Quels sont leur défaut de vue ? Calculer leur distance minimale/maximale de vue nets (sans correction) pour l'œil droit et comparer à un œil normal.

Question supplémentaire : construction optique pour la vision d'un objet proche et au loin par un œil emmétrope.

I.10 Michelson en coin d'air(Mines 2024)

1. Représenter l'interféromètre. Préciser les conditions d'observation des interférences, donner un schéma simplifié. Quelle est l'influence d'une extension de la source ?
2. On considère que l'oeil humain a un pouvoir de résolution de $\epsilon = 1'$. On place en sortie de l'interféromètre une lentille de focale 200mm . Une personne se place à 50 cm de l'écran. Trouver une condition sur l'angle α du coin d'air pour pouvoir observer les franges.
3. Décrire la figure observée dans les cas d'une lumière monochromatique puis d'une lumière blanche. Expliquer le phénomène d'irisation.
4. On place sur le chemin une lame d'épaisseur e d'indice optique n_o . Déterminer la distance d dont il faut rapprocher (ou éloigner ?) le miroir translatable pour retrouver l'ordre 0 au centre de la figure d'interférence.
5. 2 questions non traitées

I.11 Young (sans préparation, Mines 2024)

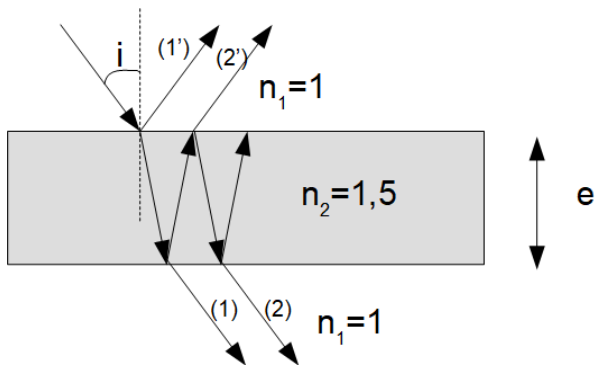
Schéma classique des trous de Young à distance finie.

1. Démontrer la formule des interférences à deux ondes
2. Exprimer l'intensité de M ainsi que l'interfrange (refaire les calculs de δ)
3. On déplace la source selon y et x perpendiculaires à l'axe du dispositif. Calculer la nouvelle intensité, la nouvelle interfrange. La position de l'ordre 0 a-t-elle été modifiée ?

II Centrale 1

II.1 Interférences à N ondes en transmission (Centrale 1 2022)

On considère une onde électromagnétique incidente. On admet la continuité du champ électromagnétique à l'interface.



1. Justifier les coefficients de réflexion $r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ et de transmission $t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ (en incidence normale) sur la première interface.
2. Expliquer le phénomène d'interférences des rayons transmis et des rayons réfléchis. Est-il plus intéressant d'observer les interférences en transmission (contraste ?)
3. Déterminer l'expression de l'intensité $I(M)$ pour la transmission.
4. + d'autres questions non rapportées par le candidat

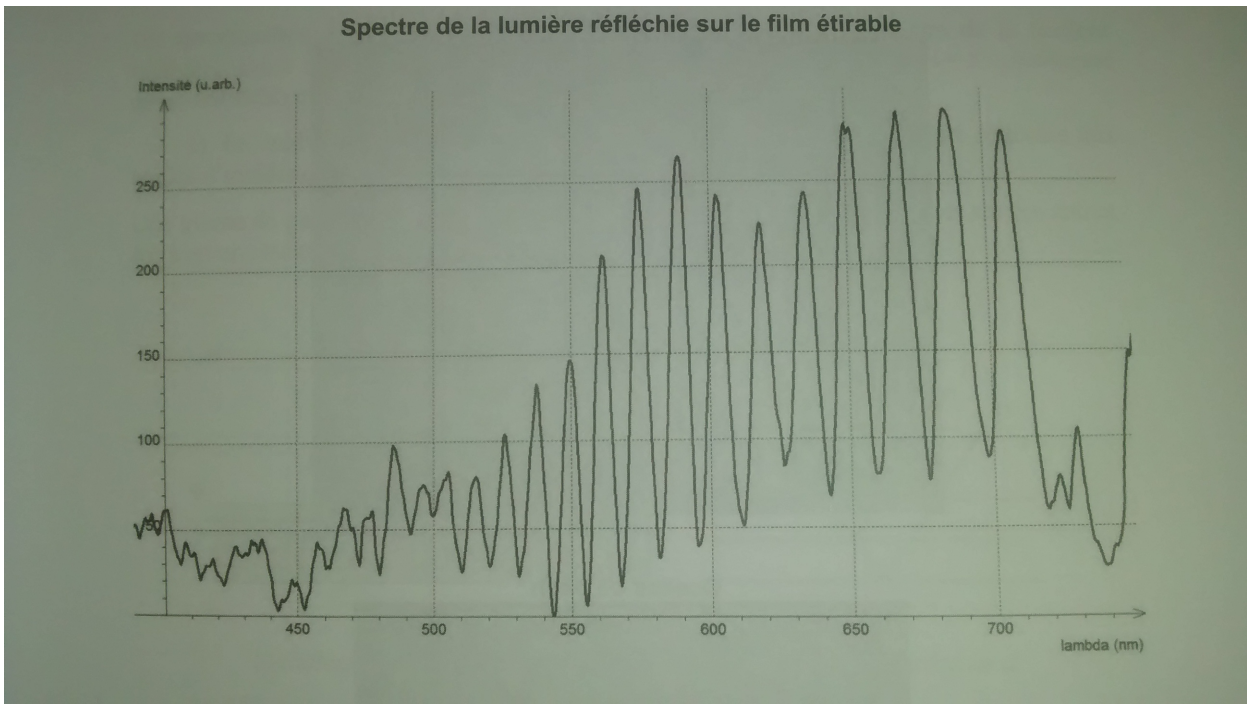
II.2 Michelson, mesure de l'épaisseur d'un film (Centrale 1 2021)

Le Michelson est réglé au contact optique et éclairé par un trou source au foyer objet d'une lentille convergente. On observe la sortie du Michelson sur un écran placé après une lentille.

1. Faire un schéma
2. La séparatrice et la compensatrice introduisent une différence de marche $\lambda/2$ entre les deux chemins. Qu'observe-t-on ?
3. On place un film plastique d'indice $n = 1,55$ devant l'un des miroirs. Qu'observe-t-on et pourquoi ?
4. Quelle est l'épaisseur du film ?

Graphe : Variations de l'intensité avec la longueur d'onde (on dénombre environ 13 minimas entre 500 et 600nm)

NDLR : cela devait ressembler à

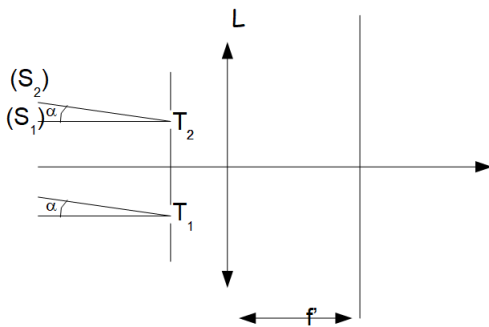


II.3 Détermination de g (Centrale 1 2021)

Adaptation du dispositif du miroir de Lloyd : ici le miroir est en chute libre, la source et le détecteur sont fixes, la source émet de façon isotrope une onde monochromatique de longueur d'onde λ

Un enregistrement de $I(t)$ permet de mesurer g : expliquer le principe.

II.4 Séparation de deux étoiles (Centrale 1 2019)



On observe deux étoiles proches (S_1) et (S_2) (angle $\alpha \ll 1$). On place un filtre sélectionnant la longueur d'onde $\lambda = 550 \text{ nm}$. La figure d'interférence créée par les deux trous de Young est observée dans le plan focal de la lentille \mathcal{L} . Le diamètre de la lentille est tel que $D = 60 \text{ mm}$.

1. Déterminer le contraste sur l'écran
2. Lesquelles de ces étoiles doubles peuvent être séparées : $\alpha_1 = 60''$, $\alpha_2 = 1,4''$ et $\alpha_3 = 0,6''$
3. On utilise un système afocal pour augmenter l'écart angulaire d'un facteur 100 : décrire ce système afocal.

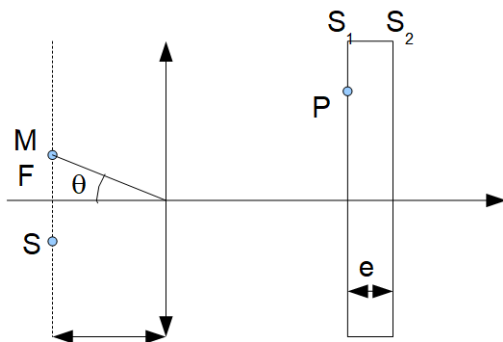
II.5 Biprisme de Fresnel (*Centrale 1 2019*)

On considère un biprisme de Fresnel : angle au sommet $A \ll 1$, indice n .

1. Montrer que pour une incidence $i \ll 1$ la déviation vaut $D = (n - 1)A$
2. On observe sur un écran, la source utilisée est de longueur d'onde $\lambda = 632\text{nm}$. On observe $m = 10$ franges, déduire de ces observations l'indice n du prisme. *Indication : tracer les rayons extrêmes*
3. On éclaire cette fois avec une source blanche, on observe $p = 15$ cannelures, en déduire n

NDLR : la géométrie devait sans doute être précisée : dimension des prismes, distance de la source, distance de l'écran

II.6 lame mince (*Centrale 1 2019*)



On considère le montage suivant : S est la source, placée dans le plan focal objet de la lentille. S_1S_2 est une lame d'air, P est une particule diffusante.

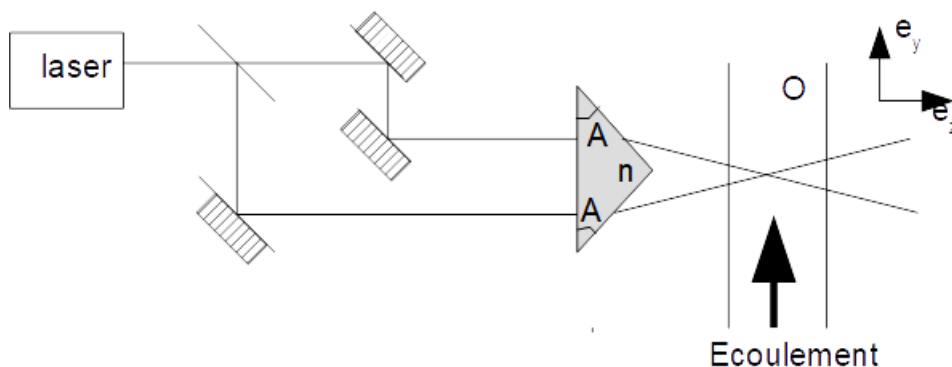
On considère les rayons suivants :

- R_1 ; arrive sur S_1 en P sous une incidence i , diffusé par P vers S_2 où il est réfléchi, transmis par S_1 arrive en M
- R_2 ; transmis par S_1 puis réfléchi par S_2 , diffusé par P arrive en M

1. Tracer les rayons R_1 et R_2
2. Etablir l'intensité de M où interfèrent les rayons R_1 et R_2
3. Ordre au centre des anneaux, position du centre des anneaux dans le plan focal.

II.7 Mesure optique de la vitesse d'un fluide (*Centrale 1 2023*)

On étudie un système optique servant à déterminer la vitesse d'écoulement d'un fluide.



1. Dans le prisme $n = 1,5$ et $A \sim 2^\circ$ déterminer l'angle de déviation. Le système est il afocal.
2. On se place en un point M proche de O . Exprimer l'onde en M .
3. On donne l'indice du fluide. Trouver la méthode permettant de déterminer la vitesse de l'écoulement. AN à faire.

II.8 Vitesse du vent solaire (*Centrale 1 2023*)

On se place dans le cas de vents solaires émis à une longueur d'onde λ_1 . La vitesse d'émission du jet est v et on recueille la longueur d'onde λ_2 sur Terre, décalée par Effet Doppler.

1. Donner, en la démontrant, la relation entre λ_1 et λ_2

On se place avec un Michelson en lame d'air, au contact optique. Il est éclairé par une lampe spectrale à λ_1 et par une lentille convergente qui recueille λ_2 dans le ciel. Deux lames séparatrices sont mises et ont des coefficients d'absorption de 0,5 en intensité. On obtient un premier brouillage du contraste en une épaisseur e donnée.

2. Déterminer V . Application numérique
3. Le problème s'intéresse-t-il à de la cohérence temporelle ?
4. Observe-t-on directement les interférences sur un écran ?

II.9 Expérience de Fresnel Arago (*Centrale 1 2023*)

Deux ondes incidentes se propagent dans des directions proches, l'une est polarisée selon \vec{u}_x l'autre sur \vec{u}_y .

1. Déterminer les champs $\vec{E}_1, \vec{B}_1, \vec{E}_2, \vec{B}_2$
2. Déterminer le vecteur de Poynting de l'onde résultante.
3. On avait des schémas avec un laser, un dispositif à division du front d'onde et des polariseurs. Dans certaines configurations des polariseurs on obtient des interférences, dans d'autre non. Expliquer.

II.10 Modes d'un laser (*Centrale 1 2024*)

La fiche de description d'un laser est partiellement effacée :

nbre de longueurs d'onde émises	$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$	$ \nu_1 - \nu_2 $
2	682nm	??

Pour déterminer l'information manquante un expérimentateur met en place un dispositif avec un Michelson en lame d'air, la source est au foyer objet d'une lentille convergente et le détecteur au foyer image d'une autre lentille convergente.

On note x la différence de position entre les 2 miroirs.

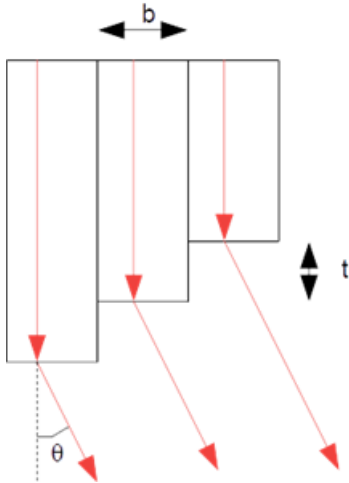
On suppose $|\lambda_1 - \lambda_2| \ll \lambda_1, \lambda_2$, et les émissions d'intensités identiques pour les deux longueurs d'onde.

1. Faire le schéma de la situation
2. Dans le cas d'une source monochromatique émettant à la longueur d'onde λ_0 , tracer la courbe $I(x)$ au niveau du détecteur

3. Dans le cas du laser à deux modes que devient $I(x)$?
4. Lorsque l'on chariote sur 24,6mm le motif interférentiel sur le détecteur décrit une période entière. En déduire l'information manquante.

II.11 Réseau de Michelson (*Centrale 1 2024*)

On considère le dispositif suivant, avec N lames de verres étalonnées et collées :



Eclairé en lumière monochromatique ($\lambda = 546\text{nm}$). La lumière est diffractée en sortie sous un angle θ .

1. On observe les interférences dans le plan focal image d'une lentille convergente. Qu'observe-t-on? *Questions pour guider : ODG de la diffraction, à quoi peut-on assimiler le dispositif, calculer la différence de marche, déterminer les ordres max et min*
2. On éclaire le dispositif avec une source possédant deux longueurs d'onde proches. Déterminer la valeur minimale $\Delta\lambda_{\min}$ décelable.

II.12 Epaisseur du cellophane (*Centrale 1 2024*)

Pour déterminer l'épaisseur d'un film de cellophane on propose deux méthodes :

1ère méthode Un carré du film de 40 cm de côté est placé entre deux carrés d'aluminium de mêmes dimensions. L'ensemble constitue un condensateur dont les carrés d'aluminium forment les armatures.

On place en série une résistance $R = 0,8k\Omega$ et un générateur qui délivre une tension crête à crête. On mesure la tension $u(t)$ aux bornes du dipôle.

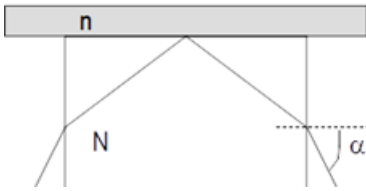
on constate une croissance exponentielle avec un temps caractéristique de l'ordre de 0,3ms

On considère que les lois de Maxwell restent valables en remplaçant ϵ_o par $\epsilon_o\epsilon_r$

Déterminer l'épaisseur e du cellophane.

2ème méthode On dispose d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. Sur l'une des voies on place le film de cellophane. On place un spectromètre en sortie de l'interféromètre et on observe 17 (ou 7?) $\pm 0,5$ cannelures entre 400 nm et 750 nm.

Par ailleurs on place le film de cellophane sur un cube de verre d'indice $N = 1,626$ et on constate qu'il y a une réflexion totale sur le cellophane pour un angle $\alpha_{\lim} = 36^\circ$



Déterminer l'épaisseur e du cellophane.

II.13 Young (*Centrale 1 2024*)

Dispositif de fentes de Young afin de mesurer la distance angulaire entre deux étoiles.

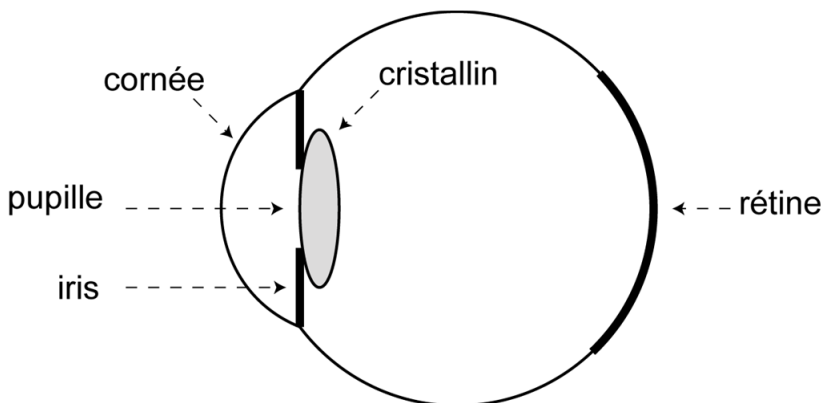
Exprimer le contraste et application numérique pour savoir si on peut distinguer des couples d'étoiles.

III Centrale 2

III.1 Modèle de l'œil (*Centrale 2 2022*)

[un retour de 2019 donne des valeurs qui se recourent] Sujet présenté comme une « activité documentaire ». On donne un schéma simplifié de l'œil avec le cristallin, la rétine.

Un exemple possible :



Valeurs numériques : diamètre de l'œil $d_o = 2,5$ cm et diamètre de la pupille $d_p = 5$ mm

1. Définir la résolution angulaire de l'œil. Décrire une expérience simple pour la mesurer et donner un ordre de grandeur.
(question supplémentaire : mettre en œuvre l'expérience avec ce qui est disponible dans la salle)
2. Estimer la distance focale du cristallin « au repos ».
3. Estimer la taille d'un récepteur de l'œil.
4. Ordre de grandeur de la taille d'une flamme de bougie ? Taille de l'image de la flamme ?
5. Distance minimale telle que l'image se fasse uniquement sur un cône (récepteur) ?
6. Nombre de récepteurs ?
7. Puissance d'une ampoule ? Justifier que la puissance rayonnée par une bougie est de l'ordre de 0,1 W (utiliser la loi de Stefan ?)
8. Puissance incidente sur l'œil si la source est à une distance D ?

9. L'œil perçoit 20 images par seconde et il doit y avoir 10 photons incidents. Quelle est la puissance minimale détectable par l'œil ?
10. Distance maximale à laquelle on perçoit la bougie ? Discuter le modèle.

III.2 Etude d'une bille en verre (*Centrale 2 2022*)

Un formulaire complet était associé au sujet : formule géométrique, dérivés usuelles, valeurs numérique etc. . .

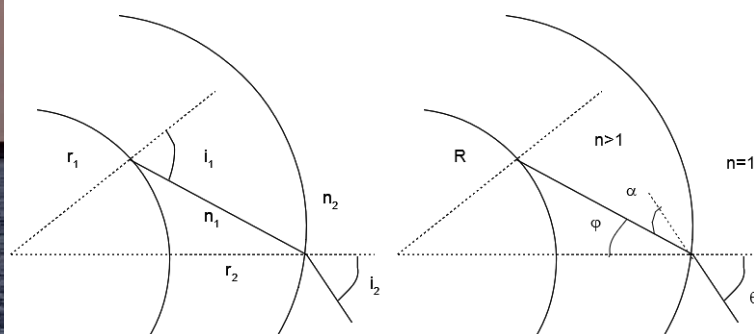
La première partie du sujet était un document décrivant le principe de fonctionnement des catadioptrés. Une vidéo était proposée sur un ordinateur : on y voyait l'évolution de l'angle de déviation d'un rayon incident en fonction de l'angle d'incidence.



1. Calculer l'angle de déviation d'un rayon incident sur une bille de verre. Montrer qu'il existe un angle pour lequel la déviation est minimale. Le calculer.
2. Tracer l'évolution de l'angle de déviation D en fonction de l'angle d'incidence i puis en fonction de l'indice n_{verre} .
3. Que se passe-t-il si l'on éclaire une bande réfléchissante formée de billes comme celles étudiées précédemment avec un laser. Proposer un montage expérimental pour mettre ce phénomène en valeur.
4. Expliquer le phénomène du double arc-en-ciel
5. Comment l'utilisation d'une bille de verre sphérique permet de faciliter la prise d'image d'un microscope ? Une image était fournie afin d'illustrer le principe de fonctionnement : on y voyait l'image par un microscope de résidu de sang sur lequel on avait posé une bille de verre.

III.3 Rayon vert (*Centrale 2 2021*)

Le but de l'exercice est d'expliquer le phénomène optique du rayon vert : sous certaines conditions on peut observer un point vert visible pendant un court moment, juste après le coucher du soleil ou juste avant.



1. Rappeler les 2 lois de Descartes pour la réfraction. Dans le cas d'un passage air ($n_1 = 1$)/verre ($n_2 = 1,5$) exprimer l'angle limite de réfraction
2. On modélise l'atmosphère comme une succession de couches de rayon r_i d'indice n_i . En considérant 2 couches successives montrer que la quantité $nr \sin i$ se conserve.
3. L'angle de déviation est $D = \theta - \varphi$, exprimer D en fonction de h , α , R et n .
4. $n \approx 1$ exprimer $\arcsin(\frac{nR}{R+h} \sin \alpha)$ en fonction de $\arcsin(\frac{R}{R+h} \sin \alpha)$. En déduire $D \approx \frac{(n-1) \sin \alpha}{\sqrt{\frac{2h}{R} + \cos^2 \alpha}}$
5. On devait ensuite utiliser un programme Python pour calculer l'angle de déviation pour différentes valeurs de α et commenter.
6. En réalité l'indice de l'air n'est pas constant et vérifie la loi de Gladstone $\frac{n-1}{\rho} = \text{cste}$. Exprimer n en fonction de n_o et ρ_o
7. On donnait un graphique représentant l'évolution de la température dans l'atmosphère en fonction de l'altitude. T est une fonction affine pour $z < h = 10\text{km}$. On considère que l'air est un gaz parfait. Exprimer ρ , $P(z)$ puis $\rho(z)$ en fonction de P_o, T_o pour $z < h = 10\text{km}$
8. Plein d'autres questions, la dernière permettant de conclure.

III.4 Appareil photo (*Centrale 2 2019 et 2021*)

On donne une photo de la Tour Eiffel ($h = 324\text{m}$). La tour occupe environ $\frac{1}{5}^{\text{eme}}$ de la photo, la photo est prise à une distance $D = 3,8 \cdot 10^3\text{m}$ avec un appareil de $N = 1,2 \cdot 10^7$ capteurs carrés de côté δ compris dans un rectangle de dimension $24\text{mm} \times 36\text{mm}$. On ne donne pas la focale de l'appareil.

1. Déterminer la distance D' entre les capteurs et la lentille. En pratique $f' \leq 300\text{mm}$, montrer que $D' \approx f'$ est une approximation raisonnable.
2. Déterminer la taille h' de la tour sur l'écran
3. Déterminer δ
4. Quelle est la taille ρ du plus petit détail visible sur la Tour Eiffel ?
On prend $f' = 70\text{mm}$: peut-on reconnaître une personne ?
5. Définir le pouvoir de résolution. Combien vaut-il pour œil ? Proposer une expérience pour le déterminer. La réaliser.
6. On réalise une photocopie supposée parfaite en dimension $10 \times 15 \text{ cm}^2$, que l'on observe à une distance $d = 25\text{cm}$. Quelle est la taille ρ' du plus petit détail visible sur la photocopie ? Peut-on distinguer les pixels ?
7. En déduire ρ'' le plus petit détail de la Tour Eiffel observable.
8. Questions sur le nombre d'ouverture ($N = \frac{f'}{\text{diamètre de l'objectif}}$), profondeur de champ.
9. L'appareil est réglé de sorte que les rayons venant de l'infini sont sur le capteur. Quelle est l'image d'un point A à distance finie situé sur l'axe optique. Peut-on quand même avoir une image nette ?
10. Que se passe-t-il si on augmente le diamètre de l'objectif ?

III.5 Microscopie de fluorescence (*Centrale 2 2021*)

Document présentant deux molécules différentes, l'une appelée donneur, avec des niveaux d'énergie notés 0 et 3, l'autre appelée accepteur, avec des niveaux d'énergie notés 0 et 3.

1. Laquelle des deux longueurs d'onde d'émission est la plus grande. Proposer une méthode pour les séparer.
2. On donne les coefficients d'Einstein d'émission spontanée A_{30} , le coefficient d'émission non radiative k_{nr} , le coefficient de pompage C . Donner l'équation différentielle vérifiée par N_3
3. On pompe les N_d molécules dans l'état 3 à l'instant initial, puis on arrête le pompage. Identifier τ_3 le temps de vie des molécules dans l'état 3
4. On définit le rendement quantique η comme le nombre de photon émis sur le nombre de photons absorbés. Donner son expression. Commenter
5. On donne le rendement quantique $\eta = 0,74$ et un graphe donnant le débit de photon en fonction du temps : déterminer τ_3 , puis A_{30} et k_{nr}
6. À proximité d'une molécule accepteuse une molécule donneuse se désexcite en excitant sa voisine avec une probabilité $dP = k_{tr}N_3(t)dt$ où $k_{tr} \propto (\frac{r_0}{r})^6$. Equations différentielles vérifiées par N_3 et N_2
7. On fait la même expérience qu'avant mais en tenant compte du couplage : programme Python à remplir (méthode d'Euler)
8. autres questions non rapportées

III.6 Vision des abeilles, polarisation (*Centrale 2 2023*)

Blabla sur les abeilles.

On considère un demi-espace $z < 0$ dont les propriétés électromagnétiques sont celles du vide, et un demi-espace $z > 0$ dont les propriétés dépendent de la polarisation. Une OPPH de longueur d'onde $\lambda_0 = 500\text{nm}$ dans le vide se propage dans la direction z .

On donne

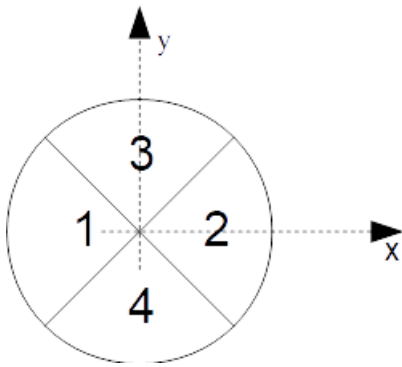
- Pour une onde polarisée selon (Oy) $n_y = n = 1,33$
- Pour une onde polarisée selon (Ox) $\underline{n_x} = n' + jn''$ avec $n' = n$

1. Rappeler l'équation du champ \vec{E} dans un milieu transparent. Exprimer l'intensité pour une onde polarisée selon (Oy)
2. Mêmes questions pour une onde polarisée selon (Ox) , exprimer l'intensité en fonction de z . Faire apparaître une longueur caractéristique de l'atténuation notée δ .

Pour une longueur $l = 80\text{m}$ (??) il y a 26 % qui est absorbé.

1. En déduire δ et n'' .
2. On imagine que le milieu s'étend sur une longueur $L = 3\delta$, proposer un protocole pour déterminer le sens de l'axe (Ox) . Comment évolue l'intensité si on change la polarisation ?
3. Comment évolue une polarisation circulaire ?

Les abeilles ont 5 «yeux» dont 3 ocelles situées au dessus de leur tête, sensibles à la polarisation, qui leur permettent de s'orienter. On modélise cela en considérant que l'intensité dépend de la direction de polarisation de l'onde en partageant en 4 secteurs



$$I \propto I_1 + I_2 - I_3 - I_4$$

1. Comment se comportent ces ocelles si on envoie de la lumière polarisée selon (Ox) ? selon (Oy)

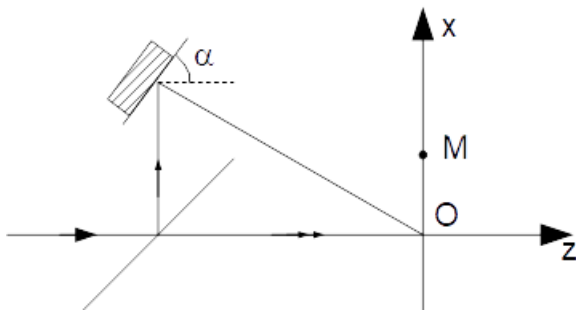
III.7 Michelson en lame d'air (Centrale 2 2023)

Enormément de documents à lire, 2 pages de sujet et un programme Python : impossible de tout s'appropriier en 30 min

Essentiellement il s'agit d'étudier l'enregistrement lorsque un des miroirs se déplace ($\Delta x = 2,5\mu\text{m}$ en $\Delta t = 1$)

1. D'abord avec un laser He-Ne, monochromatique. Expression de $I(t)$ puis détermination de λ_0 à partir de courbes et du programme Python
2. puis avec une diode laser multimode, il fallait trouver une méthode pour déterminer $\Delta\lambda$ entre 2 modes consécutifs.

III.8 Etude de molécules fluorescentes (Centrale 2 2023)



Le procédé consiste à compter le nombre de molécules fluorescentes dans un échantillon.

On envoie un faisceau lumineux de longueur d'onde $\lambda = 0,6\text{nm}$ sur une lame semi-réfléchissante.

On donne :

- $2\alpha = \frac{\pi}{2} - \epsilon$ avec $\epsilon \ll 1$
- en O les deux rayons ont la même phase
- L'amplitude en O du rayon non dévié est A_0 , celle du rayon dévié A_2

1. Montrer que l'intensité lumineuse en $M(x)$ a pour expression $I(M) = C_1 + C_2 \cos(Kx)$. Préciser les expressions de C_1 , C_2 , K en fonction de A_0 , A_1 , et ϵ
2. Exprimer le contraste en fonction de $r = \frac{A_1}{A_2}$. Pour quelle valeur de r le contraste est-il maximum ?

3. Blabla pour expliquer l'utilité du dispositif, qui permet de déterminer $n(x, t)$ le nombre de molécules de fluorescences par unité de volume. Les molécules sont semi réfléchissantes et sont éclairées par le dispositif. Elles ont un coefficient de diffusion D , on admet que $n(M) = kI(M)$. Quelle est l'équation vérifiée par n ? Donner $n(x, t = 0)$
4. On admet que $n(x, t)$ peut s'écrire $n(x, t) = n_o + f(x)g(t)$ où $g(0) = 1$ Quelle est l'expression de n_o et f ? En déduire celle de g .
5. On admet que chaque molécule émet une intensité constante. Proposer un protocole pour déterminer $n(M)$ puis D

Il y avait un programme Python que je n'ai pas eu le temps d'aborder

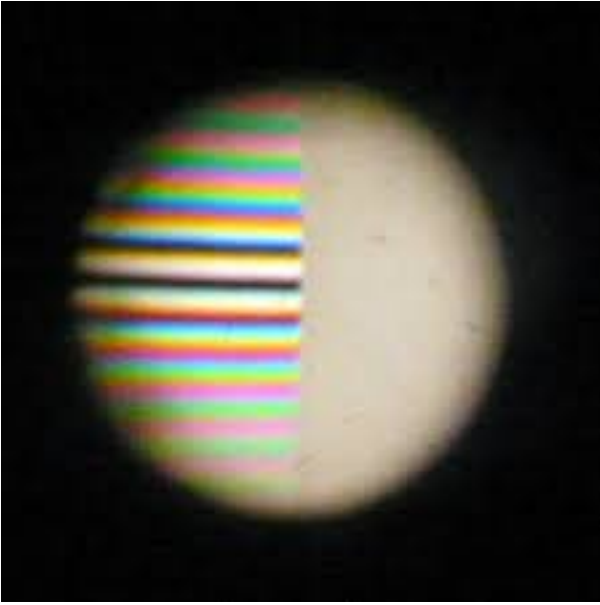
III.9 Lunette 3D (Centrale 2 2024)

Document sur les lunettes 3D pour le cinéma : 2 types de lunettes existent, reposant soit sur la polarisation rectiligne soit sur la polarisation circulaire.

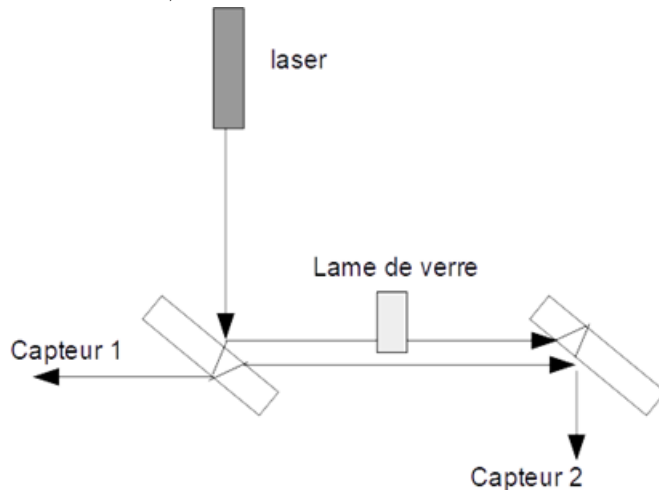
1. On étudie une onde électromagnétique polarisée selon x qui se propage selon z . Quelle équation vérifie-t-elle? Expression du champ \vec{E} .
2. On considère maintenant que l'onde se propage dans un milieu d'indice n . Quelle équation vérifie-t-elle? Expression du champ \vec{E} .
3. On donne $\vec{E} = E_o \exp(i(\omega t + kz))(\vec{u}_x + i\vec{u}_y)$. Quelle est sa polarisation?
4. On considère une lame biréfringente d'épaisseur e avec $n_l = n_r + \delta n$ où $\delta n > 0$ et $\delta n \ll n_r$. Une onde polarisée rectilignement se propage selon Oz et arrive normalement à la lame, l'axe lent est sur Ox et l'axe rapide sur Oy , la lame est comprise entre $0 < z < e$. Donner l'expression de \vec{E} pour $0 < z < e$ puis $z > e$.
5. Quel dispositif permet d'obtenir une polarisation circulaire. Lien entre e et λ ?
6. On donne une figure avec deux porteurs de lunettes, pour l'un il s'agit de lunette utilisant la polarisation rectiligne, l'autre la polarisation circulaire. Ils sont devant un miroir. Lorsque le premier expérimentateur ferme son œil gauche, le verre gauche devient sombre dans le miroir, il voit donc son œil ouvert, pour le second c'est le verre droit, il voit donc son œil fermé.
Identifier le type de lunette utilisée par les deux expérimentateurs.
7. Question non traitée avec du Python : il faut exécuter un script qui donnait les figures et les exploiter. Le plus dur était de comprendre le contexte, pas le Python.

III.10 Michelson (Centrale 2 2024)

On donne la figure



1. Pour obtenir cette figure on a introduit une lame de verre (indice $n = 1,52 \pm 0,01$, épaisseur e) sur une partie du faisceau. Expliquer la figure, préciser dans quelle configuration est le Michelson.
2. Dans quel sens faut-il chariotter pour inverser la figure (franges à droite, blanc d'ordre supérieur à gauche)
3. On donne le déplacement du miroir, en déduire e
4. L'indice dépend de la température. Pourquoi ce montage ne permet pas de mesurer $\frac{dn}{dT}$ et λ
5. On modifie le dispositif expérimental. On réalise le montage suivant avec un laser de longueur d'onde $\lambda_o = 532\text{nm}$, deux lames semi-réfléchissantes, la lame de verre qui peut être chauffée, et deux détecteurs.

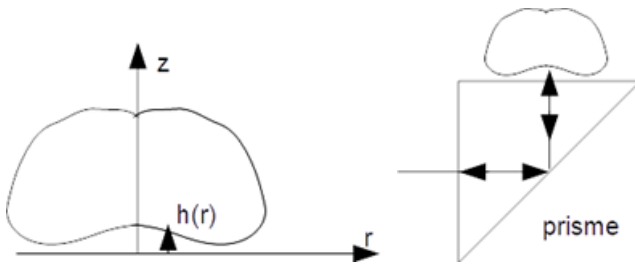


On suppose que sur l'intervalle de température $\frac{dn}{dT} = \text{cste}$

Donner pour les deux capteurs l'expression des intensités $I_i(T)$, calculer et commenter le contraste.

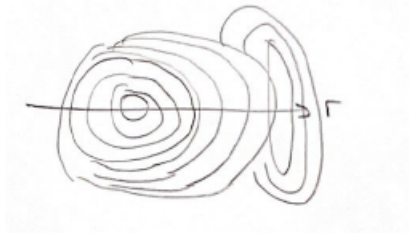
III.11 Caléfaction (Centrale 2 2024)

On s'intéresse à la caléfaction d'une goutte d'eau, en particulier à l'épaisseur $h(r)$ de la couche de vapeur située sous la goutte.



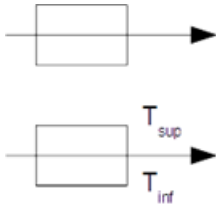
Le prisme est éclairé avec un laser de longueur d'onde $\lambda = 633\text{nm}$. On rappelle le coefficient de réflexion en amplitude entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 : $r_{1 \rightarrow 2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$

1. Effectuer un parallèle avec un interféromètre de Michelson. Quelle est la différence de marche. Qu'observe-t-on si $h = \text{cste}$?
2. On observe une figure d'interférence



En déduire les variations de $h(r)$, tracer l'allure de la courbe $h(r)$

3. Expliquer quantitativement pourquoi on ne considère que les 2 premiers rayons.
4. On considère un interféromètre de Mach Zehnder. Un faisceau lumineux est séparé en 2 faisceaux qui traversent deux compartiments. Qu'observe-t-on si les 2 compartiments sont à la même température ? S'il l'un des deux est chauffé ?



5. autres questions non traitées

IV X-ESPCI

IV.1 Fentes de Young, avec ressort (X-ESPCI 2021)

On étudie un système de fentes de Young, distantes de a , situées à la distance D d'un écran. Les 2 fentes sont éclairées par une fente source, situées à une distance d et dont la position dans le plan est repérée par $X(t)$. Elle est accrochée à un ressort de constante de raideur κ et éclairée par un faisceau lumineux venant de l'infini, de vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_x$.

1. Par quelle fente passe le photon ?
2. Peut-on avoir des interférences ?

IV.2 Vélométrie laser (X-ESPCI 2020)

2 lasers de vecteurs d'ondes \vec{k}_1 et \vec{k}_2 se superposent dans une région de l'espace, une particule s'approche à une vitesse v , proposer un protocole expérimental pour trouver v .

V ENS

VI Autres

VI.1 Réseau (*St Cyr 2022*)

On considère un réseau à 300 traits/mm. On étudie un rayon incident ayant un angle d'incidence θ et on considère son rayon réfracté dont l'angle de réfraction est θ' . De plus, on note $D = \theta' - \theta$ l'angle de déviation. On remarque l'existence d'un minimum de déviation D_m .

1. Etablir l'expression suivante sans passer par la formule des réseaux (*donc établir la formule !*) :

$$\sin \theta' = \sin \theta + \frac{\lambda}{a}$$

où a est le pas du réseau

2. Pour une longueur d'onde fixée, exprimer l'angle de déviation minimale D_m en fonction des données.
3. Un élève mesure à l'aide d'un goniomètre, un angle de déviation minimale $D_m = 10^\circ 19'$ pour la longueur d'onde de la raie verte du mercure. Que pensez vous des données indiquées par le constructeur ?
4. On souhaite réaliser l'image du doublet jaune du sodium au foyer image d'un capteur CCD. A partir des données, sera-t-il possible de distinguer le doublet du Sodium sur l'image ?

Données :

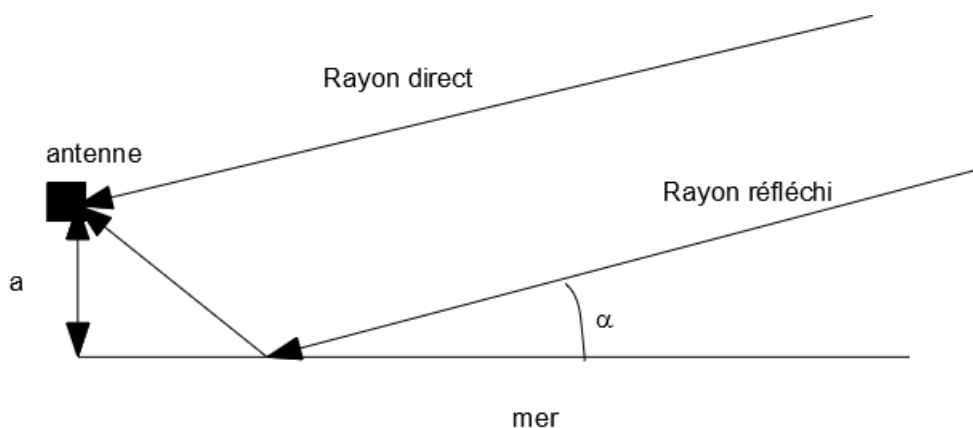
- longueur d'onde de la raie verte du mercure : $\lambda_v = 546,2 \text{ nm}$
- longueurs d'ondes du doublet du sodium : $\lambda_1 = 589,6 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,0 \text{ nm}$
- focale du capteur CCD : $f' = 0,6 \text{ cm}$
- dimension d'un capteur CCD (carré) : $S = 7,5 \mu\text{m}^2$

VI.2 Ex 1 : Observation d'une étoile (*CCINP 2021*)

On observe une onde électromagnétique créée par une étoile à l'infini. L'antenne réceptrice reçoit une partie de l'onde directement et l'autre partie est réfléchiée par la mer, qu'on supposera parfaitement plane.

Il faut 8 min pour que la lumière émise par l'étoile arrive à l'antenne.

La réflexion sur la mer entraîne un déphasage de π .

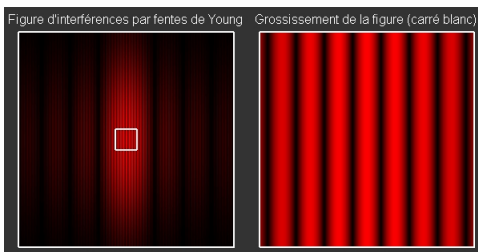


1. De quelle étoile s'agit-il?
On suppose l'onde plane : que cela signifie-t-il?
2. On suppose l'onde monochromatique de longueur d'onde λ_o . Déterminer la différence de marche en fonction de α et a .
En déduire le déphasage $\Delta\varphi$ et l'intensité résultante sur l'antenne en fonction de I_o à définir
3. L'onde n'est pas tout à fait monochromatique, on considère un spectre rectangulaire avec $\sigma \in [\sigma_o - \frac{\Delta\sigma}{2}, \sigma_o + \frac{\Delta\sigma}{2}]$. En déduire I qu'on mettra sous la forme $I = A(1 + \text{sinc}(u)\cos(v))$ où on déterminera A , u et v . Interpréter.

VI.3 Ex 2 : Fentes de Young (CCINP 2021)

On éclaire un dispositif de fentes de Young de longueurs $b = 40\mu\text{m}$, les centres des fentes sont distants de a .

On obtient après passage par une lentille sur un écran situé à la distance $D = f' = 1\text{m}$ la figure suivante :



On supposera que l'échelle est telle que $i \sim 4\text{mm}$

1. Dans quel sens sont les fentes?
2. Dans quel sens est la fente source? Quelle est sa longueur?
3. Donner un encadrement de a

VI.4 Michelson (CCP 2019)

Michelson en lame d'air éclairé par une lampe Hg avec un filtre interférentiel. On dispose d'une image avec la figure d'interférence, avec une règle posée sur la figure pour déterminer le rayon des anneaux, puis une image de l'intensité des raies lumineuses en fonction de la longueur d'onde (NDLR ?).

Déterminer l'épaisseur de la lame d'air

Retours d'oraux par thème : électromagnétisme. 2019-2024

I Mines

I.1 Induction (*Mines 2022*)

Un cadre carré de côté a , axes x et y se déplace à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ dans un espace où règne un champ magnétique $\vec{B} = B_0(1 + kx)\vec{u}_z$.

A l'instant initial on lui communique une vitesse v_0 , il fait demi tour à un instant τ .

Déterminer l'inductance du cadre.

I.2 Electrostatique (*Mines 2022*)

avec préparation

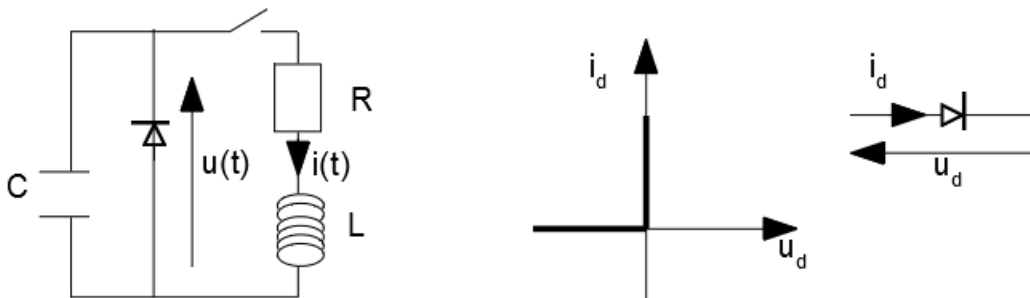
On considère une couche infinie comprise entre les plans $z = -a$ et $z = a$, de charge volumique $\rho > 0$, et des charges ponctuelles.

1. Déterminer le champ \vec{E} à l'intérieur et à l'extérieur de la couche.
2. En déduire le potentiel V partout
3. Quelle est l'énergie d'une charge q dans ce potentiel ?
4. En appliquant la conservation de l'énergie mécanique déterminer la trajectoire des particules en fonction de leur charge et de leur vitesse initiale.

I.3 Electronique (*Mines 2022*)

après une question de cours

On étudie le circuit suivant, où considère que la diode est idéale.



On prendra $C = 1,1\mu\text{F}$, $R = 1\Omega$, $L = 1\text{mH}$.

1. A $t = 0$ on ferme l'interrupteur, le condensateur étant chargé. Evolution du système ?
2. Tracer $i(t)$ et $u(t)$

I.4 Electrocinétique (*Mines 2022*)

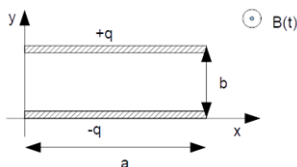
Après question de cours sur l'équation de conservation de la charge.

1. En régime permanent, exploiter le caractère conservatif du vecteur \vec{j} , à relier aux lois usuelles de l'électrocinétique.
2. Expression de ρ si \vec{j} vérifie la loi d'Ohm, temps caractéristique τ , ODG
3. On relie un générateur à un conducteur. On ajoute des électrons au conducteur. Que se passe-t-il ?

I.5 Condensateur cylindrique (*Mines 2022*)

On dispose d'un cylindre de rayon R de hauteur H rempli d'huile jusqu'à une hauteur h . On y plonge deux cylindres creux coaxiaux, conducteurs, de rayons r_1 et r_2 , de hauteur H . On note $a = r_2 - r_1$. On donne la permittivité diélectrique de l'huile $\epsilon_r \approx 4$, celle de l'air est considérée égale à 1.

On branche entre les armatures un circuit :



1. Calculer la capacité C_{AB} du dipôle AB. Donner l'intervalle auquel elle appartient.
2. On suppose que $e(t)$ est une fonction créneau, donner $u(t)$
3. autres questions, non traitées.

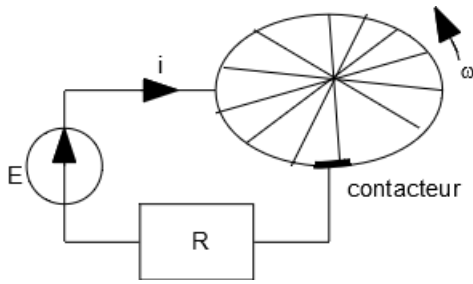
I.6 Eclair (*Mines 2021*)

Ln modélise le sol par le demi-espace $z < 0$ de conductivité γ . L'éclair est modélisé par un fil parcouru par un courant d'intensité i .

1. schéma, tracer quelques lignes de champ
2. déterminer \vec{j}
3. déterminer \vec{E}
4. déterminer \vec{B}
5. beaucoup d'autres questions non traitées

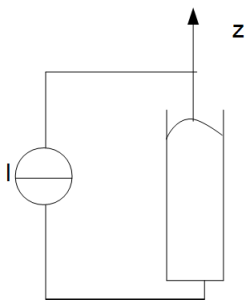
I.7 Moteur à courant continu (*Mines 2021*)

Un moteur à courant continu à entrefer plan est constitué d'une roue de rayon a et de moment d'inertie J (=rotor). Les rayons de la roue assurent la conduction du courant entre le centre de la roue et la périphérie. Un contacteur en périphérie de la roue assure qu'un seul rayon à la fois participe à la conduction électrique. Le circuit est alimenté par le générateur de fem E et possède une résistance totale R . L'ensemble baigne dans l'entrefer d'un aimant où règne un champ magnétique $\vec{B} = -B\vec{u}_z$. On note ω la vitesse angulaire de la roue autour de l'axe Oz . Le rotor fournit un couple Γ à un dispositif extérieur.



I.8 Tube à essai (*Mines 2019*)

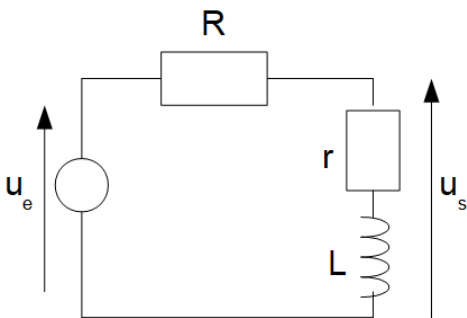
On remplit un tube à essai d'eau salée. Une électrode fixe est située en bas du tube. Une électrode conductrice et infiniment déformable est posée à la surface, et on impose un courant permanent et uniforme dans le tube à essai $\vec{J} = J\vec{e}_z$. On observe une déformation de la membrane.



1. Trouver l'équation de la surface.
2. On impose un faisceau laser élargi orienté verticalement vers le bas. Quel changement ?

I.9 Circuit $R - L$ (*Mines 2019*)

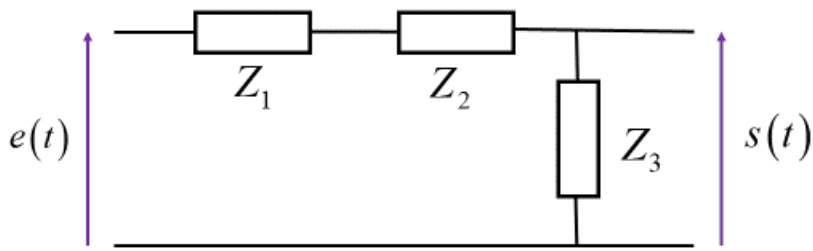
On considère le circuit suivant en régime sinusoïdal forcé.



1. Exprimer u_s en fonction des paramètres du circuit.
2. Commenter les courbes (G_{dB} et φ étaient données) et les comportements asymptotiques.
3. Donner la fonction de transfert et commenter, donner l'expression de la phase à haute et basse fréquence.

I.10 Quadripôle (*Mines 2019*)

On considère un quadripôle formé selon le schéma suivant :

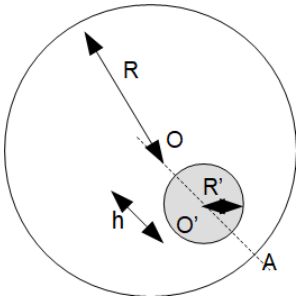


On applique un signal carré de fréquence $f = 2,0\text{kHz}$.

Trouver D_1 et D_2 , comportant à eux deux une résistance, une bobine et un condensateur pour que le signal de sortie soit une sinusoïde de fréquence $3f_1$. Proposer des valeurs numériques pour R , C et L permettant de respecter le cahier des charges ?

I.11 Cavité dans une sphère (*Mines 2019*)

On considère un astre sphérique de rayon R , masse volumique uniforme ρ sauf dans une cavité sphérique décentrée (rayon R' , distance des centres h) dans laquelle la masse volumique est $\rho' < \rho$.



1. Exprimer G_o le champ gravitationnel en surface en l'absence du défaut.
2. Exprimer $\delta G/G_o$ en A en présence du défaut.

I.12 Circuit RLC (*Mines 2019*)

On étudie la réponse d'un circuit RLC série à un échelon de tension.

1. Déterminer la tension aux bornes du condensateur, distinguer différents cas.
2. Faire un bilan énergétique.
3. Construire un diagramme de phase ($u_c(t), \dot{u}_c(t)$)

I.13 Solénoïde épais (*Mines 2019*)

On considère un solénoïde de longueur $L = 1\text{m}$ où sont enroulées $n = 400$ spires/m entre les cylindre de rayon R et $R + e$ (une seule couche mais on ne néglige pas l'épaisseur du fil). On donne R et le courant $i = 0,1\text{A}$.

1. diamètre d'une spire ? résistance du fil ?
2. Modélisation avec des courants volumiques $\vec{j} = j\vec{u}_\theta$. Calculer j
3. On donne $\vec{B} = \vec{0}$ en dehors du solénoïde. Calculer \vec{B} pour $r < R + e$.

I.14 Câble coaxial (*Mines 2019*)

On considère un câble coaxial constitué d'une âme (cylindre plein de rayon a , de conductivité γ) entouré par une gaine (cylindre creux d'épaisseur négligeable, rayon $2a$, conductivité $\gg \gamma$ (sic)). À une extrémité du câble on relie âme et gaine avec un fil sans résistance, à l'autre un générateur. On donne une courbe $I(t)$: exponentielle croissante, $\tau_{1/2} = 10,4\mu\text{s}$, I_M =intensité maximale.

1. Faire un schéma du dispositif puis un circuit électrique équivalent (avec deux éléments de type R, L et C) puis expliquer la courbe.
2. Calculer γ
3. Choisir a pour que $\tau_{1/2}$ soit extrémal.

I.15 Filtre électronique (*Mines 2019*)

Un pont diviseur de tension en régime sinusoïdal forcé : on met le générateur, une résistance R , une inductance L et une résistance r , on récupère la tension aux bornes de L, r

I.16 Oscillations d'un barreau (*Mines 2019*)

Un barreau aimanté dans les champs de pesanteur et magnétique terrestres (à 45° de la verticale pour \vec{B}), rotation libre parfaite en A distant du centre de gravité de d .

Longueur L , masse m , moment magnétique μ , angle α avec l'horizontale

1. Calculer B pour que le barreau soit à l'équilibre à l'horizontale? On reste dans ces conditions par la suite.
2. Dynamique du barreau
3. On place une spire résistive (inductance négligée) à la hauteur de A , a priori loin (je l'ai supposé). Intensité dans la spire?
4. Simulation numérique à commenter : il se passe plein de choses : même avec de petits angles les oscillations de i sont anharmoniques, 2 fois plus rapides que celles de α , et la relation entre les amplitudes n'est pas linéaire (l'amplitude de i augmente d'un facteur supérieur à 2 quand α_o double).

Remarques : La formule du champ dipolaire à longue distance semble devoir être connue. Discussion sur le ferromagnétisme, l'analogie avec une spire pour le calcul de champ, la température de Curie (perte de ferromagnétisme à hautes températures)

I.17 Solénoïde en régime variable (*Mines 2023*)

On considère un solénoïde de longueur l et de rayon $a = 10$ cm. Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est uniforme et vaut B_o selon (Oz) . L'intensité qui traverse le solénoïde est de la forme $i(t) = i_o \exp(-t/\tau)$, d'où l'expression du champ à l'intérieur du solénoïde $\vec{B} = B_o \exp(-t/\tau) \vec{u}_z$ où $\tau=1\text{ms}$. On se place dans l'ARQS.

1. Montrer que l'existence de ce champ magnétique variable est à l'origine d'un champ électrique. Donner l'expression de ce champ en coordonnées cylindriques.

- Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique. Quel est le terme dominant à l'intérieur du solénoïde ?
- Calculer le vecteur de Poynting. Que peut-on dire de l'énergie «libérée» par le solénoïde ?
- A l'aide d'un bilan d'énergie, donner l'expression de l'énergie dissipée entre l'instant initial et t .
- Un bilan exact d'énergie est-il possible ? Le champ à l'intérieur est-il réellement uniforme ?

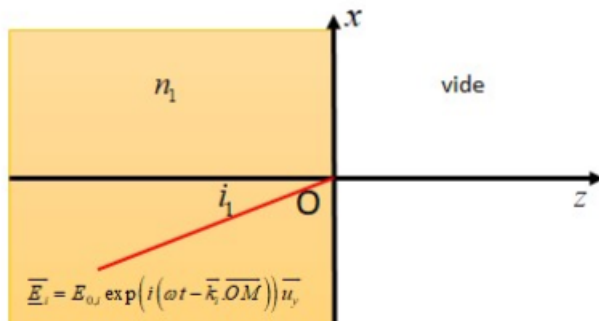
I.18 Modèle de Thomson (Mines 2023)

On considère un atome d'hydrogène dans le cadre du modèle de Thomson. L'électron évolue dans une boule uniformément chargée de rayon a .

- La position initiale de l'électron est $a\vec{e}_x$ et sa vitesse initiale $v_o\vec{e}_y$. Déterminer la trajectoire de l'électron.
- Quelle est plus généralement la trajectoire d'un électron dans cette distribution de charge ?

I.19 Réflexion totale (Mines 2023)

On considère un dioptre (Oxy) entre un milieu d'indice n_1 et le vide. Une onde électromagnétique atteint ce dioptre sous l'incidence i_1 . Le champ électromagnétique de l'onde incidente est de la forme : $\vec{E} = E_{o,i} \exp(i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}))\vec{u}_y$



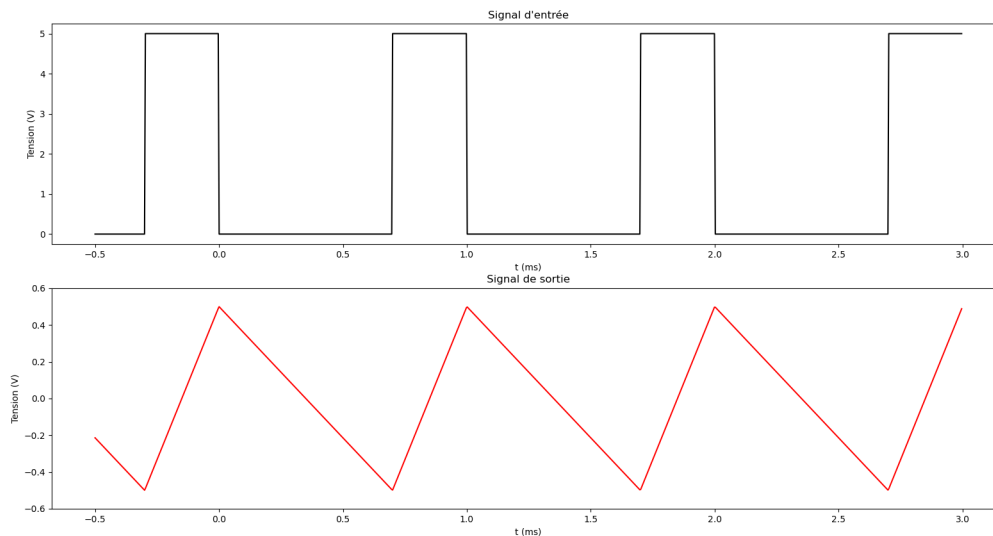
On admet que dans le vide le champ électrique est de la forme :

$$\vec{E} = E_o \exp(i(\omega t - \alpha x)) \exp(-\beta z)\vec{u}_y$$

- Quelle est la relation entre α , β , ω , c
- Donner l'expression de \vec{k}_i .
- Retrouver la condition de réflexion totale.
- On suppose que $\sin(i_1) > \frac{1}{n_1}$. Déterminer α
- Déterminer le vecteur d'onde de l'onde réfléchie.
- identifier une longueur caractéristique pour l'onde transmise. Commenter.
- commenter le cas où on a 3 couches $n_1/vide/n_1$
- analogie avec l'effet tunnel

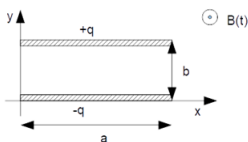
I.20 Filtres (Mines 2023)

Un quadripôle est constitué de deux filtres et d'un montage suiveur. On représente ci-dessous le signal d'entrée et le signal de sortie. Déterminer les filtres.



I.21 Mesure de la hauteur d'un liquide (Mines 2023)

On étudie une sonde qui permet de mesurer la hauteur d'un liquide. La sonde est composée de deux cylindres de même axe. Le cylindre de plus grand rayon est troué pour laisser passer le liquide, mais on considère que ces trous ne modifient pas les propriétés du cylindre. Pour le liquide, on remplacera ϵ_o par $\epsilon_o\epsilon_r$. Le plus grand cylindre est relié à la masse, alors que le plus petit est au potentiel .



1. Déterminer l'énergie électrique totale entre les deux cylindres formant le condensateur en fonction, notamment, de h , H et V_0 .
2. Montrer comment la mesure de la capacité du condensateur permet d'accéder à h .
3. Est-ce que la sonde permet de mesurer la hauteur de tous les liquides ? Quelles précautions prendre lorsque l'on change de liquide ?

I.22 Interaction électrostatique (Mines 2023)

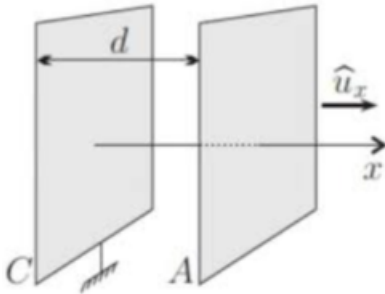
On considère une boule chargée uniformément de rayon R , charge Q et une charge ponctuelle q ($qQ < 0$) de masse m initialement située à la distance r_o du centre de la boule. On note \vec{v}_o sa vitesse initiale.

1. Déterminer \vec{v}_o pour que la trajectoire soit circulaire.
2. Déterminer une condition pour que la particule reste proche de la boule sans entrer en collision.

L'examineur m'a demandé de redémontrer tous les résultats du cours

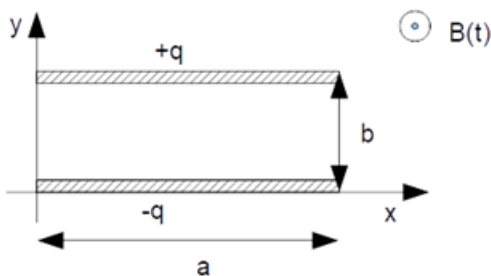
I.23 Diode à vide (Mines 2023)

On considère deux armatures métalliques planes, parallèles entre elles et de surfaces de même aire S . L'espace entre les deux armatures est vide. Le potentiel en $x = 0$ est nul. Celui en $x = d$ vaut U . Des électrons quittent C avec une vitesse négligeable. On se place en régime permanent. On note la densité volumique de charge entre C et A et i l'intensité entre les deux plaques.



1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $V(x)$
2. En déterminer une solution de la forme Ax^α
3. Tracer l'intensité i en fonction de U .
4. Calculer la puissance reçue par la diode.

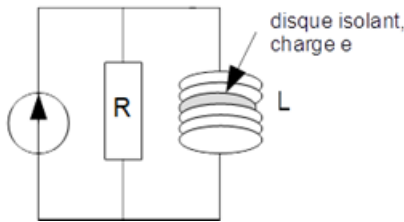
I.24 Induction (Mines 2024)



On dispose ce palet dans un champ magnétique \vec{B}_o puis on éteint progressivement le champ en un temps τ .

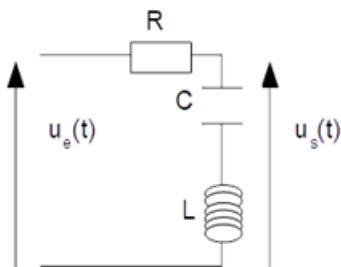
1. $a=3\text{cm}$, $b = 1\text{cm}$, $\tau=1\text{ms}$, justifier que l'on puisse se placer dans l'ARQS
2. L'extinction du champ induit une champ $\vec{E}_{ext} = E(y, t)\vec{u}_x$.
 - (a) La champ \vec{B} peut il initier le mouvement du palet ? Le champ \vec{E}_{ind} ?
 - (b) Etablir une relation entre \vec{B} et \vec{E}_{ind}
 - (c) Etablir la variation totale de quantité de mouvement en fonction de q, b et B_o
3. On donne $\frac{\partial p_{EM}}{\partial t} = \epsilon_o \vec{E} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{E} = \vec{E}_{ind} + \vec{E}_{cond}$: donner la variation totale de quantité de mouvement électromagnétique du palet.

I.25 Circuit RL (Mines 2024)



On débranche l'alimentation et on observe dans le disque isolant présent dans le bobine tourner. Expliquer ?

I.26 RLC aux bornes de LC (Mines 2024, avec préparation)

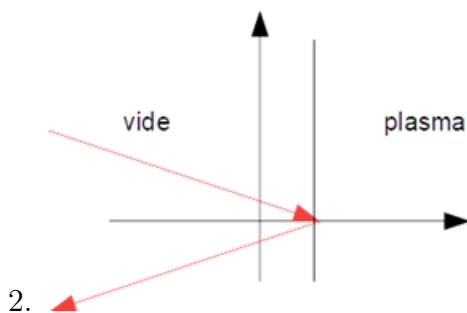


1. $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$ à mettre sous la forme $\underline{H} = \frac{1}{1 + jf(Q, x)}$ avec $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $x = \frac{\omega}{\omega_o}$ et $Q = \frac{L\omega_o}{R}$
2. Valeur de $|\underline{H}|_{max}$
3. Comportement asymptotique
4. $e(t) = U_1 \cos(\omega t) + u_2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$ déterminer $s(t)$
5. Déterminer ω tel que $H(x) = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$

I.27 Plasma (Mines 2024)

On considère un laser de longueur d'onde λ_o . Lorsqu'il frappe la surface d'un matériau il l'ionise et ce milieu devient alors un plasma sans collisions. On note n la densité électronique dans le plasma, qui est supposé localement neutre.

1. Justifier que n est proportionnel à $1/\lambda^2$



2. On considère que n suit la loi suivante :

$$n = \begin{cases} n = 0 & \text{si } x < 0 \\ n \propto x^2 & \text{si } 0 < x < \delta \\ n = n_o & \text{si } x > \delta \end{cases}$$

On rappelle la relation de dispersion : $k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$

Déduire de $k_y = \text{cste}$ l'allure des lignes de champ \vec{E} et déterminer l'abscisse de l'interface vide/plasma

I.28 Lévitacion magnétique (Mines 2024)

On considère deux bobines coaxiales (axe Oz),

- bobine (1) : nombre de spires/unité de longueur n , rayon des spires a , située en $z = 0$
- bobine (2) : N spires, rayon $b \ll a$, posée à une distance z de la bobine (1). On note L son inductance et R sa résistance.

On donne $\vec{B}_1 = \mu_o n i_1(t) (1 + \cos \alpha) \vec{u}_z$ avec $\tan \alpha = \frac{a}{z}$ et $i_1(t) = I_o \cos(\omega t)$

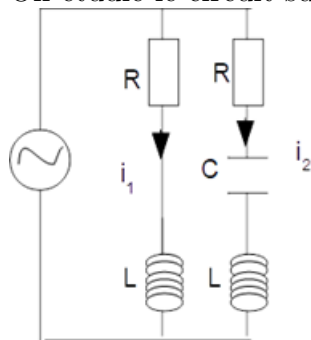
1. Montrer que la bobine (2) est parcourue par un courant $i_2(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$
2. non traité. Il s'agissait vraisemblablement d'étudier la lévitation de la bobine (2)

I.29 Cavité (Mines 2024)

On considère la Terre comme une boule uniforme de masse volumique ρ de rayon R_2 ayant une cavité sphérique vide de rayon $R_1 < R_2$ non concentrique. Déterminer le champ gravitationnel à l'intérieur de la cavité.

I.30 Circuit électronique (avec préparation, Mines 2024)

1. Condensateur chargé, isolé. Déterminer la distance moyenne entre deux électrons placés sur l'armature - du condensateur.
2. On étudie le circuit suivant



On donne $i_1(t) = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $i_2(t) = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

Déterminer R , L et C pour que $I_1 = I_2$ et $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$

3. Utiliser le circuit pour créer un champ magnétique \vec{B} tournant autour d'un axe (Oz)
4. Applications ?

II Centrale 1

II.1 Incidence de Brewster (*Centrale 1 2022*)

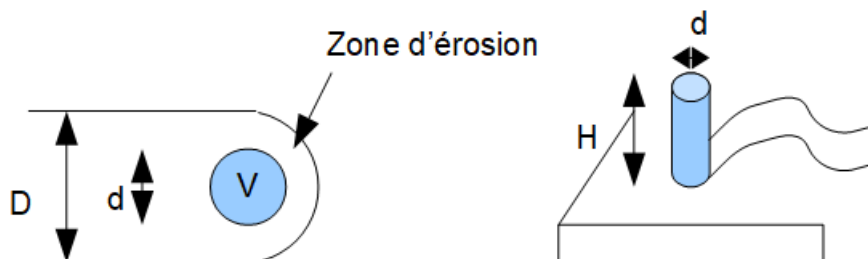
On donne les relations de passage sur le champ électromagnétique.

On s'intéresse à deux milieux diélectriques d'indices n_1 et n_2 . Les milieux (isolants) sont sans charge libre.

1. Représenter les champs dans les deux cas suivants :
 - (a) champ magnétique perpendiculaire au plan d'incidence ;
 - (b) champ magnétique parallèle au plan d'incidence.Montrer que dans l'un des deux cas il y a toujours une onde réfléchie.
2. On s'intéresse au cas où il n'y a pas toujours réflexion. On cherche à déterminer l'angle d'incidence pour lequel l'onde réfléchie s'annule.
 - (a) Exprimer les champs (électriques et magnétiques) des ondes incidente, réfléchie et transmise.
 - (b) En déduire le coefficient de réflexion en amplitude du champ électrique.
 - (c) En déduire une condition sur l'incidence pour que l'onde réfléchie s'annule (on utilisera la loi de Descartes de la réfraction).

II.2 Arc électrique (*Centrale 1 2022*)

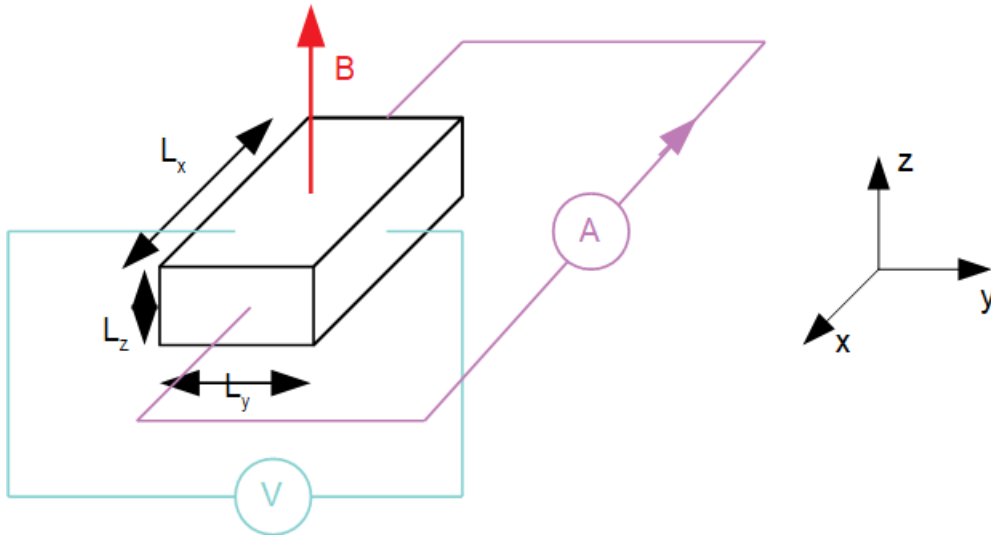
Un fil est porté à un potentiel V et on l'utilise pour découper une plaque reliée à la masse.



Le tout est dans une huile. Il suffit de remplacer ϵ_o par $\epsilon_o\epsilon_r$ avec $\epsilon_r = 2$

1. Déterminer le champ électrique dans la zone d'érosion.
2. Un arc électrique se forme pour un champ électrique supérieur à $E_{arc} = 100\text{kV.m}^{-1}$. Trouver le potentiel minimal à appliquer au fil pour atteindre la valeur précédente.
3. Quelle est l'énergie électrique totale minimale ?
4. Le fil perd de la masse comme la plaque qu'il découpe. Comment y remédier ?

II.3 Effet Hall (*Centrale 1 2022*)



1. Effet Hall classique

On considère des électrons de charge $-e$ et de densité volumique n_e . On constate l'apparition d'une différence de potentiel V_H entre les deux faces verticales.

Expliquer le phénomène et calculer $R_H = \frac{V_H}{I}$ en fonction de L_z, B, n_e et e . AN : $B = 4,0\text{T}$ et $L_z n_e = 1,4 \cdot 10^{12}\text{cm}^{-2}$

2. Effet Hall semi-quantique

On considère un électron dans $\vec{B} = B\vec{u}_z$. Déterminer les rayons R_n des trajectoires possibles et les énergies E_n correspondantes en admettant que le moment cinétique est quantifié et vaut $(2n + 1)\hbar$.

Question supplémentaire : on néglige l'énergie potentielle, pourquoi ?

II.4 Ligne haute tension (*Centrale 1 2022*)

On étudie le champ électromagnétique créé par une ligne à haute tension (on nous explique qu'on peut le mettre en évidence avec un tube à néon)

La ligne est parcourue par un courant d'intensité I sinusoïdale de fréquence f et d'intensité efficace $I_{eff} = 400\text{ A}$

1. Calculer le champ électrique et le champ magnétique créés par la ligne.

On place un circuit plat constitué de N spires à une distance $d = 40\text{ m}$ de la ligne. Ce circuit contient une ampoule qui s'allume si la tension u à ses bornes dépasse $u_s = 1,5\text{ V}$

2. Comment faut-il placer la bobine par rapport au fil ?

3. Quel est le nombre N de spires nécessaires pour que l'ampoule s'allume ?

II.5 Propagation d'ondes dans l'ionosphère (*Centrale 1 2022*)

L'ionosphère est assimilée à un plasma peu dense avec les hypothèses habituelles.

La densité volumique d'électrons est : $n(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } z < z_0 \\ \beta(z - z_0)^\gamma & \text{si } z_0 < z < z_1 \end{cases}$

puis $n(z)$ décroissante à une altitude plus élevée.

On émet une onde quasi-sinusoidale verticalement depuis la Terre. On observe une réflexion :

Fréquence f	Temps de réponse
$< f_o = 3\text{MHz}$	τ_o
$f_1 = 6\text{MHz}$	τ_1
$> f_1$	Pas de réflexion

Exprimer β, γ, z_o et z_1 (en fonction des fréquences et de τ_o et τ_1) Pour z_1 , on attend une expression intégrale.

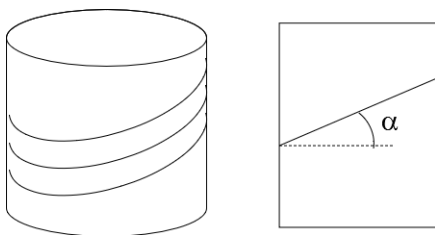
II.6 Modèle de Thomson de l'atome (*Centrale 1 2022*)

On modélise l'atome d'hydrogène par une boule de centre O et de rayon $a = 100\text{pm}$. Une charge e est répartie uniformément dans cette boule. L'atome possède un électron ponctuel, à l'intérieur ou à l'extérieur de cette boule

- Définir l'énergie d'ionisation. Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène selon ce modèle? (littérale et numérique)
- On suppose que l'électron est à l'intérieur de la boule et que le couple boule/électron forme un dipôle.
 - Quelle est la pulsation propre de l'électron? La longueur d'onde de la radiation correspondante?
 - On donne la puissance rayonnée $P = \frac{p^2 \omega_0^4}{12\pi \epsilon_0 c^2}$, déterminer l'énergie mécanique de l'électron en fonction du temps.
 - autre question, non rapportée
 - Question finale : l'électron est « lâché » dans la boule sans vitesse initiale, quel est son mouvement?

II.7 Solénoïde, enroulement vrillé (*Centrale 1 2021*)

On étudie un solénoïde de grande longueur L , d'axe Oz , de rayon intérieur R et d'épaisseur $e = 1\text{cm}$. Il est constitué d'un enroulement de fils de cuivre d'épaisseur $a = 1\text{mm}$. La machine utilisée pour enrouler le fil était défectueuse, l'enroulement est hélicoïdal avec un angle $\alpha \neq 0$



Le solénoïde est protégé par un matériau opaque qui empêche de mesurer α .

On dispose d'un générateur de courant $i(t) = I_M \cos(\omega t)$ où $I_M = 1\text{A}$, d'une règle et d'un solénoïde de forme carré de côté $a = 5\text{cm}$ sur lequel sont bobinées $N = 100$ spires, et de multimètres.

- Proposer une méthode de détermination de l'angle α . Proposer des valeurs numériques.
- Quel est l'intérêt du revêtement couvrant le solénoïde?

Indication : décomposer le courant \vec{j} en une composante selon \vec{u}_z et une selon \vec{u}_θ pour déterminer le champ, puis induction dans la deuxième bobine.

II.8 Courant dans un cylindre (*Centrale 1 2021*)

On considère un cylindre de rayon a d'axe Oz . Il contient des cations, de densité volumique n_o et des électrons, de densité volumique n . Les cations sont immobiles, les électrons ont une vitesse $\vec{v} = -v\vec{u}_z$

1. À partir de la définition de l'ampère, expliquer pourquoi le courant est non uniforme dans le cylindre
2. Déterminer $n(r)$ en fonction de $\beta = \frac{v}{c}$

Donnée : définition de l'ampère ???

II.9 Distance d'un pulsar (*Centrale 1 2021*)

On considère un pulsar qui émet deux ondes à des fréquences f_1 et f_2 , les ondes se propagent dans le milieu interstellaire assimilé à un plasma de fréquence $f_p \ll f_{1,2}$. On donne la densité spectrale du plasma interstellaire $n = 1.10^6 \text{m}^{-3}$.

Les deux ondes de fréquences respectives $f_1 = 80 \text{MHz}$ et $f_2 = 82 \text{MHz}$ parviennent sur Terre avec un décalage temporel $\tau = 3,75 \text{s}$.

Déterminer la distance du pulsar à la Terre.

II.10 Circuit RLC (*Centrale 1 2019*)

Un circuit RLC modélise un émetteur sonore avec $e(t) = E_o \cos(\omega t)$ tension en entrée. On récupère la tension aux bornes de R .

1. Déterminer le gain statique H_o , la pulsation propre ω_o , la pulsation de résonance ω_r et le facteur de qualité Q .
2. On donne un diagramme de Bode : déterminer les valeurs de L et C .
3. Comment, à partir d'un signal créneau de période $T = \frac{1}{f}$ peut on sélectionner une fréquence $3f$?

II.11 Courant dans un conducteur (*Centrale 1 2019*)

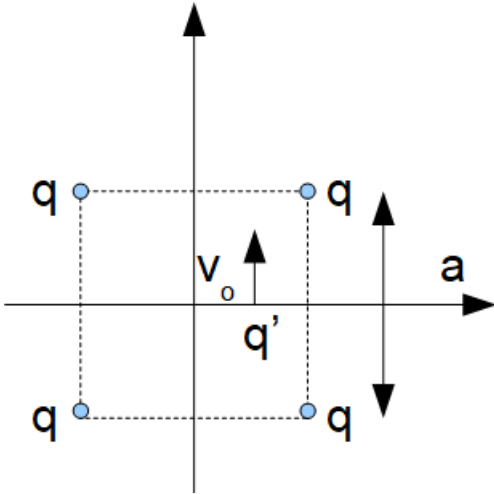
On considère un conducteur rectangulaire de largeur L selon Oz , d'épaisseur h selon Ox , $L \gg h$. Il est parcouru par un courant de fréquence $f = 100 \text{kHz}$.

On suppose $\vec{j} = j(x, t)\vec{e}_y$ et $j(x, t)$ fonction paire en x .

Déterminer $\frac{j(x = h/2)}{j(x = 0)}$

II.12 4 charges (*Centrale 1 2019*)

On considère 4 charges identiques q au sommet d'un carré de côté a centré en 0.

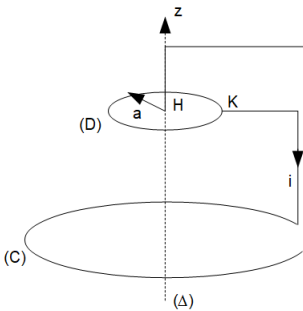


On donne la forme du potentiel :

$$V(x, y, z = 0) = k_o + k_1x + k_2y + k_3x^2 + k_4y^2 + k_5xy$$

1. Déterminer les constantes k_i
2. La charge q' est placée en x_o avec une vitesse $\vec{v}_o = v_o\vec{e}_y$. Trouver \vec{B}_o en l'absence de champ électrique tel que la charge q' ait un mouvement circulaire uniforme autour de O.

II.13 Dynamo d'un vélo (*Centrale 1 2019*)



On s'intéresse à une dynamo de vélo constituée d'un disque conducteur (D) qui subit un couple constant $\vec{\Gamma}$ par contact à son extrémité. Tout se passe comme si le courant se propageait selon le segment $[HK]$. On note J le moment d'inertie de (D), a le rayon du disque d'un anneau conducteur (C).

Tout se passe comme si il produisait une fém $e_{ind} = \omega Mi$ où M est la mutuelle induction de (C) sur (D).

Des fils ferment le circuit. L'ensemble du circuit a une inductance L et une résistance R

1. (a) Montrer que $\int_0^a B_z(r)rdr = \frac{-Mi}{2\pi}$
 (b) Etablir l'équation électrique
2. (a) Déterminer le moment $\vec{\Gamma}_L$ des forces de Laplace exercées sur le disque.
 (b) Etablir l'équation mécanique.
3. (a) Réaliser un bilan de puissance
 (b) On se place en régime périodique, que devient ce bilan ?
4. Autres questions non abordées.

II.14 Rail gun (*Centrale 1 2019*)

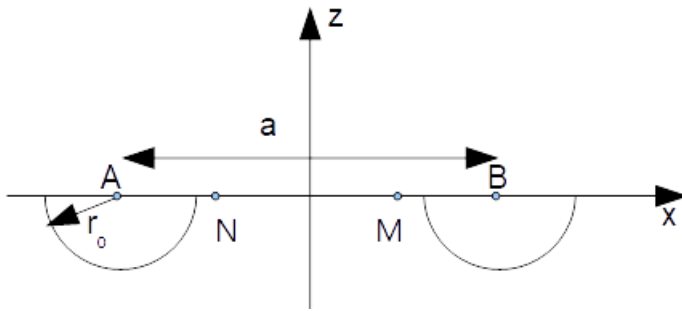
Données : $m_{\text{barre}} = 500\text{g}$, $l = 10\text{cm}$, $r_{\text{conducteur}} = 1\text{cm}$. On néglige les frottements et AB est très éloigné de CD .

1. Le circuit est plongé dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_o , la source idéale de courant délivre $I = 1.10^3\text{A}$. Quelle doit être la valeur de B_o pour que la barre atteigne une vitesse de $v = 2.10^3\text{m.s}^{-1}$ après avoir parcouru une distance $D = 3\text{m}$
2. Désormais il n'y a plus de champ magnétique extérieur et $I = 1.10^6\text{A}$. Quelle est la vitesse atteinte par la barre après avoir parcouru la distance D ?

II.15 Electrostatique (*Centrale 1 2023*)

Le demi espace $z < 0$ est de conductivité γ , celui correspondant à $z > 0$ est de l'air, assimilé à du vide.

La demi-hémisphère centrée en A est au potentiel V_o , elle injecte un courant I dans le sol qui est reçu par B . On prend $V_\infty = 0$

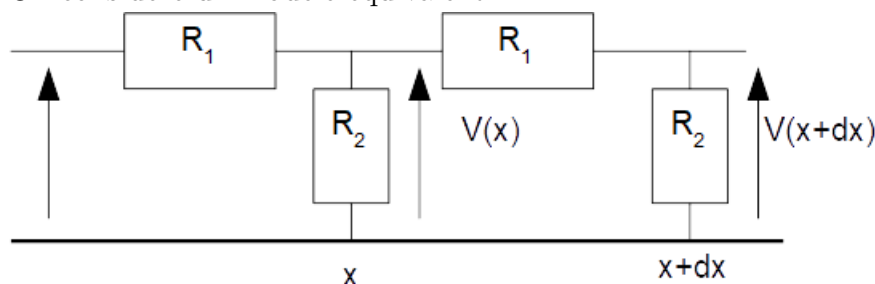


1. Déterminer le potentiel $V_A(M)$ créé par A
2. Déterminer le potentiel créé par le doublet et tracer les lignes de champ.
3. Connaissant $R = \frac{V(N) - V(M)}{I}$ avec $ON = OM = a/2$ déterminer γ
4. AN : $R = 15\Omega$ et $a = 100\text{m}$, calculer γ à comparer à des valeurs usuelles de conductivité.

II.16 Fibre nerveuse (*Centrale 1 2023*)

On modélise une fibre nerveuse constituée d'un axone entouré d'une couche de myéline. Le cylindre axone est de rayon $a = 3\mu\text{m}$, on donne ρ_a la résistivité de l'axone, g_m la conductance par unité de surface de la myéline.

1. calculer R_1 et R_2
2. On considère un modèle équivalent

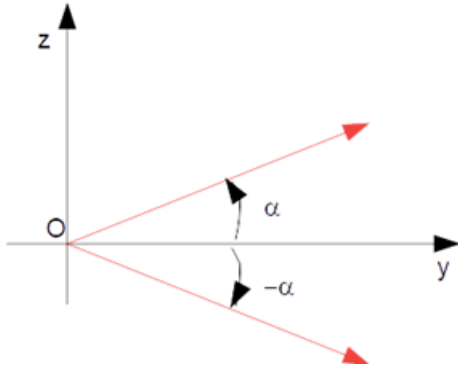


avec $R_1 = \rho dx$ et $R_2 = \frac{1}{g} dx$ Trouver une longueur caractéristique du système

3. On ajoute un condensateur en parallèle de R_2 : déterminer l'équation de propagation et la relation de dispersion. Quelle est la longueur caractéristique ?

II.17 Superposition de deux OPPH (*Centrale 1 2024*)

On considère la superposition de deux ondes :



On donne :

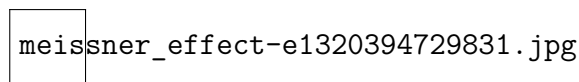
$$\vec{E} = 2E_o \cos\left(\frac{\omega}{c}z \sin \alpha\right) e^{j\left(\omega t - \frac{\omega}{c}y \cos \alpha\right)} \vec{u}_x$$

$$\vec{B} = 2\frac{E_o}{c} e^{j\left(\omega t - \frac{\omega}{c}y \cos \alpha\right)} \left[-j \sin\left(\frac{\omega}{c}z \sin \alpha\right) \vec{u}_y + \cos\left(\frac{\omega}{c}z \sin \alpha\right) \vec{u}_z\right]$$

1. Vérifier que les expressions sont justes
2. Définir et calculer v_φ
3. Etudier le cas $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi/2$
4. On envoie une onde de longueur d'onde $\lambda = 630\text{nm}$, qu'observe-t-on sur un écran perpendiculaire à l'axe (Oy) ?

II.18 Léviton d'un aimant (*Centrale 1 2024*)

On dispose de 3 photos : supraconducteur refroidi à l'azote liquide, avec un aimant en fer en lévitation au dessus. Typiquement la 3ème photo devait ressembler à :



On donne $m_{\text{aimant}} = 40\text{g}$, son moment magnétique $\mathcal{M} = 10\text{A.m}^2$, le rayon du supraconducteur est $R = 2\text{cm}$.

1. Montrer que l'on peut déterminer facilement un ordre de grandeur du moment magnétique de l'aimant.
2. On modélise le supraconducteur comme un fil enroulé dans lequel circule un courant I . Déterminer la valeur de I pour que l'aimant décolle.

Données :

- masse molaire du fer $M_{Fe} = 55,3\text{g.mol}^{-1}$
- masse volumique du fer $\rho_{fer} = 7860\text{kg.m}^{-3}$
- nombre d'Avogadro $N_A = 6,02.10^{23}\text{mol}^{-1}$
- perméabilité du vide : $\mu_o = 4\pi.10^{-7}\text{USI}$

- expression du champ magnétique créé par un dipôle de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ placé en O à une distance $O\vec{M} = r\vec{u}_r$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [(3\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{u}_r)\vec{u}_r - \vec{\mathcal{M}}]$$

- force créée par le supraconducteur :

$$\vec{F} = \overrightarrow{grad}(\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B})$$

II.19 Microonde (Centrale 1 2024)

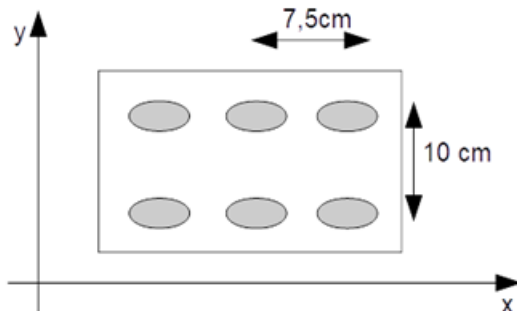
On considère un four à microonde ; hauteur h , longueur l , profondeur p .

On suppose que le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = \begin{cases} E_{ox} \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) \sin(k_y y + \varphi_y) \cos(\omega t) \vec{u}_x \\ E_{oy} \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) \sin(k_y y + \varphi_y) \cos(\omega t) \vec{u}_y \\ E_{oz} \sin(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) \cos(k_y y + \varphi_y) \cos(\omega t) \vec{u}_z \end{cases}$$

Les parois du microonde sont considérées comme des conducteurs parfaits : les composantes tangentielles du champ électrique sont nulles.

1. Exprimer \vec{E} en fonction de trois entiers n_x, n_y, n_z
2. On place un fromage dans le Microonde. Il fond partiellement



Quelle est la fréquence du micro-onde

Questions supplémentaires :

- Redonner le raisonnement conduisant à la relation de dispersion
- ODF des fréquences utilisées pour un téléphone ? pour le réseau électrique ?
- Qu'elle est l'origine de la fonte du fromage
- Comment pourrait on déterminer E_{ox} etc...

II.20 Plasma (Centrale 1 2024)

On considère un plasma dans l'ARQS magnétique. On note n_e la densité électronique, n_i celle des ions.

On donne $\vec{B}(x=0) = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$

1. Direction de $\vec{E}, \vec{B}, \vec{j}$ dans le plasma.

2.(a) On donne $\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\tau} = \frac{n_e e^2}{m_e} \vec{E}$. Quelle est la signification physique de τ ?

(b) quelles sont les hypothèses et les justifications permettant d'obtenir cette équation ?

3. (a) Dans un modèle collisionnel $\vec{j} = \frac{n_e e^2 \tau}{m_e} \vec{E}$. Quelles sont les approximations qui permettent d'obtenir cette relation ?
 (b) Exprimer \vec{E}
4. Autres questions non traitées

II.21 Câble électrique (Centrale 1 2024)

En câble électrique cylindrique d'axe Oz , de longueur L , de rayon a , de résistivité ρ est entouré d'une gaine de rayon b . On suppose $a \ll b \ll L$, et $T(t < 0, z) = T_0$.

À partir de $t = 0$ un courant I circule dans le câble. On donne $\vec{j} = j \vec{u}_z$ uniforme.

On note $d\mathcal{P}_q = -qdz$ la puissance élémentaire échangée due à l'effet Joule.

- Exprimer q
- On suppose $a \rightarrow 0$ et $b \rightarrow \infty$. Justifier

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -\frac{q}{2\pi\lambda} \quad \text{et} \quad \lim_{r \rightarrow \infty} = T_0$$

- On suppose que l'on peut mettre $T(r, t)$ sous la forme

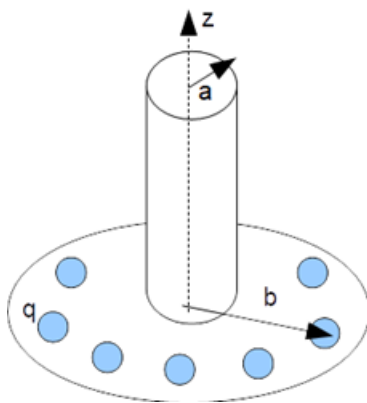
$$T(r, t) = A + B \int_{\infty}^{\alpha(r, t)} \frac{\exp(-u)}{u} du$$

où $\alpha(r, t) = \frac{r^2}{4Dt}$ Déterminer A et B

- autres questions non traitées

Données : valeurs numériques de I et ρ

II.22 Induction (Centrale 1 2024)



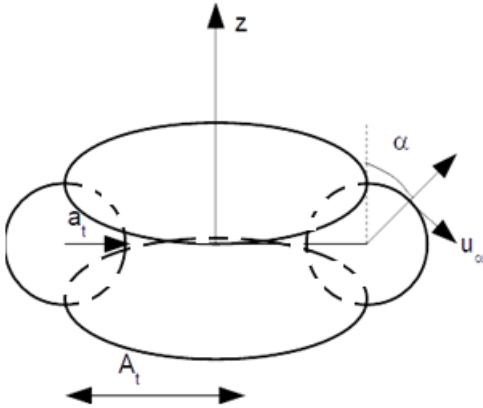
Le demi solénoïde comporte n spires par unité de longueur, il est parcouru par un courant $I > 0$. Le disque a un moment d'inertie J par rapport à l'axe Oz , il comporte N charge $q > 0$ situées sur un cercle de rayon b .

- On souhaite estimer le champ magnétique généré par le demi-solenoïde à sa base $\vec{B}(z = 0)$. On considère $\vec{B}(z = 0)$ uniforme en $r < a$ et nul si $r > a$
- À $t = 0$ on coupe le courant I
 - Expliquer qualitativement pourquoi le disque tourne. Déterminer dans quel sens.
 - Déterminer $\vec{E}(b = r)$
- Cette question permettait de faire les AN de la question 2a)

II.23 Champ créé par un tore (Centrale 1 2024)

On étudie un tore de section circulaire autour duquel sont enroulées N spires circulaires parcourues par un courant I .

On introduit deux système de coordonnées cylindriques : l'un pour repérer un point sur le cercle de rayon A_t l'autre pour repérer un point sur la spire de rayon a_t .

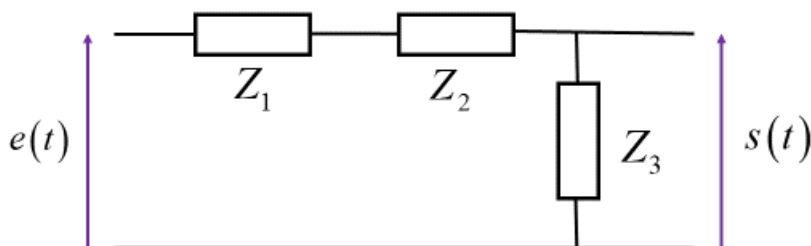


- (a) Déterminer $\vec{B}(M)$ en tout point M de l'espace.
(b) calculer B pour $r = A_t$, commenter.
- Déterminer l'inductance propre L du tore
- Estimer le force exercée sur une portion de bobinage $a_t d\alpha$

III Centrale 2

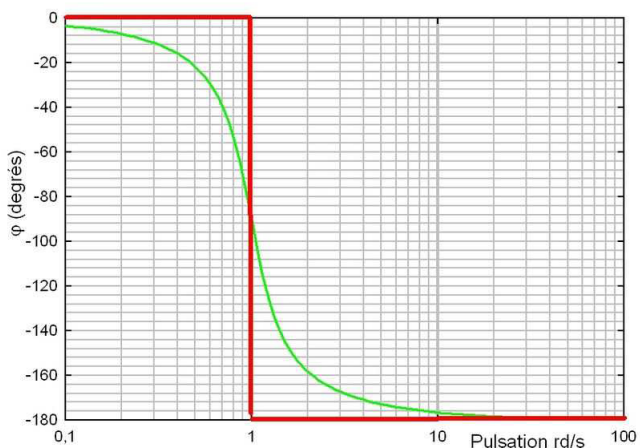
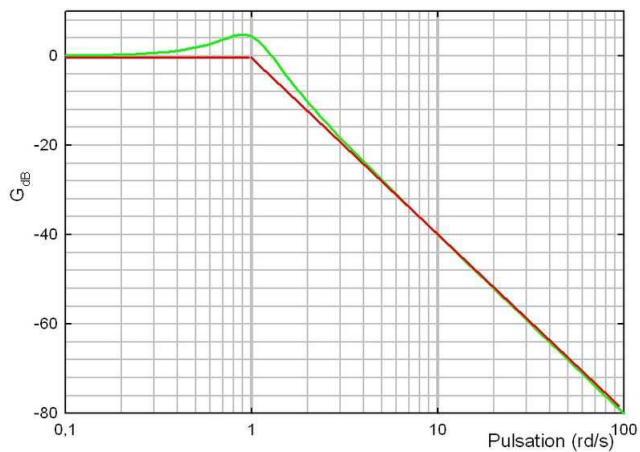
III.1 Filtre (Centrale 2 2022)

On étudie le filtre ci-dessous dans lequel les impédances sont soit une résistance R , soit un condensateur de capacité C , soit une inductance L .



Le signal d'entrée est $e(t) = E \cos \omega t$ et le signal de sortie $s(t) = S \cos(\omega t + \phi)$.

On obtient les diagrammes de Bode suivants avec une fréquence de gain maximum à 1000 Hz.



1. Quelle est la nature du filtre ? Identifier Z_3 .
2. Déterminer la fonction de transfert sous sa forme canonique.
3. Etude asymptotique pour le gain et la phase. Cas de résonance ?

On introduit une résistance variable entre Z_1 et Z_2 . On présente différentes courbes de $s(t)$ pour différentes valeur de cette résistance.

1. Que peut-on dire de la continuité de $s(t)$? de $\frac{ds}{dt}$?
2. Déterminer E, R, L et C .
3. Un programme Python qui permet d'afficher le diagramme de Bode en gain ; le compléter et le commenter.
4. Questions sur la possibilité d'obtenir des signaux en sortie de fréquence $\frac{f}{3}$ et $3f$ avec un créneau symétrique en entrée.

III.2 Chauffage par induction (Centrale 2 2021)

On considère un cylindre de hauteur H , de rayon R et de conductivité γ . On le place dans un solénoïde infini parcouru par un courant $i(t) = i_o \cos \omega t$

1. Retrouver l'expression du champ \vec{B} créé par le solénoïde
2. Il y a apparition d'un champ électrique. Pourquoi ? Etudier les symétries et invariances de ce champ. Déterminer le champ \vec{E} (à partir du théorème de Stokes et de l'équation de Maxwell Faraday)

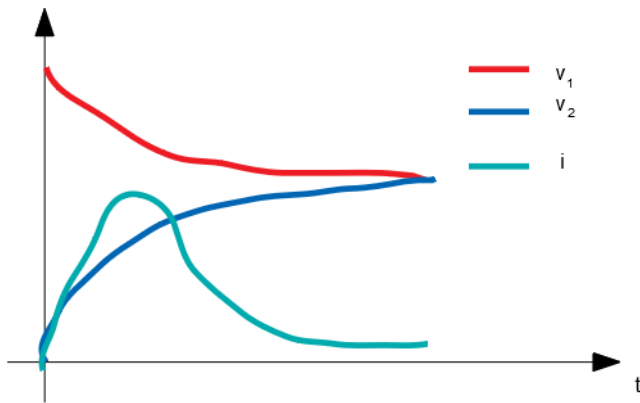
3. Calculer la densité volumique de courant \vec{j} Commenter le sens du vecteur pour des temps proches de 0.
4. Calculer la puissance reçue par le cylindre. Commenter la dépendance en ω
5. Maintenant on cherche à établir la variation de température du cylindre. On suppose dans un premier temps que la température est uniforme. On rappelle la loi de Newton, on donne λ et c .
Déterminer l'équation différentielle dont $T(t)$ est solution. Justifier qu'il est légitime de conserver la puissance P établie à la question précédente.
6. 3 autres questions relativement courtes où il était question de revenir sur les hypothèses

III.3 Rail de Laplace (*Centrale 2 2021*)

Sur un rail de Laplace on dispose deux barres de masse m de résistance $R/2$. Les rails sont distants de a et l'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$ perpendiculaire au plan des rails. Les positions des barres sont définies par $x_1(t)$ et $x_2(t)$, à $t = 0$ les barres sont distantes de L et on lance la barre 1 avec une vitesse $v_1(0) = v_0$.

Dans un premier temps on néglige les frottements et l'autoinductance.

Un algorithme qui trace $v_i(t)$ et $i(t)$ est fourni et opérationnel.

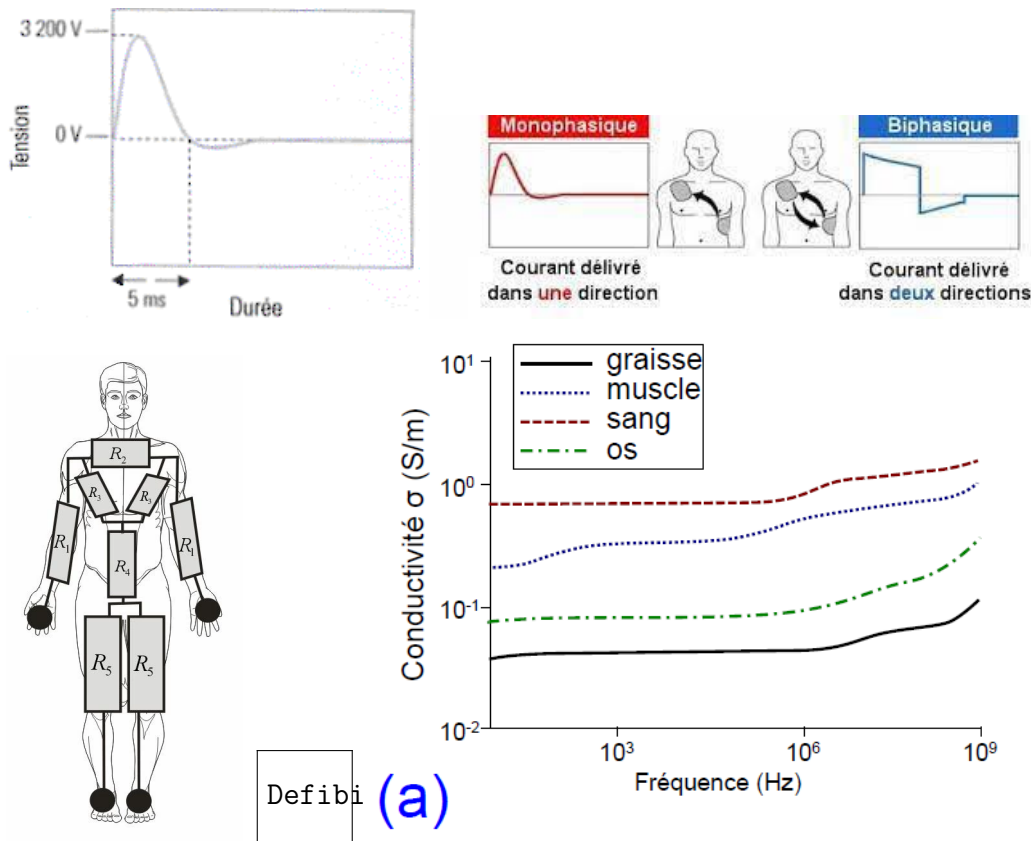


1. Expliquer ce qui va se passer : évolution, régime permanent, point de vue énergétique
2. Mettre en équation et commenter les courbes
3. Faire un bilan énergétique. Calculer la puissance dissipée par effet Joule
4. Que change la prise en compte des frottements? de l'autoinductance? On prend en compte les 2 : modifier l'algorithme.

III.4 Défibrillateur (*Centrale 2 2021*)

3 pages de documentation sur le défibrillateur (= condensateur qui se décharge) avec des données.

Doc 1 : onde monophasique ou diphasique pour la décharge d'un condensateur



Defibri (a)

Doc 2 : résistances du corps humain $R_1 = 460\Omega$, $R_2 = 80\Omega$, $R_3 = 125\Omega$, $R_4 = 15\Omega$, $R_5 = 840\Omega$

Doc 4 : branchement du défibrillateur

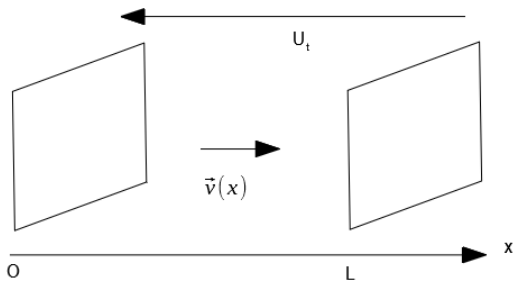
Doc 5 : conductivité du corps

1. À l'aide d'un modèle électrique simple, déterminer la résistance d'un bras. Comparer avec la valeur du doc 2
2. Le défibrillateur est un condensateur branché comme l'indique le doc3. Déterminer la résistance du corps, la capacité du condensateur, l'énergie fournie au corps humain dans la décharge du condensateur et la valeur de l'intensité maximale qui traverse le corps humain à l'aide des données.
3. Onde biphasique : le condensateur est branché dans un circuit en série avec une résistance R et une bobine d'inductance L . Retrouver l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes de R . Déterminer $U(t)$ à l'aide des conditions initiales.
4. d'autres questions avec Python

III.5 Moteur ionique (Centrale 2 2021)

On considère un moteur ionique dans lequel se déplacent des particules ayant une charge $q > 0$ et une masse m .

On peut modéliser ce moteur par 2 plaques de surface S séparées par une distance L , avec une différence de potentiel U_t entre les 2, les ions sont entre les 2 plaques.



1. En régime permanent établir $v(x)$ en fonction de $U(x)$
2. Exprimer D_m le débit massique au travers d'une surface S en fonction de $S, v(x), n(x)$ et m où $n(x)$ est le nombre de particules par unité de volume.
3. À partir d'une équation de Maxwell trouver une équation reliant $\Delta U(x), n(x), q$ et ϵ_0 .
4. En régime permanent que peut-on dire de \vec{j} le vecteur densité de courant ?
 À partir de l'équation précédente identifier une équation différentielle du second ordre en U , la multiplier par $\frac{dU}{dx}$ pour l'intégrer. Montrer que :

$$D_m = \frac{4\epsilon_0 S}{9 L^2} \sqrt{\frac{2m}{q}} U_t^{3/2}$$

5. En déduire l'expression de la densité de charge.
6. Questionner le modèle proposé.

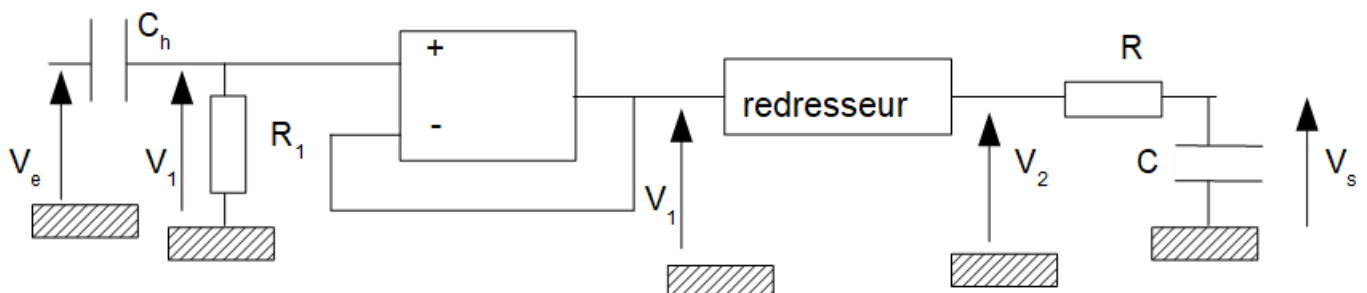
III.6 Spire dans un solénoïde (*Centrale 2 2019*)

On considère un long solénoïde d'axe Oz parcouru par un courant d'intensité I . On note n le nombre de spires par unité de longueur. On place à l'intérieur du solénoïde une spire de résistance R de section s centrée en O . La spire tourne à la vitesse angulaire ω (imposée par un opérateur) autour de l'axe Ox .

1. Déterminer l'action que l'opérateur doit exercer.
2. Déterminer la puissance cédée par effet Joule
3. Reprendre les questions en considérant l'autoinductance de la spire. Pour quelle raison peut-on en première approximation la négliger ?

III.7 Electricité (*Centrale 2 2019*)

Plein de blabla météorologique et caractéristique de C_h



$$V_e(t) = \begin{cases} E & \text{pour } t \in [nT, (n + 1/2)T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le redresseur permet d'avoir en sortie $V_2 = |V_1|$

- 1.(a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par V_1 sur chaque demi période.
- (b) Résoudre l'équation pour tout t , en supposant $T \gg R_1 C_h$
- (c) Tracer $V_1(t)$
- 2.(a) Calculer $\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_2}$
Quelles valeurs de R_2 et C_h sont nécessaires pour ne conserver que la composante constante du signal ?
- (b) Donner l'expression de V_s
- (c) On suppose $R(T) = R_e \exp(\frac{B}{T})$ (NDLR : on parle de thermistance) On donne un tableau de valeurs

$T^\circ\text{C}$	-5	0	5	10	15	20	25	30	35
$R(\Omega)$	1142	914,3	736,4	597,2	487,1	399,8	330	274	228,4

Trouver R_e et B

3. Non traité

III.8 Diffusion dans le champagne (Centrale 2 2023)

On s'intéresse au phénomène de diffusion de Rayleigh lors de l'ouverture d'une bouteille de champagne. On a accès à une vidéo où on voit une vapeur bleue lors de l'ouverture de la bouteille. Il faut expliquer cette couleur.

On a accès à 3 documents :

- un sur la diffusion Rayleigh
- un qui ne sert à rien
- un sur la fermentation et les différents procédés de production de champagne

III.9 Etude de la molécule HCl (Centrale 2 2023)

On étudie une molécule de HCl. Comme la masse du Chlore est très grande devant la masse de l'hydrogène on néglige le mouvement de l'atome de Chlore.

Données :

- Energie de liaison de HCl : $E = 430\text{kJ/mol}$
- rayon de HCl : 130pm

1. L'hydrogène est soumis à une énergie potentielle de la forme $E_p = E_o(1 - e^{-\alpha(x-x_e)})^2$. Tracer E_p et donner une interprétation physique de E_o et x_e
2. On considère les petits mouvements de l'hydrogène autour de la position d'équilibre $x = x_e$. Déterminer l'équation du mouvement de H et en déduire qu'il existe $a > 0$ tel que $x = x_e + a \cos(\omega_o t + \varphi)$ où ω_o est à définir.
3. On note $P(x)dx$ la probabilité que l'hydrogène se trouve entre les abscisses x et $x + dx$. On note dt_o la durée pendant laquelle l'hydrogène se trouve entre x et $x + dx$ pendant une période.

Montrer que

$$dt_o = \frac{2dx}{\omega_o \sqrt{a^2 - (x - x_o)^2}}$$

en déduire $P(x)$

4. Tracer $P(x)$ et donner ses extrema. Pouvez-t-on s'attendre à cette allure.

5. Pour quelle longueur d'onde la molécule de HCl est le plus susceptible d'absorber ? Un graphe expérimental d'absorption en fonction de la fréquence est donné, commenter et comparer à la valeur attendue.
6. En utilisant l'inégalité de Heisenberg montrer que l'énergie du système est non nulle.
7. On donne l'équation de Schrödinger, montrer que dans le cas d'une onde stationnaire $\psi(x, t)$ peut se mettre sous la forme $\psi(x, t) = \varphi(x)e^{-iEt/\hbar}$
8. autres questions non traitées dont une utilisait un code Python qui donnait le tracé de ψ pour un certain niveau d'énergie.

III.10 Induction (*Centrale 2 2023*)

Une grande spire circulaire fixe de rayon a d'axe Ox est reliée à une source de tension, fem E , résistance interne r . Une petite spire, de rayon $b \ll a$, de résistance R , de moment d'inertie J par rapport à l'axe Oz se trouve au centre de la grande spire. L'ensemble est soumis à un champ magnétique extérieur $\vec{B} = \vec{B}_0 \vec{u}_y$.

On observe 2 phases :

- Une première phase, rapide, durant laquelle s'établit un courant I dans la grande spire. Cette phase dure τ_1 . À l'issue de cette phase, la petite spire est en rotation à la vitesse $\omega_1 = \omega(\tau_1)$. Elle n'a quasiment pas le temps de bouger
- une seconde phase, durant laquelle la petite spire ralentit jusqu'à s'immobiliser à un angle θ_2

On donne :

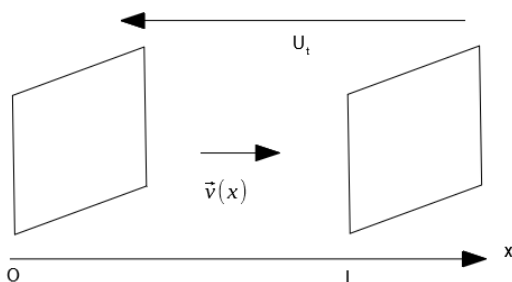
- la petite spire est un dipôle magnétique de moment \vec{M}
- une spire de rayon a parcourue par un courant I engendre en son centre un champ magnétique $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2a} \vec{e}_z$
- l'expression du couple magnétique est $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$

1. Analyser qualitativement les 2 phases
2. Etablir l'expression de i dans la petite spire. Etablir l'équation du mouvement de la petite spire pendant la première phase. En déduire ω_1
3. On note \vec{B} le champ magnétique total auquel est soumis la petite spire. Etablir l'équation différentielle d'ordre 2 de son mouvement (phase 2). La résoudre pour trouver $\theta(t)$. Expliquer alors l'arrêt de la spire.

III.11 Moteur ionique (*2023, 2021, Centrale 2*)

On considère un moteur ionique dans lequel se déplacent des particules ayant une charge $q > 0$ et une masse m .

On peut modéliser ce moteur par 2 plaques de surface S séparées par une distance L , avec une différence de potentiel U_t entre les 2, les ions sont entre les 2 plaques.



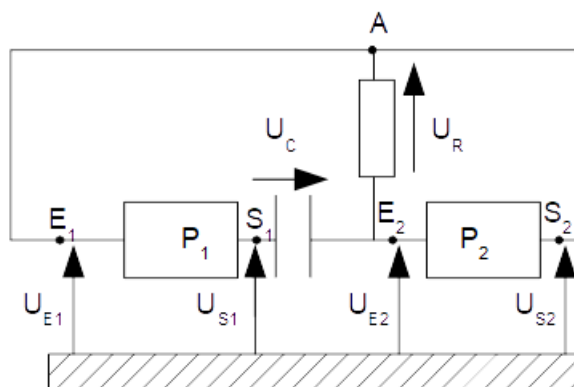
1. En régime permanent établir $v(x)$ en fonction de $U(x)$
2. Exprimer D_m le débit massique au travers d'une surface S en fonction de $S, v(x), n(x)$ et m où $n(x)$ est le nombre de particules par unité de volume.
3. À partir d'une équation de Maxwell trouver une équation reliant $\Delta U(x), n(x), q$ et ϵ_o .
4. En régime permanent que peut-on dire de \vec{j} le vecteur densité de courant ?
À partir de l'équation précédente identifier une équation différentielle du second ordre en U , la multiplier par $\frac{dU}{dx}$ pour l'intégrer. Montrer que :

$$D_m = \frac{4\epsilon_o}{9} \frac{S}{L^2} \sqrt{\frac{2m}{q}} U_t^{3/2}$$

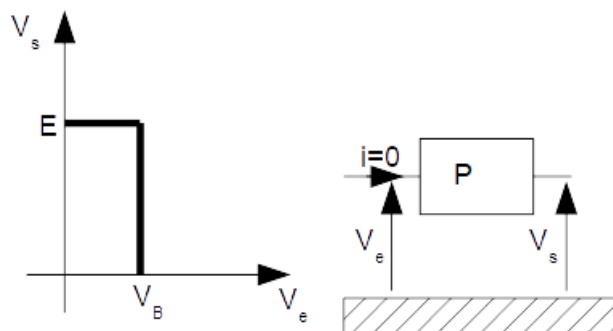
5. En déduire l'expression de la densité de charge.
6. Questionner le modèle proposé.

III.12 Electronique (Centrale 2 2023)

1. On s'intéresse à une résistance R en série avec un condensateur C , alimentés par un GBF délivrant une tension crête-à-crête symétrique entre $-E$ et E , avec une période T . Donner l'expression et l'allure de $U_c(t)$ aux bornes du condensateur.
2. On s'intéresse maintenant au montage suivant :



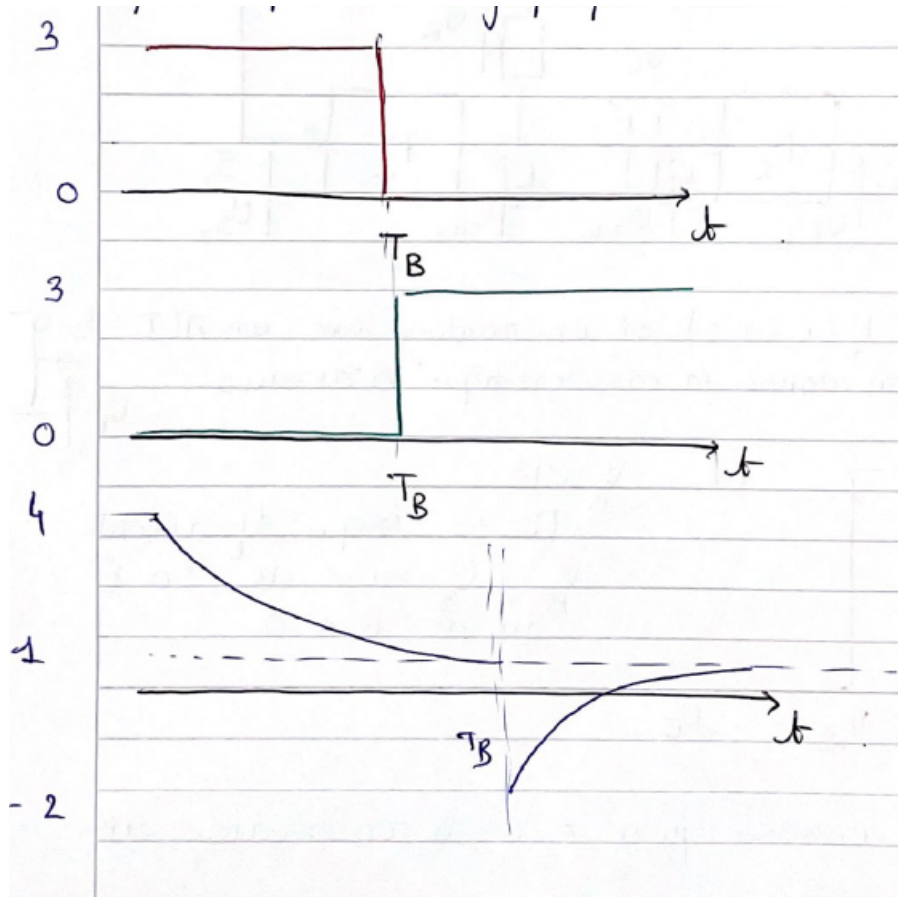
où les P_i sont des montages avec ALI tels que



On suppose qu'à $t = 0$ le condensateur est déchargé et $U_{S2}(t = 0) = E$. Déterminer $U_{E2}(t = 0^+)$. Expliquez comment et dans quel sens U_{E2} va varier

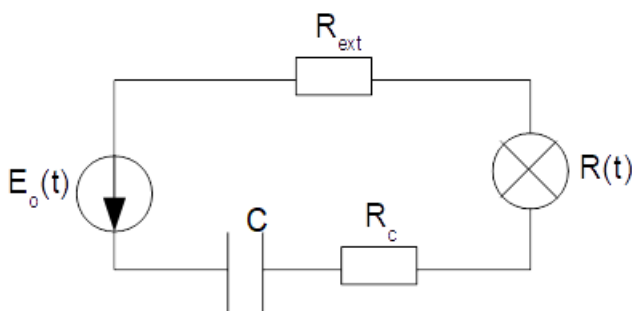
3. On se place à un nouvel instant t avec une nouvelle origine des temps tel que $U_{E2}(t = 0^-) = V_B$
 - (a) Donner les valeurs des différentes tensions à $t = 0^-$ et $t = 0^+$
 - (b) Donner les expressions de $U_c(t)$ et $U_{E2}(t)$

4. On dispose des 3 graphiques suivants



- (a) Attribuer les 3 courbes à 3 tensions parmi U_{E1} , $U_{E2,S1,S2}$
- (b) Donner les valeurs de E et V_B
- 5.(a) Déterminer littéralement et numériquement la valeur de T_B temps pour lequel la bascule se produit.
- (b) Donner l'expression de U_c avant et après la bascule.

III.13 Electronique Centrale 2 2023



Le condensateur est initialement déchargé.

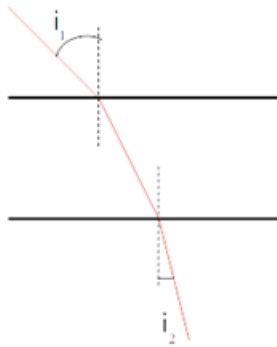
1. On suppose pour commencer que R ne dépend pas du temps. Déterminer $i(t)$
2. Sur Python on a un nuage de points qui mesurent $\ln(R) = f(t)$. Montrer que le modèle initialement choisi (R indépendant de t) n'est pas valable.
3. On pose $R = k_o + k_1 T$ (loi phénoménologique) avec T température de la résistance R . Trouver une relation qui lie i à T .

- On sait que la résistance R est un fil de capacité thermique massique c et de masse m . Trouver une autre relation liant i à T .
- On a un nuage de point qui représentent R en fonction de t . Avec *polyfit* proposer une loi phénoménologique pour $R(t)$.
- Grâce à cette loi, exprimer $i = f(t)$, valider le modèle grâce à Python (on a un nuage de points pour $\ln(i) = f(t)$)
- On a un graphe de $T(t)$; croissance rapide jusqu'à t_1 puis décroissance : interpréter

III.14 Lentille électrostatique (*Centrale 2 2024*)

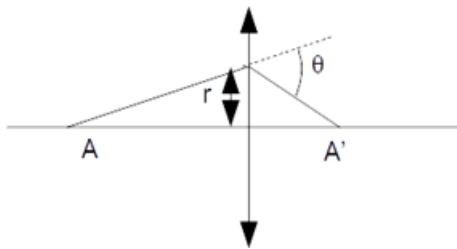
On s'intéresse à une lentille électrostatique utilisée dans un microscope à faisceau d'électrons. Il y a plus d'informations mais elles ne sont pas utiles.

- On suppose que la vitesse des électrons est de l'ordre de $0,1c$ et qu'on peut les considérer comme non relativistes. Calculer leur longueur d'onde et justifier l'intérêt d'un tel microscope par rapport aux microscopes optiques.
- On procède par analogie avec l'optique. On considère un électron arrivant sur deux plaques portées aux potentiels V_1 et $V_2 > V_1$.

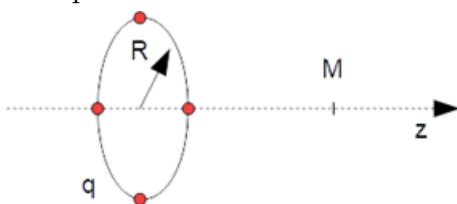


Etablir une relation entre les angles i_1 et i_2 de type Snell Descartes.

- Pour une lentille classique, montrer que $\frac{\theta}{r} = \text{cste}$



- La lentille électrostatique est constituée d'un anneau de charge linéique λ . Pour simplifier on considère que quatre charges $\frac{q}{4}$ sont disposées sur l'anneau de façon régulière. Calculer le potentiel puis le champ sur un point M de l'axe, adapter dans le cas d'une densité linéique.

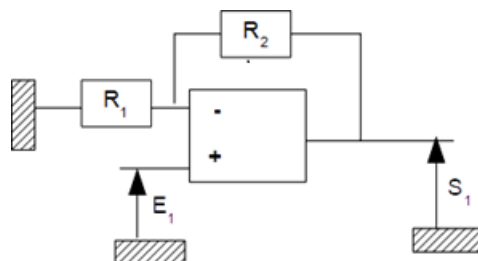


5. On se place maintenant en un point M légèrement éloigné de l'axe, que l'on repère en coordonnées cylindriques. On admet que l'angle de déviation est proportionnel à E_r composante selon \vec{u}_r du champ. Montrer que $\frac{\theta}{r} = \text{cste}$. On remarquera que $\frac{\partial E_z}{\partial r} = 0$ par parité. On donne l'expression de la divergence en cylindriques.
6. Tracer en Python $E_z(z)$. En déduire comment le dispositif fait office de lentille. *Indication de l'examineur : s'intéresser à E_r et son expression en fonction de E_z sans expliciter l'expression de E_z déterminée en 4)*
7. Grâce à un programme à compléter (méthode d'Euler) calculer/tracer la trajectoire de plusieurs électrons pour déterminer un ODG de la zone de convergence
8. Autres questions non traitées

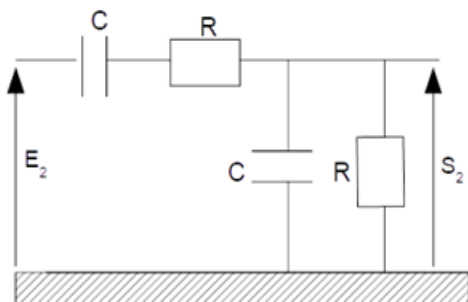
III.15 Supercondensateurs (Centrale 2 2024)

1. Donner un exemple de système dans lequel un condensateur fournit de l'énergie
2. (a) circuit série R, C et générateur de tension. Déterminer $\eta = \frac{\text{énergie dans le condensateur}}{\text{énergie fournie par le générateur}}$, commenter.
- (b) On dispose de la fiche technique d'une barre de module de Supercondensateurs.
1 barre=48 modules
1 module=18 Supercondensateurs en série.
Déterminer la capacité d'un supercondensateur et la tension nécessaire à sa charge.
On nous donnait la capacité totale d'un module et la tension de charge du module.
- (c) Déterminer l'énergie stockée dans une barre de modules de supercondensateurs. En ODG déterminer la puissance fournie par les condensateurs de la barre se déchargeant dans une résistance $R = 1\Omega$. Commenter sachant que l'on travaille avec des circuits qui fonctionnent avec environ 100 kW.
- (d) Donner la masse de la barre (donnée sur la fiche technique). Comparer à la masse d'une batterie de Renault Zoé (300 kg)
3. autres questions non rapportées.

III.16 Oscillateur de Wien (Centrale 2 2024)



1. On propose le montage suivant :
 - (a) Expliciter la notion d'ALI idéal en régime linéaire. En supposant que c'est le cas déterminer $\underline{H}_1 = \frac{S_1}{E_1}$
 - (b) Nommer ce circuit
2. On étudie désormais le montage suivant :

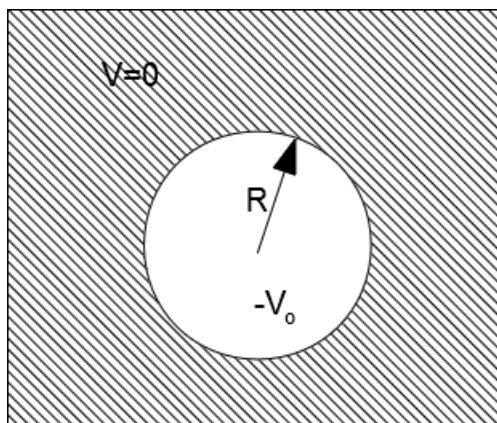


- Calculer $\underline{H}_2 = \frac{S_2}{E_2}$, déterminer une pulsation particulière et le gain maximum.
- Compléter un programme Python (tout était déjà rempli sauf la fonction de transfert) et tracer le diagramme de Bode de ce filtre
- Questions suivantes non traitées. *je présume qu'on étudiait le système bouclé, voir cours sur le laser*

IV X-ESPCI

IV.1 Electrostatique (X-ESPCI 2022)

On dispose de 2 sphères perméables aux particules chargées. On peut choisir la charge des 2 sphères et leurs rayons



- Comment créer le potentiel du schéma avec les 2 sphères? *2 sphères concentriques, condensateur sphérique, $R_1 = R - \epsilon$ et $R_2 = R + \epsilon$*
- On suppose $\epsilon \ll R$, on lance sur la sphère une particule de mmasse m , charge q avec une vitesse loin v_o : décrire sa trajectoire.

IV.2 Modèle de l'électron (X-ESPCI 2018)

On considère un électron de masse m , sphérique de rayon a , chargé en surface avec une charge totale q . On rappelle l'élément de volume infinitésimale en coordonnées sphériques : $dV = r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi$

Il a un moment magnétique \vec{M} en son centre.

On donne le champ magnétique créé par l'électron : $\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{3\vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{M}) - \vec{M}}{r^3}$

On associe au champ électromagnétique une quantité de mouvement volumique : vecteur de Poynting multiplié par $1/c^2$

1. Déterminer le moment cinétique de l'électron associé au champ EM
2. En déduire une expression de la masse de l'électron en fonction de sa taille et de sa charge
3. On donne $\|\vec{M}\| = \frac{\hbar q}{2m}$. Déterminer la vitesse maximale de l'électron.

Indications :

1. Comment calculer le moment cinétique d'une boule solide en rotation ? Il faut en fait chercher le moment cinétique associée à la quantité de mouvement volumique $\vec{L} = \iiint_{\text{espace}} O\vec{M} \wedge \frac{\vec{\Pi}}{c^2} dV$. Réponse possible : $\vec{L} = \frac{\mu_0 q}{6\pi a} \vec{M}$
2. réponse possible pour Q2 : $\vec{M} = \frac{q}{2m} \vec{L}$ en admettant que cela reste valable d'où $m = \frac{\mu q^2}{6\pi a}$
3. Il découvrirait l'exercice en même temps que moi, il a lu la question 3, a réfléchi à haute voix, et décrété qu'elle était mal posée et n'avait pas de sens.

IV.3 Pression de radiation sur le mouvement des planètes (X-ESPCI 2018)

1. Donner l'expression de la pression de radiation en fonction du flux surfacique d'énergie noté \mathcal{F}_r
2. On prend en compte la pression de radiation, les lois de Kepler sont-elles modifiées ? Si oui comment ?
Evaluer la variation de la période de révolution de la Terre due à la pression de radiation. Est-elle mesurable ?
3. Question supplémentaire : on suppose qu'à cause de poussières \mathcal{F}_r n'est plus en $1/r^2$ mais en $1/r^3$. Les lois de Kepler sont-elles modifiées (la première en particulier) ?

IV.4 Sphère conductrice (X-ESPCI 2019)

Une sphère conductrice (conductivité σ) tourne autour de l'axe Oz à la vitesse $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$.

On applique un champ $\vec{B} = B_0 \vec{e}_x$

Déterminer \vec{j} en régime stationnaire.

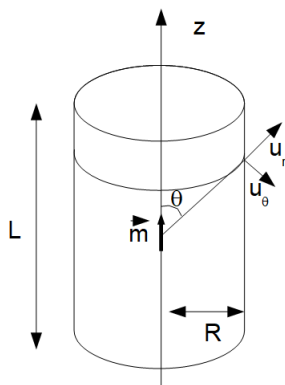
Indication : dans ce milieu la loi d'Ohm s'écrit $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

IV.5 Aimant dans un cylindre (X-ESPCI 2019)

On place un dipôle magnétique $\vec{m} = m \vec{u}_z$ sur l'axe d'un cylindre métallique creux, de conductivité σ , rayon R , épaisseur e , longueur L avec $L \gg R \gg e$

Le cylindre se déplace à une vitesse $V(t)$ parallèle à son axe.

On rappelle le champ magnétique créé par le moment en coordonnées cylindriques (axe Oz , centre=dipôle) :



$$\vec{B} = B_r \vec{u}_r + B_\theta \vec{u}_\theta \text{ avec}$$

$$B_r = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} 2 \cos(\theta)$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \sin(\theta)$$

1. Calculer le courant induit dans la portion de cylindre définie par θ .

Indication, l'expression obtenue étant assez pénible : voyez vous une astuce pour prendre en compte uniquement la composante radiale du champ ? Pourquoi peut-on faire cela ?

2. En déduire la force exercée sur cette portion du cylindre.
3. En déduire l'équation du mouvement

Donnée : $\int_0^\pi \sin^6 \theta \cos^2 \theta = \frac{5\pi}{128}$

IV.6 Particule chargée (X-ESPCI 2019)

On considère une particule chargée (m, q) , la symétrie est sphérique. Cette particule arrive avec une vitesse v_o sur une sphère de rayon R , de potentiel $-V_o$ à l'intérieur ($V_o > 0$) et 0 à l'extérieur.

1. Comment créer ce dispositif avec deux grilles sphériques chargées, perméables aux particules.
indication : prendre des sphères concentriques, l'une de rayon R l'autre de rayon $R + \delta$, puis faire tendre δ vers 0
2. Donner la trajectoire de la particule. Discuter suivant le signe de q
3. Donner l'équation de la trajectoire sous forme de relation de Descartes.

IV.7 Etude d'un faisceau d'ions (X-ESPCI 2019)

On considère un faisceau d'ions de masse M , charge $Q > 0$, vitesse v_o , rayon du faisceau $R = 1\text{mm}$. Il y a environ 1M d'ions sur une hauteur du faisceau $h = 1\text{mm}$.

À quelle condition le faisceau diverge-t-il ? se contracte ? reste stable ?

IV.8 Fil en rotation et résistance (X-ESPCI 2020)

Exercice 1

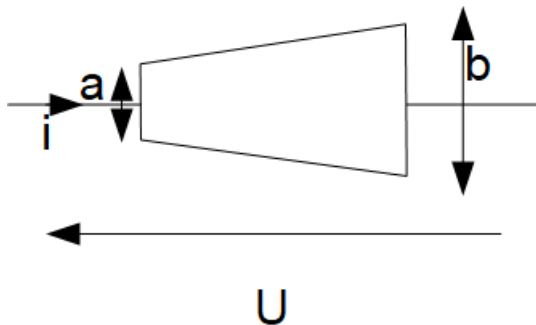
On considère un fil sous forme d'anneau de rayon r tournant à la vitesse angulaire ω autour d'un axe fixe.

On considère qu'il est extensible, on le modélise comme un ressort, de longueur à vide l_o et de constante de raideur k .

Il a une masse linéique λ_o lorsqu'il n'est pas tendu. On néglige l'action de la pesanteur, et on ne s'intéresse pas à sa mise en rotation.

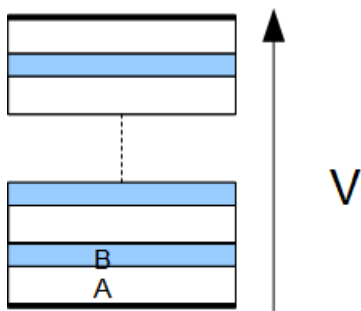
1. Déterminer le rayon $r(\omega)$
2. Discuter les hypothèses et les approximations
3. Déterminer la stabilité (*pas sûr de cette question*)

Exercice 2



On considère un matériau tronconique de conductivité σ . Calculer la résistance de ce matériau.

IV.9 Condensateur (*X-ESPCI 2020*)



On considère un condensateur stratifié constitué de N couches successives $A + B$ où la couche (A) contient un isolant de permittivité ϵ_A , d'épaisseur L_A et la couche (B) contient un isolant de permittivité ϵ_B , d'épaisseur L_B . On note $d = L_A + L_B$.

La première couche est au potentiel $V = 0$, le condensateur se termine par une couche A au potentiel V .

1. Déterminer la capacité du condensateur.
2. Limite quand $N \rightarrow \infty$

IV.10 Electrostatique (*X-ESPCI 2020*)

On suppose qu'il existe le potentiel suivant :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left(1 + \frac{r}{a}\right) e^{-\frac{2r}{a}}$$

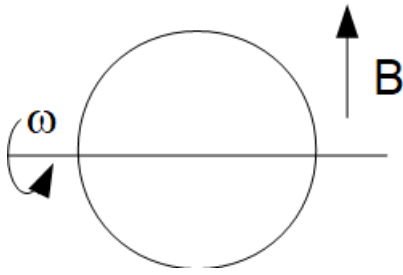
Définir et déterminer l'énergie de liaison du système.

IV.11 Induction (*X-ESPCI 2020*)

On considère un fil infini parcouru par un courant $I = 1\text{A}$, un électron situé à une distance D du fil est initialement animé d'une vitesse V_0 vers le fil orthogonalement au fil. On constate qu'il ne s'approche jamais à moins de $D/2$ du fil. En déduire V_0

Indication : considérer le référentiel \mathcal{R}' en translation rectiligne uniforme à V_0 parallèlement au fil. L'expression du champ électromoteur $\vec{E}_m = \vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ (HP...) aide !

IV.12 Induction (*X-ESPCI 2020*)



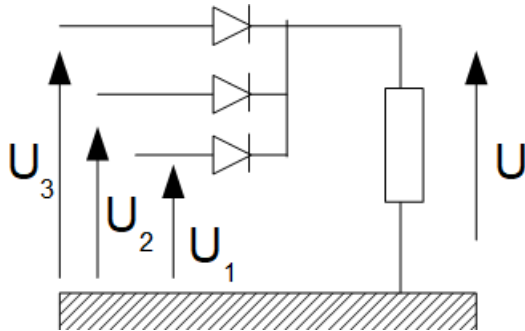
Un anneau de cuivre de rayon a , section s ($a \gg \sqrt{s}$), de masse volumique ρ , de conductivité σ tourne à la vitesse angulaire ω dans un champ \vec{B} uniforme. Calculer $\omega(t)$

IV.13 Electrostatique (*X-ESPCI 2020*)

La plaque du haut d'un condensateur est inclinée d'un angle θ_0 petit par rapport à l'horizontale. Quelle est la capacité du condensateur ?

IV.14 Diodes (*X-ESPCI 2020*)

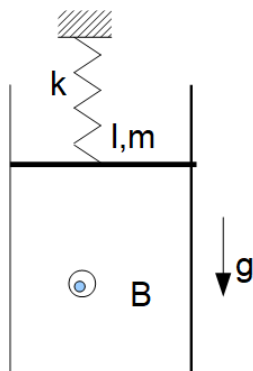
Un circuit triphasé est branché à trois diodes selon le schéma suivant



1. Pas mal de questions sur EDF, les valeurs efficaces ...
2. Que vaut U ?
3. Que vaut U_{eff}
4. Avantage de ce circuit ?

IV.15 Rail de Laplace (*X-ESPCI 2020*)

On étudie le mouvement de la barre d'un rail de Laplace soumise à la pesanteur et attachée à un ressort de raideur k



Etablir les équations du mouvements et les résoudre après les avoir linéarisées.

IV.16 Conducteur dans \vec{B} variable (X-ESPCI 2023)

On considère une boule de cuivre de résistivité ρ placée dans un champ magnétique $\vec{B} = \vec{B}_0 \sin(\omega t) \vec{u}_z$. Déterminer la puissance dissipée dans la boule.

un formulaire est fourni

IV.17 Mouvement d'un conducteur dans un champ (X-ESPCI 2023)

On a une pièce de conductivité donnée qui peut tourner autour d'un axe de direction quelconque. Elle tourne initialement à une pulsation ω_o . On plonge le tout dans un champ magnétique quelconque. Déterminer le mouvement.

IV.18 Onde dans un cristal (X-ESPCI 2023)

On a une onde $\vec{E} = E_o \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$ dans un milieu $n = n(x, y, z, t)$. On donne dans ce milieu $\vec{j} = \frac{\partial \epsilon_o (n^2 - 1) \vec{E}}{\partial t}$.

1. Déterminer \vec{E} en fonction de n lorsque $n = n_o$ uniforme et constant.
2. On se place désormais dans un cristal où $n = n_o + n_1 \cos(\Omega t - \vec{q} \cdot \vec{r} + \delta)$ avec $n_o \gg n_1$. Déterminer \vec{E} , montrer que des ondes supplémentaires apparaissent.

Il fallait établir une relation de dispersion à partir de n

V ENS

V.1 Cristal de sel *Lyon Paris Saclay 2019*

Lorsqu'on éclaire un cristal de sel avec des électrons il apparaît jaune. Pourquoi ?

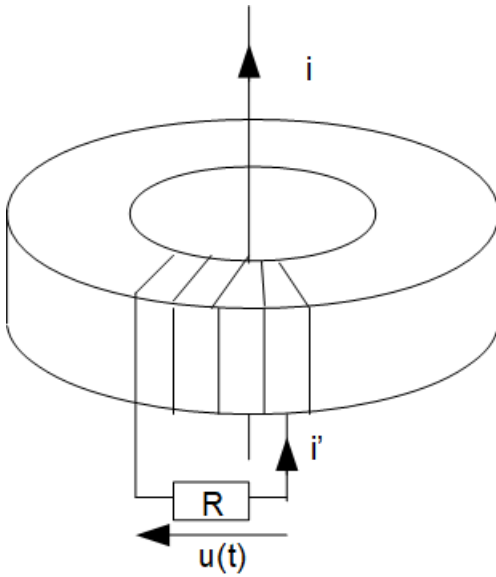
V.2 ENS Ulm 2022, Condensateur miniature

Pour construire des ordinateurs plus puissants on cherche à miniaturiser certains composants, comme les condensateurs.

1. Ordre de grandeurs pertinents
2. Démontrer $C = \frac{\epsilon_o \epsilon_r S}{e}$ pour un condensateur plan
3. Donner un ODG de la proportion d'atomes chargés sur les armatures d'un condensateur classique chargé. Discuter.
4. Quelle serait l'épaisseur ultime à atteindre ? Calculer alors la même proportion (choisir S en accord avec e). Discuter
5. A cette échelle des phénomènes quantiques apparaissent. Comment peut-on calculer une nouvelle capacité du condensateur ? Discuter.

VI Autres

VI.1 Bobine ampérométrique (*St Cyr 2022*)



On considère un fil parcouru par un courant $i(t)$. Le bobinage d'un fil autour d'un noyau magnétique associé à une résistance R aura un effet ampérométrique. Ce fil est parcouru par un courant $i'(t)$. On note L l'autoinductance de la bobine de M l'inductance mutuelle entre les deux circuits électriques.

1. Donner la définition du flux magnétique et la loi de Faraday
2. Déterminer l'équation différentielle reliant $u(t)$ à $i(t)$
3. Résoudre cette équation différentielle dans le cas du régime sinusoïdal forcé
4. Donner la fréquence d'étude pour ce montage

VI.2 Effet de peau dans un métal, 14 points (*CCINP 2022*)

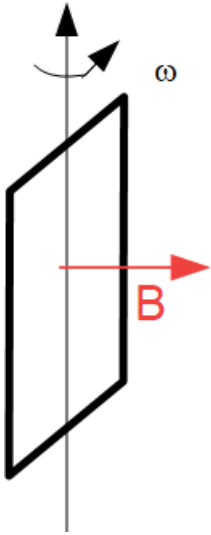
Un métal de conductivité γ couvre tout l'espace $x > 0$. Dans le métal $\vec{B} = B(M, t)\vec{u}_z$.

Pour $x < 0$ $\vec{B} = B_o \cos(\omega t)\vec{e}_z$

1. On se place dans l'ARQS, montrer que $\Delta\vec{B} = \mu_o\gamma\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
2. On suppose $B(M, t) = B(x)\exp(j\omega t)$, trouver une équation différentielle régissant $B(x)$
3. La résoudre en tenant compte de conditions aux limites. On pourra introduire $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_o\omega\gamma}}$
4. En déduire la densité de courant \vec{j}
5. 2 autres questions non traitées

VI.3 Cadre tournant, ex2 (*Mines-Telecom 2022*)

Un cadre rectangulaire constitué de N spires de surface S tourne autour d'un axe vertical à la vitesse ω . Il est placé dans un champ \vec{B} uniforme et stationnaire.



1. Déterminer $U(t)$ aux bornes de la bobine
2. On note L inductance de la bobine et r sa résistance, placée en série avec R . Déterminer l'amplitude I de l'intensité traversant la bobine.

VI.4 Ex1 : Modèle de Thomson (CCINP 2021)

1. On modélise l'atome d'hydrogène : le noyau est une boule uniformément chargée de charge $+e$, rayon a , dans laquelle se trouve un électron de charge $-e$. L'électron peut se déplacer librement dans tout le volume et peut même sortir de la boule. Etablir l'expression du champ électrique créé par le noyau.
2. Justifier que le mouvement de l'électron puisse être qualifié d'«élastiquement lié »
3. Etablir l'équation du mouvement de l'électron en supposant qu'il ne sorte pas du noyau. Quel type de mouvement ? Position d'équilibre ?
4. Calculer l'énergie potentielle de l'électron.
5. Calculer l'énergie nécessaire pour amener l'électron de sa position d'équilibre jusqu'à l'infini.

VI.5 Ex2 : Cartes de champ (CCINP 2021)

Il faut analyser une carte de champ électrique : nombre de charges, signe...

VI.6 Plasma (CCP 2019)

Cours sur les plasmas :

1. PFD sur les électrons
2. Etablir l'expression de la conductivité complexe
3. Pourquoi ne prend on pas en compte les protons ? Pourquoi néglige-t-on le terme $\vec{v} \wedge \vec{B}$?
4. Etablir la relation de dispersion

VI.7 Chute d'une spire dans un champ magnétique (*Mines Telecom 2019*)

Une spire carrée, de côté a , de masse m de résistance R tombe sous l'effet du champ de pesanteur $\vec{g} = g\vec{e}_x$. Dans l'espace $x > 0$ on applique un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$

1. Expliquer qualitativement les différentes étapes de la chute de la spire.
2. Le côté inférieur de la spire arrive en $x = 0$ à $t = 0$ avec une vitesse $\vec{v}_o = v_o\vec{e}_x$. Etablir l'expression du champ de vitesse $\vec{v}(t)$

Retours d'oraux par thème : mécanique. 2019-2024

I Mines

I.1 Ecoulement de la lave d'un volcan (*Mines 2022*)

On considère une coulée de lave après une éruption. Les termes de viscosité l'emportent devant ceux d'inertie.

L'équation de Navier Stokes s'écrit : $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \rho \vec{g} - \overrightarrow{\text{grad}} P + \eta \Delta \vec{v}$

L'écoulement est quasi-radial et on note U l'ordre de grandeur de la vitesse. On veut trouver un lien entre $R(t)$ et $h(t)$

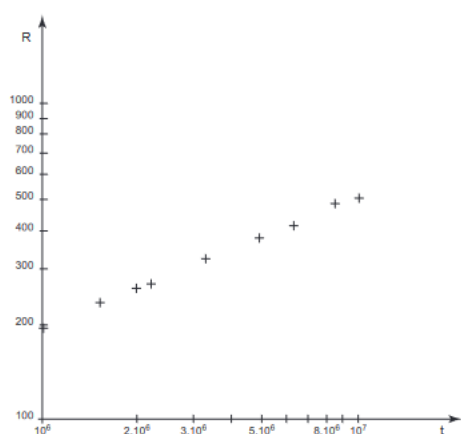
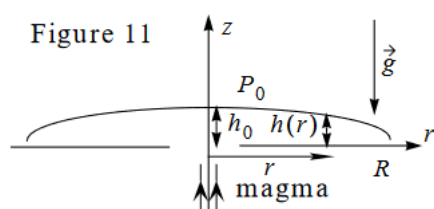


Figure 12 a

(échelles log-log)

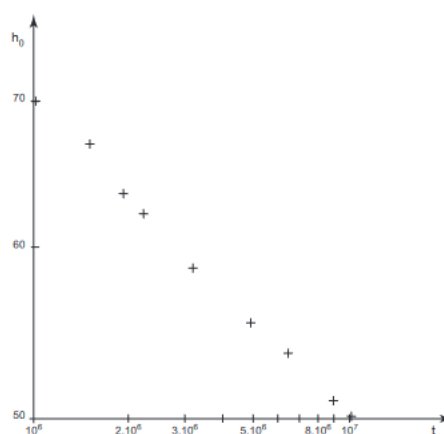


Figure 12 b

1. Donner la loi d'évolution de la pression

Donner en ODG les forces de pressions verticales qui s'appliquent sur un volume $d\tau$ en fonction de g, ρ, h_0, R et $d\tau$

2. Donner en ODG les forces de viscosité qui s'appliquent sur l'élément de volume $d\tau$ en fonction de η, U, h_0 et $d\tau$

3. Montrer que $\frac{R}{h_0^3} \frac{dR}{dt} = \frac{\rho g}{\eta}$

- Vérifier la cohérence avec les courbes expérimentales, calculer un ordre de grandeur de la viscosité cinématique de la lave. Comparer avec les ordres de grandeurs usuels et commenter.

I.2 Saut à l'élastique (*Mines 2022*)

Une personne de masse m saute d'une falaise de hauteur H attachée à un élastique dont l'élasticité ne s'applique que lorsqu'il est tendu. Sa longueur à vide est l_o .

- A quelle condition sur m, H, g et l_o la personne ne s'écrase-t-elle pas au sol?
- Aurait-on pu utiliser un raisonnement énergétique? Pourquoi? Tracer E_p énergie potentielle élastique en fonction de z .

I.3 Mécanique quantique (*Mines 2022*)

Orbitales Π d'un noyau benzénique, un électron est en rotation sur un cercle de rayon a .

On transpose au cas unidimensionnel, la particule se déplace sur un segment de longueur $2\pi a$.

On cherche un état stationnaire sous la forme

$$(x, t) = \varphi(x)e^{-iEt/\hbar} \text{ avec } \varphi(x) = Ae^{ikx}.$$

- Exprimer k . Pourquoi peut-on prendre A réel? Normaliser φ .
- On prend des conditions aux limites périodiques $\varphi(0) = \varphi(2\pi a)$
 - Expliquer pourquoi.
 - Exprimer les niveaux d'énergie de la particule en fonction d'un nombre quantique n
 - Représenter dans un diagramme énergétique, expliquer la dégénérescence des niveaux (avec $n \in \mathbb{N}$)
- On considère les 6 électrons du noyau benzénique
 - Représenter la configuration des électrons sur le diagramme
 - Le noyau absorbe à $\lambda = 255\text{nm}$, déterminer la valeur de a .

I.4 Mécanique galiléenne (*Mines 2022*)

avec préparation

On considère un vaisseau spatial de masse m et de vitesse v_o , en trajectoire circulaire uniforme autour d'une planète de masse M et de rayon R . Le champ gravitationnel autour de la planète est \mathcal{G} , le rayon de l'orbite est r_o .

- Vitesse minimale v_1 à communiquer au vaisseau pour s'échapper de l'attraction de la planète, à exprimer en fonction de \mathcal{G}, M et r_o , puis en fonction de v_o .
Question supplémentaire : j'ai résolu en disant qu'il faut que $E_m = 0$ il m'a demandé de le justifier.
- (a) On suppose que le passage de v_o à v_1 se fait pendant un temps infinitésimal (le rayon de l'orbite ne change pas). Quelle est la vitesse v_2 du vaisseau à l'infini.
 - On utilise une modélisation plus fine, : on décélère d'abord le vaisseau, sa vitesse passe de v_o à $v_o/2$, toujours pendant une durée infinitésimale. Lorsqu'il passe au plus proche de l'astre on lui fournit le carburant restant, la réserve initiale était suffisante pour fournir $\delta v = 4v_o$ en valeur absolue. Décrire la trajectoire, déterminer v_3 à l'infini.

I.5 Mouvement d'une charge dans un champ (*Mines 2022*)

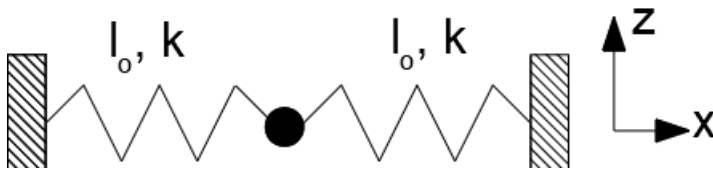
avec préparation

Soit un cylindre infini d'axe Oz , de rayon R , de densité de charge $\rho < 0$ homogène. Une particule de masse m et de charge $q > 0$ arrive au point de coordonnées cartésiennes $(R, 0, 0)$ à la vitesse $\vec{v} = v_o \vec{u}_x$, le vecteur \vec{u} faisant un angle α avec l'axe Ox . On note M la position de la particule.

1. Etablir une équation différentielle vérifiée par $O\vec{M}$
2. En déduire $O\vec{M}$ pour $\alpha = 0$, $\alpha = \pi$ puis pour $\alpha \in [0, \pi]$

I.6 Ressorts couplés (*Mines 2022*)

Une masse m est attachée à 2 ressorts horizontaux de longueur l_o et constante k

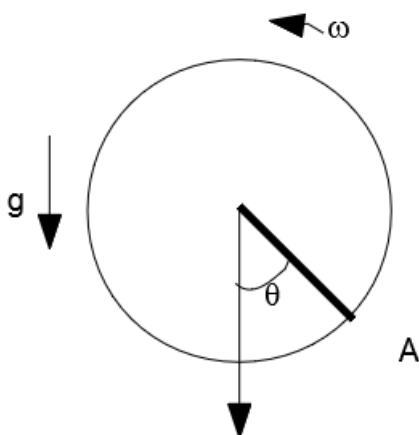


1. Condition initiale : on déplace la masse de A sur la droite. Déterminer le mouvement dans la direction x , période ? Modification de la période si le déplacement initial est $2A$?
2. Même question pour un déplacement initial dans la direction z .

I.7 Mécanique (*Mines 2022*)

après question de cours.

Une tige de longueur l frotte sur un tambour en A . Un ressort circulaire exerce un moment $\vec{\Gamma} = -C(\theta - \theta_{ref})\vec{u}_y$, on tient compte du poids. Le tambour tourne à la vitesse $\vec{\Omega}$ autour de l'axe Oy .



1. Rappeler les lois de Coulomb
2. Déterminer θ_{eq} à l'équilibre. Condition pour que $\theta_{eq} = 0$
3. Déterminer l'équation vérifiée par θ

I.8 Puits de potentiel quadripolaire (*Mines 2022*)

On cherche à piéger un électron dans un potentiel quadripolaire

$$V(x, y, z) = V_o + \frac{\alpha}{2}(x^2 + y^2 - 2z^2)$$

avec $\alpha = 1,2 \cdot 10^6$ USI

1. Est-il possible de piéger l'électron avec cette méthode
2. On ajoute un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$ tel que $\|\vec{B}\| = 1\text{T}$, établir la trajectoire de l'électron, commenter.
3. Commenter une figure où on distingue des oscillations selon Oz et deux mouvements circulaires de pulsations très différentes selon Ox et Oy .

I.9 Mouvement d'une particule chargée (*Mines 2021*)

Sans préparation

Une particule de charge q , masse m se déplace dans le champ magnétique créé par un fil infini d'axe Oz parcouru par un courant i .

Sa vitesse initiale est $\vec{v}(t=0) = v_o\vec{u}_z$, avec $O\vec{M}(t=0) = r_o\vec{u}_r$.

Déterminer l'équation du mouvement.

I.10 Lancement d'un satellite (*Mines 2021*)

On cherche à mettre un satellite de masse m sur une orbite circulaire de rayon r . Le lancement se fait depuis un point situé à la latitude λ sur la Terre.

1. Exprimer l'énergie qu'il faut fournir au satellite pour le mettre en orbite.
2. On donne $T = 12\text{h}$ période du satellite. Quelle est l'énergie massique à fournir si on lance le satellite depuis Cap Canaveral ($\lambda = 28^\circ$ Nord) ou depuis Kourou ($\lambda = 5^\circ$ Nord). Commenter.

Remarque : le rayon de la Terre et sa masse n'étaient pas donnés, l'examinateur demandait des ODG.

I.11 Molécule diatomique (*Mines 2021*)

Dans une molécule diatomique l'énergie potentielle entre les 2 atomes est de la forme :

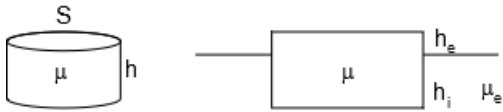
$$U(r) = \frac{B}{r^{10}} - \frac{A}{r}$$

On note r_o la position d'équilibre stable.

1. Décrire qualitativement les termes de l'expression
2. Tracer $U(r)$. Energie de liaison U_o ?
3. Expression de A et B en fonction de U_o et r_o .
4. Etude au voisinage de l'équilibre

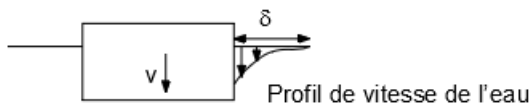
I.12 Mouvement d'un glaçon (Mines 2021)

On considère un glaçon cylindre de hauteur h , section S , masse volumique μ qui flotte dans l'eau de masse volumique μ_e .



1. Déterminer les hauteur h_i et h_e à l'équilibre
2. Exprimer la pulsation ω_o des petites oscillations autour de la position d'équilibre (on néglige les frottements)
3. On prend maintenant en compte la viscosité η du fluide, la force de frottement s'écrit $\vec{F} = -kh^\alpha \eta^\beta \vec{v}$ où k est un coefficient numérique sans dimension. Exprimer α et β .
4. Quelle est la condition pour être en régime aperiodique critique

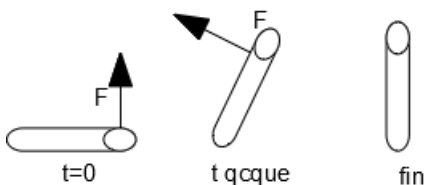
Questions supplémentaires, le temps de l'oral n'étant pas écoulé :



1. Exprimer la force exercée par le fluide en fonction des paramètres du schéma et des dimensions du cylindre
2. De quoi dépend δ ?
3. Exprimer et interpréter la viscosité cinématique ν
4. relier ω_o , δ et ν .

I.13 Glissement d'un mât (Mines 2021)

On considère un mât que l'on veut redresser à l'aide d'une force \vec{F} appliquée perpendiculairement au mât.



A quelle condition sur le coefficient de frottement f_s le mât ne glisse-t-il pas pendant toute la procédure. On supposera qu'on lève le mât de façon infiniment lente.

I.14 Ecoulement dans une seringue (Mines 2021)

On considère une seringue comportant un fluide parfait, incompressible. L'écoulement est irrotationnel et permanent. Le piston se déplace à une vitesse V constante. On néglige les phénomènes liés à la pesanteur. La seringue est plongée dans l'air libre à la pression P_o .

1. Quelle la force appliquée sur le piston ?
2. Quelle force doit on appliqué sur les languettes ?
3. A N
4. Décrire qualitativement ce qui se passerait si on prenait en compte la viscosité du fluide.

I.15 Chocs (*Mines 2021*)

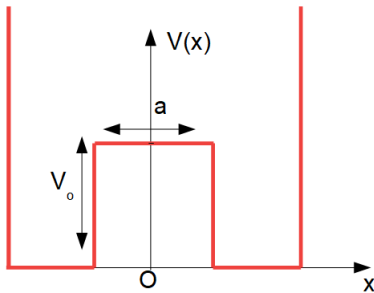
On projette une particule de masse M à une vitesse V_o sur des particules de masse $m = \epsilon M$ avec $\epsilon \ll 1$. Le problème est unidimensionnel dans la direction x , les petites particules sont distantes de a .

On s'intéresse au choc entre la particule de masse M et la première particule de la chaîne.

1. Comment varie la quantité de mouvement et l'énergie du système des 2 particules au moment du choc? Calculer V_1 en fonction de V_o et ϵ (questions sur la démonstration de la puissance cinétique, comment peut-on négliger le poids?)
2. Pourquoi y aura-t-il une infinité de chocs entre M et la première particule avant le choc avec la deuxième?
3. Montrer que $V_n = V_{n-1}(1 - k\epsilon)$ où k est un réel à déterminer.
4. On considère a assez petit devant la distance caractéristique des variations de V pour faire l'approximation des milieux continus. Calculer la force qu'exerce l'ensemble des particules sur M . Question sur la différence de description eulérienne et lagrangienne
5. En déduire V en fonction du temps.

I.16 Double puits de potentiel en MQ (*Mines 2019*)

On étudie un double puits de potentiel (profondeur V_o , largeur a)



Dans ce puits se déplace un paquet d'onde de vecteur d'onde k_o dans le sens des x croissant. On donne le module de la fonction d'onde à différents instants, et l'équation de Schrödinger est rappelée.

1. Donner la vitesse de groupe à l'aide des graphiques. En déduire la masse et l'énergie de la particule.
2. On donne le coefficient de transmission T (en fonction de a et k_o) : en déduire a
3. On considère deux états stationnaires, la différence d'énergie entre les deux est notée ΔE . Expliquer pourquoi une particule dans un état de superposition de ces deux états peut osciller. Donner la période d'oscillation.

I.17 Puits infini en mécanique quantique (*Mines 2019*)

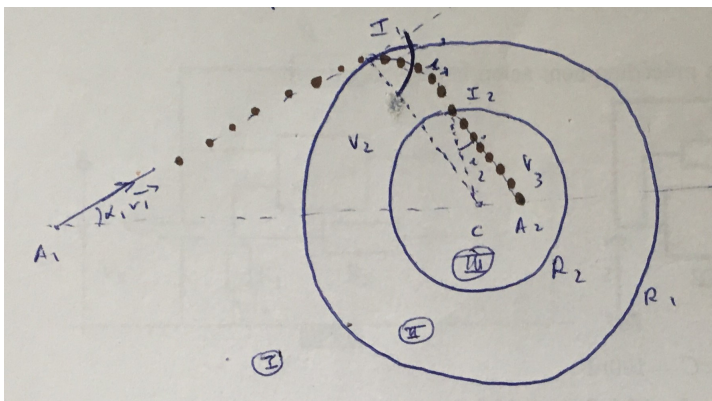
On considère un puits infini :

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{pour } x < 0 \\ 0 & \text{pour } 0 < x < L \\ \infty & \text{pour } x > L \end{cases}$$

1. Par analogie avec la corde vibrante montrer que l'énergie est quantifiée et calculer les niveaux d'énergie
2. Retrouver le résultat de l'inégalité de Heisenberg
3. On écarte la paroi située en $x = L$ de dL . À l'aide d'un bilan énergétique calculer la force exercée par les particules sur la paroi. *Indication* : raisonner sur la quantité de mouvement.
4. Retrouver le résultat avec l'inégalité de Heisenberg.
5. Autre question non traitée.

I.18 Déviation d'une particule (*Mines 2019*)

Deux grilles métalliques sphériques concentriques de rayon R_2 et R_1



Expression du potentiel :

- Zone I : $V_1 = \text{constante}$
- Zone II : $V_2(r) = ar + b$
- Zone III : $V_3 = \text{constante}$

On envoie des électrons de A_1 avec une vitesse \vec{v}_1

1. Relier i_1 et i_2
2. Le point d'arrivée A_2 est-il indépendant de l'angle de lancé i_1 .
3. A quoi peut-on assimiler le système ? Quelle est la condition pour que les électrons soient focalisés.
4. Que dire si R_1 et R_2 tendent vers $+\infty$.
5. Pourquoi un tel système a-t-il été abandonné pour focaliser les électrons ?

I.19 Pendule dans un véhicule (*Mines 2019*)

On considère un système dans un référentiel galiléen (O, x, y) composée :

- d'une masse M , dont on repère l'abscisse du centre d'inertie par x , sur laquelle est fixée une potence
- un pendule simple composé d'une masse m et d'un fil tendu de longueur l , fixé à la potence. On repère sa position par rapport à la potence par un angle θ .

On lâche la masse m sans vitesse initiale avec un angle θ_0 compris entre 0 et $\pi/2$, $x(0) = 0$

On néglige les frottements.

1. Expliquer ce qu'il va se passer. Déterminer une relation entre x et θ .

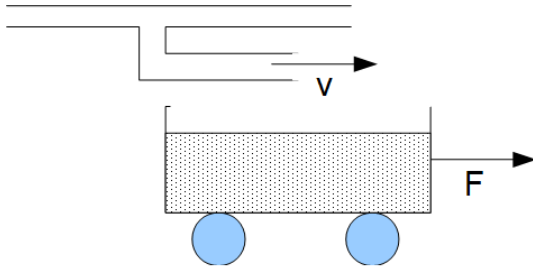
2. Exprimer l'énergie cinétique du système en fonction de θ et $\dot{\theta}$.
3. Analyser physiquement la relation :

$$\ddot{\theta}(1 - a \cos^2(\theta)) + \dot{\theta}^2 a \cos \theta \sin \theta = -\omega_o^2 \sin \theta$$
 où $a = \frac{m}{M+m}$ et $\omega_o = \sqrt{\frac{g}{l}}$

I.20 Chariot (*Mines 2019*)

On alimente un chariot en gravats avec un débit massique d_m constant et une vitesse \vec{v} horizontale constante.

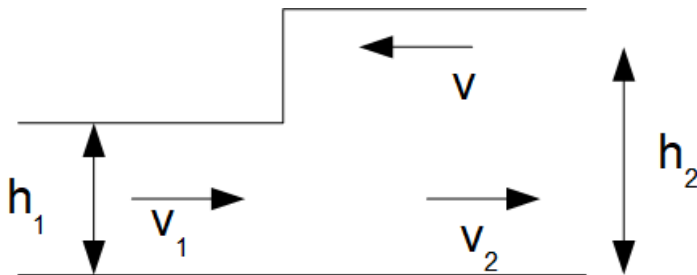
Le chariot est de plus soumis à une force de traction \vec{F} constante.



1. Exprimer $\vec{v}(t)$ la vitesse du chariot, on prendra $\vec{v}(0) = 0$ et $m(0) = m_o$.
2. Exprimer la puissance des forces intérieures.

I.21 Mascaret (*Mines 2019*)

Le phénomène est défini, on suppose l'écoulement stationnaire et le fluide incompressible, de masse volumique μ .



1. Faire un bilan de masse dans le référentiel du mascaret ?
2. Faire un bilan de masse dans le référentiel fixe.
3. Bilan de quantité de mouvement «à cheval» sur le mascaret.

I.22 Poulie avec 2 masses (*Mines 2019*)

Une poulie supporte d'un côté une masse m_o , de l'autre un seau qui se vide. On note $m(t)$ la masse du seau.

On considère $\frac{dz_1}{dt} = 0$ et $m(t) = m_o$

Le trou dans le seau est de section s .

1. Faire un bilan de quantité de mouvement (on note $u(t)$ la vitesse d'éjection de l'eau)
2. En considérant uniquement l'eau, déterminer $u(t)$. On précisera les hypothèses nécessaires.
3. En déduire l'équation différentielle vérifiée par z_1 position du seau.

I.23 Centrifugeuse (*Mines 2019*)

Une centrifugeuse tourne à la vitesse angulaire ω constante pour séparer deux corps : un liquide majoritaire (masse volumique μ_1) et un solide minoritaire (masse volumique μ_2). Le fluide exerce sur les particules solides une force de frottement fluide $-f\vec{v}$.

1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à une particule solide de masse m . Déterminer la vitesse limite atteinte en régime permanent en fonction notamment de la masse effective m^* .
2. Déterminer le flux surfacique en fonction de n la densité particulaire.
3. De la diffusion rentre en jeu. Etablir l'équation différentielle vérifiée par n .
4. *Question supplémentaire : Doit-on prendre en compte la force de Coriolis ? Pourquoi ?*

I.24 Onde de ressaut (*Mines 2019*)

1. Bilan de masse dans le référentiel mobile puis dans le référentiel fixe
2. Bilan de quantité de mouvement
3. Autres questions non traitées (*NDLR : probablement : bilan d'énergie puis déterminer la célérité de l'onde à partir des bilans précédents, expliquer la contradiction*)

I.25 Ecoulement de type Couette (*Mines 2019*)

Ecoulement entre deux plans distants de a ; on exerce sur la plan supérieur, de masse m , une force \vec{F} . Le fluide est de viscosité η .

Calculer la vitesse limite atteinte par la plaque. ODG pour l'eau.

I.26 Mouvement d'un point sur une sphère (*Mines 2019*)

Une demi boule Σ de rayon a est posée sur un plan (P). Un point matériel A de masse m est abandonné sans vitesse initiale au sommet de la demi-boule. On néglige les frottements sur la sphère.

1. Où A se détache-t-il de la sphère ?
2. Où A arrive-t-il sur le plan ?

I.27 Ecoulement de Couette, détermination de la viscosité (*Mines 2019*)

Une plaque de surface $S = 1\text{m}^2$ flotte dans un bassin de profondeur $D = 5\text{m}$ contenant un fluide newtonien.

On entraîne la plaque à une vitesse v_o jusqu'à ce que l'écoulement du fluide devienne stationnaire, alors toutes les vitesses sont parallèles à \vec{v}_o . On lâche la plaque, sa vitesse diminue de moitié en 5,00 s.

Déterminer la viscosité du fluide.

I.28 Satellite en orbite basse (Mines 2023)

On considère un satellite de masse m en orbite basse (200km) autour de la Terre (rayon $R_T = 6400\text{km}$).

1. Donner la période de rotation.
2. Donner l'expression de l'énergie mécanique.
3. Exprimer l'énergie mécanique seulement en fonction de m et v .
4. On suppose que le satellite est en plus soumis à une force de frottement de la forme $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ donner le temps au bout duquel le satellite s'écrase sur la Terre (on suppose que la force de frottement est faible devant la force d'attraction gravitationnelle mais non nulle).

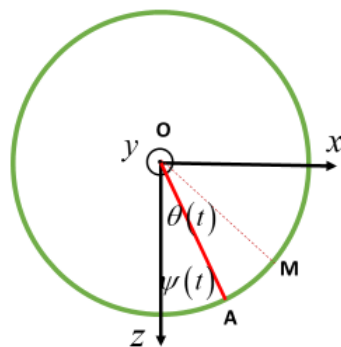
Questions orales : y a-t-il des satellites en orbite à 200km ? Quel est le rôle des satellites en orbite basse ? Y en a-t-il beaucoup ?

I.29 Glissement sur un anneau en mouvement oscillant (Mines 2023)

Un anneau de rayon R , dans un plan vertical, est en rotation autour d'un axe horizontal. Un point A fixe sur l'anneau est ainsi repéré par l'angle $\psi = \widehat{Oz, OA}$. On suppose que $\psi(t) = \psi_m \sin \Omega t$. Un point M , de masse m , mobile sur l'anneau est repéré par l'angle $\theta(t) = \widehat{Oz, OM}$. Il est soumis à une force de frottement de la part de l'anneau :

$$\vec{f} = -\mu\vec{v}_g$$

avec \vec{v}_g la vitesse de glissement.



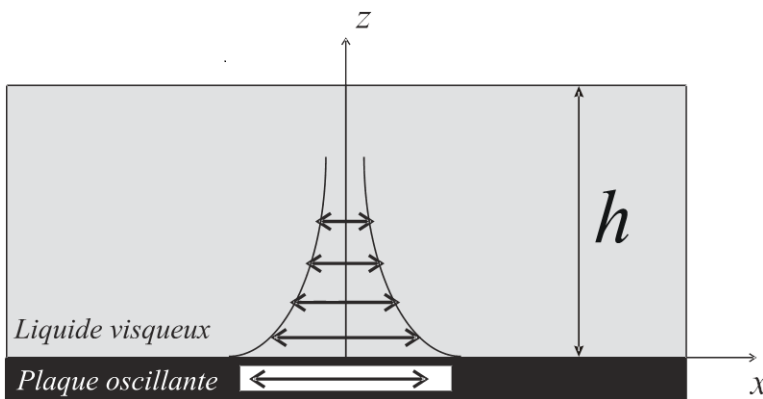
1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.
2. On considère que θ reste petit. Etablir la variation temporelle de θ en régime sinusoïdal forcé.
3. Tracer le diagramme de Bode correspondant. Question en direct : déterminer la largeur de la bande passante à -3dB.
4. Interpréter des portraits de phase qui étaient donnés.

I.30 Liquide dans un récipient en rotation uniforme (Mines 2023)

Un récipient cylindrique de rayon R et de hauteur H , tourne à la vitesse ω constante, il est rempli d'eau liquide à la hauteur h_E .

1. Exprimer l'accélération d'une particule de masse ρdV . Projeter selon les axes pertinents le PFD.
2. Montrer que la surface libre du liquide est parabolique.
3. Quelle est la hauteur du point le plus bas ?
4. Quelle est la vitesse minimale ω_1 telle que le fond du récipient ne soit pas immergé ?

I.31 Oscillations d'une plaque plane dans un fluide visqueux (Mines 2023)



Un fluide de viscosité η et de masse volumique ρ occupe tout le demi-espace au-dessus d'une plaque plane. La plaque plane, illimitée selon x et y , est soumise à un mouvement périodique de vitesse $\vec{v}_p = v_o \cos(\omega t) \vec{e}_x$. On néglige le poids et on suppose le champ de pression uniforme.

1. Déterminer une équation vérifiée par le champ de vitesse $v(z, t) \vec{e}_x$ du fluide. On introduira $D = \frac{\eta}{\rho}$.
2. Dimensions de D .
3. Résoudre l'équation de Q1. A quelle autre situation physique le problème est-il analogue ?
4. On considère que la plaque a une masse m et une surface S (finie). On retient cependant le même champ de vitesse du fluide que dans la question précédente. Quelle force l'opérateur doit-il exercer pour que le fluide reste en mouvement ? En déduire la puissance moyenne à fournir pour maintenir ce mouvement oscillant.

I.32 Exercice 1 (Mines 2023)

On considère une bille de métal ($\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$) de rayon R est placée à une distance r du Soleil. Elle est soumise à la force d'attraction gravitationnelle (attractive) et à une force de radiation (répulsive) de la part du Soleil, dont on donne la puissance surfacique perçue sur Terre ($P_{ST} = 1400 \text{ W/m}^2$). On indique que le rayonnement solaire met 8 minutes à nous parvenir.

1. Expression de la force de gravitation exercée sur la bille, en fonction de r . Déterminer la masse du Soleil.
2. Expression de la puissance surfacique au niveau de la bille en fonction de r . Expression de la force de pression de radiation sur la bille.
3. Un équilibre entre la force gravitationnelle et la force de radiation est-il possible ? Donner le rayon d'une bille vérifiant cet équilibre

I.33 écoulement de lave sous-marin(Mines 2023)

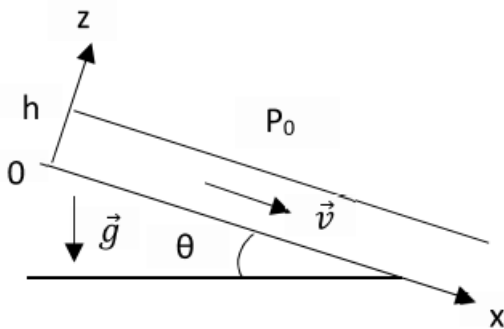
On considère un écoulement de lave dans l'eau à vitesse v selon (Ox) le long d'une pente faible. L'écoulement se fait sur une épaisseur e et sur une largeur l . La lave est à une température $T(x, t)$. L'eau est à la température T_0 constante et uniforme. En $x = 0$ la lave est à T_c . La température de fusion de la lave est $T_f < T_c$. On donne λ , c , ρ respectivement la conductivité thermique, la capacité thermique massique et la masse volumique de la lave. On rappelle aussi la loi de Newton qui caractérise les échanges thermiques entre la lave et l'eau : $d\varphi = h(T - T_0)dS$

1. Etablir l'équation vérifiée par la température T de la lave. La simplifier en régime permanent et si $v = 0$.
2. Déterminer x_1 tel que $T = T_f$
3. Pour $0 < x < x_1$, trouver $T(x)$ en régime permanent et si $v = 0$. On suppose $x_1 \gg \sqrt{\frac{\lambda e}{h}}$
4. Question sur l'écoulement de la lave lorsqu'elle est solide.

Question supplémentaire de l'examinateur : dérivée particulière, démonstration

I.34 Ecoulement sur un plan incliné (Mines 2023)

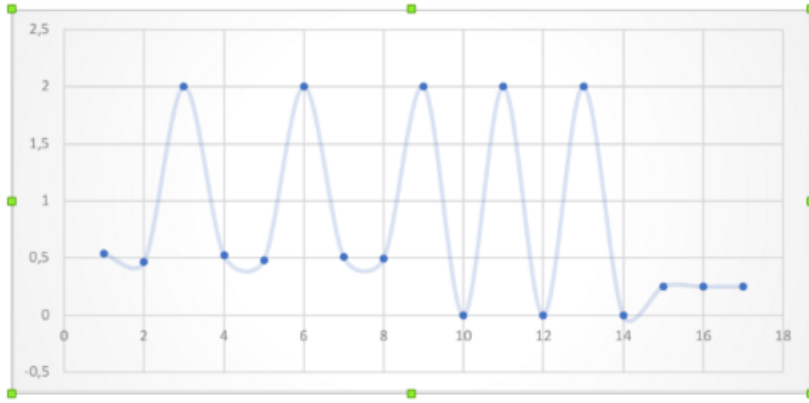
Un fluide visqueux (viscosité η , masse volumique ρ) s'écoule sur une épaisseur h sur un plan incliné faisant un angle θ avec l'horizontale.



1. Déterminer le champ des vitesses (permanent) et celui de la pression.
2. calculer le débit volumique à travers une section de largeur l et en déduire la vitesse moyenne sur une section.
3. Estimer le nombre de Reynolds de l'écoulement et commenter les hypothèses retenues.

I.35 MQ, électrons dans un potentiel (Mines 2023)

Un faisceau d'électrons de masse m (à connaître) et d'énergie E progresse selon l'axe Ox depuis $-\infty$. Il évolue dans un potentiel $V(x)$ supposé nul en l'infini. On représente la densité de probabilité de présence ρ en fonction de x :

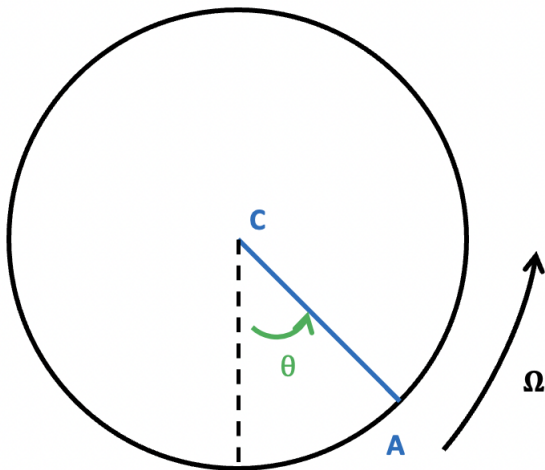


On donne aussi l'équation de Schrödinger indépendante du temps (mais pas la valeur de \hbar).

1. Les électrons sont-ils dans un état lié ou de diffusion ?
2. Interpréter l'aspect sinusoïdal de la densité de probabilité de présence pour $x < 0$. Un tel phénomène est-il possible en mécanique classique ?
3. On suppose que V est constante par morceaux : a-t-on un puits ou une barrière de potentiel ?
4. Calculer l'énergie E d'une particule
5. Calculer V_0

I.36 Tige dans un tambour (Mines 2023)

On considère un tambour de centre C , de longueur L en rotation à la vitesse angulaire Ω .
 À l'intérieur, une tige métallique de masse m , formant l'angle θ avec l'horizontale.



On ne prend pas en compte les frottements de l'air, mais on considère les frottements solides.

1. Question de cours sur les forces de frottements solide, il fallait différencier frottements solides et dynamiques
2. Définir la vitesse de glissement v_g de la tige, la donner, expliquer qualitativement ce qu'il se passe.
3. Question sur les positions d'équilibre, est-ce qu'il s'agit d'un mouvement dans laquelle la tige est immobile, et dans quel référentiel ?
4. Question sur les positions d'équilibre, est-ce qu'il s'agit d'un mouvement dans laquelle la tige est immobile, et dans quel référentiel ?

5. Question qui faisait intervenir les moments que j'ai traité à moitié + 2 autres questions non traitées

Vu que l'oral était de 18h20 à 19h20 et que l'examinateur en avait marre des calculs, il ne m'a pas laissée terminer la question et m'a posé d'autres questions à la place

- Autre phénomène similaire que l'on peut trouver dans la vie de tous les jours (je n'avais pas trop d'idée, il s'agissait de la craie qui grince)
- Analyse du diagramme de phase du système, qui avait été tracée sur python, dire ce qu'il se passe et analyser les différents segments . Il y en avait deux, ressemblant à une spirale avec un plateau horizontal

I.37 Atome d'hydrogène (Mines 2024)

Justifier que l'électron dans un atome d'hydrogène doit être étudié selon une théorie quantique.

I.38 Mouvement d'une charge dans un champ (Mines 2024)

On considère une particule M de masse m , charge $q > 0$, dans un champ $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$ uniforme et permanent. Initialement la particule est à l'origine du repère, et a une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$

1. On néglige les frottements. Quelle est la trajectoire de la particule ?
2. On prend en compte une force de frottements $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$. Déterminer $v(t) = \|\vec{v}(t)\|$, en déduire la longueur L de la trajectoire.
3. Exprimer les composantes v_x , v_y et v_z de la vitesse
4. autres questions non rapportées

I.39 Hydrostatique (avec préparation, Mines 2024)

On considère un flotteur sphérique (rayon a) dans un cristalliseur rempli d'eau (hauteur h). Le flotteur est accroché au fond par un fil de longueur $l < h$, accroché à une distance $R \gg l$ du centre du béccher. On suppose a petit devant les autres dimensions.

On met le béccher en rotation à la vitesse Ω jusqu'à obtenir un état stationnaire.

Déterminer l'angle α que fait le fil par rapport à la verticale.

On donne : $\iiint_V \vec{g} \rho d\tau = \oint_S f d\vec{S}$

I.40 Sphère pulsante (avec préparation, Mines 2024)

On considère une sphère pulsante de rayon $a(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t)$ avec $a_1 \ll a_0 \ll \lambda$.

A l'aide des symétries on a $P(M, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi)$ et $\vec{V}_1(M, t) = V_1 \vec{u}_r$

1. Déterminer V_1 puis exprimer $V_1(r \gg \lambda, t)$ et $V_1(r \ll \lambda, t)$
2. Justifier que $V(a_0, t) = \dot{a}(t)$. En déduire A et φ
3. Calculer la puissance moyenne rayonnée à travers une sphère de rayon $r \gg \lambda$. Commenter l'influence de r , comparer le rayon d'une sphère produisant des sons graves et celle d'une sphère produisant des sons aigus, à puissance égale.

I.41 Chambre à brouillard (Mines 2024)

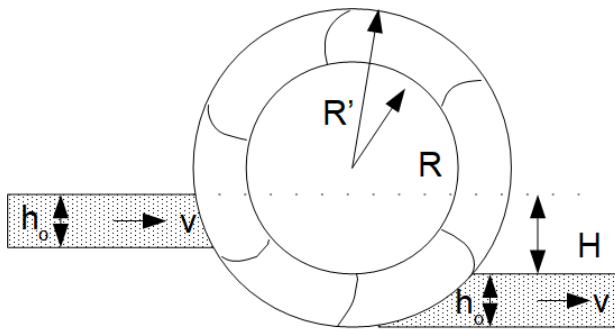
On s'intéresse à un positron (anti particule de l'électron), de masse m , charge $+e$, soumis à un champ magnétique. On observe un document avec une trace issue du déplacement du positron.

1. Direction et sens de la particule et du champ \vec{B}
2. Donner un ODG de la vitesse de la particule en haut de la plaque et du pourcentage d'énergie absorbé par la plaque. On donne $B = 1\text{T}$ et l'image est grossie 100 fois. J'ai mesuré 3 cm le rayon de courbure en haut et 6cm en bas.
3. question portant sur la puissance, non traitée.

II Centrale 1

II.1 Moulin à eau par alimentation centrale (Centrale 1 2022)

On suppose l'écoulement permanent. Le fluide a une vitesse uniforme v . la roue de rayon interne R et de rayon externe R' a une largeur d . Elle est étanche et en contact avec le sol sans frottement.



1. Déterminer le débit massique D_m
2. Déterminer la puissance $Peau/roue$ que l'eau cède à la roue. AN et commenter.

On s'intéresse maintenant au bon fonctionnement de la roue. On suppose qu'elle tourne à une vitesse angulaire ω qui doit être en adéquation avec l'écoulement du fluide.

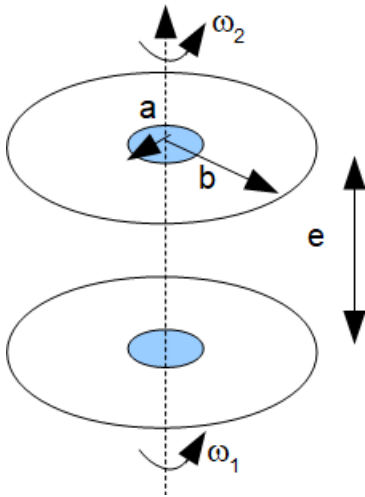
4. Déterminer une relation entre ω et v .
5. Grâce à la symétrie de la roue, déterminer une nouvelle expression du débit massique D_m .
6. En déduire les expressions de h_0 et R' . AN

Données :

- $\rho = 10^3\text{kg.m}^{-3}, g = 9,81\text{m.s}^{-2}, d = 1,4\text{m}, v = 0,6\text{m.s}^{-1}, R = 11,0\text{m}, D_m = 3,6 \cdot 10^3\text{kg.s}^{-1}$
- volume d'une section de tore $V = \frac{1}{2}\beta a(c^2 - b^2)$

II.2 Viscocouple (Centrale 1 2022)

Un fluide visqueux est placé entre deux disques de même axe, l'un tournant à la vitesse angulaire ω_1 , l'autre à la vitesse angulaire ω_2 .



1. Proposer un champ des vitesses (probablement $\omega(r, t)r\vec{u}_\theta$). Exprimer le moment des actions visqueuses sur une particule de fluide autour de $M(r, \theta, z)$ de surface dS et d'épaisseur dz . Dédire du théorème du moment cinétique l'équation :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}$$

La résoudre en régime permanent

2. Exprimer le moment subi par le disque 1 sous la forme $-K(\omega_2 - \omega_1)$, exprimer K en fonction de a, b, ρ, η et e (pas forcément tous ces paramètres)
3. Exprimer e si la plaque exerce un couple Γ_{max}

II.3 Mécanique quantique : le deuton (Centrale 1 2022)

Un petit texte introduit le deuton, noyau du deutérium, constitué d'un proton et d'un neutron.

Il faut considérer une particule réduite de masse $\mu = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p}$

Le potentiel considéré est le suivant :

$$v(x) = \begin{cases} \text{si } x < 0 & \rightarrow \infty \\ \text{si } 0 < x < a & -4V_o \\ \text{si } a < x < 3a & -V_o \\ \text{si } x > 3a & 0 \end{cases}$$

L'énergie de liaison est évaluée à - 1 112 keV

1. Montrer que la solution stationnaire avec $E = -V_o$ existe et montrer la relation :

$$\tan X = -2X - \sqrt{3}$$

avec $X = \sqrt{3}ka$ et $k = \sqrt{\frac{2mV_o}{\hbar^2}}$ (une représentation graphique de $\tan X$ et $f(X) = -2X - \sqrt{3}$ permet d'identifier deux intersections, $X = 1,7$ et $X = 4,8$)

2. Déterminer la taille du deuton en expliquant le choix de la solution considérée.

II.4 Neutron (*Centrale 1 2022*)

On note $\psi(x, t) = A \exp(i(kx - \omega t))$ la fonction d'onde d'un neutron de masse m .

1. Etablir la relation de dispersion.

On considère un paquet d'ondes de fréquence spatiale moyenne k_0 et de largeur Δk . On donne la largeur spatiale Δx_0 .

2. Montrer que la différence entre les vitesses de propagation des paquets d'onde centrés en $k_0 \pm \frac{\Delta k}{2}$ vaut $v_g = \frac{h}{2m\Delta x_0}$ (on suppose l'inégalité de Heisenberg saturée)
3. On donne $\Delta x(t) = \sqrt{\Delta x_0^2 + (v_g t)^2}$. Tracer l'allure de la courbe en identifiant un temps caractéristique d'évolution τ . Donner le sens physique de Δx_0 et expliquer la dépendance de τ en Δx_0 .
4. On considère un neutron à 350°C. Donner l'énergie moyenne et la longueur d'onde de de Broglie moyenne.
5. Donner la valeur moyenne de Δx .

II.5 Poulie et masses (*Centrale 1 2021*)

Une poulie se situe à 8 m au dessus du sol. Un enfant souhaite atteindre la poulie. Pour cela il fait passer une corde dans la poulie, met une masse M à l'autre extrémité de la corde et lâche la masse dans un puits. La masse est initialement au niveau de l'enfant, qui se laisse entraîner par la corde.

On suppose qu'il n'y a pas de glissement entre la corde et la poulie.

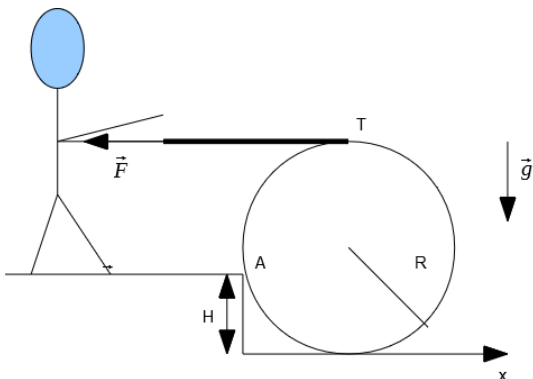
Calculer le temps nécessaire à l'enfant pour atteindre la poulie

1. avec une corde sans masse
2. avec une corde de masse m_c

Données : masse de l'enfant $m = 20\text{kg}$, masse $M = 25\text{kg}$, $g = 10\text{m.s}^{-2}$, masse de la poulie m_p , rayon r , masse et longueur de la corde, moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe $J_\Delta = \frac{1}{2}m_p r^2$

II.6 Tirer une boule sur une marche (*Centrale 1 2021*)

L'utilisateur tire sur un câble attaché à un point de la périphérie de la boule, la force \vec{F} est toujours selon x .



On suppose qu'il n'y a pas de glissement au point A et que le mouvement est infiniment lent.

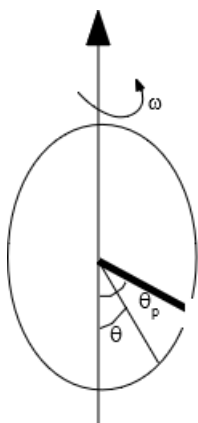
1. Déterminer F_{min} pour soulever la boule.
2. Discuter pour $H \rightarrow 0$, $H = R$ et $H \rightarrow 2R$
3. Discuter les hypothèses de non glissement

Données : f_s coefficient de frottement statique, R , H , m et g .

II.7 Anneau sur un cerceau (*Centrale 1 2021*)

Dans un référentiel galiléen sans pesanteur, un cercle de centre C , de rayon a , tourne à vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = \omega \vec{Y} = \varphi' \vec{Y}$ autour de son diamètre OC . Un point matériel M de masse m , glissant sans frottement sur un cercle est repéré par $\theta = (\vec{X}, \vec{CM})$. Le cerceau est percé en θ_p .

Déterminer la vitesse de rotation ω pour que la perle sorte par le trou.



II.8 Pendule dans un véhicule (*Centrale 1 2021*)

On considère un pendule accroché au plafond d'un véhicule constitué d'un fil inextensible de longueur $l = 10\text{cm}$ et d'une masse $m = 100\text{g}$. On prendra $g = 9,8\text{SI}$.

1. Le véhicule est à l'arrêt : établir l'équation du mouvement pour de petites oscillations.
2. Le véhicule est mis en mouvement, son accélération est $\vec{a} = -a\vec{e}_y = -0,2g\vec{e}_y$
Établir l'équation du mouvement et la pulsation des petits mouvements autour de la nouvelle position d'équilibre.

II.9 Rayon de Schwarzschild (*Centrale 1 2021*)

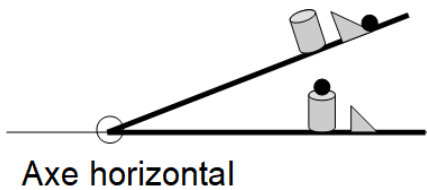
On considère un potentiel $\Phi(r) = -\frac{GM}{r-R_s}$ autour d'un trou noir, R_s est le rayon de Schwarzschild, défini comme la distance au trou noir telle que en mécanique newtonienne la vitesse de libération soit égale à la vitesse de la lumière.

1. Déterminer le rayon R_s pour le trou noir Sagittarius A
Données : $M_{sagittarius} = 4 \times 10^6 M_{soleil}$, $M_{soleil} = 2.10^{30}\text{kg}$, $G = 6,6 \times 10^{-11}\text{USI}$, $C = 3 \times 10^8\text{m.s}^{-1}$
2. Comment est modifiée la 3ème loi de Kepler dans cette situation ?
3. Condition sur le rayon r pour que la trajectoire soit circulaire et stable.

II.10 Plus rapide que la chute libre (*Centrale 1 2021*)

NDLR : retour réinterprété.

Dans le numéro de décembre 2013 de *Pour la Science*, J-M. Courty et E. Kierlik proposent l'expérience suivante (voir figure) : un gobelet est fixé sur une planche qui peut pivoter autour d'un axe horizontal lié au sol, une bille est placée à l'extrémité de la planche, et est maintenue initialement à sa place par une cale. On incline la planche sur laquelle se trouvent le gobelet et la bille d'un angle θ_0 puis on la lâche avec une vitesse initiale nulle. Dans certaines conditions il est possible que le gobelet, fixé sur la planche, tombe plus vite que la bille et la recueille.

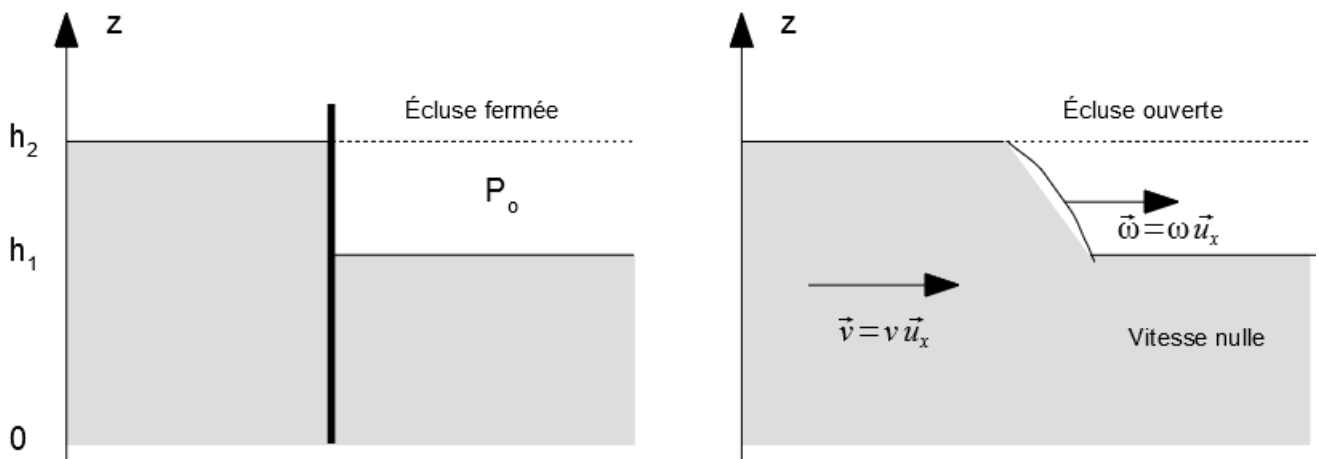


1. À quelle distance de l'axe doit-on fixer le gobelet ?
2. En introduisant un modèle simple, expliquer pourquoi le gobelet peut «tomber» plus vite que la bille. On donne le moment d'inertie d'une planche de longueur L par rapport à un axe perpendiculaire à sa longueur et passant par une de ses extrémités : $J = mL^2/3$

Vous pouvez visionner une vidéo de l'expérience :

<https://www.youtube.com/watch?v=SoB60gmVog0>

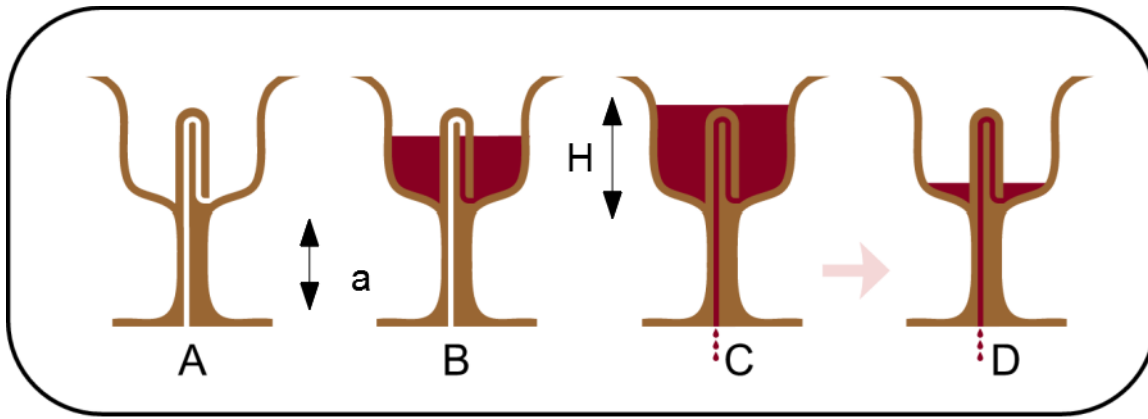
II.11 Ouverture d'une écluse (*Centrale 1 2021*)



Calculer la vitesse ω de la vague. Indication : bilan de masse, puis bilan de quantité de mouvement dans le référentiel de la vague.

II.12 Vase de Pythagore (*Centrale 1 2021*)

On s'intéresse à un vase de Pythagore



On note a la hauteur du niveau bas, lorsque l'eau atteint le niveau $H + a$ le vase se vide

1. En faisant les approximations nécessaires déterminer le temps de vidange. Proposer une Anneau
2. On ajoute un débit d'entrée D_E , montrer que le système se comporte de manière périodique.

Données : section du tube en sortie $s = 1\text{mm}^2$, section totale du vase $S = 100\text{cm}^2$, $H = 16\text{cm}$ et $a = 9\text{cm}$

II.13 Particule confinée (Centrale 1 2021)

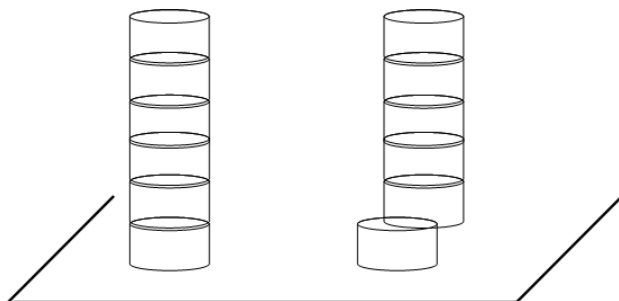
On considère une particule confinée dans un volume $V = a^3$, sous une pression $P = 1\text{bar}$, une température T .

On donne l'équation de Schrödinger à 3D

1. Montrer que $E_c = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$
2. à $T = 273\text{K}$ quelle est la valeur minimale de E_c ?
3. à $T = 273\text{K}$ en supposant $E_c \sim \frac{3}{2} k_B T$ et $n_x = n_y = n_z = n$ déterminer n , commenter.

II.14 Tour en équilibre (Centrale 1 2019)

On considère une tour en bois constituée de 6 pièces cylindriques identiques superposées, de masse m .



A l'instant initial on tape avec un marteau sur la pièce du bas.

Déterminer la vitesse maximale v_o de la pièce pour atteindre l'équilibre du schéma de droite.

II.15 Lanceur à pigeon (*Centrale 1 2019*)

On étudie un lanceur de type pigeon d'argile. Le projectile est supposé ponctuel de masse m . Le bras du lanceur dans lequel se déplace le projectile avant d'être expulsé est de longueur l et tourne à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe fixe Oz . On considère qu'il n'y a pas de frottements.

À l'instant initial le projectile est à la distance $\frac{l}{4}$ de l'axe.

1. Déterminer le temps au bout duquel le pigeon est expulsé
2. Déterminer les équations horaires et donner l'allure de la trajectoire.

II.16 Chute d'un pilier (*Centrale 1 2019*)

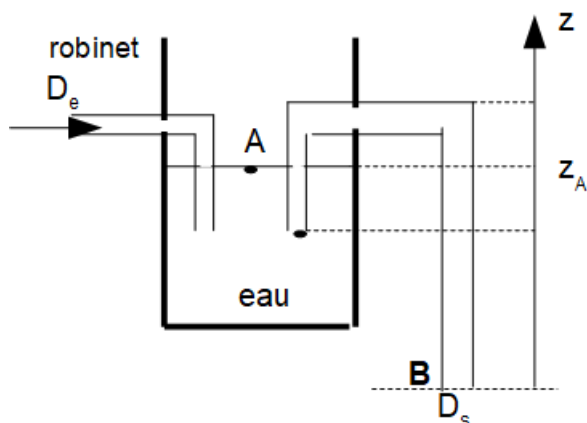
On considère la chute de piliers de pierre de 13m de haut et lourd de 50t, érigés par un roi il y a longtemps.

On modélise ces piliers par une tige rigide (qui ne se casse pas) ils sont déplacés légèrement de leur position d'équilibre instable et commencent à tomber dans vitesse initiale.

On rappelle $J = 1/3 ml^2$ et les lois de coulomb avec $f = 0,65$ (pierre pierre).

1. Dans le cas sans glissement, vitesse de l'extrémité du pilier en fin de chute.
2. Discuter l'hypothèse de non glissement dans ce cas.

II.17 Vase de Tantale (*Centrale 1 2019*)



Le débit du robinet D_e est constant.

1. Discutez les différents modes de fonctionnement en formulant les hypothèses que vous jugerez opportunes.
2. Etudiez les différences avec l'extracteur de Soxhlet (schéma fourni https://fr.wikipedia.org/wiki/Extracteur_de_Soxhlet)

II.18 Modélisation d'un tambour (*Centrale 1 2019*)

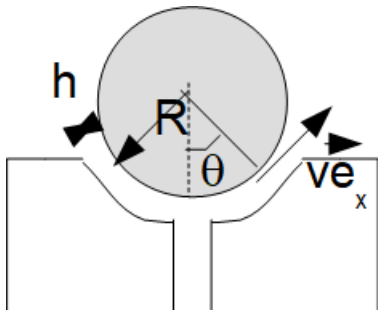
On considère un tambour constitué de 2 peaux. On modélise chacune des peaux par un piston relié à un ressort.

À l'origine l'air dans le tambour est à la pression P_0 . On le considère comme un gaz parfait et il subit des transformations adiabatiques réversibles. On donne γ .

On note x_1 et x_2 les déplacements des deux peaux. On suppose qu'un seul des pistons vibre à la fréquence f

1. Etablir les équations différentielles vérifiées par x_1 et x_2
2. Trouver les modes propres de vibrations

II.19 Roue flottante dans un jet (Centrale 1 2019)

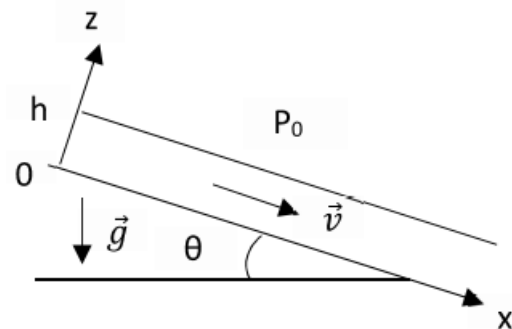


Une roue flotte sur un jet. On donne $\vec{v} = v(x, y)\vec{e}_x$, et on rappelle l'équation de NS.

1. Quelle force volumique intervient ? On la négligera.
2. Montre que v ne dépend que de y et que P ne dépend que de x
3. On donne Q débit volumique, R , L longueur du cylindre, donner l'expression de la hauteur h du jet.

II.20 Ecoulement dans une canalisation (Centrale 1 2023)

On considère l'écoulement d'eau dans une canalisation.



On donne $P(x=0) - P(x=L) = \Delta P$, l'écoulement est laminaire.

La masse volumique $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ est rappelée ainsi que l'équation de NS. On néglige le poids.

1. Donner l'expression du champ de vitesse en régime stationnaire.
2. En déduire le débit volumique D_v et la résistance hydraulique $R_H = \frac{\Delta P}{D_v}$

On considère une citerne dans un jardin fissurée (les dimensions étaient données mais je ne m'en souviens plus). La citerne est remplie d'eau.

3. Au bout de combien de temps la citerne est-elle vide ?

II.21 Marche de potentiel en MQ (*Centrale 1 2023*)

On considère un flux de particules quantiques modélisé par une onde monochromatique de De Broglie, d'énergie E , évoluant dans un potentiel unidimensionnel :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ V_o > E & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. Déterminer le coefficient de réflexion en amplitude, en fonction de E et V_o , le mettre sous la forme e^i
2. En réalité il s'agit plutôt d'un paquet d'onde centré en k_o et de largeur Δk soit : $\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$ On donne la propriété de la phase stationnaire : $\frac{d\Phi}{dk} = 0$ avec $\Phi = kx - \omega t$. Expliquer qualitativement comment on peut accéder à la position du maximum du paquet d'onde au cours du temps.
3. Ecrire l'onde réfléchi sur la marche de potentiel. Montrer qu'il y a un retard temporel. Indication de l'examinateur, raisonner sur la position du maximum du paquet d'onde réfléchi.

II.22 Puits non symétrique en MQ (*Centrale 1 2023*)

On considère un potentiel unidimensionnel :

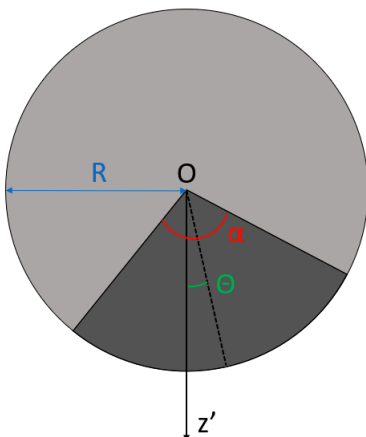
$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{si } x \leq 0 \\ 0 & \text{si } 0 < x < x_o \\ V_o > E & \text{si } x > x_o \end{cases}$$

On s'intéresse à un état stationnaire d'énergie $0 < E < V_o$. On pose $\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} x_o$.

1. Montrer que $\tan \alpha < 0$ et $|\sin \alpha| = \frac{\hbar}{\sqrt{2mV_o} x_o} \alpha$
2. Dans le cas d'un alliage As-Ga il y a création d'un potentiel de ce type, l'interface As-Ga/vide étant responsable de la barrière infinie. On donne pour une couche V_o et x_o . Combien faut-il de couches pour piéger un électron ?

II.23 Montre rechargeable (*Centrale 1 2023*)

On étudie le pendule d'une montre qui se recharge sans batterie. Il s'agit d'une fraction de disque de rayon R , d'ouverture angulaire α , de masse m répartie uniformément avec une densité surfacique σ , en rotation autour de l'axe Δ passant par le centre de la montre O .



On donne la distance OG entre le centre de la montre et le centre de masse du pendule :

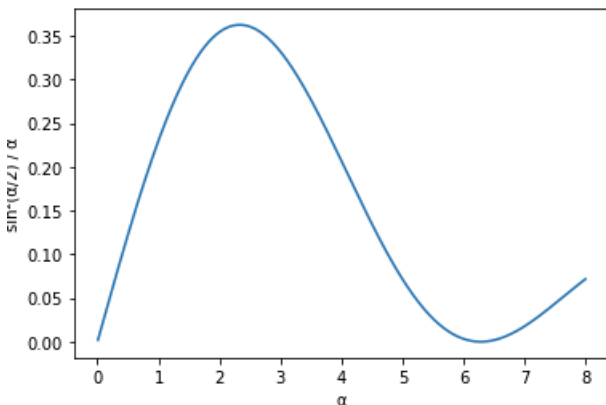
$$OG = d = \frac{4 \sin \alpha/2}{3\alpha} R$$

et le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe Δ : $J = m \frac{R^2}{2}$

La montre, initialement au repos, est déplacée horizontalement pendant un temps τ . Elle subit une accélération latérale $a(t)$ et à $t = \tau$ elle atteint une vitesse limite v .

On repère le mouvement du pendule avec l'angle θ , défini comme celui entre l'axe vertical descendant passant par le centre Oz' et \vec{OG} . On suppose que τ est tel que pendant tout le mouvement, $\theta \ll a(t)/g$.

On donne une courbe de $\sin^2(\alpha/2)/\alpha = f(\alpha)$ pour α compris entre 0 et 8 rad.



1. En considérant que l'énergie cinétique est transmise entièrement au ressort, quel est l'angle α optimal pour remonter le ressort
2. Comment estimer τ dans le cas de θ petit ?

II.24 Enfant sur un manège (Centrale 1 2023)

Enfant sur un manège tournant, à r_o de l'axe central, rotation constante ω .

L'enfant saute verticalement et remarque qu'il n'atterrit pas au même endroit. Saut de hauteur h .

1. Expliquer ce que l'enfant constate, sans calcul
2. Au bout de combien de sauts l'enfant sort-il du manège ?
3. Troisième question non traitée

L'examineur m'a fait sortir 10 minutes avant la fin, par erreur. Une fois sortie, le secrétariat m'a appelé pour me redonner un oral 2h après, avec le même examinateur.

II.25 Ressort et frottements solides (Centrale 1 2023)

On redonne les lois de Coulomb du frottement solide, avec un coefficient $f_s \neq f_d$

On tire sur B doucement, jusqu'à étirer le ressort de 12 mm au moment où la masse commence à bouger. On tire un tout petit peu plus et le bloc se déplace de 6mm puis s'immobilise.

On donne $m = 300\text{g}$ et $k = 49\text{N/m}$ mais on ne donne pas la longueur à vide du ressort.

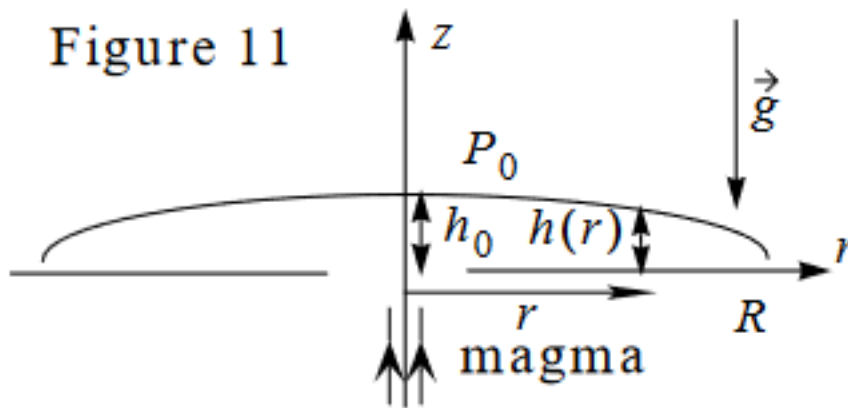
1. Calculer f_s et f_d .
2. Combien de temps le bloc bouge-t-il ?

Cette fois B est fixe et le plateau oscille. On prend en compte un amortissement fluide $F_{amor} = \alpha v_A$. A partir d'une certaine amplitude le bloc, initialement au repos, bouge par rapport au plateau.

3. Expliquer
4. Déterminer le mouvement de A

II.26 Ecoulement de lave (Centrale 1 2023)

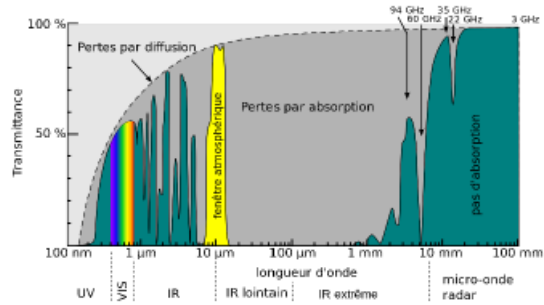
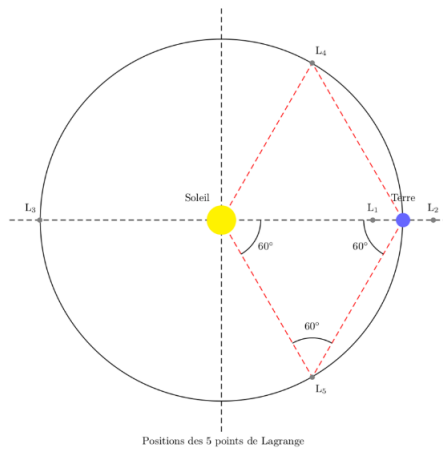
On considère de la lave modélisée comme un fluide incompressible qui s'écoule sur un plan incliné. On se place en régime permanent et on néglige les effets de bords selon Oz . La force de viscosité s'écrit $d\vec{F} = -\tau(M)dS\vec{u}_x$. Pour un fluide newtonien $\tau(M) = \eta \frac{dv_x}{dy}$



1. Montrer que l'équation de Navier-Stokes s'écrit $0 = -\text{grad}(P) + \frac{d\tau}{dy}\vec{u}_x + \mu\vec{g}$
2. en déduire l'expression de τ
3. On constate que h est faible la lave ne s'écoule pas. Le fluide est-il newtonien ?
4. On considère le modèle $\tau(M) = \tau_o + \eta \frac{dv_x}{dy}$ si $\tau > \tau_D$ et $\frac{dv_x}{dy} = 0$ si $\tau < \tau_D$. Commenter.

II.27 Points de Lagrange (Centrale 1 2023)

On s'intéresse aux points de Lagrange, points d'équilibre d'un corps dans « le référentiel de la Terre » (*imprécision volontaire de l'énoncé ?*). On veut y placer le satellite James Webb pour observer les astres.



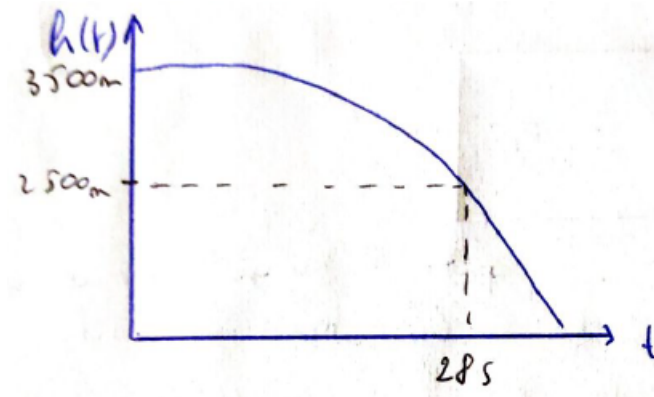
1. A l'aide du spectre d'absorption de l'atmosphère, dire pourquoi il faut placer le satellite en orbite et non sur la Terre. Dire au quel de ces points il est intéressant de placer le satellite.
2. Calculer la distance de la Terre au point L_2
3. Le satellite a-t-il besoin d'une correction orbitale ?
4. Le soleil est-il caché par la Terre au point L_2 ? Données : rayons de la Terre et du soleil
5. Quelle est la vitesse nécessaire pour envoyer le satellite en L_2 depuis la Terre ?

II.28 Grêlon (Centrale 1 2023)

On étudie un grêlon qui se forme au contact d'un nuage humide. Son rayon croît selon $r(t) = r_0(1 + at)$

On suppose la masse volumique de la glace μ constante et que le grêlon part sans vitesse initiale.

On a une courbe d'évolution de la hauteur du grêlon dans le nuage :



1. Déterminer l'équation horaire de la vitesse du grêlon.
2. Sachant que le nuage humide se situe seulement entre 3500 m et 2500m donner la vitesse de chute du grêlon au sol (on dispose de la courbe donnant le C_x en fonction de Re pour une sphère) Comparer avec une balle de fusil d'énergie 200J.

II.29 Mécanique quantique, marche de potentiel (Centrale 1 2024)

On s'intéresse à un faisceau de particules d'énergie E rencontrant en $x = 0$ une marche de potentiel de hauteur $V_0 < E$

1. Soient \vec{J}_r et \vec{J}_t les vecteurs densités de probabilité de présence réfléchi et transmis associés à $\psi_i(x, t)$. Déterminer R le coefficient de réflexion.
2. autres questions non traitées

l'équation de Schrödinger est rappelée

II.30 Bouchon de champagne (Centrale 1 2024)

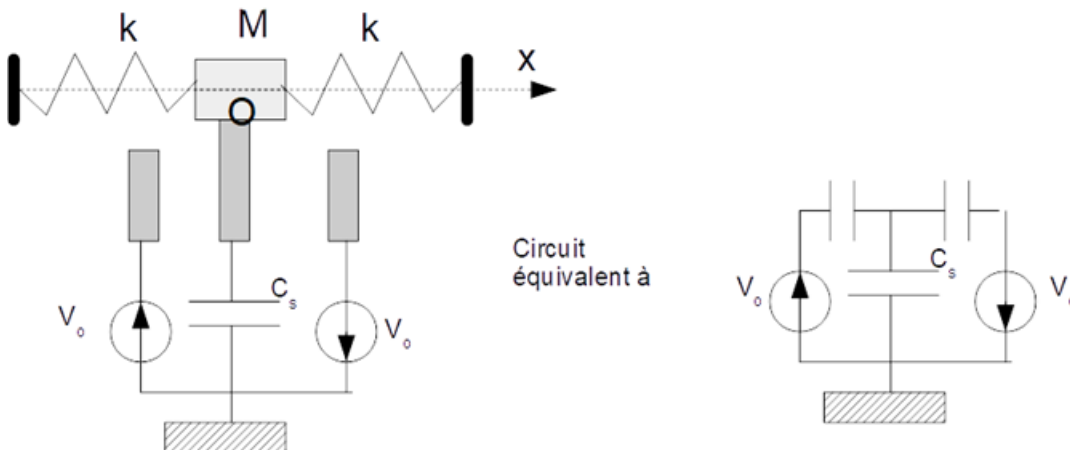
L'énoncé était sous forme de texte. L'idée générale est la suivante :

- On considère un jour d'été. La pression dans la bouteille de champagne sortie du frigo est de 2,5 bar.
- Le bouchon est un cylindre de rayon $R=1\text{cm}$, longueur $l=2,5\text{ cm}$, masse $m = 8\text{g}$.
- La vitesse d'éjection du bouchon est de l'ordre de 40km/h
- Quand la température augmente la pression à l'intérieur de la bouteille atteint 4,5 bar
- On considère que les coefficients de frottements (lois de Coulomb) sont égaux : $\mu_s = \mu_d$
- s'il manque des données, les estimer !

Un étude universitaire annonce que la vitesse du bouchon peut atteindre 100km/h. Cette conclusion est-elle pertinente ?

II.31 Ressort couplé à un condensateur (Centrale 1 2024)

Une masse M est attachée à deux ressort et à une plaque conductrice. Deux autres plaques conductrices fixes forment avec la plaque mobile deux condensateurs dont la géométrie, donc la capacité, dépend de la position x de la masse M . Le système mécanique est de plus soumis à une accélération $\vec{a} = a\vec{u}_x$.



1. Déterminer la relation entre a et x puis la relation entre V_s (tension aux bornes de C_s) et x
2. autres questions, dont AN, non traitées

II.32 Barre de traction (Centrale 1 2024)

On s'intéresse à une barre de traction fixée dans le cadre d'une porte. Elle est coincée par l'allongement obtenu en tournant la barre, ce qui tourne une vis au milieu.

De combien faut il tourner la barre pour être sûr de ne pas tomber

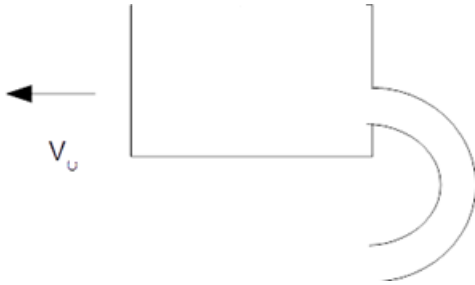
Données :

- En statique $T < fN$

- En mouvement $T = fN$
- pas de vis $p = 0,15\text{cm}$
- Module de Young des coussinets (en appuis sur le chambranle de la porte) $E = 10\text{ MPa}$
- fréquence de traction : une traction/seconde
- surface des coussinets : $S = 10 \cdot 10^{-2}\text{m}^2$

II.33 Canadair (Centrale 1 2024)

On étudie le remplissage des soutes d'un canadair qui se déplace sur l'eau à la vitesse V_o constante.



Il y a deux écopés, de sections rectangulaires ($a \times b$)

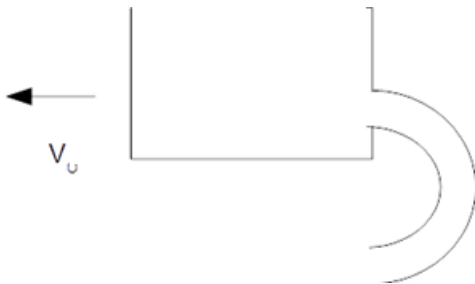
1. Quelle distance doit parcourir l'avion pour remplir la soute ?
2. Déterminer et calculer la résultante des forces qui s'appliquent sur l'auget ?
3. Quelle puissance supplémentaire doit on fournir à l'avion pendant le remplissage ?

Données :

- $V_{soute} = 62317\text{l}$
- $V_o = 130\text{km/h}$
- $a = 12\text{cm}$
- $b = 10\text{cm}$

II.34 Canadair (Centrale 1 2024)

On étudie le remplissage des soutes d'un canadair qui se déplace sur l'eau à la vitesse V_o constante.



Il y a deux écopés, de sections rectangulaires ($a \times b$)

1. Quelle distance doit parcourir l'avion pour remplir la soute ?
2. Déterminer et calculer la résultante des forces qui s'appliquent sur l'auget ?
3. Quelle puissance supplémentaire doit on fournir à l'avion pendant le remplissage ?

Données :

- $V_{soute} = 62317\text{l}$
- $V_o = 130\text{km/h}$
- $a = 12\text{cm}$
- $b = 10\text{cm}$

II.35 Atome d'hydrogène (Centrale 1 2024)

On étudie le mouvement d'un électron autour d'un proton. Le proton est supposé fixe, en O.

Données :

- équation de Schrödinger
- Laplacien en coordonnées sphériques
- m masse de l'électron, e , ϵ_0 et \hbar

1. Expression de $V(r)$ potentiel de l'électron soumis à l'interaction avec le proton
2. On cherche des solutions de l'équation sous la forme

$$\psi(r, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{u(r)}{r} e^{-iEt/\hbar}$$

Quelle est l'équation vérifiée par $u(r)$? Quelle est la signification physique de $|u(r)|^2$?

3. On pose $u(r) = r^\alpha e^{-r/r_0}$. Déterminer α et r_0 .
4. AN

III Centrale 2

III.1 Avions photovoltaïques (Centrale 2 2022)

Une introduction sur le principe de fonctionnement de ces avions.

Données : C_L, C_D, M surface ailes (pour les deux avions)

- Petit avion : $C_L = 0,8, C_D = 0,013, M = 2,6 \text{ kg}, S = 0,8 \text{ m}^2$
- Masse volumique atmosphère Mars $\rho = 0,02 \text{ kg.m}^{-3}$
- Pesanteur sur Mars $g = 3,7 \text{ m.s}^{-2}$
- Force de portance : $\frac{1}{2}\rho S C_L v^2$, orthogonale à la vitesse, vers le haut
- Force de traînée : $\frac{1}{2}\rho S C_D v^2$ opposée à la vitesse

1. Donner l'expression de la puissance motrice pour faire avancer l'avion (on obtient

$$\frac{MgC_D}{C_L} \sqrt{\frac{2Mg}{\rho S C_L}}).$$

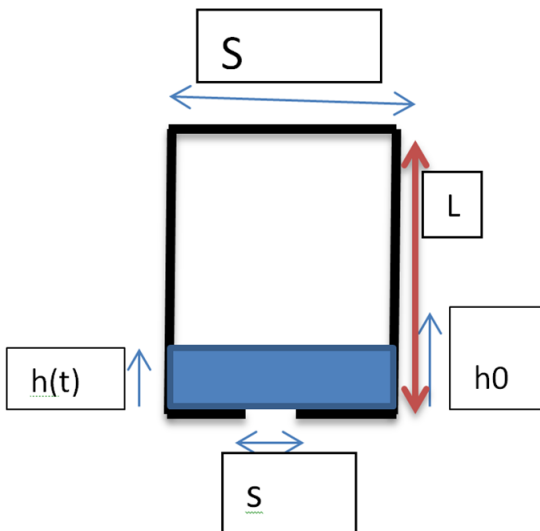
2. Est-il plus simple de faire voler l'avion à haute ou à basse altitude ? Plus simple sur Terre ou sur Mars ?
3. Calcul de la puissance motrice pour le petit avion sur Mars (on obtient 6 W).
Pour la grande maquette sur Terre, on obtient 4,6 kW.
4. On réalise un modèle réduit tel que toutes les grandeurs sont multipliées par μ .
 - (a) Comment varie la puissance avec ce facteur d'échelle
 - (b) Comment varie la puissance reçue du Soleil avec ce facteur d'échelle
 - (c) Est-il préférable de travailler sur une petite ou une grande maquette ?(en)
5. Sur la petite maquette, la puissance motrice vaut 4,6 kW. Surface des ailes $S = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, puissance surfacique provenant du Soleil $1,0 \text{ kW.m}^{-2}$; intensité produite $I = 7,64 \text{ A}$
 - (a) Si le rayonnement est monochromatique, combien de photons incidents par unité de temps ?

- (b) Si rendement = 1, quelle intensité obtient-on ?
 (c) Commentaires sur données constructeur (on en déduit le rendement de 0,8)
6. Si l'éclairement n'est pas monochromatique, il faut utiliser la densité spectrale. Un programme Python permet de calculer l'intensité spectrale surfacique. Le panneau photovoltaïque est fait en silicium et absorbe les photons d'énergie $> 1,1$ eV. Quel est le rendement quantique moyen ? (le programme Python incluait une fonction qui calculait $\int_{\lambda_a}^{\lambda_b} I_\lambda d\lambda$)

III.2 Fusée à eau (Centrale 2 2022)

Une vidéo (qui ne servait à rien pour les questions traitées), ainsi que des formules de cours étaient disponibles...

On étudie une fusée à eau. De l'air comprimé à $P_0 = 5$ bars est mis dans une bouteille d'eau gazeuse, avec un peu d'eau dedans. La fusée peut atteindre une hauteur importante. L'objectif de ce sujet est de pouvoir calculer cette hauteur maximale.



On notera P_{ext} la pression extérieure, égale à 1 bar.

On supposera que $h \ll L$ et l'on effectuera les calculs à l'ordre 1.

1. On remarque que l'expulsion de l'eau de la bouteille est extrêmement rapide. Montrer que :

$$P(t) = P_0(1 - (\gamma(h_0 - h(t)))/L)$$

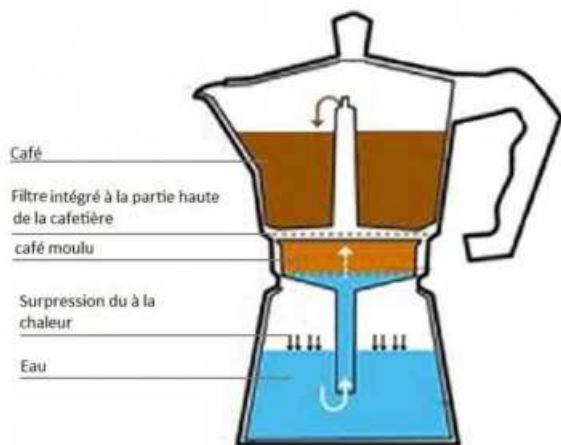
2. On néglige toutes les forces mis à part les forces de pression. Quelles forces a-t-on négligées ?
3. Montrer que la vitesse d'éjection de l'eau a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{2(P_0 - P_{ext})}{\mu}} \left(1 - \frac{\gamma P_0 (h_0 - h(t))}{2(P_0 - P_{ext})L}\right)$$

Indication à l'oral : utiliser la relation de Bernoulli

4. Deux autres questions, dont une portant sur la vitesse maximale et sur la hauteur maximale, non traitées

III.3 Cafetière italienne ou cafetière Moka (*Centrale 2 2022, compilation de deux versions de l'exercice*)

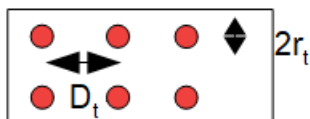
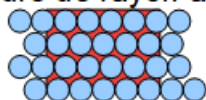


Lorsque la résistance chauffe, de l'eau s'évapore et la pression augmente. De l'eau est alors poussée vers le filtre à café.

Données : $V_{eau} = 150\text{ml}$, $V_{disponible} = 170\text{ml}$, $m_{Al} = 300\text{g}$, $c_{al} = 0,9\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et $c_{eau} = 4,2\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

- Déterminer la puissance électrique P_e à fournir pour chauffer l'eau sachant qu'il faut chauffer pendant $\Delta t = 320$ s pour que la température passe de $T_i = 25^\circ\text{C}$ à $T_f = 120^\circ\text{C}$. Commenter.
- A $T_i = 80^\circ\text{C}$, l'eau commence juste à monter vers le filtre. Déterminer la pression P_i au sein du système lorsqu'il atteint T_i . Déterminer la masse d'eau évaporée lorsque T_i est atteint. $P_{sat}(80^\circ\text{C}) = 0,47\text{bar}$, $P_{sat}(25^\circ\text{C})$ négligeable.
- La température se stabilise à $T_i = 90^\circ\text{C}$ et la pression à $P_i = 1,6$ bar. On définit la résistance hydraulique par la relation $\Delta P = R_h Q_v$ entre la différence de pression (pression amont - pression aval) et le débit volumique. 65 g d'eau passent dans le compartiment du haut à travers le filtre en $\Delta t_1 = 17\text{s}$. Déterminer la résistance hydraulique du filtre.
- On ajoute du café moulu sur le filtre et l'eau passe en $\Delta t_2 = 54\text{s}$. Déterminer la résistance hydraulique équivalente du café.
- Pour étudier l'écoulement à travers le café, on modélise ce milieu comme un ensemble de capillaires. On évalue la porosité du filtre par $\Phi = \frac{V_{accessible}}{V_{total}}$. La poudre de café est modélisée par des sphères de rayon a , le réseau de capillaires qu'elle crée est caractérisé par des capillaires de rayon R_t distants de D_t

Poudre de rayon a



Donner la relation entre le rayon R_t d'un capillaire, la distance D_t entre deux capillaires, le rayon a de la poudre de café et la porosité.

- Justifier que le champ des vitesses dans un capillaire est de la forme $v(r)\vec{u}_r$
- Déterminer le débit volumique en fonction de R_t , η (viscosité) et ΔP (différence de pression)

III.4 Bateau dans le canal de Suez (*Centrale 2 2022*)

On étudie le bateau qui a bloqué le canal de Suez le 23 mars 2021. Il y a une vidéo du bateau dans le canal (inutile?)

Le bateau a une longueur L , une largeur l , une hauteur immergée d et une masse m . Il se déplace à la vitesse $u\vec{u}_x$.

L'eau dans le canal a une hauteur H , mais l'épaisseur d'eau sous le bateau vaut h .

Quand le bateau n'avance pas, la hauteur d'eau sous le bateau est h_0 et la hauteur du bateau immergé d_0 .

On retient les hypothèses suivantes :

- a largeur du bateau est environ égale à la largeur du canal
- l'écoulement est irrotationnel on néglige la viscosité et les effets de sillage

On étudie l'écoulement sous le bateau en le supposant unidirectionnel selon \vec{u}_x et indépendant de la coordonnée y (selon la largeur).

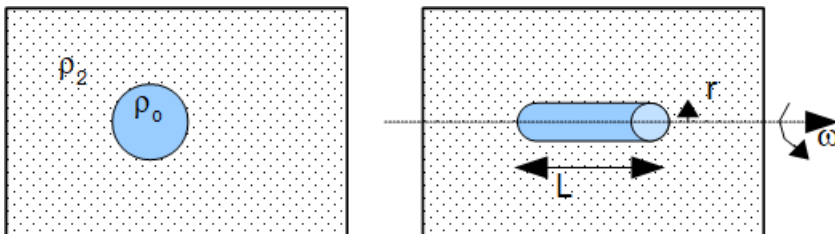
1. Montrer que sous le bateau la vitesse est uniforme. Exprimer la vitesse en fonction de H, h et u .
2. Calculer la résultante des forces de pression sous le bateau.
3. En étudiant l'équilibre du bateau (à vitesse nulle), montrer que :

$$\frac{d_o}{H} = 1 - \frac{h}{H} + \frac{u^2}{2gH} \left(1 - \left(\frac{H}{h}\right)^2\right)$$

4. Adimensionner l'équation précédente en posant $X = \frac{h}{H}$ et $F = \frac{u^2}{gH}$. Avec $Y_o = \frac{d_o}{H}$, on obtient une équation : $Y_o = Y(X, F)$ Tracer Y en fonction de X pour différentes valeurs de F .
5. 2 autres questions non traitées et non rapportées

III.5 Mesure d'un coefficient de tension superficielle (*Centrale 2 2022*)

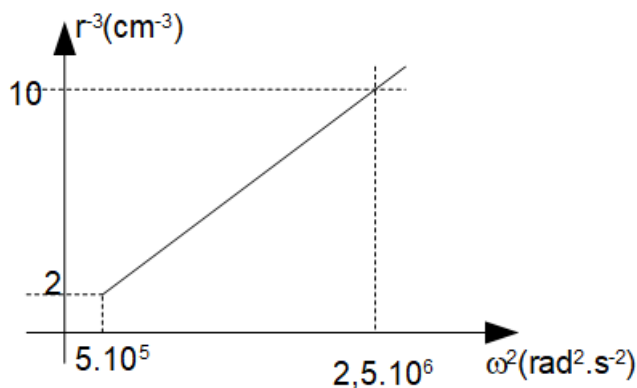
On place une goutte d'un liquide 1 (huile de silicone) dans un cylindre rempli d'un liquide 2 (glycérol), en rotation à la vitesse angulaire ω . La goutte va alors progressivement s'allonger jusqu'à atteindre un régime permanent où elle aura la forme d'un cylindre.



On fait l'hypothèse $L \gg r$ et on néglige le poids. On rappelle l'expression de l'énergie de tension superficielle : $E_s = \gamma S$

1. Dans cette question, on considère que la vitesse angulaire est nulle. Justifier que la goutte prend alors une forme sphérique.
2. Le liquide 2 est maintenant en rotation, déterminer E_s .

- En considérant un volume dV , exprimer la force d'inertie d'entraînement $d\vec{f}_{ie}$ s'exerçant sur ce volume. En déduire une énergie potentielle volumique $e_{p,e}$.
- Calculer l'énergie potentielle totale de la goutte sous sa forme cylindrique.
- Justifier, par analogie avec la poussée d'Archimède, que le liquide 2 exerce une force dérivant de l'énergie potentielle : $E_{pp} = \frac{\pi}{4} \rho_2 \omega^2 r^4 L$
- Déterminer le rayon d'équilibre r_{eq} de la goutte de liquide 1.
- A partir de la figure ci-dessous, déterminer γ



On considère maintenant le profil ci-dessous : $\tilde{r} = r_1 + \delta \sin(kz)$

- On considère que la variation d'énergie par rapport à la position d'équilibre vaut $\Delta E = \pi^2 \delta^2 \left(\frac{1}{4} \Delta \rho \omega^2 \frac{r_1^2}{K} + \gamma \left(K r_1 - \frac{1}{K r_1} \right) \right)$. Interpréter chacun des termes et indiquer s'ils sont responsables d'une stabilisation ou d'une déstabilisation du système.
- Montrer qu'il existe une longueur d'onde critique au-dessus de laquelle une instabilité apparaît.
- + autres questions non traitées et non rapportées

III.6 Cyanine (Centrale 2 2021)

Données : masse proton, électron, charge élémentaire, \mathcal{G} , $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, taille de l'atome non donnée

On parle de molécules de cyanine, document avec différentes molécules et une échelle de couleurs en légende à droite. On cherche dans un premier temps à étudier l'interaction proton-électron d'un noyau atomique et dans un deuxième temps à relier cette étude aux molécules de cyanine.

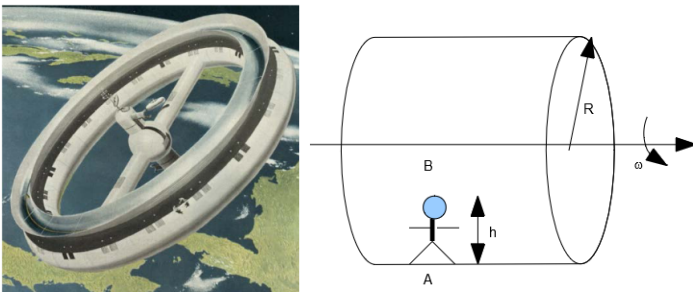
- Si la force centrale à laquelle était soumise l'électron était la force gravitationnelle, quelle serait la trajectoire de l'électron? Montrer que cette force est masquée par un autre phénomène. L'électron peut rayonner, conséquence sur sa trajectoire?
- Rappeler l'inégalité d'Heisenberg, expliquer ce qu'elle implique sur la connaissance de la trajectoire de l'électron.
- On considère que la variation spatiale est de l'ordre de la taille de l'atome, notée a . Calculer Δp .
- On considère que $\Delta p \sim p$. Exprimer E_c en fonction de certains paramètres? E_p ? En déduire E_m .
- En quelle valeur E_m est elle maximale? Comparer au rayon de Bohr (formule rappelée), commenter. Calculer $E_m(a_{max})$. Commenter.

6. On rappelle l'équation de Schrödinger. Donner l'équation de Schrödinger spatiale pour une solution stationnaire.
7. On considère un puits infini (limité en 0 et a rayon atome), déterminer les solutions de l'équation et donner les niveaux d'énergie. Dessiner les positions de l'électron.
8. Quelle est la transition énergétique la plus faible ? Longueur d'onde associée ?
9. Question python non abordée où il fallait compléter l'algorithme sur l'ordinateur pour voir des niveaux d'énergie et conclure pour les molécules de cyanine, probablement en lien avec leur couleur.

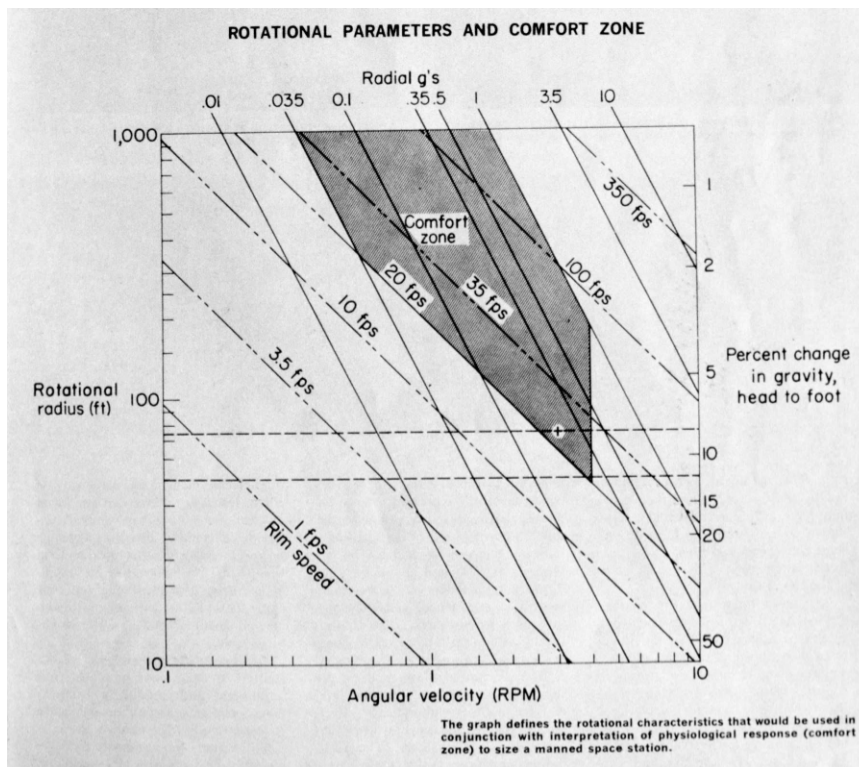
III.7 Gravité artificielle (*Centrale 2 2021*)

On s'intéresse à un vaisseau spatial, on veut que dans le vaisseau la gravité soit la même que sur Terre pour ménager le corps des astronautes.

Il y avait une photo du vaisseau, de forme cylindrique.



1. On modélise le vaisseau comme un cylindre de rayon R
 - (a) Le cylindre tourne autour de son axe à la vitesse angulaire ω , l'astronaute est sur la surface latérale du cylindre, en A , on l'assimile à un point matériel, il est à l'équilibre. Faire un bilan des forces.
 - (b) On tient compte de la taille de l'astronaute. Exprimer la différence relative des accélérations ressenties au niveau de la tête et des pieds en fonction de h et R .
 - (c) On a un diagramme. *NDLR : je présume que c'est celui là ?*



Retrouver les pentes des droites obliques ($NDLR$: $rim\ speed = vitesse\ d'entraînement\ ici$)

- (d) Pour quelle valeur de h la diagramme est-il donné?
 - (e) Commenter la zone de confort
 - (f) Expliquer pourquoi on a une vitesse d'inertie maximale et minimale
 - (g) Quelle doit être la vitesse de rotation du vaisseau
2. : Questions annexes : comment les astronautes s'entraînent à se déplacer en subissant une force de Coriolis importante. Quelles conséquences sur l'organisme? Quelle partie du corps assure l'équilibre? Proposer d'autres méthodes de gravité artificielles (avantage/inconvénient?)

III.8 Anneau monde (*Centrale 2 2021*)

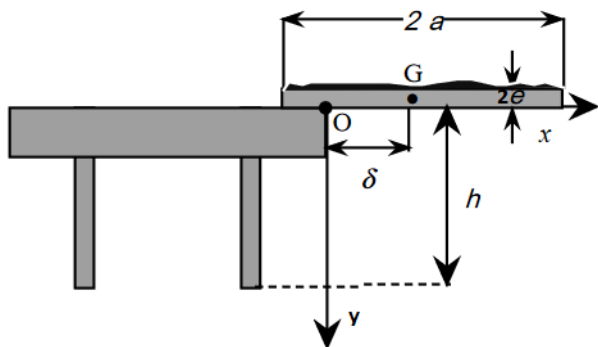
Un anneau de rayon 1 u.a. tourne autour d'une naine jaune EC 1752. La surface habitable de l'anneau vaut 3 Millions de fois celle de la Terre.

1. Quelle est la largeur de l'anneau. Commenter.
2. L'anneau tourne à la vitesse angulaire ω pour simuler le champ de pesanteur terrestre. Calculer la période T de l'anneau en jours.
3. Un anneau ombre de rayon R est composé de N rectangles pour simuler le jour et la nuit
 - (a) On suppose que l'anneau ombre est immobile. Combien faut-il de rectangles pour avoir un cycle jour/nuit par 24h?
 - (b) On suppose que l'anneau ombre tourne. Trouver une relation entre R et la période de rotation T'
 - (c) On suppose que l'anneau ombre tourne dans le même sens que l'anneau monde. Trouver une relation entre T_{cycle} , N , R et les données du problème.
 - (d) Pour $N = 20$ déterminer R pour $T_{cycle} = 24h$.
4. Quelle est la puissance que reçoit l'anneau de l'étoile EC-1752. La comparer à celle reçue par la Terre.

Données : $R_{Terre} = 6400\text{km}$, $M_{soleil} = 2.10^{30}\text{kg}$, $1\text{u.a.} = \text{distance Terre-Soleil}$, Intensité lumineuse de l'étoile.

III.9 Chute d'une tartine beurrée (*Centrale 2 2021*)

On modélise une tartine comme un parallélépipède $2a \times 2e \times b$ On donne $J_{Gz} = \frac{1}{3}m(a^2 + e^2)$ et $J_{Oz} = J_{Gz} + m(\delta^2 + e^2)$



1. Explication quantitative
2. Expression de $\omega = \frac{d\theta}{dt} = f(\theta)$ En déduire ω_o au moment où la tartine quitte la table
3. On donne lors de la phase de chute $E_c = \frac{1}{2}m\dot{y}_G^2 + \frac{1}{2}J_{Gz}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$, établir $\theta(t)$
4. Valeur η_{min} de η permettant à la tartine atterrir côté pain.
5. Programme python à remplir
6. Variation sur la chute de piliers

III.10 Voler avec des ballons (*Centrale 2 2021*)

Blabla sur le fait qu'un avion américain ait vu en 1982 un citoyen américain (Larry Walters ?) volant à 4500 m d'altitude sur sa chaise de jardin et l'ai rapporté au centre de contrôle aérien. Il avait décidé de s'envoler à l'aide de 42 ballons de volume $7,2 \text{ m}^3$ remplis d'hélium et accrochés à sa chaise. Il était parti avec un fusil (perdu entre temps) une bière et un encas.



On donne $\mu_{air} = 1,2\text{kg.m}^{-3}$ et $\mu_{air} = 0,17\text{kg.m}^{-3}$ au niveau du sol, $M_{air} = 29\text{g.mol}^{-1}$

1. Estimer rapidement la masse du système homme+chaise+matériel+ballons. L'homme a-t-il prévu assez de ballons d'hélium ?
2. On considère que le volume des ballons n'est pas modifié lorsque l'altitude augmente. On modélise l'évolution de la température avec $T(z) = A - Bz$ où $A = 286\text{K}$ et $B = 4,75.10^{-3}\text{K.m}^{-1}$. Avec une approximation justifiée, établir l'évolution de la masse volumique. Existe-t-il alors une position d'équilibre lors du vol ?
3. L'expérience a été de nouveau réalisée avec un ballon énorme et une nacelle qui a pu monter beaucoup plus haut.
Sur la position de stabilité : l'altitude est donnée, $\mu_{air} = 4,07.10^{-3}\text{kg.m}^{-3}$, $V_{ballon} = 850000\text{m}^3$, vitesse à l'équilibre $v \sim 5 - 6\text{m.s}^{-1}$, $T = -16^\circ\text{C}$. On suppose la viscosité de l'air de l'ordre de 10^{-5} Pa.s.
Déterminer la masse du système
4. On admet la forme de la force de frottement $\vec{f} = -\frac{1}{2}C_x S \mu \dot{z}^2 \vec{u}_z$
Justifier par analyse dimensionnelle la validité de la loi proposée, le coefficient de traînée C_x étant sans dimension.
Déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement. Quelles sont alors ces caractéristiques ? Conclusion sur la nature et la valeur de C_x
5. On considère une sphère de rayon r . Quelle est la forme de la surface frontale S (ou maître couple) dans la loi de force pour une sphère ? Quel est le lien entre l'évolution du volume et celui de la surface ? On peut alors montrer que $\vec{f} = -K C_x V^{2/3} \mu \dot{z}^2 \vec{u}_z$: déterminer K
6. d'autres questions non traitées, dont la résolution du mouvement avec la méthode Euler et un programme Python

III.11 Flyboard (*Centrale 2 2021*)

Flyboard qui peut monter jusqu'à 15 m de haut.



1. À l'aide d'un bilan de quantité de mouvement, donner l'expression de la force de poussée permettant de se stabiliser à la hauteur maximale (on pourra considérer qu'il n'y a qu'une seule sortie d'eau au niveau du flyboard).

2. À l'aide d'un bilan d'énergie, déterminer la puissance fournie par la pompe.
3. autre question, non rapportée

L'ordinateur ne fonctionnait pas donc j'ai pas eu de Python à faire

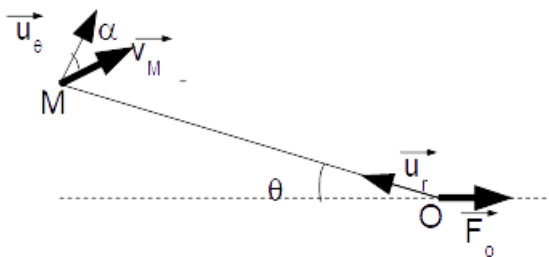
III.12 Dynamique d'un ion chlorure (*Centrale 2 2019*)

On s'intéresse à la dynamique d'un ion chlorure dans le champ dipolaire d'une molécule d'eau supposée fixe.

1. Montrer que le potentiel prend la forme $V(r, \theta) = k \cos(\theta)/r^2$ dans un système de coordonnées polaires adapté. Évaluer k
2. En déduire la force
3. Justifier que le poids est négligeable (M de Cl donnée). On admet qu'il en est de même pour l'attraction gravitationnelle.
4. Écrire les 2 équations de la dynamique. Par un théorème énergétique, montrer que l'une devient $\frac{d}{dt}(r \frac{dr}{dt}) = K$ à déterminer.
5. En déduire $r(t)$ pour une vitesse initiale orthoradiale.
6. Des courbes sont données pour K variable, il se passe vraiment plein de choses (je crois qu'il doit s'agir d'un problème chaotique). On voit parfois des oscillations, parfois des trajectoires rectilignes, et globalement l'ion est repoussé. Interpréter.
7. Dans quels cas l'ion est-il solvaté? Limites de la modélisation? (On a pris une charge ponctuelle pour Cl⁻)

III.13 Parapente (*Centrale 2 2023*)

On étudie un parapente. On donne $\nu_{air} = 1,57 \cdot 10^{-5}$ SI. Le parapente est modélisé par un point M de masse m relié à un fil inextensible de longueur l à un point O de masse négligeable. Le point O se déplace à \vec{v}_o , il est soumis à une force de traction \vec{F}_o . On définit les angles θ et α



La tension exercée par la corde est de norme T_e . Le point M est soumis à une force de traînée $\vec{D} \perp \vec{v}_M$ et de portance $\vec{L} // \vec{v}_M$.

On donne

- $L = \frac{1}{2} \mu S C_L(\alpha) v_M^2$
- $D = \frac{1}{2} \mu S C_D(\alpha) v_M^2$

1. Justifier la forme de L et D

2. Montrer que $\sin(\alpha) = \frac{V_o \cos(\theta)}{\sqrt{v_o^2 \cos^2 \theta + (v_o \sin \theta + l \dot{\theta})^2}}$

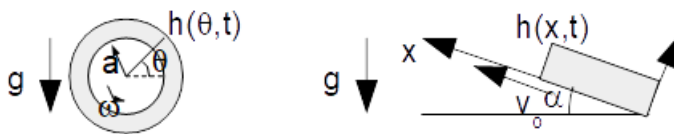
3. Par une méthode au choix trouvez deux relations reliant V_o , θ , α , F_o , L et D

4. système d'équations couplées
5. On donnait l'équation différentielle du système (énorme!), il fallait trouver un temps caractéristique
6. Il y avait une chronophotographie du décollage, il fallait déterminer un ODG de la force de tension.
7. plein d'autres questions

III.14 Ecoulement de Couette cylindrique (Centrale 2 2023)

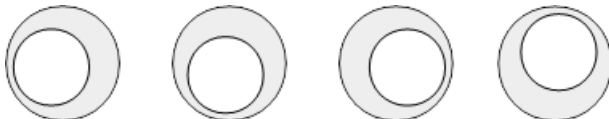
On étudie le profil de l'écoulement du miel autour d'une cuillère à miel lorsqu'on tourne la cuillère. On dispose d'une vidéo montrant la situation.

On simplifie le modèle pour se ramener à un problème en cartésiennes avec une paroi se déplaçant à la vitesse v_o



Le régime est permanent, le fluide incompressible. On fait l'hypothèse que $a \gg h(\theta, t)$ avec une variation de h par rapport à θ faible $h(\theta, t) \sim h_o$ hauteur moyenne.

1. (a) Exprimer α et v_o , préciser les hypothèses pour pouvoir assimiler localement le cylindre à un plan.
 (b) Hypothèse nécessaire pour pouvoir négliger le terme convectif dans NS? On suppose qu'elle est vérifiée par la suite.
 (c) On suppose le profil de vitesse de l'écoulement dans le modèle plan $\vec{v} = u\vec{e}_x + w\vec{e}_y$
 Montrer que $w \ll u$
 (d) Montrer que dans ces conditions NS devient $\eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \rho g \cos(\alpha)$
 (e) CL en $y = 0$? Justifier que $\frac{\partial u}{\partial y}(h) = 0$ (on précisait que la viscosité de l'air était négligeable)
2. (a) Déterminer $u(z)$
 (b) Déterminer Q le débit volumique par unité de longueur
 (c) On nous présentait plusieurs profils de vitesse, il fallait dire lequel était le plus réaliste en argumentant à partir de l'expression de Q



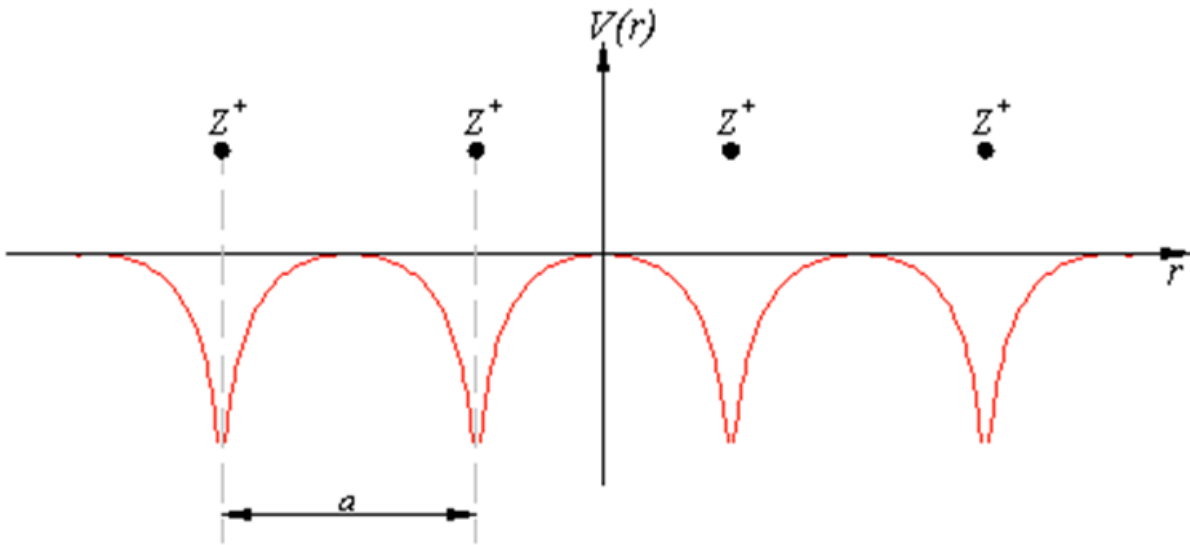
3. On définit une vitesse $v_s(\theta)$ à l'interface air/miel, qu'on adimensionne : $\tilde{v} = \frac{v_s}{a\omega}$. Montrer que $(\tilde{v} - 1)(2\tilde{v} + 1)^2 = -2\beta \cos(\theta)$ (pas sûr). exprimer β en fonction des données et de Q
4. questions python pas abordées

III.15 Mécanique quantique dans un réseau (Centrale 2 2023)

On donne une variation de potentiel unidimensionnelle représentant le cristal.

- $V(x = < 0) = +\infty$

- $V(x \geq L) = +\infty$ où $L = (N + 1)a$
- $V(x) = -bx \text{Dirac}(x - ja)$ pour $j \in [1, N]$ entier, b représentant la "force" du potentiel des nœuds sur les électrons.



Quelque chose comme cela avec des pics (=Dirac) situés sur les nœuds du cristal situés entre 0 et $L = (N + 1)a$

On donnait que toute intégrale de $f(x)\text{Dirac}(x - x_0)$ autour de x_0 donne $f(x_0)$

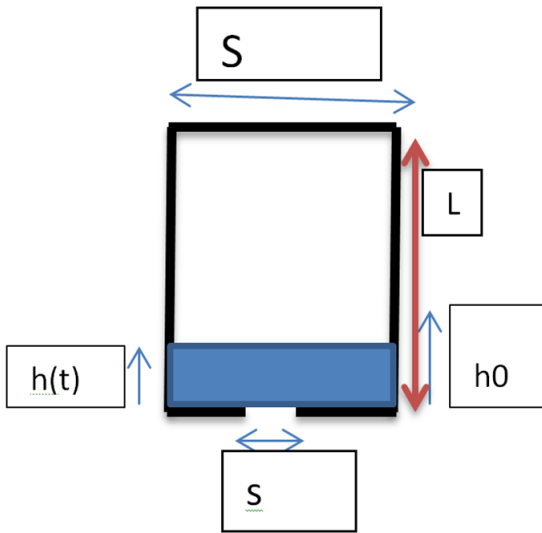
On rappelle l'éq. de Schrödinger et on pose $\psi_j(x, t) = \exp(-iEt/\hbar)\varphi_j(x)$

- (a) Nom des états définis par cette forme. Justifier.
 - (b) Donner l'équation de Schrödinger spatiale
 - (c) Donner le potentiel V pour les intervalles ouverts $]ja, (j + 1)a[$ et donner les formes des solutions selon la valeur de E .
- (a) Donner les conditions limites
 - (b) En intégrant Schrödinger spatial, relier $\frac{\varphi(j-1)}{dx}$ $\frac{\varphi_j}{dx}$ et φ_j en $x = ja$
- (a) Cas $N = 0$? Justifier niveaux en n^2
 - (b) Conjecture pour $N \rightarrow \infty$
 - (c) Autre question non traitée.

III.16 Fusée à eau (Centrale 2 2023)

Une vidéo (qui ne servait à rien pour les questions traitées), ainsi que des formules de cours étaient disponibles. . .

On étudie une fusée à eau. De l'air comprimé à $P_0 = 5$ bars est mis dans une bouteille d'eau gazeuse, avec un peu d'eau dedans. La fusée peut atteindre une hauteur importante. L'objectif de ce sujet est de pouvoir calculer cette hauteur maximale.



On notera P_{ext} la pression extérieure, égale à 1 bar.

On supposera que $h \ll L$ et l'on effectuera les calculs à l'ordre 1.

1. On remarque que l'expulsion de l'eau de la bouteille est extrêmement rapide. Montrer que :

$$P(t) = P_0(1 - (\gamma(h_0 - h(t)))/L)$$

2. On néglige toutes les forces mis à part les forces de pression. Quelles forces a-t-on négligées ?

3. Montrer que la vitesse d'éjection de l'eau a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{2(P_0 - P_{ext})}{\mu}} \left(1 - \frac{\gamma P_0(h_0 - h(t))}{2(P_0 - P_{ext})L}\right)$$

Indication à l'oral : utiliser la relation de Bernoulli

4. Montrer que h vérifie une équation du type

$$\frac{dh}{dt} + \frac{h}{t} = \frac{h_f}{\tau}$$

l'expression littérale de τ était donnée, pas celle de h_f

5. Résoudre, déterminer le temps de vidange

6. L'expression de v_{max} était donnée, calcul de la hauteur z_{max}

Données :

- $s = 2\text{cm}^2$, $S = 75\text{cm}^2$
- $h_0 = 2\text{cm}$, $P_0 = 5\text{bar}$, $P_{ext} = 1\text{bar}$
- $\eta = 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$
- $\mu = 10^3\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

III.17 Écoulement de Poiseuille (Centrale 2 2024)

On étudie un écoulement de Poiseuille cylindrique dans une conduite de longueur x_0 de rayon R . On rappelle

$$\vec{v}(r) = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \vec{u}_x \text{ avec } \frac{dP}{dx} = -\Pi < 0$$

Un fluide à la température T_0 entoure la conduite

On donne la puissance volumique des forces de viscosité : $P_v = \eta \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2$

On suppose $T(r = R) = T_o$ et en régime permanent $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$

On suppose le nombre de Reynolds $Re \gg 1$

1. Rappeler ce que représente le nombre de Reynolds. Donner l'intervalle de variation de Re pour un écoulement de Poiseuille.
2. À l'aide d'un bilan thermique montrer que

$$0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \alpha \left(\frac{dv}{dr} \right)^2$$

où α s'exprime en fonction de η et λ .

3. Déterminer $T(r)$ et tracer le profil de vitesse et de température.
4. Evaluer l'ODG de l'écart de température entre le centre et la paroi.

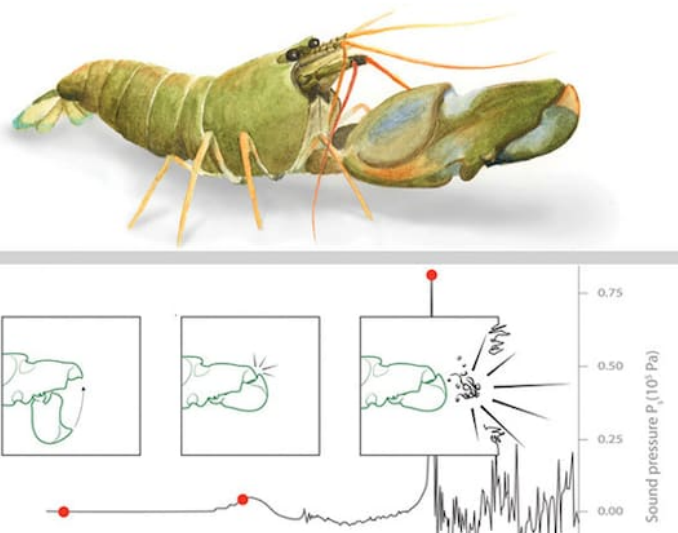
La température du fluide qui entoure la conduite passe brutalement en $x = x_o/2$ de T_o à T_1 .

On pose $\tilde{x} = \frac{x}{x_o}$ et $\tilde{r} = \frac{r}{R}$.

5. On donne le profil de température $T(\tilde{x})$ qu'il faut commenter, et discuter des paramètres pouvant faire varier la température.
6. Il fallait faire varier les paramètres d'un programme Python qui donnait le profil de température. Le nombre d'Eckert et celui de Prandl intervenaient.

III.18 Crevette pistolet (*Centrale 2 2024*)

On s'intéresse au son émis par le pincement d'une pince de crevette. On a une courbe de l'intensité sonore en fonction du temps, qui devait ressembler à :



Quand l'intensité atteint son maximum une bulle apparaît.

1. Le son vient-il du claquement des pinces de la crevette ?
2. On admet que le théorème de Bernoulli s'applique. $v_{max} = 25 \text{ m.s}^{-1}$. Justifier l'apparition de la bulle puis son implosion.

On s'intéresse à la bulle isolée, supposée sphérique de rayon $R(t)$. On décrit l'écoulement de l'eau autour de la bulle en coordonnées sphériques. On le considère incompressible, la pression vaut P_o loin de la bulle et $P_b(t)$ dans la bulle.

3. Exprimer le champ de vitesse en fonction de $R(t)$, $\dot{R}(t)$ et r
4. (a) Exprimer l'énergie cinétique sous forme intégrale puis montrer que $E_c(t) = 2\pi\rho\dot{R}^2R^3$
 (b) Exprimer le travail des forces de pression dans le fluide lorsque le rayon de la bulle varie de R à $R + dR$
 (c) question avec le th de l'énergie cinétique?
5. Partie code à commenter.

III.19 Troux noirs (Centrale 2 2024)

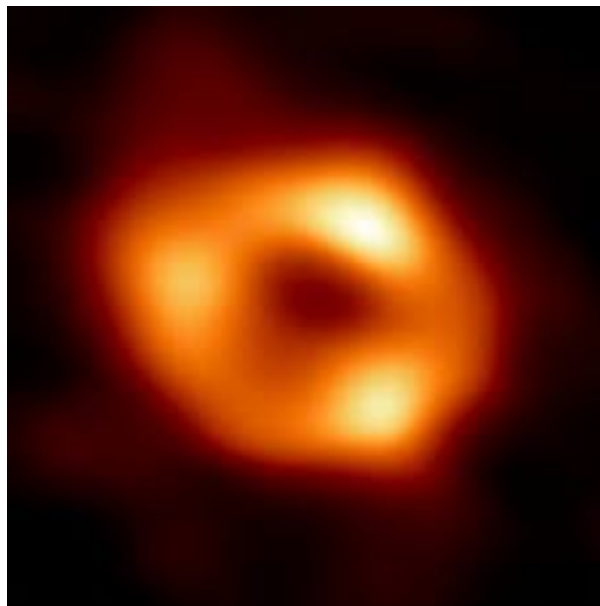
On étudie les trous noirs. Ils sont divisés en trois catégories :

- trous noirs stellaires, de masse 100 à 200 fois celle du soleil
- trous noirs intermédiaires
- trous noirs super massifs, de masse 10^3 à 10^6 fois celle du soleil.

Grâce à la rotation du trou noir la lumière s'échappe parfois en jet stellaire.

On définit le rayon du trou noir comme la distance à partir de laquelle la lumière à la vitesse c peut échapper à l'attraction du trou noir.

On dispose d'une photo de Sagittarius A* (trou noir au centre de notre galaxie)

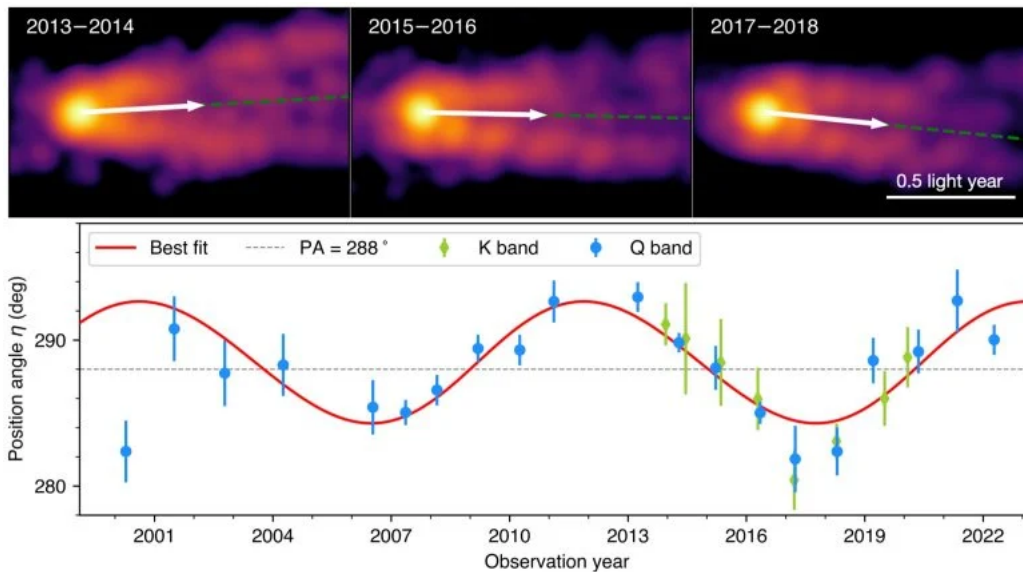


1. Expliquer pourquoi il s'agit d'un trou noir. A quelle catégorie appartient-il?
2. Rappeler les deux quantités qui se conservent dans un mouvement à force centrale. En déduire l'expression de $E_{p,eff}$ à l'aide de la constante des aires C .
3. Exprimer la vitesse de libération. En déduire une expression du rayon R_o du trou noir.
4. question oubliée

On corrige la force d'attraction par le trou noir :

$$\vec{F} = -\frac{\mathcal{G}M_o m}{(R_o - r)^2}\vec{u}_r$$

- Donner $E_{p,gr}$ associée à cette nouvelle forme de force. Tracer $E_{p,eff}$ à l'aide de Python (*il fallait juste modifier l'expression de E_p dont la forme standard était déjà dans le script*)
- On considère désormais une étoile d'énergie mécanique nulle qui gravite autour du trou noir. Donner l'équation vérifiée par r_{min} (distance minimale au trou noir) et la résoudre avec Python (*la fonction permettant de calculer les racines d'un polynôme de degré n était déjà écrite*)
- On introduit une grandeur sans dimension $\bar{a} = \frac{ac^2}{\mathcal{G}M_o} < 1$.
Donner la dimension de a . En déduire par analogie une expression pour le moment cinétique J du trou noir faisant intervenir R_o . Contrainte sur J ?
- L'énoncé indique que la rotation du trou noir intervient dans un de ses paramètres qui n'est pas la masse. Quel est-il?
- On donne un graphe (*qui devait ressembler à celui ci, qui concerne un autre trou noir=M87*)



Il fallait expliquer quelle était la grandeur mesurée et interpréter.

Données :

- masse du soleil $M = 2.10^{30}\text{kg}$
- masse de Sagittarius A* : $M_o = 10^{36}\text{ kg}$

III.20 Potentiel harmonique en MQ (Centrale 2 2024)

On considère une particule quantique dans un potentiel harmonique $V(x) = \frac{1}{2}m\omega_o^2x^2$

- Pourquoi peut-on dire que $\langle x \rangle = 0$ et $\langle p \rangle = 0$?
- Sachant que pour une grandeur g : $(\Delta g)^2 = \langle g^2 \rangle - \langle g \rangle^2$ déterminer l'énergie minimale de la particule.
- On rappelle l'équation de Schrödinger stationnaire :

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\ddot{\varphi} + V\varphi = E\varphi$$

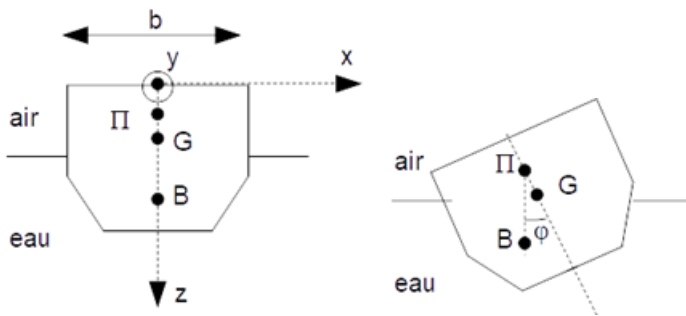
(a) Qu'entend-on par stationnaire?

(b) On propose $\varphi(x) = A \exp(\frac{-x^2}{2\sigma^2})$: cette fonction est elle solution de l'équation. Condition sur σ ?

- (c) Adimensionner l'équation de Schrödinger en posant $x = \sigma X$
- (d) Soit $n \in \mathbb{N}$ et $[\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n]$ des valeurs discrètes de $\varphi(x) : \varphi_i = \varphi(x_i = i \times a)$. Montrer que $\frac{d^2\varphi}{dX^2}(x_i) = \alpha(\varphi_{i+1} + \varphi_{i-1} - 2\varphi_i)$. Déterminer α
- (e) Ecrire l'équation de Schrödinger sous la forme $H\varphi = E\varphi$: déterminer la matrice H
- (f) Méthode pour calculer E ?

III.21 Oscillations d'un navire (Centrale 2 2024)

Vidéo «Pirates des caraïbes 3» : les matelots font des allers-retours sur la largeur du bateau pour le faire osciller et le retourner.

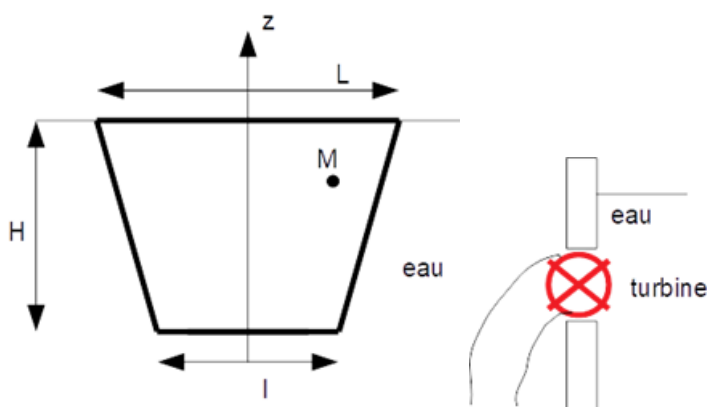


G : centre de gravité du navire, B point d'application de la poussée d'Archimède, Π métacentre (intersection de la ligne d'application de la poussée d'Archimède et de l'axe de symétrie)

1. On connaît le volume d'eau déplacée par le bateau. Déterminer la masse du bateau+matelots
2. On considère que le moment d'inertie du bateau est celui d'un cylindre plein $J = \frac{1}{2}m(\frac{b}{2})^2$. Pourquoi prendre un cylindre plein plutôt qu'un 1/2 cylindre ou un cylindre creux ?
3. Période des oscillations du bateau ? On notera $h_o = \|\vec{\Pi G}\|$ hauteur métacentrique, considérée comme quasi constante pour de petites oscillations.
4. On prend maintenant en compte le mouvement des matelots, assimilé à un point matériel se déplaçant sur l'axe Ox où $-b/2 < x < b/2$. Pour simplifier on considère $\Pi = O$ et $h_o = \text{cste}$. Calculer la nouvelle période des oscillations (toujours considérées comme petites $\varphi \ll 1$)
5. En fait φ devient grand quand le bateau se retourne, et $h = \|\vec{\Pi G}\|$ varie avec φ , pour $\varphi_{max} \sim 60^\circ$ $h = 0$. Proposer un modèle TRES simple pour $\frac{h}{h_o} = f(\varphi)$
6. Question non traitée : il s'agissait de l'équation donnant $\varphi(t)$ en utilisant la méthode d'Euler. Il fallait rentrer quelques valeurs et coder la partie Euler, commenter le code et les graphes.

III.22 Etude d'un barrage (Centrale 2 2024)

On étudie un barrage dans l'eau, considérée comme incompressible et homogène (masse volumique μ)



1. (a) Expression de $P(M)$ en fonction de z .
 (b) Donner l'expression de la résultante des force de pression dans le cas d'un barrage plan.
 (c) En réalité le barrage est courbe. Quel est l'intérêt ?
2. En justifiant le modèle et les approximations envisagées estimer la puissance électrique de la turbine.
3. partie non traitée avec des turbines Pelton (turbines à auget)

III.23 Météore (Centrale 2 2024)

Document sur les météores.

- vitesse avant l'atmosphère $< 25 \text{ km.s}^{-1}$
 - dans l'atmosphère : brillant puis sombre quand $v < 4 \text{ km.s}^{-1}$
 - chute libre
1. Energie responsable de la formation du météore, durée du vol brillant, vitesse caractéristique avant et après son état de météore : il faut juste lire le document
 2. L'atmosphère exerce une force de frottement du type $\vec{F} = -\Gamma S \mu \|\vec{v}\| \vec{v}$, montrer que la force de trainée est dominante par rapport aux autres forces qui s'appliquent sur le météore.
 3. Ecrire l'équation différentielle du météore
 4. Déterminer l'expression de la masse volumique de l'atmosphère μ en fonction de z sachant que la température a pour expression $T(z) = T_o - az$
 5. Comparer l'expression trouvée en 4) et celle donnée par le programme Python
 6. Méthode pour résoudre l'équation du mouvement. Expliquer la méthode d'Euler
 7. Autres questions non traitées.

III.24 Tireur d'élite (Centrale 2 2024)

On s'intéresse à un tireur d'élite qui vise une cible à 3545 m. La balle a une masse m et elle part à $v = 846 \text{ m.s}^{-1}$. On ne prend pas en compte la courbure de la Terre.

1. Donner la déviation de la balle si le tireur vise le centre de la cible. Comment rectifier ? Quel doit être l'angle initial pour que la balle arrive bien au centre de la cible ?
2. Vérifier avec Python (il fallait juste modifier l'angle)
3. Quelle est la vitesse angulaire de la Terre ?

4. L'homme est située en un point de latitude λ et il tire vers le Nord. On se place dans le référentiel terrestre. Comment la balle est-elle déviée par la force de Coriolis ? Justifier que son influence est non négligeable si on veut une précision de $\delta = 10\text{cm}$.
5. Etablir les équations du mouvement
6. On veut résoudre grâce à un développement en perturbation. Discuter de l'importance de chaque terme.

IV X-ESPCI

IV.1 Surface libre (X-ESPCI 2022)

Soit une sphère à demi-remplie d'un fluide incompressible, elle tourne autour de son axe vertical à la vitesse angulaire ω .

1. Equation de la surface libre
2. Coordonnées du centre de la surface

IV.2 Escalade (X-ESPCI 2022)

Principe de l'assurance en escalade : un grimpeur, un pareur, une corde et une poulie.

Comment un pareur peut assurer un grimpeur plus lourd que lui ?

IV.3 Fusée à eau (X-ESPCI 2022)

On considère une fusée à eau constituée d'une bouteille remplie d'air puis remplie d'eau jusqu'à atteindre une pression souhaitée.



Déterminer la hauteur d'eau pour atteindre la hauteur maximale ?

IV.4 Mécanique des fluides (X-ESPCI 2022)

Un fluide incompressible occupe l'espace.

1. On place au centre du repère une source ponctuelle de débit volumique de création D_m . Donner le champ de vitesse.

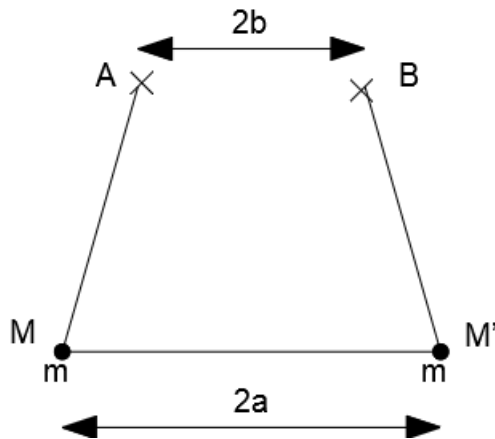
- On a désormais une source (D_m placée en $\vec{OS} = a\vec{u}_x$ et un puits ($-D_m$ placée en $\vec{OP} = -a\vec{u}_x$.
Donner le champ de vitesse.
- Analogie électrostatique ?

IV.5 Pendule élastique (X-ESPCI 2022)

Une masse m est suspendue à un ressort (k, l_0), de masse négligeable, attaché à un point fixe A . La masse m oscille dans le plan vertical (Oxy).

- Déterminer les équations du mouvement dans le cas de faibles oscillations.
- Adimensionner les équations
- Pour quelles fréquences a-t-on un phénomène de résonance ?

IV.6 Mécanique (X-ESPCI 2022)



Condition pour que le mouvement du centre d'inertie G soit uniquement vertical.

Donner l'équation du mouvement de G .

IV.7 Système à 3 corps (X-ESPCI 2022)

On considère 3 masses en interaction $M_1(m_1)$, $M_2(m_2)$ et $M_3(m_3)$.

On suppose qu'elles forment un triangle équilatérale de côté d constant.

Décrire l'évolution du système.

IV.8 Ecoulement de Rankine (X-ESPCI 2022)

On considère un écoulement permanent d'un fluide supposé parfait tel que

- pour $r < a$ $\vec{\Omega} = \frac{1}{2}r\vec{\omega}\vec{v}$
- pour $r > a$ $\vec{\Omega} = 0$

- Trouver l'expression du champ de vitesse. Analogie électromagnétique ?
- Montrer qu'il y a une dépression au centre

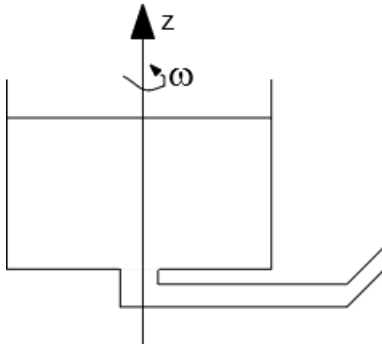
IV.9 Mouvement d'une chaîne (X-ESPCI 2021)

On considère une chaîne initialement posée sur une table.

1. On tire l'extrémité de la chaîne vers le haut avec une force \vec{F} constante. A quelle vitesse monte la chaîne ?
2. Une fois qu'elle est entièrement déroulée, on la lâche sur une balance. Quel est le poids affiché par la balance ?
3. On fixe l'extrémité de la chaîne à un ressort ? Quelle est l'équation du mouvement ?

IV.10 Vidange dans un tuyau tournant (X-ESPCI 2021)

On considère le dispositif suivant :



L'extrémité du tuyau est coudé selon la direction \vec{u}_θ des coordonnées cylindriques. Un couple Γ connu est appliqué, on demande de déterminer la vitesse de rotation ω du tuyau autour de l'axe Oz .

1. Cas d'un fluide parfait.
2. Cas d'un fluide visqueux.

IV.11 Interface entre deux fluides (X-ESPCI 2021)

On considère 2 fluides différents, avec 2 masses volumiques différentes. Les fluides sont parfaits et incompressibles.

On suppose le problème invariant par translation selon y , et $v_{10} \neq v_{20}$.

Toutes les grandeurs seront recherchées sous la forme $A(z)e^{\omega t - kx}$, et on considère une petite perturbation à l'interface de la forme $\zeta(x, t)$.

1. Equation vérifiée par les pressions ?
2. équation vérifiée par ζ ?
3. Résoudre

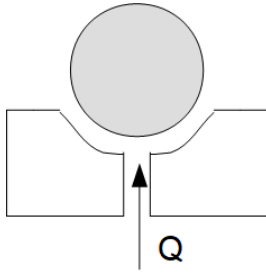
IV.12 Bain d'huile balayé par du vent (X-ESPCI 2021)

On considère un bain d'huile de longueur L , hauteur $h \ll L$, masse volumique ρ . Un courant d'air souffle et impose une force surfacique $\vec{F}_s = \sigma \vec{u}_x$. On suppose le problème invariant selon Oy

Déterminer en régime permanent la hauteur et le profil de vitesse.

IV.13 Cylindre flottant sur un jet (X-ESPCI 2018)

Soit un cylindre de granit de rayon $R = 0,5m$, de longueur $L = 1m$ et de masse volumique ρ . Un écoulement de liquide visqueux se fait, voir schéma.



L'écoulement est permanent et le fluide incompressible, $\eta = 1,3\text{Pas.s}$. Le débit d'entrée est $Q = 1,5\text{m}^3.\text{s}^{-1}$. Ce dispositif permet-il au cylindre de flotter ?

Rq : examinateur sympathique, pas très bavard, mais qui aide en cas de besoin.

IV.14 Electrons dans un potentiel (X-ESPCI 2018)

Soit un flux d'électrons de vitesse v . Il est soumis à un potentiel électrostatique $\varphi(x)$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ -V_o/2 & \text{si } -a < x < 0 \text{ avec } V_o > 0 \\ -\infty & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. Déterminer la fonction d'onde ainsi que les coefficients de réflexion et de transmission
2. Que se passerait-il si $V_o < 0$
3. Calculer la probabilité de présence entre x et $x + dx$

IV.15 Faisceau ionique (X-ESPCI 2018)

On considère un faisceau d'ions de masse M , de charge Q , à symétrie cylindrique, de rayon R , de longueur $L \gg R$. On note I le courant parcourant le faisceau. Les ions ont tous la même vitesse v .

Montrer que si $v \approx c$ célérité de la lumière dans le vide, le faisceau est stable et ne diverge pas.

Puis étude quantique, *pas vraiment de questions, plutôt une discussion :*

- Rappeler l'équation de Schrödinger
- Donner la dépendance de ψ en z, r, θ, t : Par symétrie $|\psi|^2 = g(r)$ pour les états stationnaires, donc $\psi(r, \theta, z, t) = e^{ip\theta} e^{ikr} e^{iEt/\hbar} f(r)$ avec $p \in \mathbb{Z}, k = \frac{mv}{\hbar}, E = \frac{1}{2}mv^2$
- Donner l'équation sur f (*apparemment j'étais censé connaître le laplacien en cylindrique. Il m'a dit de négliger V sinon c'est trop compliqué*)

IV.16 Particule dans un champ (X-ESPCI 2019)

Particule chargée dans une onde électromagnétique (progressive plane harmonique monochromatique)

1. Trajectoire d'une particule chargée dans \vec{E} et \vec{B} normaux uniformes permanents. (Sans vitesse initiale)

2. Pourquoi ne peut-on pas utiliser ce résultat pour une particule dans une onde électromagnétique où $\omega \ll qE/mc$
3. Cas où $\omega > qE/mc$. On pourra utiliser des développements en $qE/(mc\omega)$. Conditions initiales pour une trajectoire bornée ?

Commentaires :

1. Cycloïde. Il faut faire un peu de géométrie pour retrouver l'équation paramétrée à partir de la définition.
2. Limites relativistes. Vitesse maximale c .
3. A l'ordre 0 dipôle oscillant vertical, à l'ordre 1 on obtient des déplacements horizontaux dus à B , à l'ordre 2 on corrige la composante verticale ... La trajectoire est rendue périodique en corrigeant le déplacement sur une période avec les conditions initiales. Il faut commencer à l'ordre 0 puis ajouter des termes d'ordre supérieurs petit à petit, avec par exemple x de la forme $x_0 + x_1 + x_2$, termes d'ordres 0,1,2.

IV.17 Fluide stratifié (X-ESPCI 2019)

On considère un fluide parfait dont la masse volumique dépend de l'altitude : $\mu = \mu_o(z)$. Le fluide occupe tout l'espace.

Une faible perturbation du champ des vitesses intervient avec $\text{div} \vec{v} = 0$.

On considérera toutes les variables hydrodynamiques de la forme $A(z)e^{\gamma t} e^{i(k_x x + k_y y)}$ avec $\gamma \in \mathbb{C}$ et on négligera tous les termes d'ordre 2.

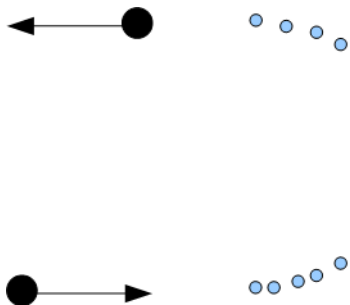
1. Montrer que $\frac{\partial}{\partial z}(\mu_o \frac{\partial v_z}{\partial z}) = k^2 \mu_o v_z - \frac{k^2}{\gamma^2} g v_z \frac{\partial \mu_o}{\partial z}$
2. Cas particulier : on suppose $\mu_o(z) = \begin{cases} \mu_1 & \text{pour } z > 0 \\ \mu_2 & \text{pour } z < 0 \end{cases}$ avec μ_1 et μ_2 constantes.

Montrer que $\text{Re}(\gamma) > 0$ est possible

NDLR : il s'agit de l'instabilité de Kelvin Helmholtz

IV.18 Mécanique avec des billes (X-ESPCI 2019)

On lance une bille de masse M de vitesse v sur des petites billes (masse m) disposées en demi cercle.



1. À quelle condition la bille suit-elle tout l'arc de cercle puis revient vers sa direction initiale? *c'était une condition sur M , v et la somme des dm , il faut trouver une condition sur l'orientation des vitesses, écrire la conservation de pleins de choses avant et après un choc (NDLR : quantité de mouvement et énergie cinétique si le choc est considéré comme élastique) et trouver une équation du second degré sur la vitesse post choc*
2. Vitesse de retour de la bille ?

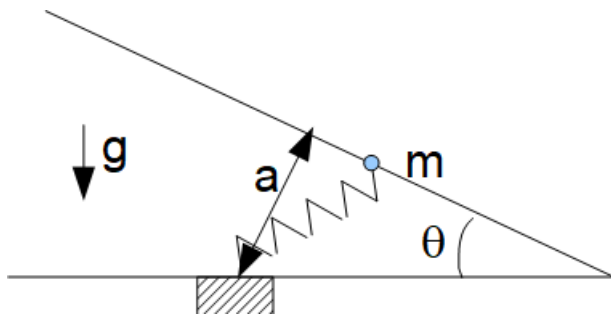
IV.19 Mécanique des fluides (X-ESPCI 2019)

Fluide parfait, $\rho(t, x, y, z)$ et $\vec{v}(t, x, y, z)$.

1. On suppose que l'énergie interne volumique est constante. Dans ce cas on peut écrire $E = \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{cste}$. Montrer que $\text{div}\vec{v} = 0$
2. On suppose de plus que l'énergie interne est constante, montrer que $\frac{Ds}{Dt} = 0$ où s est l'entropie volumique.

Pistes : pour 1) faire un bilan d'énergie puis utiliser l'équation d'Euler. \vec{v} pour éliminer des termes. Pour 2) repartir de 1à et de l'identité thermodynamique

IV.20 Mécanique (X-ESPCI 2019)



1. Etudier les positions d'équilibre
2. Etudier le mouvement de la masse

IV.21 Dominos (X-ESPCI 2019)

On considère une chute de dominos de hauteur h , espacés d'une distance s et de largeur D .

1. Exprimer l'angle que fait un domino avec la verticale en fonction des angles que font ses voisins avec la verticale.
2. Exprimer l'angle une fois que tous les dominos sont tombés
3. Exprimer une condition pour que les dominos tombent tous
4. Trouver une condition lorsque les dominos sont à chaque fois plus grand et large que le précédent d'un facteur r .

Il était rappelé le moment d'inertie d'un rectangle qui tourne autour d'un coin

NDLR : je pense que c'est $I = m \frac{4h^2 + 3D^2}{12}$.

IV.22 Particule dans un champ et baignoire (X-ESPCI 2020)

Exercice 1 Soit une particule de masse m , charge q , vitesse initiale $\vec{v}_o = v_o \vec{e}_y$.

À $t = 0$ on la place à l'origine du repère. Elle est soumise à un champ magnétique qui présente une discontinuité en 0 :

$$\vec{B}(y > 0) = (B_o + \Delta B) \vec{e}_z \text{ avec } \Delta B > 0$$

$$\vec{B}(y < 0) = B_o \vec{e}_z$$

Déterminer la vitesse de dérive de la particule.

Exercice 2

On considère une baignoire de section S , hauteur H . On donne :

- Temps de remplissage, robinet ouvert, bonde fermée : 9 min
- Temps de vidange, robinet fermé, bonde ouverte : 13 min

On suppose que la bonde a une section $\sigma \ll S$

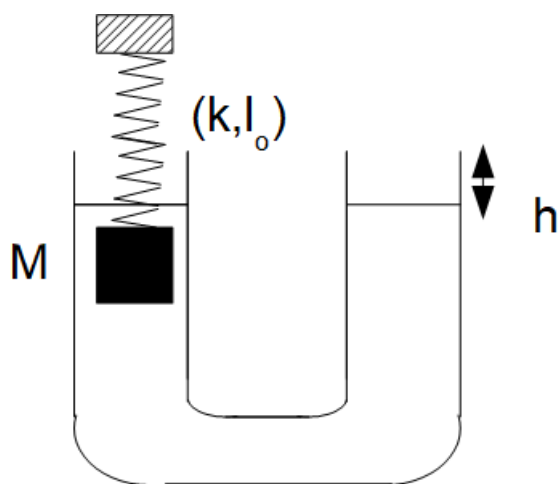
On ouvre simultanément la bonde et le robinet : la baignoire risque-t-elle de déborder ?

IV.23 Station spatiale (*X-ESPCI 2020*)

Une station spatiale cylindrique tourne sur son axe à ω constante.

1. À quelle vitesse doit-elle tourner pour que le passager soit soumis à un champ similaire à la gravité terrestre ? Comment doit-il se placer dans la station ?
2. L'astronaute lance une balle. Comment doit-il la lancer pour qu'elle retombe dans sa main ?

IV.24 Densimètre (*X-ESPCI 2020*)



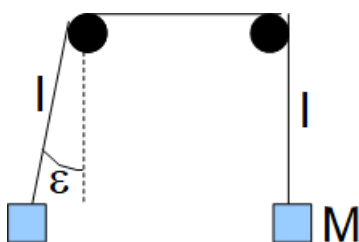
Il s'agit d'étudier le principe d'un densimètre en U, on cherche ρ_{fluide} . Le ressort a une longueur à vide l_0 et une raideur k

Sans fluide le ressort s'allonge de Δl_0

Avec fluide l'allongement final est Δf avec M à une hauteur h du haut.

Déterminer ρ_{fluide} en fonction de $\Delta f, M; k, l_0, h$

IV.25 Mécanique du point (*X-ESPCI 2020*)



Les poulies sont sans masse et sans glissement, on donne une petite impulsion horizontale à la masse A, $\epsilon \ll l$ Une des masse A ou B va-t-elle finir par heurter la poulie ?

IV.26 Elasticité (*X-ESPCI 2020*)

Un insecte marche à la vitesse v sur un fil élastique de longueur initiale $L_0 = 1\text{m}$. On étire l'élastique à la vitesse V . L'insecte arrive-t-il au bout de l'élastique ?

IV.27 Mécanique (*X-ESPCI 2020*)

Une chaîne est accrochée au plafond et pend de telle façon que son extrémité frôle le plateau d'une balance. On fait tomber la chaîne, à l'instant t une longueur x est tombée sur la balance. Qu'indique la balance ?

IV.28 Archimède (*X-ESPCI 2020*)

Un récipient cylindrique contenant de l'eau tourne autour de son axe à la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$. Une balle de tennis de table est attaché à un fil au fond du récipient.

1. Déterminer la position d'équilibre de la balle dans le référentiel tournant.
2. On coupe de fil : étudier le mouvement

IV.29 Sablier sur une balance (*Alexandre Brunet*)

On considère un sablier posé sur une balance et retourné à l'instant initial. Comment évolue la masse indiquée par la balance ?

IV.30 Onde à la surface de l'eau (*X-ESPCI 2023*)

On considère une onde à l'interface entre l'eau et l'air, supposés comme des fluides parfaits. Caractériser le champ de vitesse pour déterminer la relation de dispersion $\omega = f(k)$

IV.31 Oscillations dans un fluide (*X-ESPCI 2023*)

On considère un fluide visqueux, masse volumique ρ et viscosité η données.

Le fluide est au repos et à $t = 0$ on met une plaque carrée de côté L en mouvement à la vitesse $\vec{v} = v_0 \vec{u}_x$. Le fluide se déplace sur une épaisseur e , exprimer e en fonction des données.

à la fin l'examineur a parlé d'un raisonnement énergétique

IV.32 Pendule inversé (*X-ESPCI 2023*)

On étudie un pendule inversé : une masse m est reliée par une tige rigide à un point dont la hauteur oscille en $m = a \cos(\omega t)$

1. Equation du mouvement
2. Montrer que pour un ω assez grand, il existe une position d'équilibre en haut

Questions supplémentaires : lien entre l'énergie potentielle et le travail d'une force, calcul du travail des deux forces.

IV.33 Bulle dans un fluide (*X-ESPCI 2023*)

On considère un fluide incompressible, de masse volumique ρ_o qui occupe tout l'espace. On introduit une bulle de gaz parfait de rayon a_0 à l'instant initial. On considère que la pression loin du fluide est P_o . Déterminer une équation différentielle vérifiée par le rayon de la bulle lors de perturbation.

IV.34 Boule au fond d'un bassin (X-ESPCI 2023)

On considère un récipient percé au fond mais bouché par une boule de rayon b . On note a le rayon du trou. L'ensemble est placé dans l'air. Au départ le récipient est rempli d'eau, que l'on vide progressivement.

Quel est le niveau de l'eau lorsque la boule décolle? Quelle condition cela donne-t-il sur la masse volumique de la boule?

Exo simple mais pénible. Attention aux signes, aux projections... penser à l'astuce de compléter en une surface fermée pour avoir un calcul simple de la résultante des forces de pression de l'air

IV.35 Mouvement d'un fluide entre deux cylindres (X-ESPCI 2023)

Deux cylindres d'axes parallèles et de surfaces différentes (S et S') communiquent par un cylindre d'axe perpendiculaire aux deux précédents et de surface s

On suppose $S \gg s$ et $S' \gg s$

On met un liquide dans le dispositif

Etudier le mouvement du liquide

IV.36 Tourbillons dans un fluide (X-ESPCI 2023)

On considère une distribution d'écoulement de fluide dans laquelle on a deux anneaux enlacés où $\vec{\omega}_i = \vec{rot}\vec{v} \neq 0$ et est tangentiel aux anneaux. Dans le reste de l'espace $\vec{v} = \vec{0}$ On considère que le fluide est parfait, de masse volumique ρ homogène.

1. Pour une section S d'un des anneaux montrer que $\iint_S \vec{rot}\vec{v} \cdot d\vec{S} = \text{cste}$. On notera K_1 la constante pour l'anneau 1, K_2 celle pour l'anneau 2.
2. Pour un volume V quelconque de l'espace montrer que $\iiint_V \vec{\omega} \cdot \vec{v} dV = f(K_1, K_2)$

L'examinateur donne $\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{\omega} \cdot d\vec{S}$: théorème de Stokes

IV.37 Oscillations de 3 masses (X-ESPCI 2023)

On considère 3 masses m_1 se déplaçant sur l'axe $0x$, m_2 se déplaçant sur l'axe $0y$ et m_3 se déplaçant sur l'axe $0z$. Elles sont reliées entre elles par trois ressorts.

Existe-t-il une fréquence f telle que les 3 masses oscillent ensemble à cette fréquence?

Après 10 min de calculs l'examinateur suggère de commencer par mettre les 3 masses dans le même plan, mobiles selon 3 axes formant entre eux un angle de $2/3$

V ENS

V.1 ENS Paris Saclay 2022, Barre dans un champ

Une barre uniformément chargée (charge totale Q_o) tourne autour d'un axe Oy horizontal, la liaison pivot est parfaite. On la place dans un champ magnétique $\vec{B} = B_o \vec{u}_y$. On tient compte de la gravitation $\vec{g} = g \vec{u}_z$

V.2 ENS Paris Saclay 2022, Chaîne

Le jury a posé une chaîne sur la table et l'a faite tomber par terre et m'a demandé de modéliser.

V.3 ENS Paris Saclay 2022, Traction d'un solide

On considère un barreau parallélépipédique, on tire avec une force \vec{R} normalement à la section S .

On cherche à exprimer l'élongation de ce solide en fonction de la force \vec{R} et de la température.

On note $L_o = L(0K, \vec{O})$

On suppose que

$$L(T, R) = L_o + \alpha T + \gamma R$$

Déterminer α et γ

Indication : utiliser le potentiel pour les forces d'interaction entre 2 atomes pour déterminer γ et passer par un raisonnement énergétique, avec l'énergie cinétique thermique, pour déterminer α

V.4 Solide glissant sur une barre

Un cube de métal est posé sur une plaque se déplaçant vers la gauche.

1. Facteurs influençant le basculement ou non du solide?
2. Condition de basculement sans glissement du solide? (+donner les lois de Coulomb)
3. Condition de glissement sans basculement?

On place maintenant le cube de métal sur un plan incliné, on note θ l'angle par rapport à l'horizontale.

4. Condition de glissement et de basculement?
5. graphe de $\tan(\alpha)$ en fonction de f le coefficient de frottement? Analyser les zones de ce graphe

On reprend la première situation. Si on voulait décrire le mouvement glissement+basculement, dispose-t-on de suffisamment de données? Donner les équations utiles, les inconnues.

V.5 ENS Ulm 2022, Radioactivité β^+

On a Si qui fait une réaction radioactive (radioactivité β^+) ${}^{27}_{14}\text{Si} \rightarrow {}^{27}_{13}\text{Al} + e^+ + \nu$

On a l'énergie du positron émis $E = 3,4\text{MeV}$

Déterminer le rayon du noyau de Si.

commentaire : c'était marrant au début on comprend rien

V.6 Le Voorwerp de Hanny

L'examineur donne une photo : https://fr.m.wikipedia.org/wiki/Voorwerp_de_Hanny

Il s'agit du nuage vert, de nature inconnue. Il aurait été éjecté lors de la fusion de 2 galaxies pour donner celle qu'on voit sur la photo.

L'examineur donne ses caractéristiques (10^{11} masses solaires, paramètre de Doppler $v/c = 0.05\dots$) et la loi de Hubble : calcul de la distance à la Terre (quelques Mpc), comparaison à Proxima du Centaure

Hypothèse : nuage ionique d'hydrogène, le rayonnement vient des combinaisons de protons et électrons, qui se font au nombre de $N = \alpha n_e n_p$ (n_e et n_p densités électronique et protonique) par unités de temps et de volume.

On remarque que le rayonnement vert ne cesse pas, le nuage reste ionisé. Flux de photons de bonne énergie arrivant sur le nuage pour le maintenir en équilibre ?

En puissance ? (10^{37} W) Comparer avec une centrale nucléaire et le rayonnement solaire (puissance à calculer, 10^{26} W)

Qu'est-ce qui peut produire un rayonnement d'une telle puissance ? Il introduit les quasars (beaucoup de matière attirée par un trou noir supermassif), et demande une interprétation classique des quantités absurdes de rayonnement EM émises. On a parlé des grosses accélérations dues aux chocs dans la matière très comprimée (probablement ionisée) avec une approche «charges accélérées», et de températures extrêmes avec une approche «corps noir».

Taille typique d'un trou noir avec une approche classique (d'abord vitesse de libération sur Terre -> je l'ai fait en potentiel, c'est assez sympa)

Commentaire de Julien concernant l'examineur : Bon physicien (NDLR : qui en douterait à part Julien ?? ?), bon interlocuteur. Moteur dans la conversation, il a présenté quelque chose et étudié mes réactions (pas juste une question ouverte et bonne chance). J'ai eu beaucoup d'applications numériques assez lourdes, il faut aller vite

VI Autres

VI.1 Décollage de 2 gouttes, 6 points (CCINP 2022)

2 gouttes de 0,4 mm de diamètre se rencontrent, ce qui soulève la goutte formée, comme montré par une chronophotographie. Quelle est la hauteur maximale à laquelle décolle la goutte obtenue ?

Données :

- $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
- Tension de surface eau/air $\gamma = 70 \text{ mN.m}^{-2}$
- masse volumique de l'eau $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

VI.2 Métro gratuit, 14 points (CCINP 2022)

Un tunnel horizontal traverse la Terre, il n'a pas d'influence notable sur la géométrie de la Terre (surface, la masse etc...)

1. Rappeler le théorème de Gauss en électrostatique, avec un schéma
2. Analogie avec la gravitation

3. Expression du champ de gravitation à l'intérieur de la Terre, en supposant la masse volumique μ uniforme
4. Soit un chariot posé dans le tunnel, sans vitesse initiale. Montrer que son mouvement est périodique et exprimer sa période en fonction de G et μ
5. On considère un satellite autour de la Terre sur une orbite basse. Etudier sa période. Que peut-on en déduire ?

VI.3 Ex2 : Mouvement sur une demi-sphère (CCINP 2021)

Un VTTiste sur une hémisphère de rayon $R = 4m$ part du sommet sans vitesse initiale.

Où décolle-t-il ? avec quelle vitesse ?

VI.4 Masse accrochée à deux ressorts (CCP 2019)

Deux poteaux verticaux de hauteur 30m, espacés de 20m. Deux ressorts sont accrochés au sommet des poteaux, de raideur k , longueur à vide l_o . Ils sont reliés entre eux par une masse M (analogie avec un dispositif dans un parc d'attractions)

On place la boule au sol, puis on la lâche

1. Quelle est l'altitude maximale atteinte par la boule ?
2. Quelle est la vitesse maximale de la boule ?

VI.5 Etude d'un réacteur d'avion (CCP 2019)

On étudie l'avion Airbus A380.

On considère un réacteur de section S , de même section d'entrée et de sortie. On note μ la masse volumique du mélange air-kérosène.

L'air entre à la vitesse de 100 km/h à la pression de 1 bar, les gaz brûlés ressortent à la vitesse de 1000 km/h à la pression de 1 bar. On suppose le régime permanent.

On note μ_a la masse volumique de l'air et S_{ref} la surface de référence de l'avion. L'avion présente un coefficient de traînée $C_x = 0,3$.

Quelle est la vitesse maximale de l'avion, à basse altitude, en mouvement rectiligne uniforme, sans vent ?

On dispose de 4 photos de l'avion ; avec 4 réacteurs.

VI.6 Glisse d'un skieur (Mines Telecom 2019)

On s'intéresse à la couche de fluide d'épaisseur e sous les skis d'un skieur (un petit texte explique que c'est ce qui lui permet d'avancer). Les skis ont une surface S de contact avec le fluide. Le skieur a une vitesse $\vec{V}(t) = V(t)\vec{e}_x$. À $t = 0$, $\vec{v}(0) = v_o\vec{e}_x$. La verticale est selon \vec{e}_z , la champ de vitesse est $\vec{v} = v(z)\vec{e}_x$ pour le fluide sous le ski.

1. Montrer que $\frac{dv}{dz} = \text{cste}$ et en déduire une expression de $v(z)$ en fonction de V , e et S
2. Calculer la vitesse $V(t)$ du skieur

3. La puissance des frottements visqueux est en fait à l'origine de la fusion de la glace. Les skis ont une largeur a et la chaleur latente massique de fusion de la glace est L_{fus} . Exprimer la valeur de e en fonction de V et des différents paramètres ($\eta_{eau}, L_{fus}, a, S$) (*Indication : faire un bilan de puissance sur un volume balayé par les skis pendant dt*)