

EFFET PHOTOELECTRIQUE

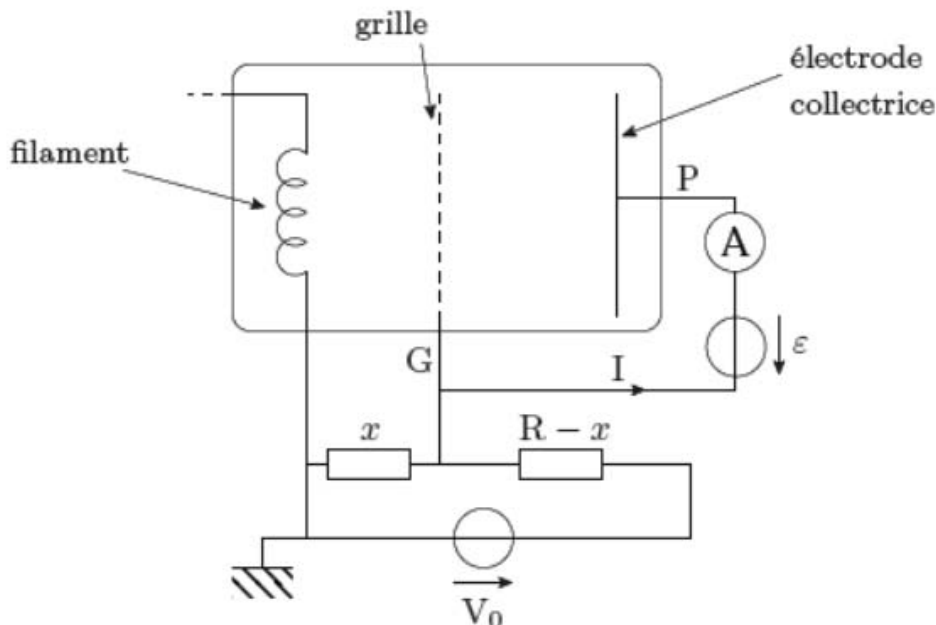
Exercice 1

Une plaque de zinc est placée à $D = 5$ m d'une faible source monochromatique isotrope de puissance $P_{\text{tot}} = 10^{-3}$ W. On suppose qu'un électron a été émis par effet photoélectrique depuis la plaque après avoir collecté son énergie d'une surface circulaire de rayon R aussi grand qu'une dizaine de diamètres atomiques. En admettant que l'énergie requise pour arracher l'électron est $W_s \simeq 5$ eV et que la lumière est une onde (physique classique), évaluer le temps qu'il faut pour que l'électron soit émis. Conclure.

EXPERIENCE DE FRANCK ET HERTZ

Exercice 2

On considère l'expérience de Franck et Hertz (1914) dont le schéma de principe du dispositif est le suivant. Il comporte notamment une ampoule fermée contenant une vapeur de gaz monoatomique sous faible pression et dans laquelle se trouvent un filament, une grille et une électrode collectrice.



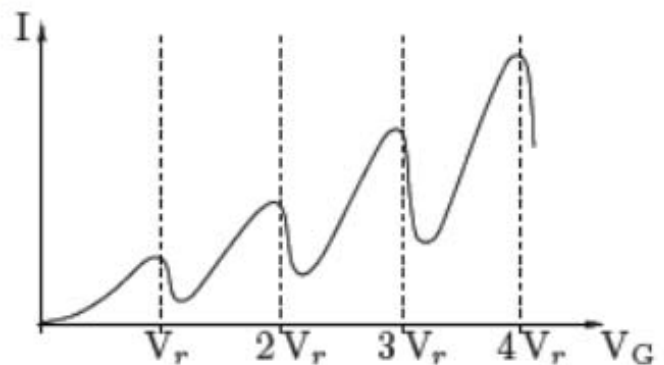
1. La grille est portée au potentiel électrique V_G positif obtenu grâce à un circuit contenant deux résistances variables (x et $R - x$, avec x compris entre 0 et R) et un générateur délivrant une tension V_0 .

Quelle est la tension de la grille V_G en fonction de V_0 , x et R sachant que $I \ll V_0/R$? À quoi servent les résistances réglables? Comment peut-on réaliser pratiquement ce dispositif?

2. Le filament chauffé émet des électrons (masse m_e) de vitesse quasi-nulle. Quelle est la vitesse v des électrons au niveau de la grille ?
3. L'électrode collectrice est au potentiel $V_P = V_G - \varepsilon$ où ε est une constante positive supposée petite devant V_G . Quelle est la vitesse v' des électrons au niveau de cette électrode (dans l'hypothèse où la traversée de la grille, à maille large, s'effectue sans changement de vitesse et où la vapeur de gaz est sans influence) ?
4. On suppose maintenant que la vapeur de gaz contenue dans l'ampoule influence le mouvement des électrons. Ces derniers peuvent subir deux types de collisions avec les atomes du gaz : soit une collision élastique (où l'électron conserve son énergie cinétique), soit une collision inélastique (où l'électron peut transférer de l'énergie à l'atome ; on note W l'énergie transférée à l'atome de gaz sous forme d'énergie potentielle).

On donne la courbe de I en fonction de V_G sur la figure suivante.

- a. Interpréter cette courbe sur le domaine $0 \leq V_G \leq V_r$.
 - b. Que se passe-t-il quand V_G franchit V_r ?
 - c. Interpréter la suite de la courbe.
5. En déduire que l'atome ne peut prendre à l'électron qu'une quantité d'énergie parfaitement déterminée W_r que l'on exprimera.
6. *Accord avec le modèle de Bohr...*



- a. Dans les expériences faites avec de la vapeur de mercure, on mesure la tension $V_r = 4,9$ V (le potentiel d'ionisation est $10,5$ V). Qu'arrive-t-il aux atomes de mercure dès que V_G est supérieur à V_r ?
- b. On constate aussi que lorsque V_G dépasse V_r , une lumière de longueur d'onde $\lambda_r = 253,7$ nm est émise par le gaz. Préciser quel est son domaine spectral et interpréter le phénomène.
- c. Commenter la phrase suivante : « Le fait que l'électron ne puisse pas céder à l'atome une quantité d'énergie inférieure à W_r vient confirmer la notion des niveaux d'énergie discontinus introduite à partir de la condition de quantification de Bohr ».

SONDER UN CRISTAL AVEC DES ONDES DE MATIERE ?

Exercice 3

En 1925, Elsassler fait remarquer que l'on peut vérifier la nature ondulatoire de particules matérielles de la même façon qu'on a vérifié en 1912 la nature ondulatoire des rayons X, c'est-à-dire en leur faisant traverser un solide cristallin conduisant à l'obtention d'un phénomène de diffraction.

1. Peut-on révéler ainsi la nature ondulatoire de grains de poussière de masse $m = 1.10^{-15}$ kg et de vitesse 1 mm/s ?
2. Qu'en est-il d'électrons accélérés par une différence de potentiel V (en les supposant non relativistes) ?

EXPERIENCE DE DAVISSON ET GERMER

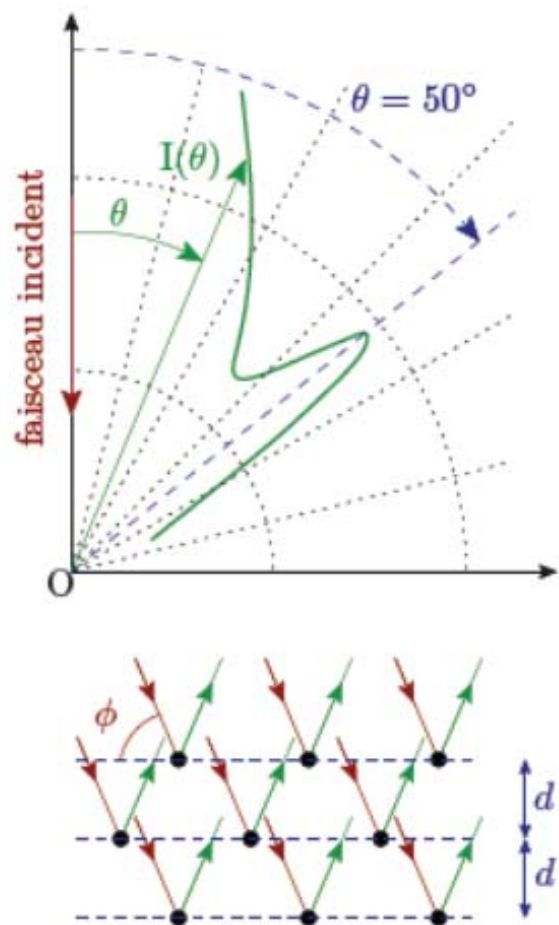
Exercice 4

Davison et Germer ont validé le concept des ondes de de Broglie pour des électrons en 1927. Pour ce faire, ils ont fait parvenir, en incidence normale, un faisceau parallèle incident d'électrons accélérés par une différence de potentiel V sur un cristal de nickel dans le vide. Un détecteur était chargé de mesurer pour divers angles de diffusion θ (« à l'infini ») l'intensité électronique $I(\theta)$ correspondante.

La figure précise le diagramme angulaire d'intensité relevée pour la tension $V = 54$ V (sachant que des mesures pour d'autres tensions ont aussi été effectuées).

1. Les physiciens Bragg, père et fils, ont proposé en 1912, lors de l'étude de la diffraction de rayons X par un cristal (prix Nobel 1915), la formule de Bragg :

$$n \lambda = 2 d \sin \phi$$



où n est un entier, λ est la longueur d'onde, d est la distance entre deux plans réticulaires du cristal et ϕ est l'angle formé entre chaque plan réticulaire et un faisceau parallèle émergent **intense**.

- a. Expliquer pourquoi le rayonnement obtenu par réflexion spéculaire sur les atomes d'un même plan réticulaire est particulièrement intense.
 - b. En déduire la formule de Bragg en considérant les interférences entre les ondes réfléchies spéculairement sur les atomes pour l'ensemble des plans réticulaires.
2. L'utilisation de rayons X permet de connaître la distance entre les plans réticulaires $d = 0,091$ nm.
- a. En exploitant la formule de Bragg, déterminer les longueurs d'onde équivalentes $\lambda_{\text{eq},n}$ envisageables du faisceau électronique.
 - b. Confronter ces longueurs d'onde avec la longueur d'onde de de Broglie λ_{DB} du faisceau électronique. Conclure.

MARCHE DE POTENTIEL

Exercice 5

Soit un quanton non relativiste de masse m et d'énergie E dans le cas d'une marche de potentiel (énergie potentielle $V(x < 0) = 0$ et $V(x > 0) = V_0 > 0$; espace accessible $x \in \mathbb{R}$). Ce quanton arrive sur la marche¹⁶ depuis $x \rightarrow -\infty$ avec $E > V_0$.

1. Déterminer la fonction d'onde spatiale de l'état stationnaire quantique associé au quanton. On pourra expliciter le résultat final en introduisant des coefficients de réflexion r et de transmission τ en amplitude judicieux.
2. Interpréter le résultat obtenu d'un point de vue ondulatoire probabiliste en imaginant un flux continu de quantons incidents identiques indépendants.
3. Représenter le profil de densité de probabilité de présence. Commenter.

Exercice 6

1. On considère un corpuscule matériel classique d'énergie $E = V_0$ dans le cas d'une marche de potentiel (énergie potentielle $V(x < 0) = 0$ et $V(x > 0) = V_0 > 0$; espace accessible $x \in \mathbb{R}$). Que doit-on en penser ?
2. Et si c'était un quanton matériel ?

Exercice 7

Soit un quanton non relativiste de masse m et d'énergie $E > 0$ dans le cas d'une marche de potentiel (énergie potentielle $V(x < 0) = 0$ et $V(x > 0) = V_0 > 0$; espace accessible $x \in \mathbb{R}$). Ce quanton arrive sur la marche depuis $x \rightarrow -\infty$ avec $E < V_0$.

1. Déterminer la fonction d'onde spatiale de l'état stationnaire quantique associé au quanton. On pourra expliciter le résultat final en introduisant des coefficients de réflexion r et de transmission τ en amplitude judicieux.
2. Interpréter le résultat obtenu dans le domaine $x < 0$ d'un point de vue ondulatoire probabiliste en s'appuyant sur r ainsi que sur le coefficient de probabilité de réflexion R . On représentera le profil de densité de probabilité de présence.
3. Faire de même pour le domaine $x > 0$. Que peut-on dire du coefficient de probabilité en transmission T ?
4. Quel lien d'interprétation peut-on faire entre ce que l'on observe dans le domaine $x > 0$ et l'argument de r ?

Exercice 8

On poursuit l'étude de la marche de potentiel dans le cas où $E > V_0 > 0$.

1. Déterminer les coefficients de probabilité en réflexion R et en transmission T .
2. A-t-on $R = |r|^2$? Et $T = |t|^2$?
3. Quelle relation simple existe-t-il entre R et T ? L'interpréter.
4. L'évolution de R avec k_2/k_1 est-elle cohérente avec ce que l'on a déjà compris des phénomènes dans ce problème de la marche de potentiel ?

Exercice 9

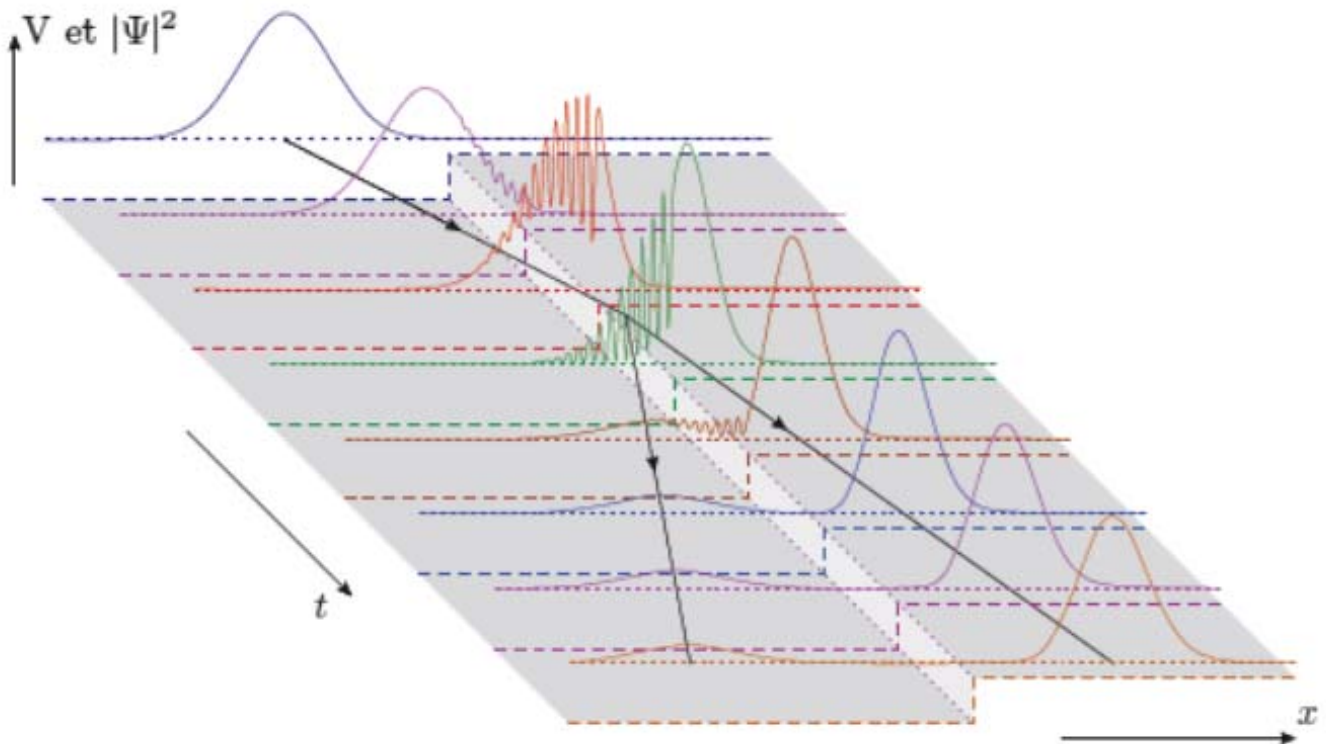
Application à la réflexion d'un neutron par un noyau atomique.

Lorsqu'un neutron entre dans un noyau atomique, il fait face à une énergie potentielle qui décroît brusquement. À l'extérieur du noyau, l'énergie potentielle est nulle alors qu'à l'intérieur, elle chute à $V'_0 = -50$ MeV.

On considère un neutron incident sur un noyau avec une énergie cinétique $E_c = 5$ MeV typique d'un neutron émis par fission nucléaire (supposé non relativiste).

Estimer la probabilité pour que le neutron soit réfléchi à la surface du noyau et donc pour qu'il ne puisse pas pénétrer dans le noyau pour y induire une autre fission nucléaire.

Commenter la figure suivante qui synthétise ce que l'on peut observer pour la densité de probabilité de présence d'un quanton incident avec une énergie $E > V_0$ sur une marche de potentiel de « hauteur » V_0 . Les trajectoires des particules classiques qui seraient soit transmises, soit réfléchies par la marche (si la réflexion classique existait...), sont indiquées par les lignes noires fléchées.



Exercice 10

1. Estimer la distance caractéristique de pénétration δ d'une particule de poussière de masse $m = 1.10^{-15}$ kg et de vitesse $v = 1$ mm/s sous une marche de potentiel d'énergie V_0 égale à deux fois l'énergie cinétique de la particule incidente. Commenter.
2. On considère à présent un électron de conduction dans un bloc de cuivre en conditions usuelles. Estimer la distance caractéristique de sortie δ possible de l'électron de ce bloc. Commenter.

On pourra exploiter le fait que l'étude de l'effet photoélectrique pour le cuivre donne accès à la longueur d'onde seuil d'émission photoélectronique $\lambda_s = 0,29 \mu\text{m}$.

PUITS DE POTENTIEL

Exercice 11

1. Déterminer l'expression des états stationnaires du puits de potentiel unidimensionnel infini de largeur L pour un quanton non relativiste de masse m . Ces états sont-ils liés ?
2. Y a-t-il dégénérescence ?
3. On lit souvent, dans divers contextes, la phrase : « *toute ressemblance, ou similitude avec des personnages et des faits existants ou ayant existé, ne saurait être que coïncidence fortuite* ». Relativement aux résultats précédents, que peut-on en penser ?
4. Représenter les profils des fonctions d'ondes spatiales des trois premiers niveaux d'énergie, ainsi que ceux des densités de probabilité de présence associées. Commenter.
5. Discuter les résultats obtenus dans le cas des énergies élevées.

Exercice 12

Montrer que l'énergie « de point zéro » dans le puits unidimensionnel infini de potentiel (ou énergie minimale de confinement) est cohérente avec une relation d'indétermination d'Heisenberg.

Exercice 13

Dans cet exercice, on modélise grossièrement (pour une première approche) des situations de confinement d'un quanton de masse m par un puits de potentiel unidimensionnel infini de largeur L et d'énergie potentielle nulle.

1. Évaluer pour $m = 70$ kg et $L = 1$ m l'énergie du niveau fondamental et la vitesse minimale v_{\min} accessible du quanton. Pour une vitesse $v = 1$ m/s, estimer le niveau quantique d'énergie. Commenter.
2. On considère maintenant $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg et $L = 10^{-14}$ m. Évaluer l'énergie du niveau fondamental et la vitesse minimale v_{\min} accessible au quanton. Quelle est l'énergie minimale nécessaire pour exciter le quanton ? Quelle est la longueur d'onde du rayonnement d'excitation correspondant ?

Exercice 14

Soit un quanton non relativiste de masse m et d'énergie E étudié dans un puits de potentiel rectangulaire fini unidimensionnel (énergie potentielle $V(x) = 0$ pour $x \in [-L/2; L/2]$ et $V(x) = V_0 > 0$ sinon). Le cas considéré est $0 < E < V_0$.

1. Expliquer avec le moins de calculs possible pourquoi le quanton est confiné suivant (Ox) et pourquoi les énergies E de ses états stationnaires sont quantifiées⁶. Ces états sont-ils liés ?
2. Préciser de façon justifiée, mais sans calcul, si les niveaux d'énergie E_n dans le puits fini sont décalés en valeur vers le haut ou vers le bas par rapport au même puits mais infini.
3. Proposer une expression approchée implicite vérifiée par E_n , sachant que pour le puits infini on a des niveaux d'énergie

$$E_{\infty, n} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2 m L^2}$$

4. On considère un puits quantique de largeur $L = 10$ nm et de « hauteur » $V_0 = 0,3$ eV réalisé avec des semi-conducteurs en sandwich. Pour un électron de conduction confiné par ce puits, on admet que le résultat de la question précédente s'applique, pourvu que l'on remplace sa masse m par une masse apparente $m^* = 0,067 m$.

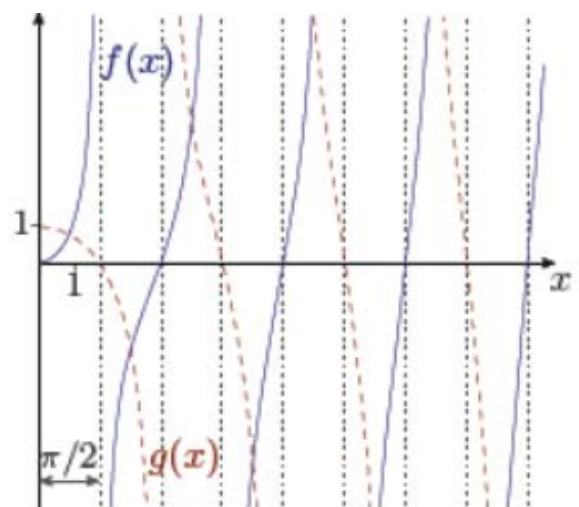
Calculer l'énergie de point zéro de l'électron.

5. Comparer la valeur obtenue à la question précédente avec le résultat obtenu par le modèle du puits infini, ainsi qu'avec le résultat d'une approche exacte qui est 34,2 meV.

Exercice 15

Soit un quanton non relativiste de masse m et d'énergie E étudié dans un puits de potentiel rectangulaire fini unidimensionnel (énergie potentielle $V(x) = 0$ pour $x \in [-L/2; L/2]$ et $V(x) = V_0 > 0$ sinon). Le cas considéré est $0 < E < V_0$.

On donne sur la figure ci-contre les représentations graphiques de fonctions utiles : $f(x) = x \tan x$ (traits pleins) et $g(x) = x \cotan x$ (pointillés). On pose



$$k = \frac{\sqrt{2 m E}}{\hbar} \quad \text{et} \quad K = \frac{\sqrt{2 m (V_0 - E)}}{\hbar}$$

1. Expliciter la forme générale de la fonction d'onde spatiale d'un état stationnaire quelconque en utilisant k et K et sans chercher à déterminer les facteurs inconnus.
2. Expliciter les relations existant entre les facteurs inconnus précédents. Préciser comment on peut en déduire la relation implicite vérifiée par les énergies E accessibles (seule la méthode est attendue).
3. On s'intéresse dans cette question uniquement à des états stationnaires de fonctions d'onde spatiales **paires (états symétriques)**.
 - a. Montrer que ces états respectent la condition

$$\frac{KL}{2} = \frac{kL}{2} \tan\left(\frac{kL}{2}\right)$$

- b. En déduire, par un raisonnement graphique exploitant la fonction $f(x)$, que les énergies correspondantes sont quantifiées et de nombre fini.
4. On s'intéresse dans cette question uniquement à des états stationnaires de fonctions d'onde spatiales **impaires (états antisymétriques)**.

Montrer que de tels états n'ont pas les mêmes énergies que celles des états précédents de fonctions d'onde paires. Comment se situent ces énergies par rapport aux précédentes ?
5. Justifier qu'il n'existe pas d'autre état stationnaire possible.
6. À quelle condition n'y a-t-il qu'un seul état stationnaire lié possible ?

BARRIÈRE DE POTENTIEL

Exercice 16

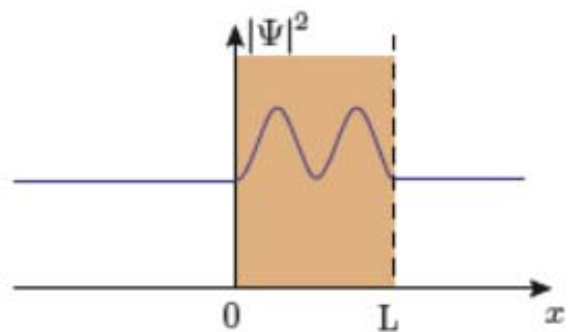
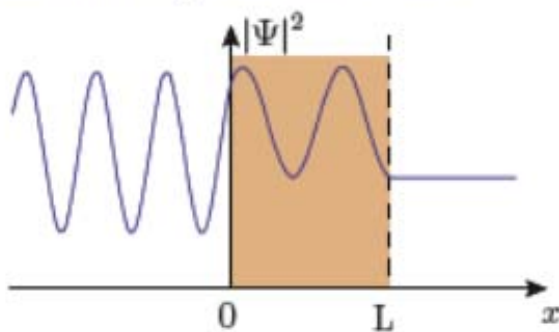
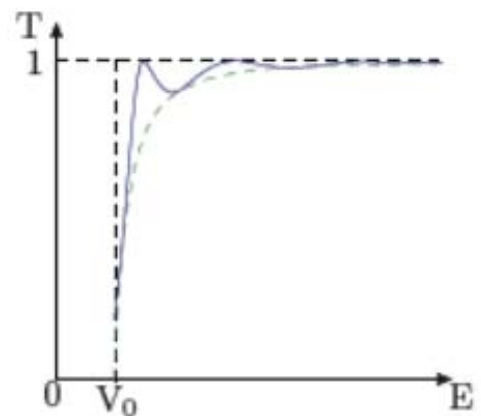
On considère un flux continu de quantons indépendants, de masse m et d'énergie E , en incidence depuis $x \rightarrow -\infty$ sur une barrière de potentiel (énergie potentielle $V(x) = V_0 > 0$ pour $x \in [0; L]$ et nulle sinon). On se place dans le cas $E > V_0$.

1. La physique quantique permet de démontrer que le coefficient de probabilité de transmission à travers la barrière est

$$T = \frac{1}{1 + \gamma \sin^2 \left[\sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}} L \right]} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{V_0^2}{4E(E - V_0)}$$

Donner toutes les étapes nécessaires à l'obtention de cette formule, sans les réaliser. L'expression est-elle modifiée si $V_0 < 0$ avec $E > 0$?

2. Représenter T en fonction de la largeur de barrière L . Proposer des commentaires physiques pertinents en relation avec ce tracé.
3. La figure ci-contre précise en trait plein l'évolution de T avec E (seulement pour $E > V_0$). Ce tracé est-il cohérent avec vos commentaires précédents ?
4. Commenter les deux tracés suivants de la densité de probabilité de présence effectués pour des états stationnaires avec deux valeurs d'énergie E différentes :



Exercice 17

On considère un flux de quantons de masse m et d'énergie E en incidence, depuis $x \rightarrow -\infty$, sur une barrière de potentiel (énergie potentielle $V(x) = V_0 > 0$ pour $x \in [0; L]$ et nulle sinon).

Que peut-on qualitativement prévoir, en utilisant l'analogie « optique », pour ce flux continu de quantons si $0 < E < V_0$?

Exercice 18

On considère un flux continu de quantons, de masse m et d'énergie E , en incidence depuis $x \rightarrow -\infty$ sur une barrière de potentiel (énergie potentielle $V(x) = V_0 > 0$ pour $x \in [0; L]$ et nulle sinon). On se place dans le cas $0 < E < V_0$.

1. On rappelle que dans le cas $E > V_0$, le coefficient de probabilité de transmission à travers la barrière est

$$T_{E>V_0} = \frac{1}{1 + \gamma \sin^2 \left[\sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}} L \right]} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{V_0^2}{4E(E - V_0)}$$

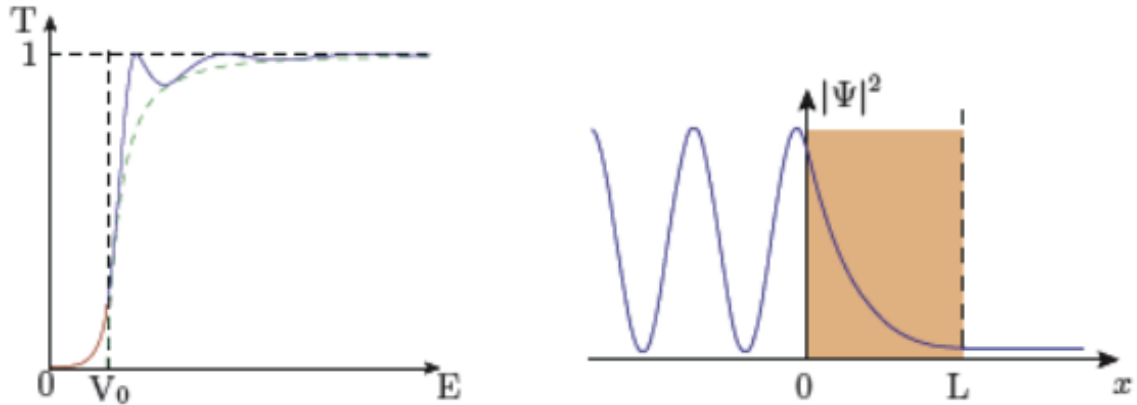
Dans le cas présent $0 < E < V_0$, préciser, avec justification la plus concise possible, la nouvelle expression du coefficient T .

2. Les états stationnaires sont-ils liés ?
3. Montrer, que pour un domaine de valeurs de L à préciser,

$$T \simeq 16 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0} \right) e^{-2L/\delta}$$

Expliciter δ en fonction de \hbar , m , V_0 et E . Représenter T en fonction de la largeur de barrière L . Proposer des commentaires physiques pertinents en relation avec ce tracé.

4. Commenter les figures suivantes qui précisent l'évolution de T avec E (en trait plein), ainsi qu'un exemple de tracé de profil de densité de probabilité de présence d'un état stationnaire.



5. Montrer que si l'énergie E d'un quanton incident présente une indétermination $\Delta E \ll V_0 - E$, alors on est forcément loin d'être certain de mesurer sa présence dans la barrière.

Exercice 19

Dans un dispositif particulier, un faisceau de charges (charge q , masse m , énergie $E = 5 \text{ eV}$) parvient sur une barrière de potentiel de largeur $L = 0,5 \text{ nm}$ et de hauteur énergétique $V_0 = 10 \text{ eV}$ (énergie potentielle nulle en-dehors de celle-ci).

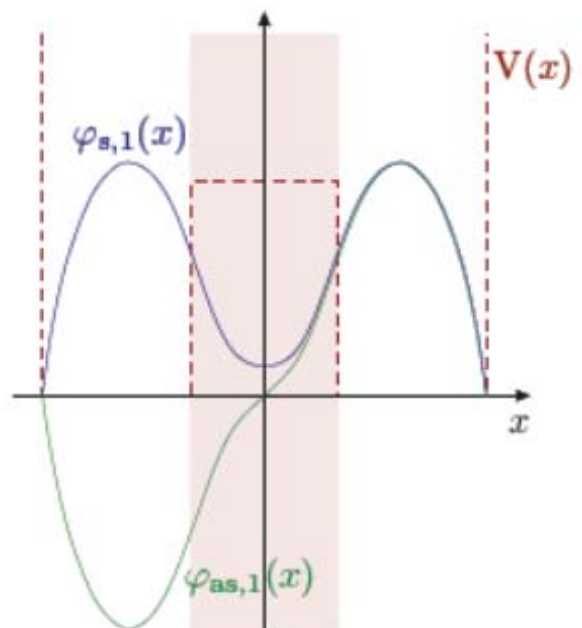
1. S'il s'agit d'un faisceau électronique d'intensité $I = 10 \text{ mA}$, estimer la proportion des électrons qui franchissent la barrière et l'intensité I_s du courant associé.
2. Reprendre la question précédente pour des protons.
3. Conclure.

DOUBLE Puits DE POTENTIEL

Exercice 20

On travaille avec une énergie potentielle $V(x)$ en double puits rectangulaire ($V(x) = 0$ pour $|x| \in]b - a/2; b + a/2[$ et $V(x) = V_0$ pour $|x| \in [0; b - a/2[$).

1. Comparaison rapide classique-quantique. . .
 - a. Quel est l'espace accessible d'une particule classique initialement placée dans l'un des deux puits de potentiel avec une énergie $E < V_0$?
 - b. Reprendre la question précédente en considérant (comme dans toute la suite) une particule quantique d'énergie $E < V_0$ et de masse m . Quel effet peut se produire dans le cadre de l'étude de la molécule d'ammoniac ?
2. Approche graphique de l'effet de couplage des puits . . .
 - a. Rappeler quel est le profil de la fonction d'onde spatiale de l'état fondamental pour un puits unidimensionnel infini de largeur a . Quelle est la valeur d'énergie $E_{\infty,1}$ associée ?
 - b. On considère le niveau fondamental du double puits de potentiel dans la limite $V_0 \rightarrow \infty$. Quelle est sa dégénérescence ? Comment peut-on construire pour ce niveau une fonction d'onde spatiale symétrique $\varphi_{\infty,s,1}(x)$ et une antisymétrique $\varphi_{\infty,as,1}(x)$? Les représenter.
 - c. On note, dans le cas où V_0 reste fini, $\varphi_{s,1}(x)$ et $\varphi_{as,1}(x)$ les fonctions d'onde spatiales des états stationnaires respectivement symétrique et antisymétrique et d'énergies minimales $E_{s,1}$ et $E_{as,1}$ (inférieures à V_0). On fournit les représentations admises de leurs allures ci-contre.



En exploitant ces tracés, comparer les énergies $E_{s,1}$ et $E_{as,1}$ et $E_{\infty,1}$. Conclure.

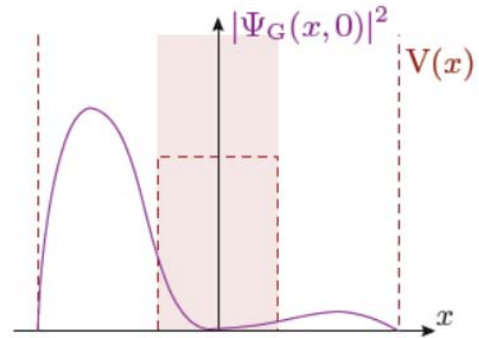
Exercice 21

On considère un quanton de masse m dans un double puits de potentiel symétrique **pas forcément rectangulaire**. On note $\varphi_S(x)$ (resp. $\varphi_A(x)$) la fonction d'onde spatiale de l'état stationnaire symétrique (resp. antisymétrique) le plus stable, son énergie étant notée E_S (resp. E_A).

- On suppose que le quanton étudié a été préparé à $t = 0$ dans un état où sa probabilité de présence est plus grande dans le puits de gauche. Sa fonction d'onde initiale est

$$\Psi(x, 0) = \varphi_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_S(x) - \varphi_A(x)]$$

La figure ci-contre donne un exemple de représentation de la densité de probabilité associée à cet état dans le cas particulier du double puits de potentiel infini rectangulaire (*pour se fixer les idées*).



Expliciter $|\Psi(x, t)|^2$ à un instant $t \geq 0$ quelconque en fonction de \hbar , t , E_S , E_A , $\varphi_S(x)$ et $\varphi_A(x)$.

- Montrer que le système présente des oscillations quantiques à une fréquence f , appelée **fréquence de Bohr**, à expliciter en fonction de E_S , E_A et h . Que constate-t-on pour le quanton à l'instant $t_i = \pi/f$?
- On s'intéresse à la molécule d'ammoniac NH_3 . Le quanton considéré est celui associé au plan contenant ses trois atomes d'hydrogène (comme déjà vu). Une étude théorique avancée exploitant une forme réaliste d'énergie potentielle en double puits montre que $E_A - E_S = 9,9 \cdot 10^{-5}$ eV.
 - Quels sont le temps caractéristique τ d'inversion de la molécule et sa fréquence de Bohr f_0 (appelée aussi dans ce contexte fréquence d'inversion) ?
 - Le MASER à ammoniac inventé par Townes, Gordon et Zeiger en 1953 (prédécesseur du LASER) émet des ondes à cette fréquence f_0 en exploitant l'émission stimulée entre les niveaux d'énergie E_A et E_S de la molécule d'ammoniac. Quel est le domaine spectral de cette onde ?
Pour culture, cette fréquence f_0 , mesurable avec une grande précision, constitue une « empreinte digitale » de l'ammoniac et c'est grâce à elle que l'on détecte la présence de cette molécule dans le milieu interstellaire.
- On s'intéresse à une molécule analogue à l'ammoniac : l'arsine AsH_3 . Un traitement analogue conduit à $E_A - E_S = 3,2 \cdot 10^{-22}$ eV (l'atome d'arsenic est environ 5 fois plus gros que celui d'azote). Déterminer le temps caractéristique d'inversion τ' de l'arsine. Commenter.