

# Fiches de physique

Les résultats en rouge correspondent au minimum pour les concours

Les résultats grisés concernent des résultats non exigibles

ELECTRONIQUE

SYSTEME LINEAIRE (ON NOTERA E(T) ET S(T) LES SIGNAUX D'ENTREE ET SORTIE)

Donner l'équation différentielle vérifiée par e(t) et s(t)	$\sum_{k=0}^m b_k \frac{d^k s}{dt^k} = \sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i e}{dt^i}$
En déduire la fonction de transfert reliant les grandeurs complexes correspondantes	$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i (j\omega)^i}{\sum_{k=0}^m b_k (j\omega)^k}$

DIPOLE LINEAIRE - PUISSANCE

Soit D utilisé en régime sinusoïdal forcé où  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \phi_i)$  et  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \phi_u)$  ( en convention récepteur)

Donner les valeurs efficaces complexes $\underline{I}$ et $\underline{U}$ correspondant à i(t) et u(t)	$\underline{I} = I \exp(j\phi_i)$ et $\underline{U} = U \exp(j\phi_u)$
Définir l'impédance $\underline{Z}$ du dipôle, sa résistance équivalente R et sa réactance X. En déduire $ \underline{Z} $ et $\arg(\underline{Z})$	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + jX$ et $ \underline{Z}  = \frac{U}{I} = \sqrt{X^2 + R^2}$ et $\phi = \phi_u - \phi_i = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$
Exprimer R et X en fonction de U, I et $\phi$	$R = \frac{U}{I} \cos \phi$ et $X = \frac{U}{I} \sin \phi$
Définir la puissance instantanée reçue par le dipôle	$p(t) = u(t) \cdot i(t) =$ puissance instantanée reçue Notez qu'en convention générateur $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ est la puissance fournie
Définir la puissance complexe reçue par le dipôle	$\underline{p}(t) = \frac{1}{2} \underline{u}(t) \cdot \underline{i}(t)^* = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \underline{Z} I^2 = UI \exp(j\phi) =$ puissance complexe reçue.
Définir la puissance moyenne reçue par le dipôle	$P_a = \text{Re}(\underline{p}(t)) = \langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos(\phi) = RI^2$ (Puissance active).

EXEMPLES DE DIPOLES

Caractéristique d'un générateur de Thévenin et de Norton	
Caractéristique d'une diode	
Caractéristique d'une photodiode	
Caractéristique d'une LED	

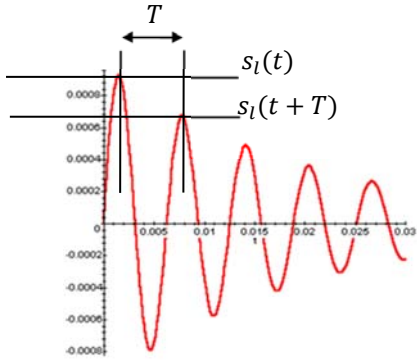
FILTRES

Filtres	Passe-bas 1 <sup>er</sup> ordre	Passe-haut 1 <sup>er</sup> ordre
$\underline{H}(j\omega)$	$\underline{H}_1(j\omega) = H_1(\omega) \exp(j\phi_1) = \frac{H_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$	$\underline{H}_2(j\omega) = H_2(\omega) \exp(j\phi_2) = \frac{H_0 \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$
Module	$H_1(\omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$	$H_2(\omega) = \frac{H_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$
Phase	$\phi_1 = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$	$\phi_2 = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$
Gain en décibels	$G_{1dB} = 20 \log H_0 - 10 \log\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$	$G_{2dB} = 20 \log H_0 + 20 \log \frac{\omega}{\omega_0} - 10 \log\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$
HF	$\underline{H}_1(\omega) \approx \frac{\omega_0 H_0}{j\omega}$ Asymptotes HF : $G_{1dB} = -20 \log\left(\frac{\omega}{H_0 \omega_0}\right)$ et $\phi_1 = -\frac{\pi}{2}$	$\underline{H}_2(\omega) \approx H_0$ Asymptotes : $G_{2dB} = 20 \log(H_0)$ et $\phi_1 = 0$
BF	$\underline{H}_1(\omega) \approx H_0$ Asymptotes HF : $G_{1dB} = -20 \log(H_0)$ et $\phi_1 = 0$	$\underline{H}_2(\omega) \approx \frac{H_0 j\omega}{\omega_0}$ Asymptotes : $G_{2dB} = 20 \log\left(\frac{H_0 \omega}{\omega_0}\right)$ et $\phi_1 = \frac{\pi}{2}$
$\omega_c$	$\omega_0$	$\omega_0$
Diagramme asymptotique de Bode + diagramme de Bode de G		
Diagramme asymptotique de Bode + diagramme de Bode de phi		

Filtres	Passe-bas 2 <sup>nd</sup> ordre	Passe-bande 2 <sup>nd</sup> ordre	Passe-haut 2 <sup>nd</sup> ordre
$\underline{H}(j\omega)$	$\underline{H}_4(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q} \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$	$\underline{H}_5(\omega) = \frac{\frac{1}{Q} \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 + \frac{1}{Q} \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ $= \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$	$\underline{H}_6(\omega) = \frac{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + \frac{1}{Q} \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$
Module	$H_4(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$	$H_5(\omega) = \frac{\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$ $= \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$	$H_6(\omega) = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

Phase	$\phi_4(\omega) = -\arctan\left(\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}\right)$	$\phi_5(\omega) = -\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$	$\phi_6(\omega) = \pi - \arctan\left(\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}\right)$
BF	$\underline{H}_4(\omega) \approx 1$ Asymptotes : $G_{4dB} = 0$ et $\phi_4 = 0$	$\underline{H}_5(\omega) \approx \frac{1}{Q} \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)$ Asymptotes : $G_{5dB} = 20 \log \frac{\omega}{Q\omega_0}$ et $\phi_5 = \frac{\pi}{2}$	$\underline{H}_6(\omega) \approx \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$ Asymptotes : $G_{6dB} = 40 \log \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\phi_6 = \pi$
HF	$\underline{H}_4(\omega) \approx \left(\frac{\omega_0}{j\omega}\right)^2$ Asymptotes : $G_{4dB} = -40 \log \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\phi_4 = -\pi$	$\underline{H}_5(\omega) \approx \frac{1}{Q} \left(\frac{\omega_0}{j\omega}\right)$ Asymptotes : $G_{5dB} = -20 \log \frac{Q\omega}{\omega_0}$ et $\phi_5 = -\frac{\pi}{2}$	$\underline{H}_6(\omega) \approx 1$ Asymptotes : $G_{6dB} = 0$ et $\phi_6 = 0$
$\omega_{res}$	$\omega_{res} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\omega_0$	$\omega_{res} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$ pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$
BP		$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$	
Diagramme asymptotique de Bode + diagramme de Bode pour $Q \ll 1$			
Diagramme asymptotique de Bode + diagramme de Bode pour $Q \gg 1$			

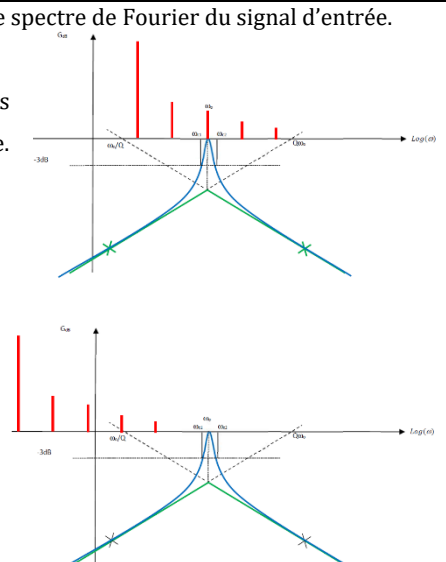
**EQUATIONS DIFFERENTIELLES SL1 ET SL2**

	SL1	SL2
Forme canonique de l'équation différentielle homogène	$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = 0$ <p><math>\tau</math> est le temps de réponse du système.</p>	$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$ <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\omega_0</math> est la pulsation propre du système.</li> <li><math>\frac{\omega_0}{Q} = 2\sigma\omega_0 = \frac{\omega_0}{\tau}</math> avec <math>Q</math> facteur de qualité ; <math>\sigma</math> coefficient de frottement et <math>\tau</math> temps de réponse.</li> </ul>
Solutions de l'équation différentielle homogène	<p>Solutions :</p> $s(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Régime critique</b> pour <math>Q = \frac{1}{2}</math> ou <math>\sigma = 1</math> : <math>s_l(t) = e^{-\omega_0 t}(A + Bt)</math> C'est pour le régime critique que le régime permanent est atteint le plus rapidement</li> <li><b>Régime pseudo-périodique</b> pour <math>Q &gt; \frac{1}{2}</math> ou <math>\sigma &lt; 1</math>.  <math display="block">s_l(t) = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} (A \cos \Omega t + B \sin \Omega t)</math> <p>avec <math>\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}</math></p> <p>la pseudo-pulsation.</p> <p><b>Décrément logarithmique :</b></p> <math display="block">\delta = \ln\left(\frac{s_l(t)}{s_l(t+T)}\right)</math> <math display="block">= \frac{\omega_0 T}{2Q} = \sigma \omega_0 T = \frac{2\pi\sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{4Q^2-1}}</math> </li> <li><b>Régime aperiodique</b> pour <math>Q &lt; \frac{1}{2}</math> ou <math>\sigma &gt; 1</math> :  <math display="block">s_l(t) = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} (A \cosh \Omega' t + B \sinh \Omega' t)</math> avec <math>\Omega' = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}</math> </li> </ul> 

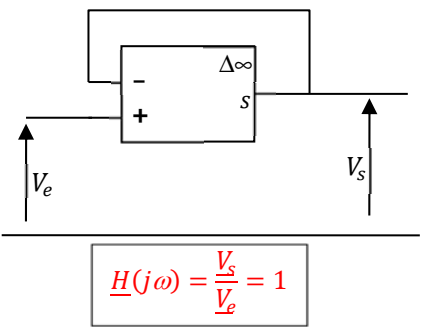
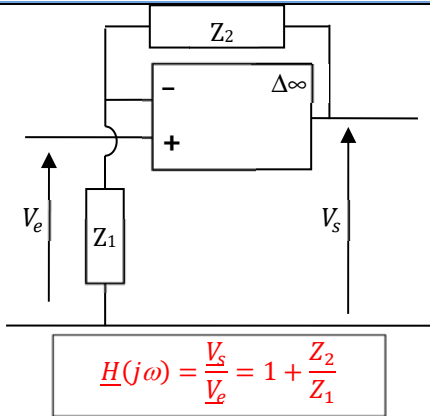
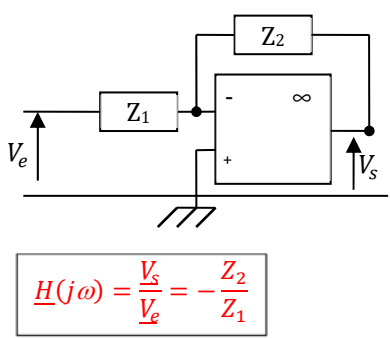
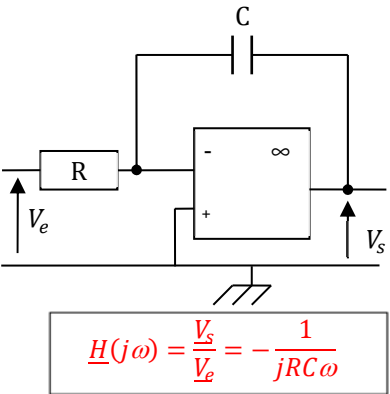
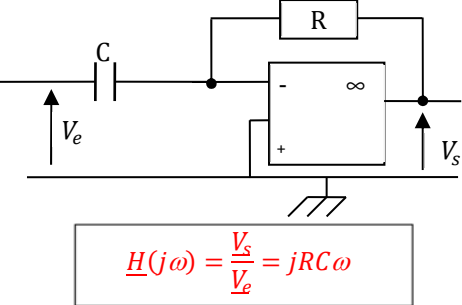
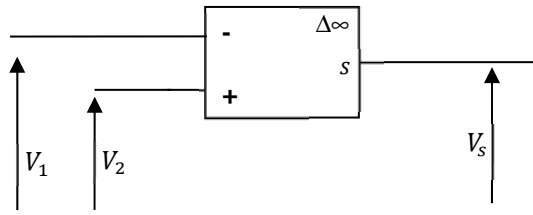
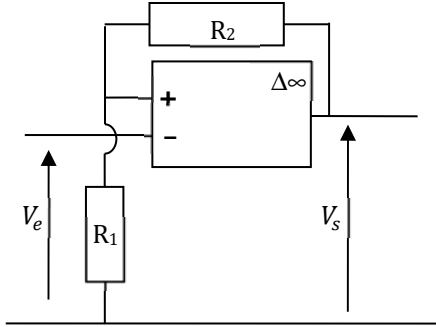
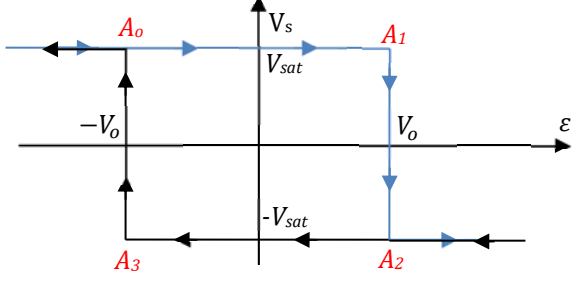
**REPONSE FREQUENTIELLE D'UN FILTRE A UN SIGNAL PERIODIQUE QUELCONQUE**

Soit  $e(t)$  le signal d'entrée et  $s(t)$  le signal de sortie. On note  $H = \frac{s}{e}$ , la fonction de transfert de ce système linéaire

Le signal  $e(t)$  étant périodique ( $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ), il peut se décomposer en série de Fourier :  $e(t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} E_k \sin(k\omega t + \phi_k)$

Donner l'expression de la décomposition en série de Fourier du signal de sortie, avec les expressions des coefficients de Fourier	$s(t) = S_0 + \sum_{k=1}^{\infty} S_k \sin(k\omega t + \phi'_k)$ $S_0 =  H(0)  \cdot E_0 ; S_k =  H(jk\omega)  \cdot E_k \text{ et } \phi_k = \text{argument}(H(jk\omega)) + \phi_k$
Expliquer les étapes permettant de connaître rapidement l'allure du signal de sortie (connaissant la fonction de transfert)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Superposer le diagramme de Bode du filtre avec le spectre de Fourier du signal d'entrée.</li> <li>Considérer qu'en sortie, les fréquences présentes sont celles qui sont dans la bande passante du filtre.</li> <li>A défaut, retenir qu'il y a intégration quand la totalité du spectre du signal d'entrée est sur une pente à <math>-20 \text{ dB/dec}</math> et qu'il y a dérivation quand la totalité du spectre du signal d'entrée est sur une pente à <math>+20 \text{ dB/dec}</math>.</li> </ul> 

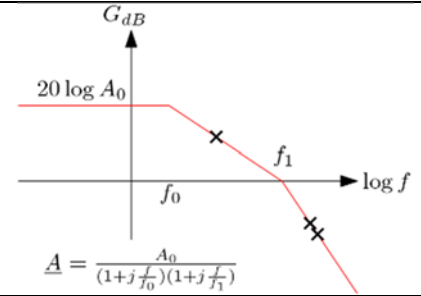
**MONTAGES A AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL :**

<p>Amplificateur <b>suiveur</b></p>	 <p><math display="block">\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = 1</math></p>	<p>Amplificateur <b>non inverseur</b></p>  <p><math display="block">\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}</math></p>
<p>Amplificateur <b>inverseur</b></p>	 <p><math display="block">\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{Z_2}{Z_1}</math></p>	<p>Amplificateur <b>intégrateur</b>. Intégrateur corrigé : on met une résistance <math>r \gg R</math> en parallèle avec <math>C</math></p>  <p><math display="block">\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{1}{jRC\omega}</math></p>
<p>Amplificateur <b>dérivateur</b> Dérivateur corrigé : on met une résistance <math>r \ll R</math> en série avec <math>C</math></p>	 <p><math display="block">\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = jRC\omega</math></p>	<p>Comparateur <b>simple</b></p> 
<p>Comparateur à hystérésis : <b>par Permuter les bornes ± rapport au non-inverseur</b></p>	 	

**DEFAUTS/LIMITATIONS AO REEL :**

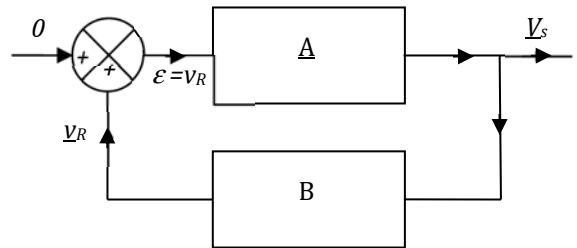
<p>Courants de polarisation</p>	<p>Les courants d'entrée <math>i_+</math> et <math>i_-</math> peuvent être non nuls et différents.  <math>\Rightarrow</math> En continu, on les notes : <math>I_{o-}</math> et <math>I_{o+}</math> et leur moyenne est appelée courant de polarisation :  <math display="block">I_p = \frac{I_{o+} + I_{o-}}{2}</math></p>
---------------------------------	--

Off-set	La caractéristique de transfert de l'AO ne passe pas exactement par l'origine. ⇒ On appelle tension de décalage (en entrée ou en sortie) ce décalage en tension.
Limitation en tension	La tension de sortie est limitée $ V_s  \leq V_{sat}$
Limitation en courant	Le courant de sortie est limité $ i_s  \leq i_{max}$
Slew-rate	La vitesse de sortie est limitée $\left(\frac{dV_s}{dt}\right)_{max} = \sigma$ appelé Slew rate
Bande-passante	La bande passante de l'AO est limitée. <b>On modélise l'AO par un filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre</b> (voir du 2 <sup>nd</sup> ordre)  ⇒ La fréquence de coupure, pour l'AO seul, est faible : $f_c = 10\text{Hz}$ et l'amplification statique est très élevée $A_0 = 10^5$



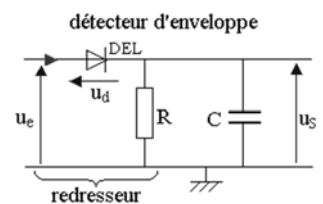
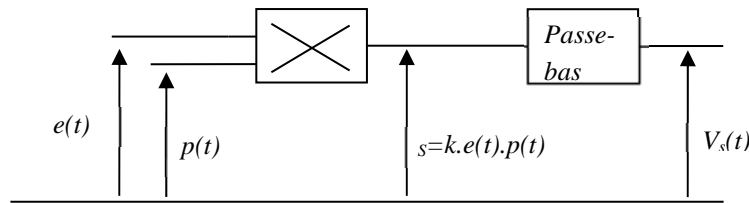
**OSCILLATEURS:**

Principe multivibrateur astable	Un multivibrateur astable, ou oscillateur à relaxation est un montage générant des signaux périodiques et comprenant les deux éléments de base : - <b>Un comparateur à hystérésis.</b> - <b>Un intégrateur.</b>
Principe oscillateur quasi-sinusoidal	Les oscillateurs quasi-sinusoidaux reposent sur le principe de la rétroaction positive : La tension de sortie d'un amplificateur (A) est renvoyée vers l'entrée sans changement de phase. <b>Deux conditions sont requises pour des oscillations entretenues :</b> ▪ <b>Le déphasage de la boucle de rétroaction doit être nul</b> ▪ <b>Le gain en tension de la boucle doit être égal à 1 : <math>T = A \cdot B = 1</math></b>

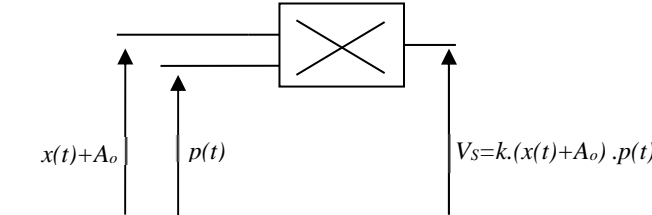
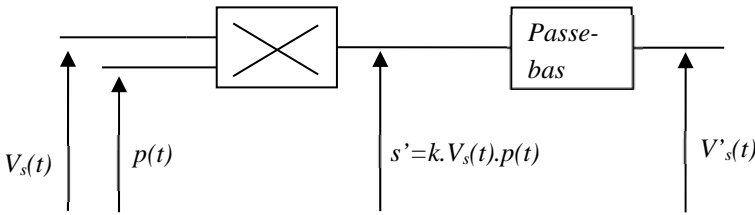


**DETECTION :**

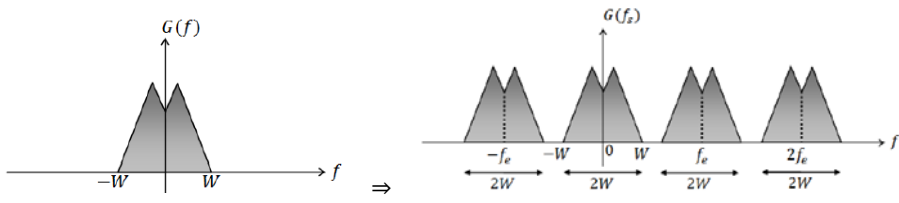
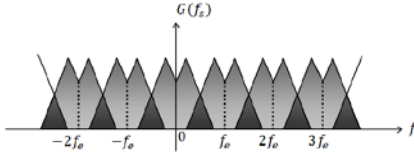
Principe de la détection quadratique	Soit le signal $x(t) = X_m \cos(\omega t)$ ⇒ On multiplie le signal par lui-même ⇒ Le signal obtenu après un filtre passe-bas, de pulsation de coupure très inférieure devant $\omega$ , est continu et est proportionnel à la $X_m^2$ ⇒ On a réalisé une détection quadratique. ⇒ La détection quadratique permet de mesurer une valeur efficace.
Principe de la détection synchrone	Le principe est d'étudier un signal $e(t)$ à l'aide du montage suivant : Le signal de sortie est non nul uniquement si la fréquence de $V_s(t)$ est égale à celle de $e(t)$
Principe d'un détecteur de crête	L'association d'une diode et d'un dipôle RC parallèle constitue un détecteur d'enveloppe.  La première partie est un montage redresseur. La diode ne laisse passer le courant que dans un seul sens. Cela élimine la partie négative de la tension. En y ajoutant un condensateur C, on élimine les variations rapides de la tension.



**MODULATION:**

<p>Principe wobulation</p>	<p>La wobulation est la modulation en fréquence du signal délivré par une GBF par un signal triangulaire périodique                  ⇒ La fréquence du signal délivrée par le GBF varie entre deux valeurs <math>f_{min}</math> et <math>f_{max}</math> avec une période <math>T</math>.                  La wobulation est utilisée lors de l'étude de la réponse fréquentielle d'un SL : En alimentant le SL par le signal modulé en fréquence et en observant à l'oscilloscope le signal de sortie en fonction de la fréquence modulée, on a un tracé automatique de la réponse du SL.</p>
<p>Principe modulation d'amplitude</p>	<p>La modulation d'amplitude consiste à faire varier l'amplitude d'un signal de fréquence élevée en fonction d'un signal de basse fréquence. Ce dernier est celui qui contient l'information à transmettre (voix, par exemple, recueillie par un microphone), le premier étant le signal porteur.                  Les émetteurs radio grandes ondes émettent des signaux modulés en amplitude (la porteuse est entre 100 et 200 kHz)</p>
<p>Comment moduler en amplitude avec un multiplieur ?</p>	<p>Porteuse : <math>p(t) = A_p \cdot \cos(2\pi f_p t)</math> ; Signal modulant : <math>e(t) = A_m \cdot \cos(2\pi f_m t + \phi)</math>                  ⇒ Fréquences présentes dans le signal modulé : <math>f_p</math>; <math>f_p \pm f_m</math></p> 
<p>Comment démoduler un signal modulé en amplitude avec un multiplieur ?</p>	<p>On utilise la détection synchrone :                  Où <math>V_s(t)</math> est le signal modulé en amplitude et <math>p(t)</math> est la porteuse.                  ⇒ Les fréquences présentes dans le signal <math>s'(t)</math> sont :  <math>0</math> ; <math>f_m</math> ; <math>f_p</math> et <math>f_p \pm f_m</math>                  ⇒ Après le filtre passe-bas, on a uniquement le continu et <math>f_m</math></p> 

**CAN**

<p>Enoncer le principe de l'échantillonnage idéal d'un signal <math>g(t)</math> (à la fréquence <math>f_e</math>) .</p>	<p>Echantillonner un signal est prélever sur lui des échantillons tous les <math>kT_e</math> . Si la durée du prélèvement est nulle alors l'échantillonnage est idéal. Le signal échantillonné s'écrit alors :  <math>g_s(t) = g(t) \times \Pi_{T_e}(t)</math>                  Où <math>\Pi_{T_e}(t)</math> est un peigne de dirac de période <math>T_e</math>.</p>
<p>Caractériser le spectre du signal échantillonné (idéalement)</p>	<p>Le spectre de <math>g_s(t)</math> s'écrit :</p> $G_s(f) = f_e (G(f) \otimes \Pi_{f_e}(f)) = f_e \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} G(f - kf_e)$ 
<p>Enoncer le théorème de Shannon</p>	<p>Pour ne pas perdre de l'information sur le signal à échantillonner, il faut que la fréquence d'échantillonnage soit au moins le double de la fréquence maximale présente dans le spectre du signal : <math>f_e &gt; 2W</math>.</p>
<p>Que se passe-t-il si le critère de Shannon n'est pas vérifié ?</p>	<p>Il y a repliement de spectre :</p> 
<p>Qu'est-ce qu'un filtre anti-repliement ?</p>	<p>Un filtre anti-repliement est un filtre passe-bas, inséré avant l'échantillonneur, permettant d'abaisser <math>W</math> en dessous de <math>2f_e</math>.</p>



<p>Quel est l'effet d'un échantillonnage réel sur un signal échantillonné ?</p>	<p>De manière générale, on peut dire que le signal est distordu : en effet le spectre du signal échantillonné est multiplié par un sinc de demi-largeur <math>1/\tau</math> où <math>\tau</math> est la durée de prélèvement (<math>G'_s(f) = \text{sinc}(\pi\tau f) \times G_s(f)</math>)</p>
<p>Quel est l'opération effectuée par le module de quantification ?</p>	<p>Le module de quantification convertit le signal échantillonné en code binaire sur <math>N</math> bits en convertissant l'amplitude de <math>g_s(t = kT_e)</math> en mot binaire <math>C_k</math> (<math>N</math> bits).</p>
<p>Définir le quantum de quantification</p>	<p>Le quantum de quantification est la résolution verticale de la CAN. Si les valeurs extrêmes de <math>g(t)</math> sont <math>g_{min}</math> et <math>g_{max}</math>, alors : <math>\delta = \frac{g_{max} - g_{min}}{2^N}</math> (<math>2^N</math> étant les valeurs possibles de la grille verticale)</p>
<p>Définir la quantification par défaut</p>	<p>On affecte à l'échantillon <math>g(kT_e)</math> la valeur arrondie <math>g_q(kT_e)</math> telle que si <math>k\delta &lt; g(kT_e) &lt; (k+1)\delta</math>, alors : <math>g_q(kT_e) = k\delta</math></p>
<p>Donner des exemples de mots binaires pour un codage à 4 bits</p>	$\begin{cases} g_q = g_{min} \text{ donne le code } C_k = 0000 \\ g_q = g_{min} + \delta \text{ donne le code } C_k = 0001 \\ \dots \\ g_q = g_{min} + (m-1)\delta \text{ donne le code } C_k = 1110 \\ g_q = g_{min} + m\delta \text{ donne le code } C_k = 1111 \end{cases}$
<p>Définir l'erreur de quantification</p>	<p><math>\varepsilon(t) = g(t) - g_q(t = kT_e)</math> On modélise cette erreur par un signal en dents de scie de valeur efficace : <math>\frac{\delta^2}{3}</math></p>
<p>Définir le rapport signal sur bruit du signal échantillonné</p>	<p>Il s'agit du rapport entre la puissance du signal d'entrée et la puissance du bruit (ces puissances étant calculées pour une résistance <math>R = 1\Omega</math>).</p> $\frac{S}{B} = \frac{3G_{max}^2}{2\delta^2} = 3 \times 2^{2N-3} \text{ (en prenant } g_{max} - g_{min} = 2G_{max} \text{)}$
<p>Quel est l'effet de l'échantillonnage du spectre d'un signal périodique ?</p>	<p>Le spectre, au lieu d'être constitué de pics, sera constitué de sinus cardinaux de demi largeur <math>\frac{1}{\tau}</math> où <math>\tau</math> est la durée d'acquisition : c'est ce que l'on appelle le fenêtrage</p>

ENERGIE INTERNE - ENTHALPIE- ENTROPIE

ENERGIE INTERNE

	Fluide homogène quelconque	GP	Phase condensée
<b>U (J)</b> Donner les variables d'états définissant cette fonction	$U(T,V)$	$U(T)$	$U(T)$
<b>dU (J)</b>	$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$	$dU = \frac{dU}{dT} \cdot dT = C_V(T) \cdot dT = \frac{nR}{\gamma-1} dT$	$dU = C(T)dT$ $C(T) = C_V(T) = C_p(T)$
<b>ΔU (J)</b> Exprimer la variation	$\Delta U = \int dU$	$\Delta U = \int C_V(T)dT$ Si $C_V = cste$ : $\Delta U = \frac{nR}{(\gamma-1)} \Delta T = \frac{\Delta(PV)}{\gamma-1}$	$\Delta U = \int C_V(T)dT$ Si $C = cste$ : $\Delta U = C \Delta T$

ENTHALPIE

	Fluide homogène quelconque	GP	Phase condensée
<b>H (J)</b> Donner les variables d'états définissant cette fonction	$H(T,P)$	$H(T)$	$H(T)$
<b>dH (J)</b>	$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP$	$dH = \frac{dH}{dT} \cdot dT = C_p(T) \cdot dT = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} dT$	$dH = C(T)dT$ $C(T) = C_V(T) = C_p(T)$
<b>ΔH (J)</b>	$\Delta H = \int dH$	$\Delta H = \int C_p(T)dT$ Si $C_p = cste$ : $\Delta H = \frac{\gamma nR}{(\gamma-1)} \Delta T = \frac{\gamma \Delta(PV)}{\gamma-1}$	$\Delta H = \int C_p(T)dT$ Si $C = cste$ : $\Delta H = C \Delta T$
$C_p - C_v$		$nR$	0
$\gamma$	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	$\gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$	1

ENTROPIE

	Fluide homogène quelconque	GP	Phase condensée
<b>dS (J/K)</b>	Identités thermodynamiques : $dS = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V dU + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U dV = \frac{1}{T} dU + \frac{P}{T} dV$ $dS = \left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_P dH + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_H dP = \frac{1}{T} dH - \frac{V}{T} dP$	$dS = \frac{nR}{\gamma-1} \left( \frac{dT}{T} + (\gamma-1) \frac{dV}{V} \right)$ $dS = \frac{nR}{\gamma-1} \left( \frac{dP}{P} + (\gamma) \frac{dV}{V} \right)$ $dS = \frac{nR}{\gamma-1} \left( \gamma \frac{dT}{T} + (1-\gamma) \frac{dP}{P} \right)$	$dS = \frac{C(T)}{T} dT$
<b>ΔS (J/K)</b>	$\Delta S = \int dS$	$\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left( \frac{P_f V_f^\gamma}{P_i V_i^\gamma} \right)$ $= \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left( \frac{T_f V_f^{\gamma-1}}{T_i V_i^{\gamma-1}} \right) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left( \frac{T_f^\gamma P_f^{1-\gamma}}{T_i^\gamma P_i^{1-\gamma}} \right)$	$\Delta S = \int \frac{C(T)}{T} dT$ $\Delta S = C \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right)$

Pour les solides cristallisés, sauf exceptions, on a :  $C_m \approx 3R$  (J / K / mol)

1<sup>ER</sup> PRINCIPE ET 2<sup>ND</sup> PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

ENONCE

1 <sup>er</sup> principe de la thermodynamique	Soit un système (S) évoluant d'un état 1 vers un état 2 en suivant un chemin (C). Alors la variation de l'énergie $\mathcal{E} = U + E_{c,macro} + E_{p,macro}$ de (S) au cours de la transformation est : $\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = W + Q$ Où : $Q$ est le transfert thermique et $W$ est le travail reçu par (S) au cours de la transformation.
	Pour une transformation élémentaire, la différentielle de l'énergie $\mathcal{E}$ vaut : $d\mathcal{E} = \delta W + \delta Q$ Où : $\delta Q$ est le transfert thermique et $\delta W$ est le travail reçu par (S) au cours de la transformation. Dans la pratique, les systèmes étudiés ont $E_{c,macro}$ et $E_{p,ext}$ constantes au cours de la transformation $\Rightarrow$ On a alors $\Delta \mathcal{E} = \Delta U = W + Q$ et $d\mathcal{E} = dU = \delta W + \delta Q$
2 <sup>nd</sup> principe de la thermodynamique	A tout système fermé on associe une fonction d'état extensive, non conservative, appelée entropie, et notée $S$ , telle que entre deux instants $t_a$ et $t_b$ (avec $\Delta t = t_b - t_a > 0$ ) on ait : $\Delta S = S^r + S^p$ . Avec : <ul style="list-style-type: none"> <li><math>S^r = \int_a^b \frac{\delta Q}{T_{ex}}</math> = entropie reçue. Où <math>\delta Q</math> est le transfert thermique reçu à travers la surface <math>\Sigma</math> délimitant le système au cours d'une évolution élémentaire du système et où <math>T_{ex}</math> est la température au niveau de la surface <math>\Sigma</math>.</li> <li><math>S^p</math> est l'entropie produite : <math>S^p \geq 0</math> (Pour une transformation réversible <math>S^p = 0</math>, Pour une transformation irréversible <math>S^p</math> est du même signe que <math>\Delta t</math> : <math>S^p &gt; 0</math>).</li> </ul>

**TRANSFORMATIONS ADIABATIQUES**

**Fluide quelconque :**


Adiabatique quelconque :	Adiabatique réversible :
$Q = 0 ; S^r = 0 ; \Delta U = W$ $dU = \delta W = -P_{ext}dV$ $dS = \delta S^p > 0 \text{ ( } \delta S^r = 0 \text{)}$	$Q = 0 ; S^r = 0 ; S^p = 0 ; P = P_{ex}$ $dU = \delta W_{rev} = -PdV$ $dS = 0 \text{ ( } \delta S^r = \delta S^p = 0 \text{)}$

**Gaz parfaits :**


Adiabatique quelconque :	Adiabatique réversible :
$Q = 0 ; S^r = 0$ $\delta W = -P_{ext}dV = dU = \frac{nR}{\gamma - 1}dT = \frac{d(PV)}{\gamma - 1}$ $W = \int -P_{ext}dV = \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}\Delta T = \frac{\Delta(PV)}{\gamma - 1}$ $\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{P_f V_f^\gamma}{P_i V_i^\gamma}\right)$ $= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f V_f^{\gamma-1}}{T_i V_i^{\gamma-1}}\right) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f^\gamma P_f^{1-\gamma}}{T_i^\gamma P_i^{1-\gamma}}\right) > 0$	$Q = 0 ; S^r = 0 ; S^p = 0 ; P = P_{ex}$ $\delta W = -PdV = dU = \frac{nR}{\gamma - 1}dT$ ou $\Delta S = 0$ donnent les lois de Laplace : Forme différentielle des lois de Laplace : $\frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\frac{dV}{V} = \frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = \gamma\frac{dT}{T} + (1 - \gamma)\frac{dP}{P} = 0$ Forme intégrée des lois de Laplace : $TV^{\gamma-1} = cste ; PV^\gamma = cste ; T^\gamma P^{1-\gamma} = cste$

**3. TRANSFORMATIONS ISOTHERMES (T = CSTE) ET MONOTHERMES (T<sub>f</sub> = T<sub>i</sub> = T<sub>ex</sub>=CSTE)**

**Fluide quelconque :** Donner les relations caractérisant les transformations isothermes et monothermes

Isotherme (réversible) $T = cste = T_{ex}$	Monotherme $T_f = T_i = T_{ex}=cste$
$S^p = 0$ $U(T, V) \Rightarrow U(V)$ et $\Delta U = Q_{isotherme} + W_{isotherme}$ $H(T, P) \Rightarrow H(P)$ $\Delta S = \frac{Q_{isotherme}}{T} T \Rightarrow Q_{isotherme} = T \Delta S$	On peut utiliser un chemin isotherme réversible pour calculer $\Delta U, \Delta H$ et $\Delta S$ : $\Delta U = Q_{monotherme} + W_{monotherme} = Q_{isotherme} + W_{isotherme}$ $\Delta S = \frac{Q_{isotherme}}{T_{ext}} = S^p + \frac{Q_{monotherme}}{T_{ext}}$  $Q_{monotherme} \neq Q_{isotherme}$ et $W_{monotherme} \neq W_{isotherme}$

**Gaz parfaits :** Donner les relations caractérisant les transformations isothermes et monothermes

Isotherme (réversible) $T = cste = T_{ex} ; P = P_{ext}$	Monotherme $T_f = T_i = T_{ex}=cste$
$dU = 0 \Rightarrow \delta W_{isotherme} = -\delta Q_{isotherme}$ et $W_{isotherme} = -Q_{isotherme}$ $\delta W_{isotherme} = -PdV = -nRT \frac{dV}{V} \Rightarrow W = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ $\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) = \frac{Q_{isotherme}}{T} \Rightarrow Q_{isotherme} = -nRT \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$ $= nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ $\Rightarrow$ On retrouve : $Q_{isotherme} = -W_{isotherme} = T \Delta S$	$\Delta U = 0 \Rightarrow W_{monotherme} = -Q_{monotherme}$  $Q_{monotherme} \neq Q_{isotherme}$ $W_{monotherme} \neq W_{isotherme}$ $\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$ $= \frac{Q_{monotherme}}{T} + S^p$

**TRANSFORMATIONS ISOBARES (P = CSTE) ET MONOBARES (P<sub>f</sub> = P<sub>i</sub> = P<sub>ex</sub>)**

**Fluide quelconque :** Donner les relations caractérisant les transformations isobare et monobare

Isobare : $P = P_{ex} = cste ; T = T_{ext}$ (réversible)	Monobare $P_f = P_i = P_{ex}=cste$
$P = cste \Rightarrow W = -P \Delta V$ $\Delta U = Q_{isobare} + W = Q_{isobare} - P \Delta V$ $\Delta H = Q_{isobare}$ $\Delta S = \int \frac{\delta Q_{isobare}}{T}$	$P_{ex} = cste \Rightarrow W = -P_{ex} \Delta V$ $\Delta U = Q_{monobare} + W = Q_{monobare} - P_{ex} \Delta V$ $\Delta H = Q_{monobare}$ $\Delta S = \int \frac{\delta Q_{monobare}}{T} + S^p$

**Gaz parfaits** : Donner les relations caractérisant les transformations isobares et monobares

Isobare $P = P_{ex} = cste$	Monobare $P_f = P_i = P_{ex}$
$\Delta U = \frac{P\Delta V}{\gamma - 1} = Q_{isobare} - P\Delta V$ $\Delta H = \frac{\gamma P\Delta V}{\gamma - 1} = Q_{isobare}$ $\Delta S = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \int \frac{\delta Q_{isobare}}{T}$	$\Delta U = \frac{P_{ex}\Delta V}{\gamma - 1} = Q_{monobare} - P_{ex}\Delta V$ $\Delta H = \frac{\gamma P_{ex}\Delta V}{\gamma - 1} = Q_{monobare}$

**5. TRANSFORMATIONS ISOCHORES (REVERSIBLE, V= cste)**

Fluide quelconque	GP
$V = cste \Rightarrow \delta W_{isochore} = 0 \text{ et } W_{isochore} = 0$ $\Delta U = Q_{isochore}$ $\Delta H = Q_{isochore} + W_{isochore} + \Delta(PV) = Q_{isochore} + V \Delta P$ $\Delta S = \int \frac{\delta Q_{isochore}}{T}$	$\Delta U = \frac{V\Delta P}{\gamma - 1} = \frac{nR\Delta T}{\gamma - 1} = Q_{isochore} + \frac{W_{isochore}}{0}$ $\Rightarrow Q_{isochore} = \Delta U = \frac{V\Delta P}{\gamma - 1} = \frac{nR\Delta T}{\gamma - 1}$ $\Delta H = \frac{\gamma V\Delta P}{\gamma - 1} = Q_{isochore} + V\Delta P$ $\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) = \int \frac{\delta Q_{isochore}}{T}$

**TRANSFORMATIONS CYCLIQUES**

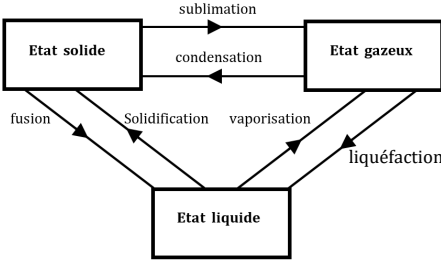
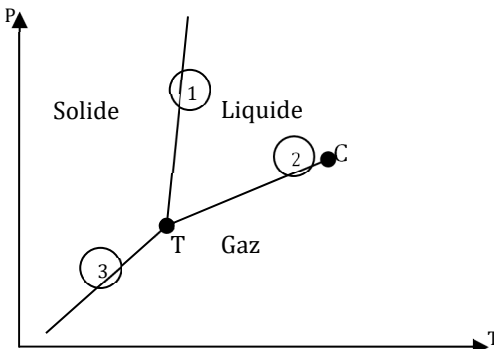
Les valeurs initiales et finales des variables d'état sont identiques :  $\Delta T = 0 ; \Delta V = 0 ; \Delta P = 0 \text{ et } \Delta U = 0 ; \Delta H = 0 ; \Delta S = 0$

$\Rightarrow W_{cycle} = - Q_{cycle}$

Dans les diagrammes de Clapeyron et diagrammes entropiques, un cycle parcouru dans le sens horaire est un cycle moteur et un cycle parcouru dans le sens trigonométrique est un cycle de type machine frigorifique

**EQUILIBRE D'UN CORPS PUR SOUS DEUX PHASES**

**EQUILIBRE D'UN CP SOUS DEUX PHASES**

Etat physique d'un CP	Etat de la matière traduisant un degré de cohérence des éléments qui le constituent. On distingue habituellement trois états physiques : solide, liquide et gazeux.
Phase d'un CP	Portion de matière homogène ayant des propriétés physiques et chimique caractéristiques
Compléter :	
Allure du diagramme (P, T) d'un CP ; cas de l'eau	 <p>(1)=courbe de fusion                  (2)=courbe de vaporisation                  (3)=courbe de sublimation</p> <p>Cas de l'eau : la pente de la courbe de fusion est négative</p>

Allure du diagramme (P, V) d'un CP	
Point triple	Etat d'un CP où les trois phases solide, liquide et gazeuse coexistent
Point critique	Point limitant la courbe de vaporisation. $P_c$ = Pression au-dessus de laquelle il est impossible d'observer la vaporisation par élévation isobare de la température $T_c$ = Température au-delà de laquelle il est impossible d'observer la vaporisation par détente isotherme
Fluide hypercritique	Fluide tel que $T_{\text{ambiante}} > T_c$
Théorème des moments	$x_G = \frac{LE}{LV}$ (Voir diagramme (P, V))
Vapeur sèche /vapeur saturante	<b>Vapeur sèche</b> = vapeur d'un fluide uniquement à l'état gazeux: Elle peut être considérée comme un GP et obéit à la loi de Mariotte. $\Rightarrow$ Cette vapeur sèche existe tant que $P < P_s(T)$ <b>Vapeur saturante</b> = vapeur d'un fluide en équilibre sous deux phases. Elle peut être considérée comme un GP mais n'obéit pas à la loi de Mariotte $\Rightarrow$ La pression de cette vapeur est $P_s(T)$
Enthalpie molaire de transition de phase	$\Delta h_{12}(T) = H_{m2}(T) - H_{m1}(T)$
Entropie molaire de transition de phase	$\Delta s_{12}(T) = S_{m2}(T) - S_{m1}(T)$
Formule de Clapeyron	$\frac{dP_{12}}{dT} = \frac{L_{12}}{T(V_{m2} - V_{m1})}$
Allure de $L_v(T)$	

Soit un corps pur de masse m en équilibre sous deux phases  $\phi_1$  et  $\phi_2$  à la température T et à la pression P. A l'état initial le corps pur est uniquement sous la phase  $\phi_1$ . A l'état final, une masse  $m_1$  du corps pur est sous la phases  $\phi_1$  et une masse  $m_2$  est sous phase  $\phi_2$ . Déterminer :

Titre massique de la phase $\phi_1$ à l'état initial	1
Titre massique de la phase $\phi_2$ à l'état initial	0
Titre massique de la phase $\phi_1$ à l'état final	$\frac{m_1}{m}$
Titre massique de la phase $\phi_2$ à l'état final	$\frac{m_2}{m} = 1 - \frac{m_1}{m}$
La variation d'enthalpie massique du corps pur au cours de la transformation	$h_i = h_1 \Rightarrow h_f = x_1 h_1 + x_2 h_2 = x_1 h_1 + (1 - x_1)h_2$ $\Rightarrow \Delta h = (1 - x_1)(h_2 - h_1) = x_2(h_2 - h_1)$
La variation d'entropie massique du corps pur au cours de la transformation	$s_i = s_1 \Rightarrow s_f = x_1 s_1 + x_2 s_2 = x_1 s_1 + (1 - x_1)s_2$ $\Rightarrow \Delta s = (1 - x_1)(s_2 - s_1) = x_2(s_2 - s_1)$
La variation d'énergie interne massique du corps pur au cours de la transformation	$u_i = u_1 \Rightarrow u_f = x_1 u_1 + x_2 u_2 = x_1 u_1 + (1 - x_1)u_2$ $\Rightarrow \Delta u = (1 - x_1)(u_2 - u_1) = x_2(u_2 - u_1)$
Le transfert thermique reçu au cours de la transformation	$Q_P = m_2 L_{12} = m_2(h_2 - h_1)$
Le travail reçu au cours de la transformation	$m \Delta u = W + Q$ $\Rightarrow W = m \Delta u - Q = m_2(u_2 - u_1) - m_2(h_2 - h_1)$ $\Rightarrow W = -m_2 P(v_2 - v_1)$

ETUDE DE DIFFERENTS DIAGRAMMES

DIAGRAMME (T,s)

<p>Représenter le diagramme (T,s) d'un corps pur</p>	
<p>Titre vapeur</p>	$x_v = \frac{LM}{LV}$
<p>Chaleur échangée</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pour une transformation réversible de 1 vers 2 :  <math> Q_{12}  = \text{Aire sous la courbe}</math>  <math>Q_{12} &gt; 0</math> si S augmente, <math>Q_{12} &lt; 0</math> si S diminue.</li> <li>✓ Dans le cas d'un cycle moteur (sens horaire), le transfert thermique total reçu est égal à l'aire sous la courbe.</li> <li>✓ Dans le cas d'un cycle frigorifique (sens trigo), le transfert thermique total reçu est égal à l'opposé de l'aire sous la courbe.</li> </ul>

DIAGRAMME (P,h)

<p>Représenter le diagramme (P,h) d'un corps pur</p>	
--	--

DIAGRAMME DE MOLLIER

<p>Représenter le diagramme de Mollier d'un corps pur</p>	
---	--

INSTALLATIONS INDUSTRIELLES

Bilan d'enthalpie sur une partie active	$D_m(h_s - h_e) = \dot{W}' + \dot{Q}$ $h_s - h_e = w' + q$ <p>Où <math>w'</math> et <math>q</math> sont les travaux et transferts thermiques reçus par <b>unité de masse de fluide</b>.</p>	$P_e, v_e, T_e, h_e, s_e, \dots$ $P_s, v_s, T_s, h_s, s_s, \dots$
Bilan d'entropie sur une partie active	$\frac{DS}{Dt} = D_m(s_s - s_e) = S^c + \frac{1}{T_{ext}} \dot{Q}$	
Evolution isentropique	Compresseur, pompe, turbine	
Evolution isenthalpique	Vanne de détente, laminage, détente de Joule Thomson	
Evolution isobare	Echangeur : Evaporateur, générateur de vapeur, condenseur	
Evolution isobare, isotherme	Echangeur : Evolution uniquement biphasée	

DIFFUSION THERMIQUE ET MOLECULAIRE

	Diffusion électrique	Diffusion moléculaire	Diffusion thermique
Vecteur densité de courant $\vec{j}$	$\vec{j}_{el} = \rho_m \vec{V}$	$\vec{j}_m = n_m \vec{V}$	
Flux du vecteur $\vec{j}$	$I = \frac{dQ}{dt} = \iint_S \vec{j}_{el} \cdot \vec{dS} \quad (A)$	$\Phi = \frac{dN}{dt} = \iint_S \vec{j}_m \cdot \vec{dS} \quad (s^{-1})$	$P = \Phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt} = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS} \quad (W)$
Loi de conservation 1D	$\frac{\partial j_{el}}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$	$\frac{\partial j_m}{\partial x} + \frac{\partial n_m}{\partial t} = 0$	$\frac{\partial j_{th}}{\partial x} + \mu c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$
Loi de conservation en coordonnées cylindriques	$\frac{1}{r} \frac{\partial r j_{el}}{\partial r} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$	$\frac{1}{r} \frac{\partial r j_m}{\partial r} + \frac{\partial n_m}{\partial t} = 0$	$\frac{1}{r} \frac{\partial r j_{th}}{\partial r} + \mu c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$
Loi de conservation en coordonnées sphériques	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 j_{el}}{\partial r} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 j_m}{\partial r} + \frac{\partial n_m}{\partial t} = 0$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 j_{th}}{\partial r} + \mu c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$
Loi de conservation 3D	$div(\vec{j}_{el}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ Conservation de la charge	$div(\vec{j}_m) + \frac{\partial n_m}{\partial t} = 0$ Conservation de la quantité de matière	$div(\vec{j}_{th}) + \mu c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ 1 <sup>er</sup> principe de la thermo
Loi phénoménologique	$\vec{j}_{el} = \gamma \vec{E}$ RP : $\vec{j}_{el} = -\gamma \overrightarrow{grad}(V)$	$\vec{j}_m = -D_m \overrightarrow{grad}(n_m)$	$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)$
Equation de diffusion 1D		$\frac{\partial n_m}{\partial t} = D_m \frac{\partial^2 n_m}{\partial x^2}$	$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} ; D_{th} = \frac{\lambda}{\mu c}$
Equation de diffusion en coordonnées cylindriques		$\frac{\partial n_m}{\partial t} = \frac{D_m}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial n_m}{\partial r} \right)$	$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{D_{th}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) ; D_{th} = \frac{\lambda}{\mu c}$
Equation de diffusion en coordonnées sphériques		$\frac{\partial n_m}{\partial t} = \frac{D_m}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial n_m}{\partial r} \right)$	$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{D_{th}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) ; D_{th} = \frac{\lambda}{\mu c}$
Equation de diffusion		$\frac{\partial n_m}{\partial t} = D_m \Delta n_m$	$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th} \Delta T ; D_{th} = \frac{\lambda}{\mu c}$
Régime permanent + absence de puits ou de source	$V_2 - V_1 = RI$ $R = \frac{L}{\gamma S}$	$\Delta n_m = 0$ $n_{m1} - n_{m2} = R_m \Phi$ $R_m = \frac{L}{D_m S}$	$\Delta T = 0$ $T_1 - T_2 = R_{th} \Phi_{th}$ $R_{th} = \frac{L}{D_{th} S}$

FACTEUR DE BOLTZMAN

Définir le facteur de Boltzmann pour un système thermalisé présentant différents niveaux d'énergie $E_n$	$\exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right)$
Exprimer la probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie $E_n$ . Comment déterminer la constante de proportionnalité ?	$P_n = \frac{N_n}{N} = A \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right)$ $\sum_n P_n = 1 \Rightarrow A = 1 / \sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right)$
Définir l'énergie moyenne	$\langle E \rangle = \sum_n E_n P_n$
Donner la distribution de la pression dans une atmosphère isotherme. Définir la hauteur caractéristique d'atténuation.	$P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{mgz}{k_B T}\right) = P_0 \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)$ $H = \frac{RT}{Mg} = 8.5 \text{ km}$
Donner la distribution des vitesses dans un gaz à l'équilibre thermique (probabilité élémentaire).	$dP = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{k_B T}\right) 4\pi v^2 dv$

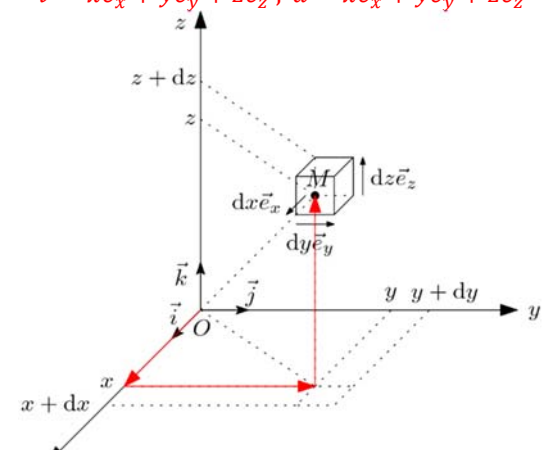
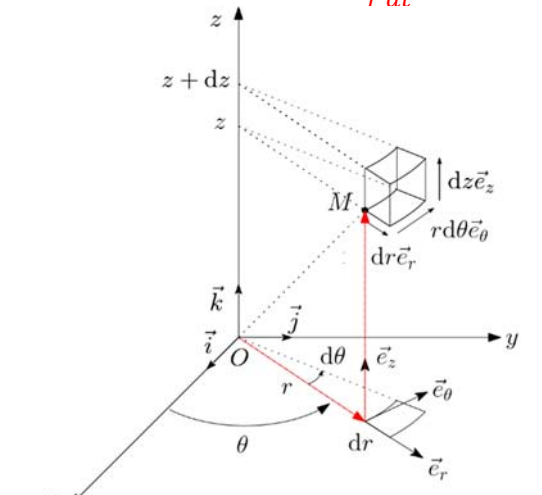
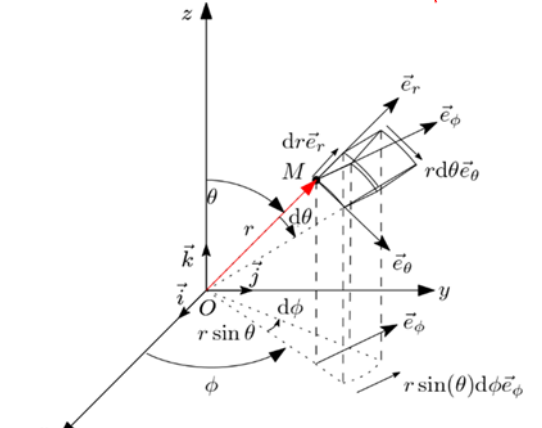
RAYONNEMENT DU CORPS NOIR

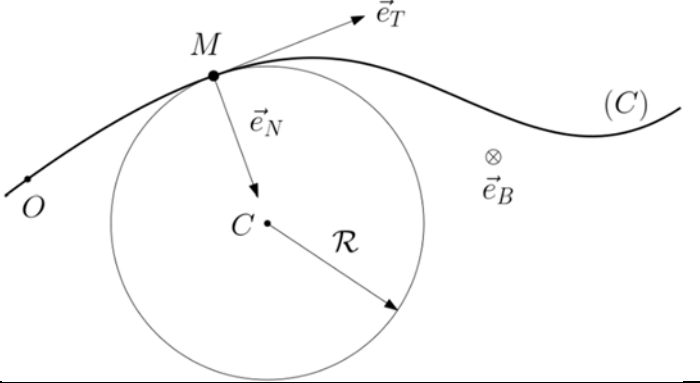
Qu'est-ce qu'un corps noir ?	A l'équilibre thermique un corps noir absorbe tout le rayonnement électromagnétique incident ( $r = 0 ; \tau = 0$ ) et émet un rayonnement dont le spectre, continu, dépend de sa température	
Définir la puissance surfacique spectrale $F_\nu(\nu)$ . Tracer l'allure de $F_\nu(\nu)$ en fonction de $\nu$	La puissance émise par une surface élémentaire $dS$ , uniquement pour les composantes spectrales comprises dans l'intervalle $[\nu, \nu + d\nu]$ vaut : $dP = F_\nu(\nu) d\nu dS$ Où $F_\nu(\nu)$ est la puissance surfacique spectrale.	
Enoncer la loi de Wien	$\lambda_m \times T = 2900 \mu\text{mK}$	
Enoncer la loi de Stefan	$\phi = \sigma T^4$ $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ $\phi$ est le flux surfacique du CN exprimé en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	
Définir la densité spectrale d'énergie du rayonnement du CN $u_\nu(\nu)$	La densité d'énergie de l'onde électromagnétique émise par un CN, uniquement pour les composantes spectrales comprises dans l'intervalle $[\nu, \nu + d\nu]$ vaut : $du_{em} = u_\nu(\nu) d\nu$ Où $u_\nu(\nu)$ est la densité spectrale de l'énergie de l'onde électromagnétique émise par le CN. Elle s'exprime donc en $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}$ Loi de Planck : $u_\nu(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \times \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$ Noter que $F_\nu(\nu) = \frac{c}{4} u_\nu(\nu)$	



L'ESSENTIEL DE LA MECANIQUE DU POINT

SYSTEME DE COORDONNEES :

<p>Donner les vecteurs : position, déplacement élémentaire, vitesse, accélération en coordonnées cartésiennes</p>	$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z ; \overrightarrow{dr} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$ $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z ; \vec{a} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z$ 
<p>Donner les vecteurs : position, déplacement élémentaire, vitesse, accélération en coordonnées cylindriques</p>	$\vec{r} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z ; \overrightarrow{dr} = dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + dz\vec{e}_z ;$ $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z ;$ $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$ $= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$ 
<p>Donner les vecteurs : position, déplacement élémentaire, vitesse, en coordonnées sphériques</p>	$\vec{r} = r\vec{e}_r ; \overrightarrow{dr} = dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + r \sin\theta d\phi\vec{e}_\phi$ $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r \sin\theta \dot{\phi}\vec{e}_\phi$ 

<p>Donner les vecteurs : déplacement élémentaire, vitesse, accélération dans la base locale de Frenêt</p>	<p>Abscisse curviligne : <math>s = \widehat{OM}</math>                  Vitesse : <math>\vec{v} = s\vec{e}_T</math>                  Accélération : <math>\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_T + \frac{v^2}{R}\vec{e}_N</math></p> 
<p>Vecteur position, vitesse et accélération dans le cas d'un mouvement rectiligne uniforme puis uniformément accéléré</p>	<p><b>Rectiligne uniforme</b> (<math>v_0 = Cste</math>) :  <math>\vec{a} = \vec{0}</math>; <math>\vec{v} = v_0\vec{e}_x</math>; <math>\vec{r} = (v_0t + x_0)\vec{e}_x</math>  <b>Rectiligne uniformément accéléré</b> (<math>a = Cste</math>):  <math>\vec{a} = a\vec{e}_x</math>; <math>\vec{v} = (at + v_0)\vec{e}_x</math>; <math>\vec{r} = \left(\frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0\right)\vec{e}_x</math></p>
<p>Vecteur position, vitesse accélération dans le cas d'un mouvement circulaire, circulaire uniforme et circulaire uniformément accéléré.</p>	<p><b>Circulaire</b> (<math>r = R = Cste</math>) :  <math>\vec{r} = R\vec{e}_r</math>; <math>\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta = v\vec{e}_\theta</math>; <math>\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r + R\ddot{\theta}\vec{e}_\theta = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r + \frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta</math>  <b>Circulaire uniforme</b> (<math>r = R = Cste</math>; <math>\dot{\theta} = \frac{v}{R} = Cste</math>) :  <math>\vec{r} = R\vec{e}_r</math>; <math>\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta = v\vec{e}_\theta</math>; <math>\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r</math>  <b>Circulaire uniformément accéléré</b> (<math>r = R = Cste</math>; <math>\ddot{\theta} = \dot{\theta}_0 = Cste</math>) :  <math>\vec{a} = -R(\dot{\theta}_0t + \dot{\theta}_0)^2\vec{e}_r + R\ddot{\theta}_0\vec{e}_\theta</math>; <math>\vec{v} = R(\dot{\theta}_0t + \dot{\theta}_0)\vec{e}_\theta</math>; <math>\vec{r} = R\vec{e}_r</math></p>

**OSCILLATEUR**

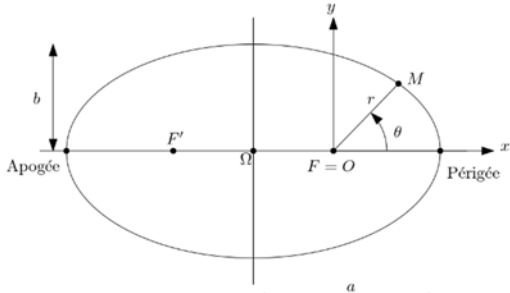
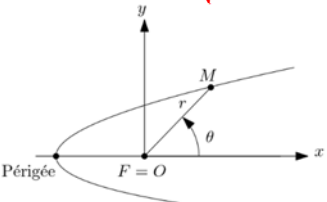
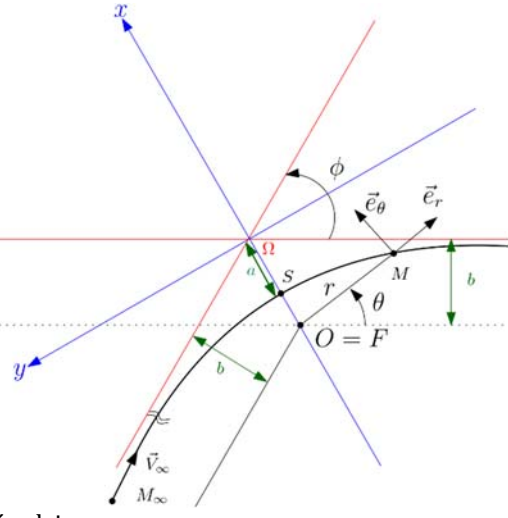
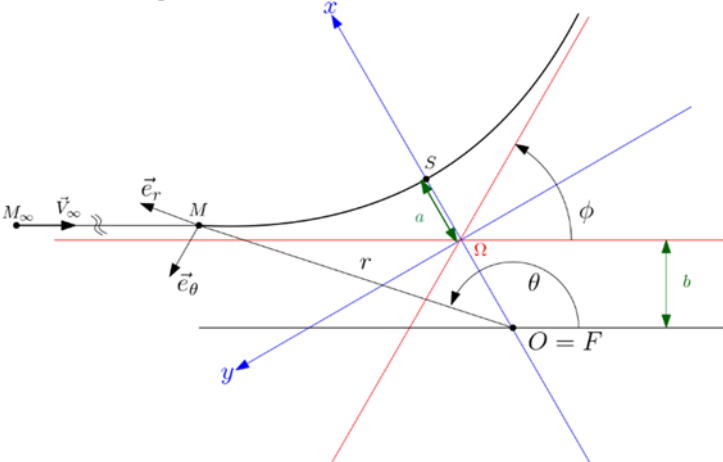
<p>Force de rappel d'un ressort - énergie potentielle</p>	<p><math>\vec{F} = \pm k(l - l_0)\vec{u}_l</math>  <math>E_p = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2</math></p>
<p>Définir un oscillateur harmonique : équation différentielle, solutions libres</p>	<p>Oscillateur harmonique : <math>\ddot{x} + \omega_0^2x = f(t)</math>                  Solutions libres :  <math>x_l(t) = X_m \cos(\omega_0t + \phi) = A \cos \omega_0t + B \sin \omega_0t</math></p>
<p>Définir un oscillateur linéaire amorti : équation différentielle, solutions libres</p>	<p>Oscillateur linéaire amorti : <math>\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds}{dt} + \omega_0^2s = f(t)</math>                  Solutions libres :                  Régime pseudo périodique (<math>Q &gt; \frac{1}{2}</math>) :  <math>s_l(t) = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} (A \cos \Omega t + B \sin \Omega t)</math> avec <math>\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}</math>                  Régime apériodique (<math>Q &lt; \frac{1}{2}</math>) :  <math>s_l(t) = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} (A \cosh \Omega' t + B \sinh \Omega' t)</math> avec <math>\Omega' = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}</math>                  Régime critique (<math>Q = \frac{1}{2}</math>) :  <math>s_l(t) = e^{-\omega_0 t} (A + Bt)</math></p>
<p>Equation différentielle d'un pendule simple</p>	<p><math>\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0</math></p>
<p>Parabolisation d'un puits de potentiel</p>	<p><math>E_p(x) = E_p(x_0) + \frac{1}{2}(x - x_0)^2 \underbrace{\frac{d^2 E_p}{dx^2}}_{k &gt; 0} \Big _{x_0}</math></p>

**FORCE CENTRALE** ( $\vec{F}(M) = F(r)\vec{e}_r = -\overline{\text{grad}}(E_p)$ )

Définir les deux intégrales premières du mouvement	$\vec{L} = L \vec{e}_z = mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z = Cste$ $E_m = \frac{1}{2}mV^2 + E_p(r) = Cste$
Définir la constante des aires, la vitesse aréolaire	$C = \frac{L}{m} = r^2\dot{\theta}$ $V_a = \frac{dS}{dt} = \frac{C}{2}$
Définir l'énergie potentielle effective	$E_{p,eff}(r) = E_p(r) + \frac{L^2}{2mr^2}$
On donne le graphe de Epeff, définir les états liés, les états de diffusion, les états interdits les trajectoires circulaires	

**INTERACTION NEWTONIENNE**

Définir la force d'interaction newtonienne et donner E <sub>p</sub> associée	$\vec{F}(M) = -\frac{Gm_0m}{r^2}\vec{e}_r; E_p = -\frac{Gm_0m}{r}$
Donner l'expression de E <sub>peff</sub> , tracer sa courbe et étudier les différents cas en fonction de E <sub>m</sub>	
Etat liés: exprimer l'énergie mécanique, énoncer les lois de Kepler et représenter la trajectoire.	$E_m = -\frac{ k }{2a}$ <p>Lois de Kepler :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les planètes ont autour du soleil des trajectoires elliptiques dont le soleil est l'un des foyers</li> <li>- L'aire balayée par le rayon vecteur est une constante</li> </ul>

	<p>- Lien entre la période de révolution et le <math>\frac{1}{2}</math> grand axe de l'ellipse : <math>\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}</math></p> <p>Trajectoire :</p> 
<p>Trajectoire parabolique : donner l'énergie mécanique, donner la vitesse de libération (astre : <math>M_X, R_X</math>), donner l'allure trajectoire</p>	<p><math>E_m = 0 ; V_l = \sqrt{\frac{2GM_X}{R_X}}</math></p> 
<p>Trajectoire hyperbolique : Exprimer l'énergie mécanique, donner l'allure de la trajectoire dans les cas attractif et répulsif.</p>	<p>Energie mécanique : <math>E_m = + k /2a</math></p> <p>Interaction attractive :</p>  <p>Interaction répulsive :</p> 



## MECANIQUE NON GALILEENNE

## LOIS DE COMPOSITION

Soit le référentiel absolu  $R$  (repère fixe  $(O, \vec{e}_i)$ ) et le référentiel relatif  $R'$  (repère fixe  $(O', \vec{e}'_i)$ ).

Soit  $\vec{\Omega}$  le vecteur rotation instantané de  $R'$  dans  $R$   $\left(\frac{d\vec{e}'_i}{dt}\right)_R = \vec{\Omega} \wedge \vec{e}'_i$ .

Lois de composition des vitesses	$\vec{V}(M)_R = \vec{V}(M)_{R'} + \vec{V}_e(M)$
Lois de composition des accélérations	$\vec{a}(M)_R = \vec{a}(M)_{R'} + \vec{a}_e(M) + \vec{a}_c(M)$
Point coïncidant	Point $(P)$ appartenant au référentiel $R'$ et coïncidant à tout instant avec le point $M$ : $\vec{V}_e(M) = \vec{V}(P)_R = \vec{V}(M \in R')_R$ $\vec{a}_e(M) = \vec{a}(P)_R = \vec{a}(M \in R')_R$
<b>Mouvement d'entraînement</b>	
Cas général	$\vec{V}_e(M) = \frac{d\vec{OO}'}{dt} + \vec{\Omega} \wedge \vec{OM}$ $\vec{a}_e(M) = \frac{d^2\vec{OO}'}{dt^2} + \dot{\vec{\Omega}} \wedge \vec{OM} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OM})$
Cas de la translation pure	$\vec{V}_e(M) = \frac{d\vec{OO}'}{dt}$ $\vec{a}_e(M) = \frac{d^2\vec{OO}'}{dt^2} = \vec{a}_{R'/R}$
Cas de la rotation pure - A partir des formules	$\vec{V}_e(M) = \vec{\Omega} \wedge \vec{OM} = \vec{\Omega} \wedge \vec{HM}$ $\vec{a}_e(M) = \dot{\vec{\Omega}} \wedge \vec{OM} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OM}) = \dot{\vec{\Omega}} \wedge \vec{HM} - \Omega^2 \vec{HM}$ Pour une rotation uniforme : $\vec{a}_e(M) = \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OM}) = -\Omega^2 \vec{HM}$
- Avec le point coïncidant ( $\vec{e}_T, \vec{e}_N$ ) base de Fresnet, ( $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ ) base polaire	$\vec{V}_e(M) = V_p \vec{e}_T = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$ $\vec{a}_e = \frac{dV_p}{dt} \vec{e}_T + \frac{V_p^2}{HP} \vec{e}_N = -r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r + r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta$
<b>Accélération de Coriolis</b>	Cas de la rotation pure : $\vec{a}_c = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}(M)_{R'}$ Cas de la translation pure : $\vec{a}_c = \vec{0}$

## EXEMPLES DE REFERENTIELS

Référentiel	Solide de référence + Horloge Attention ! de nombreux référentiels ne sont pas matérialisés, ils sont définis à partir d'un repère fixe dans ce référentiel.
Référentiel barycentrique d'un système	Référentiel, dans lequel le centre d'inertie du système est fixe, en translation dans le référentiel d'étude.
Mouvements relatifs de référentiel	Le référentiel $R'$ est en translation dans $R$ si les axes d'un repère fixe dans $R'$ gardent la même direction dans le référentiel $R$ . Si le centre du repère fixe dans $R'$ a un mouvement de rectiligne uniforme dans $R$ , alors $R'$ est en translation rectiligne uniforme dans $R$ . Le référentiel $R'$ est en rotation pure dans $R$ s'il existe un vecteur fixe dans $R'$ qui reste également fixe dans $R$ au cours du mouvement. Ce vecteur est appelé vecteur rotation et est noté $\vec{\Omega}$ .
Référentiels galiléens, principe d'inertie	Dans un référentiel galiléen, un point $M$ isolé ou pseudo isolé est soit immobile soit en mouvement rectiligne uniforme. Un référentiel est galiléen ssi il est en translation rectiligne uniforme dans un autre référentiel galiléen.
Référentiel de Copernic ( $R_0$ )	Référentiel dans lequel le repère suivant est fixe : - Repère de centre : le centre d'inertie du système solaire. - Repère dont les axes sont dirigés vers trois étoiles fixes. Ce référentiel est galiléen
Référentiel héliocentrique ( $R_1$ )	Référentiel dans lequel le repère suivant est fixe : - Repère de centre : le centre d'inertie du soleil. - Repère dont les axes sont dirigés vers trois étoiles fixes. Ce référentiel est souvent confondu avec le référentiel de Copernic.
Référentiel géocentrique ( $R_1$ )	Référentiel dans lequel le repère suivant est fixe : - Repère de centre : le centre d'inertie de la terre - Repère dont les axes sont dirigés vers trois étoiles fixes. Ce référentiel est en translation pure dans le référentiel $R_0$ . Cette translation n'est pas uniforme : $R_1$ n'est pas galiléen. Ce référentiel peut être considéré comme galiléen pour des expériences de courte durée mettant en évidence la rotation propre de la terre (pendule de Foucault, déviation vers l'est...)
Référentiel terrestre ( $R_T$ )	Référentiel lié à la terre. Ce référentiel peut être considéré comme galiléen pour des expériences de courte durée effectuées au laboratoire.

**FORCES D'INERTIES - APPROCHE ENERGETIQUE**

Cas général	$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e ; \vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c$ $P(\vec{f}_{ic}) = 0 ; P(\vec{f}_{ie}) = -\frac{dE_p(\vec{f}_{ie})}{dt} \neq 0$
Cas de la translation pure	$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_{R'/R} ; \vec{F}_{ic} = \vec{0}$ <p>Cas où <math>\vec{a} = a\vec{e}_z = \overline{cste}</math> : <math>P(\vec{f}_{ic}) = 0 ; P(\vec{f}_{ie}) = maz + cste</math></p>
Cas de la rotation pure	$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e ; \vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c$ <p>Cas où <math>\vec{a} = a\vec{e}_z = \overline{cste}</math> :                  Cas où <math>\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_z = \overline{cste}</math> : <math>P(\vec{f}_{ic}) = 0 ; P(\vec{f}_{ie}) = \frac{1}{2}m\Omega^2(HM)^2 + cste</math></p>

**THEOREMES DE LA MECANIQUE NON GALILEENNE**

On note  $F(M)$  la résultante des forces agissant sur  $M$

RFD	$m \cdot \overrightarrow{a(M)}_{R_g} = \overrightarrow{F(M)}$	$m \cdot \overrightarrow{a(M)}_{R_{ng}} = \overrightarrow{F(M)} + \overrightarrow{F_e(M)} + \overrightarrow{F_c(M)}$
TMC	$\left. \frac{d\overrightarrow{L_o(M)}}{dt} \right)_{R_g} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F(M)}$	$\left. \frac{d\overrightarrow{L_o(M)}}{dt} \right)_{R_{ng}} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F(M)} + \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F_e(M)} + \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F_c(M)}$
TEC	$\frac{dE_c(M)_{R_g}}{dt} = P(\overrightarrow{F(M)}) = \overrightarrow{F(M)} \cdot \overrightarrow{V(M)}_{R_g}$	$\frac{dE_c(M)_{R_{ng}}}{dt} = P(\overrightarrow{F(M)}) + P(\overrightarrow{F_e(M)})$ $= \overrightarrow{F(M)} \cdot \overrightarrow{V(M)}_{R_{ng}} + \overrightarrow{F_e(M)} \cdot \overrightarrow{V(M)}_{R_{ng}}$
TEM	$\frac{dE_m(M)_{R_g}}{dt} = P(\overrightarrow{F^{NC}(M)}) = \overrightarrow{F^{NC}(M)} \cdot \overrightarrow{V(M)}_{R_g}$	$\frac{dE_m(M)_{R_{ng}}}{dt} = P(\overrightarrow{F^{NC}(M)}) = \overrightarrow{F^{NC}(M)} \cdot \overrightarrow{V(M)}_{R_{ng}}$

**PDF DANS LE REFERENTIEL TERRESTRE**

On note  $\vec{f}(M)$  la résultante des **forces de contact** agissant sur  $M$  ;  $\vec{A}_T(M)$  le champ de gravitation agissant sur  $M$  ;  $\vec{A}$  le champ de gravitation dû aux autres astres (soleil, lune, Jupiter...)

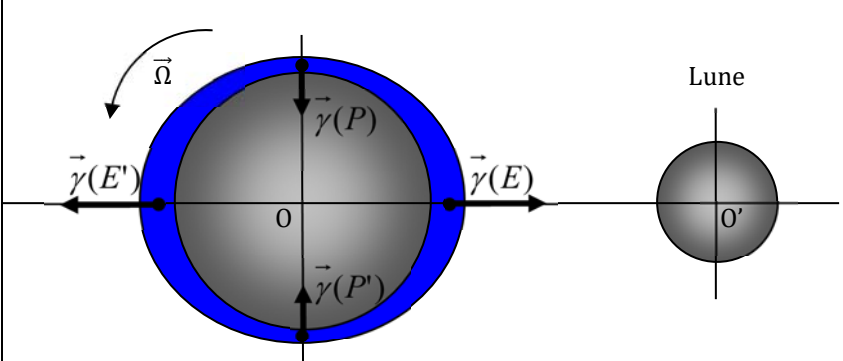
PDF appliqué à $M$ dans $R_o$	$m\vec{a}(M)_{R_o} = \vec{f}(M) + m\vec{A}_T(M) + m\vec{A}(M)$
PDF appliqué à $M$ dans $R_{geo}$	$m\vec{a}(M)_{R_I} = \vec{f}(M) + m\vec{A}_T(M) + m(\vec{A}(M) - \vec{A}(G))$
PDF appliqué à $M$ dans $R_T$	$m\vec{a}(M)_{R_T} = \vec{f}(M) + m\vec{A}_T(M) + m(\underbrace{\vec{A}(M) - \vec{A}(G)}_{\text{terme de marée}}) + \underbrace{m\Omega^2 \overline{HM}}_{-m\vec{a}_e(M)} - \underbrace{2m\vec{\Omega} \wedge \overline{V(M)}}_{m\vec{a}_c(M)} \Big _{R_T}$

**DEFINITION DU POIDS APPARENT**

Définition générale	L'équilibre de $M$ dans le référentiel d'étude s'écrit : $\vec{P}_{app}(M) + \vec{f}(M) = \vec{0}$ Où $\vec{f}(M)$ est la résultante des forces de contact agissant sur $M$ .
Poids apparent dans le référentiel terrestre	$\vec{P}_{app} = m(\vec{A}_T(M) + (\vec{A}(M) - \vec{A}(G)) - \vec{a}_e(M))$ En négligeant le terme de marées : $\vec{g}_{app} = \vec{A}_T - \vec{a}_e$ <p style="color: green;">Ordre de grandeur : <math>\alpha(45^\circ) = 0.2^\circ</math></p>

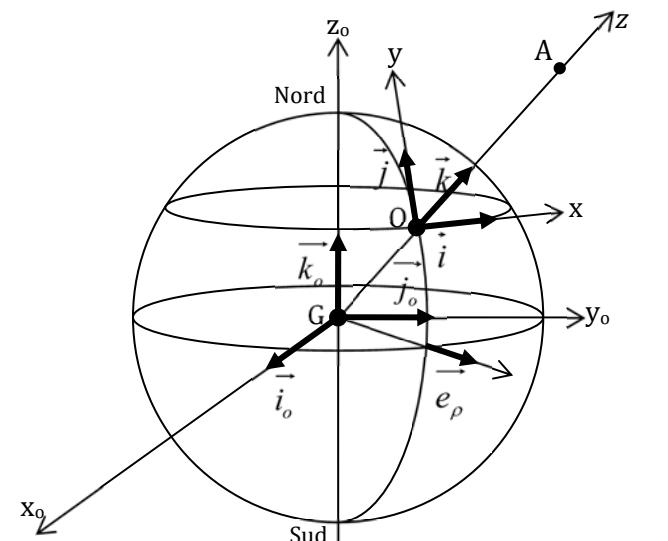
APPROCHE STATIQUE DU PHENOMENE DE MAREES.

On étudie le terme de marée :  $\vec{\gamma}(M) = \vec{A}(M) - \vec{A}_T(M)$

<p>Représentation du bourrelet océanique et de <math>\vec{\gamma}</math> (Vue « de dessus »)</p>	
<p>Jour sidéral, jour solaire</p> <p>Application au système {soleil, terre}</p>	<p>Le jour sidéral est la durée que met une planète à faire un tour sur elle-même, indépendamment de sa révolution autour du soleil</p> <p>Le jour solaire est la durée entre deux culminations du soleil en un endroit d'une planète.</p> $T_{\{solaire\ terre\}} = 24h ; T_{\{sidéral\ terre\}} = 24h \times \frac{365.25}{366.25} = 23h\ 56mn\ 4s$
<p>Durée entre deux marées hautes.</p>	<p>Quand la terre fait un tour sur elle-même (en <math>T_0 = 24h</math>), la lune se déplace d'un angle <math>\alpha = \frac{360^\circ}{T_L} = 13.2^\circ</math>. Pour qu'un point à la surface de la terre se retrouve à nouveau au zénith de la lune, la terre doit encore tourner du même angle, cela prend le temps supplémentaire <math>\Delta t = \frac{T_0 \alpha}{360^\circ} = 52\ mn</math>.</p> <p>La durée entre deux pleines mers est donc de 12h26mn</p>

DEVIATION VERS L'EST

On lâche un objet assimilé à un point matériel de masse  $m$  depuis une hauteur  $h$  à la latitude  $\lambda$ .

<p>Repère adapté pour décrire le phénomène</p>	
<p>Force de Coriolis pour les mouvements verticaux</p>	$\vec{F}_c = -2m\Omega\dot{z} \cos \lambda \vec{e}_x$ <p>Si <math>\dot{z} &lt; 0</math>, alors on a une déviation vers l'est          Attention pour <math>\dot{z} &gt; 0</math>, déviation vers l'ouest          A retenir : Déviation vers l'ouest en montant et déviation vers l'est en descendant. Pour un aller-retour, la déviation observée est vers l'ouest (Boulet de Mersenne).</p>
<p>Hypothèses importantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le poids apparent est assimilé à <math>m\vec{A}_T = m\vec{g}</math>.</li> <li>- On néglige <math>\dot{x}</math> et <math>\dot{y}</math> devant <math>\dot{z}</math>.</li> </ul>



Approche qualitative	Dans le référentiel géocentrique, le point de point de lâché (A) a une vitesse d'entraînement plus grande que O (dirigée vers l'est) : il tombera donc plus à l'est que O.
Point d'impact	$x_{impact} = \frac{\Omega g (\cos(\lambda))}{3} \left(\frac{2h}{g}\right)^3, y_{impact} \approx 0, z_{impact} = 0$
Ordre de grandeur	Fribourg (1831) : $\lambda = 51^\circ ; h = 158m ; x_{impact} = 2.7 cm$

PENDULE DE FOUCAULT

Repère adapté pour décrire le phénomène	
Force de Coriolis pour les mouvements horizontaux	$\vec{F}_c = 2m\Omega \sin \lambda (y \vec{e}_x - x \vec{e}_y)$ <p>Dans l'hémisphère nord : déviation vers la droite                  Dans l'hémisphère sud : déviation vers la gauche</p>
Hypothèses importantes	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le poids apparent est assimilé à <math>m\vec{A}_T = m\vec{g}</math>.</li> <li>- On néglige <math>\dot{z}</math> devant <math>\dot{x}</math> et <math>\dot{y}</math></li> </ul>
Les deux périodes	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Période propre du pendule <math>T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \approx \text{quelques secondes}</math></li> <li>- Période de rotation du plan des oscillations <math>T = \frac{2\pi}{\Omega \sin \lambda} \gg T_0</math></li> </ul>
ODG	Panthéon : $m = 28 kg ; l = 67 m ; \lambda = 48^\circ 51' ; T_0 \approx 17s ; T \approx 31.7 h$ Cathédrale de Florence (Italie) : $m = 89 kg ; l = 88.9 m ; \lambda = 43^\circ 46' ; T = 34.7h$

MECANIQUE DU SOLIDE

CINETIQUE DU SOLIDE

Masse d'un solide (ou système de points)	$M = \sum_i m_i$ et $M = \iiint_{(S)} \mu(P) d\tau_p$
Barycentre d'un solide (ou système de points)	$\vec{OG} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{OM}_i \text{ et } \sum_i m_i \vec{GM}_i = \vec{0}$ $\vec{OG} = \frac{1}{M} \iiint_{(S)} \mu(P) \vec{OP} \cdot d\tau_p \text{ et } \iiint_{(S)} \mu(P) \vec{GP} d\tau_p = \vec{0}$
Référentiel barycentrique. A quelle condition est-il galiléen ?	Référentiel dans lequel G est fixe qui est en translation dans le référentiel d'étude. Galiléen si le système est isolé.
Résultante cinétique d'un solide (ou système de points)	$\vec{P}(S)_R = \sum_i m_i \vec{V}(M_i)_R \text{ et } \vec{P}(S)_R = \iiint_{(S)} \mu(P) \vec{V}(P)_R d\tau_p$ $\vec{P}(S)_R = M \vec{V}(G)_R$ <p>Csq : <math>\vec{P}^* = \vec{0}</math></p>
Moment cinétique d'un solide (ou système de points)	$\vec{L}_A(S)_R = \sum_i \vec{AM}_i \wedge m_i \vec{V}(M_i)_R$

	$\vec{L}_A(S)_R = \iiint_{(S)} \overrightarrow{AP} \wedge \mu(P) \vec{V}(P) \cdot d\tau_p$ <p>Relation de transport : <math>\vec{L}_B(S)_R = \vec{L}_A(S)_R + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{P}(S)_R</math>                  Csq : <math>\vec{L}_B^* = \vec{L}_A^* = \vec{L}^*</math></p>
Théorème de Koenig pour le moment cinétique (HP)	$\vec{L}_A(S)_R = \vec{L}^* + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{P}(S)_R$ <p>Csq : <math>\vec{L}_G(S)_R = \vec{L}^*</math></p>
Energie cinétique	$E_c(S)_R = \sum_i \frac{1}{2} m_i V^2(M_i)_R$ $E_c(S)_R = \iiint_V \frac{1}{2} \mu(P) V^2(P) d\tau_p$
Théorème de Koenig pour l'énergie cinétique (HP)	$E_c(S)_R = E_c^* + \frac{1}{2} M V^2(G)_R$

**CINEMATIQUE DU SOLIDE INDEFORMABLE ( $\Sigma$ )**

Solide indéformable	$\Sigma$ est un solide indéformable, si la distance entre deux point A et B liés au solide reste constante au cours du temps
Vecteur rotation instantané	Soit $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ une base liée à ( $\Sigma$ ) Le vecteur rotation instantané de ( $\Sigma$ ) par rapport au référentiel R est le vecteur $\vec{\Omega}_{\Sigma/R}$ unique tel que : $\left(\frac{d\vec{e}_i}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}_{\Sigma/R} \wedge \vec{e}_i \quad \forall \vec{e}_i$
Dérivée vectorielle	Soit $\vec{Q}(t)$ un vecteur quelconque, alors les dérivées de $\vec{Q}(t)$ dans le référentiel R et par rapport à $\Sigma$ sont liées : $\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_\Sigma + \vec{\Omega}_{\Sigma/R} \wedge \vec{Q}(t)$ <p>Csq : pour deux points A et B liés à <math>\Sigma</math>, on a :</p> $\left(\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right)_R = \vec{\Omega}_{\Sigma/R} \wedge \overrightarrow{AB}(t)$
Formule de Varignon	$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{\Omega}_{\Sigma/R}$ <p>Attention ! <math>A, B \in (\Sigma)</math></p>
Composition de vecteurs rotation	$\vec{\Omega}_{\Sigma/R_1} = \vec{\Omega}_{\Sigma/R_2} + \vec{\Omega}_{R_2/R_1}$ <p>Csq : <math>\vec{\Omega}_{\Sigma/R} = \vec{\Omega}^*</math></p>
Définition d'un axe instantané de rotation (AIR) dans le référentiel d'étude. Condition d'existence de l'AIR.	<p><i>Définition de l'AIR :</i>                      Droite passant par I et portée par le vecteur <math>\vec{\Omega}_{\Sigma/R}</math>  <i>Condition d'existence de l'AIR :</i>                      Il existe un point I <math>\in (\Sigma)</math> de vitesse nulle.                      NB : Si <math>\nexists</math> AIR dans R, on peut travailler dans <math>R^*</math> où l'axe (<math>G, \vec{\Omega}^*</math>) est un AIR</p>
Moment d'inertie par rapport à un axe $\Delta$ quelconque	$J_A = \iiint_V \mu(P) r_p^2 d\tau_p$ où $r_p$ est la distance du point $P \in \Sigma$ à l'axe $\Delta$ .
Moment cinétique scalaire par rapport à un axe $\Delta$ quelconque (tel que $\vec{u}_\Delta = \frac{\vec{\Omega}_{\Sigma/R}}{\Omega_{\Sigma/R}}$ )	$L_A = \vec{L}_O(S)_R \cdot \vec{u}_A = J_A \Omega_{\Sigma/R}$ <p>Où : <math>O \in \Delta</math> et <math>\vec{u}_A = \frac{\vec{\Omega}_{\Sigma/R}}{\Omega_{\Sigma/R}}</math>                      Attention : Si <math>\Delta</math> n'est pas fixe ou si le solide est déformable <math>J_A</math> dépend du temps.</p>
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'un axe fixe ( $\Delta$ )	$L_A = J_A \Omega_{\Sigma/R} \text{ Avec } J_A = cste$
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'une direction fixe ( $\exists$ AIR noté $\Delta_I$ )	$L_{\Delta_I} = J_{\Delta_I} \Omega_{\Sigma/R} \text{ Avec } J_{\Delta_I} = cste$
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'une direction fixe ( $\nexists$ AIR)	On travaille dans $R^*$ où l'axe ( $G, \vec{\Omega}^*$ ) est un AIR : $L^* = L_{AG} = J_{AG} \Omega_{\Sigma/R} \text{ Avec } J_{AG} = cste$ <p>NB : On peut ensuite revenir au référentiel R en utilisant le théorème de Koenig.</p>
Théorème de Huygens	$J_A = J_{AG} + m d^2$ <p>(d est la distance entre les deux droites parallèles)</p>

Energie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe ( $\Delta$ )	$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \Omega^2$
Energie cinétique d'un solide en rotation autour d'une direction fixe ( $\exists AIR$ noté $\Delta_I$ )	$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta_I} \Omega^2$
Energie cinétique d'un solide en rotation autour d'une direction fixe sans que l'on puisse définir un $AIR$ .	On peut travailler dans $R^*$ où l'axe $(G, \vec{\Omega}^*)$ est un $AIR$ : $E_c^* = \frac{1}{2} J_{\Delta_G} \Omega^2$ NB: On peut ensuite revenir au référentiel $R$ en utilisant le théorème de Koenig.

## ACTIONS MECANIQUES

Action mécanique	<p><math>\{\vec{F}, \vec{M}_A\}</math> où <math>\vec{F}</math> est la résultante de l'action mécanique et où <math>\vec{M}_A</math> est le moment de l'action calculé en A.</p> <p>Exemples :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Forces appliquées en un point (<math>P</math>) du solide <math>\vec{F}, \vec{M}_A = \overline{AP} \wedge \vec{F}</math> Ex : tension d'un fil, force de rappel d'un ressort, force de contact entre deux solides dans le cas d'un contact ponctuel.</li> <li>Forces de surface. <math display="block">\vec{F} = \iint_S \overline{dF}_S = \iint_S \vec{f}_S(P) dS_P</math><math display="block">\vec{M}_A = \iint_S \overline{AP} \wedge \vec{f}_S(P) dS_P</math>Ex : Forces de pression, forces de viscosité, forces de contact entre deux solides dans le cas d'un contact non ponctuel.</li> <li>Forces de volume. <math display="block">\vec{F} = \iiint_V \overline{dF}_V = \iiint_V \vec{f}_V(P) d\tau_P</math><math display="block">\vec{M}_A = \iiint_V \overline{AP} \wedge \vec{f}_V(P) d\tau_P</math>Ex : Le poids, La force de Lorentz, les forces d'inertie</li> </ol>
Glisseur	<p>Un glisseur est une action mécanique équivalente à une force unique <math>\vec{F}</math> appliquée en un point <math>P_1 \Rightarrow \{\vec{F}, \vec{M}_{P_1} = \vec{0}\}</math> On appelle <b>droite d'action</b> d'un glisseur, la droite passant par le point d'application du glisseur (<math>P_1</math>) et portée par la résultante <math>\vec{F}</math>.</p> <p>Exemples :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Le poids est un glisseur (<math>\vec{P} = M\vec{g}</math>) appliqué en <math>G</math>.</li> <li>La force d'inertie d'entraînement, dans le cas où <math>\Sigma</math> est en translation pure dans <math>R</math> est un glisseur (<math>\vec{F}_{ie} = -M\vec{a}_e</math>) appliqué en <math>G</math>.</li> <li>La poussée d'Archimède est un glisseur (<math>\vec{T} = -M^* \vec{g}</math>) appliqué au centre de poussé.</li> <li>L'action de contact entre deux solides, dans le cas d'un contact ponctuel est un glisseur appliqué au point de contact.</li> </ol>
Couple	<p>Un couple est une action mécanique dont la résultante est nulle et donc dont le moment ne dépend pas du point d'application : <math>\{\vec{F} = \vec{0}, \vec{T}\}</math></p> <p>Exemples :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Système de deux forces opposées.</li> <li>Couple de torsion : <math>\vec{T} = -C(\theta - \theta_0)\vec{u}_\Delta</math></li> <li>Moment de forces de Laplace agissant sur un circuit fermé plongé dans <math>\vec{B}</math> uniforme.</li> </ol>
Actions intérieures agissant sur un solide	Les actions intérieures agissant sur un solide ont une résultante $\vec{F}$ et un moment $\vec{M}_A$ toujours nuls.
Moment d'une action mécanique par rapport à un axe $\Delta$	$M_\Delta = \vec{M}_A \cdot \vec{u}_\Delta$ Où $\Delta = (A, \vec{u}_\Delta)$

Notion de bras de levier pour un glisseur	<p>Le moment d'un glisseur <math>\vec{F}</math> par rapport à <math>\Delta = (A, \vec{u}_\Delta)</math> vaut :</p> $M_\Delta = \pm d \ \vec{F}\ $ <p>Où : <math>d</math> est la distance de <math>A</math> à la droite d'action du glisseur. Le signe moins est déterminé à partir de la figure : On choisit le signe plus si la force tend à faire tourner le solide dans le sens positif autour de <math>\Delta</math></p>
---	--

## THEOREMES DE LA DYNAMIQUE DU SOLIDE

TRC et TMC (en $A$ quelconque) dans $R_g$	<p>1. TRC : <math>\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}</math></p> <p>2. TMC : <math>\frac{d\vec{L}_A}{dt} + \vec{V}_A \wedge \vec{P} = \sum \vec{M}_{A_{ext}}</math> si <math>A</math> est mobile</p> <p><math>\frac{d\vec{L}_A}{dt} = \sum \vec{M}_{A_{ext}}</math> si <math>A</math> est fixe dans <math>R</math></p>
TMC en $G$ dans $R_g$	$\vec{\Delta}_G = \left( \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right)_R = \left( \frac{d\vec{L}^*}{dt} \right)_R = \sum \vec{M}_{G_{ext}}$
TMC en $G$ dans $R^*$	$\vec{\Delta}_G^* = \left( \frac{d\vec{L}^*}{dt} \right)_{R^*} = \sum \vec{M}_{G_{ext}}$ <p>Noter que les forces d'inertie n'interviennent pas même si <math>R^*</math> n'est pas galiléen.</p>
TMC scalaire pour un solide en rotation autour d'un axe fixe	$\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum M_{\Delta_{ext}}$
TMC scalaire pour un solide en rotation autour d'une direction fixe (cas où l'AIR est défini ( $\Delta_I$ ))	$\frac{dL_{\Delta_I}}{dt} = \sum M_{\Delta_I_{ext}}$
TMC scalaire pour un solide en rotation autour d'une direction fixe (cas l'AIR n'est pas défini)	$\frac{dL^*}{dt} = \sum M_{\Delta_G_{ext}}$

## PUISSANCE D'UNE ACTION MECANIQUE

Puissance d'une action mécanique quelconque	$P = \vec{F} \cdot \vec{V}_A + \vec{\Omega} \cdot \vec{M}_A$ <p>Formule indépendante de <math>A</math></p>
Puissance d'un glisseur	<p>Pour un torseur <math>\vec{F}</math> appliqué en <math>P_1</math> :</p> $P = \vec{F} \cdot \vec{V}_{P_1}$
Puissance d'un couple	<p>Pour un couple <math>\vec{T}</math> :</p> $P = \vec{\Omega} \cdot \vec{T}$
Puissance d'une action mécanique dans le cas d'un solide en translation pure dans le référentiel d'étude	$P = \vec{F} \cdot \vec{V}_{\Sigma/R}$
Puissance d'une action mécanique dans le cas d'un solide en rotation pure dans le référentiel d'étude	$P = \Omega M_\Delta$
Puissance des actions intérieures	<p>Pour un solide indéformable : <math>P = 0</math></p> <p>Pour un solide déformable : <math>P \neq 0</math>, notons que cette puissance est indépendante du référentiel d'étude.</p>
Puissance d'une action conservative	$P = - \frac{dE_p}{dt}$
Energie potentielle du poids	$E_p = Mg z_G$ <p>Où <math>z_G</math> est l'altitude du centre d'inertie</p>

## ENERGETIQUE DU SOLIDE INDEFORMABLE

Energie mécanique d'un solide	$E_m = E_p + E_c$
TPC	$\frac{dE_c}{dt} = p^{int} + p^{ext}$ <p>Noter que le TPC s'écrit dans <math>R^*</math> sans faire intervenir les forces d'inertie.</p>
TEC	$\Delta E_c = W^{int} + W^{ext}$ <p>Noter que le TEC s'écrit dans <math>R^*</math> sans faire intervenir les forces d'inertie.</p>
TPM	$\frac{dE_m}{dt} = P_{NC}^{int} + P_{NC}^{ext}$ <p>Noter que le TPM s'écrit dans <math>R^*</math> sans faire intervenir les forces d'inertie.</p>
TEM	$\Delta E_m = W_{NC}^{int} + W_{NC}^{ext}$ <p>Noter que le TEM s'écrit dans <math>R^*</math> sans faire intervenir les forces d'inertie.</p>

SYSTEME CONSERVATIF A UN DEGRES DE LIBERTE ( $q$ )

Intégrale 1 <sup>ère</sup> du mouvement	$E_m(q, \dot{q}) = E_p(q) + E_c(q, \dot{q}) = cste$
Equation différentielle du mouvement	$\frac{dE_m}{dt} = 0$
Ensembles des positions accessibles	$E_m \geq E_p$
Etats liés/Etats de diffusion	1. Si $q$ est borné, on a un état lié. 2. Si $q$ n'est pas borné, on a un état de diffusion.
Positions d'équilibre	Position d'équilibre en $q_0 : \frac{dE_p}{dq} \Big _{q_0} = 0$ Equilibre stable en $q_0 : \frac{d^2E_p}{dq^2} \Big _{q_0} > 0$ Equilibre instable en $q_0 : \frac{d^2E_p}{dq^2} \Big _{q_0} < 0$

## CONTACT ENTRE DEUX SOLIDES

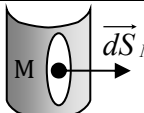
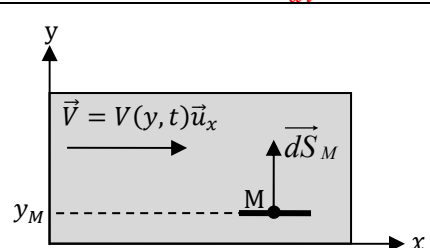
Contact ponctuel	Le contact entre les deux solides $\Sigma_1$ et $\Sigma_2$ est ponctuel quand il se réduit à un point $I$ . On distingue alors 3 points : 1. $I$ : point géométrique correspondant au point de contact. 2. $I_1 = I \in \Sigma_1$ : Point coïncidant avec $I$ et appartenant à $\Sigma_1$ . 3. $I_2 = I \in \Sigma_2$ : Point coïncidant avec $I$ et appartenant à $\Sigma_2$ .
Vitesse de glissement	$\vec{v}_g(\Sigma_1/\Sigma_2) = \vec{v}(I \in \Sigma_1)_R - \vec{v}(I \in \Sigma_2)_R$
Action de contact entre deux solides dans le cas d'un contact ponctuel	L'action de contact de $\Sigma_2$ sur $\Sigma_1$ dans le cas d'un contact ponctuel est un glisseur $\vec{R}_{1 \rightarrow 2}$ appliqué en $I$ qui peut être décomposé en : 1. une résultante perpendiculaire au plan osculateur en $I$ (composante normale notée $\vec{N}_{1 \rightarrow 2}$ ) 2. Une résultante appartenant au plan osculateur en $I$ (composante tangentielle notée $\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$ )
Lois de Coulomb	Cas où il y a glissement entre $\Sigma_1$ et $\Sigma_2$ : 1. $\vec{T}_{2 \rightarrow 1}$ est colinéaire et opposée à la vitesse de glissement. 2. $\ \vec{T}_{2 \rightarrow 1}\  = f_d \ \vec{N}_{2 \rightarrow 1}\ $ où $f_d$ est le coefficient de frottement dynamique.  Cas où il n'y a pas glissement entre $\Sigma_1$ et $\Sigma_2$ : 1. $\vec{v}_g(\Sigma_1/\Sigma_2) = \vec{0}$ 2. $\ \vec{T}_{2 \rightarrow 1}\  \leq f_s \ \vec{N}_{2 \rightarrow 1}\ $ où $f_s$ est le coefficient de frottement statique.  3. <b>Limite de glissement</b> : $\ \vec{T}_{2 \rightarrow 1}\  = f_s \ \vec{N}_{2 \rightarrow 1}\ $ et $\vec{v}_g(\Sigma_1/\Sigma_2) = \vec{0}$
<b>ODG</b>	$f_s > f_d$ et $0 < f_{s,d} \lesssim 1$
Puissance des actions de contact dans le cas d'un contact ponctuel	$P_{1 \rightarrow 2} + P_{2 \rightarrow 1} = \vec{T}_{2 \rightarrow 1} \cdot \vec{v}_g(\Sigma_1/\Sigma_2)$  Cas important où $\Sigma_2$ est fixe (support) : $P_{2 \rightarrow 1} = \vec{T}_{2 \rightarrow 1} \cdot \vec{v}_g(\Sigma_1/\Sigma_2)$
Puissance des actions de contact dans le cas d'un contact ponctuel et d'un roulement sans glissement	$\Sigma_1$ roule sans glisser sur $\Sigma_2$ : $P_{2 \rightarrow 1} = \vec{T}_{2 \rightarrow 1} \cdot \vec{v}_g = 0$
Liaison pivot Liaison pivot parfaite	Liaison pivot : liaison d'un solide $\Sigma$ avec un support telle qu'il existe un axe fixe ( $\Delta$ ) par rapport à $\Sigma$ qui est aussi fixe par rapport au support. Liaison pivot parfaite : Le moment de l'action de contact du support sur le solide, par rapport à l'axe $\Delta$ est nul. La puissance de cette action de contact est nulle

## MECANIQUE DES FLUIDES.

## STATIQUE DES FLUIDES

Equilibre d'une particule fluide soumise à un champ de pression et à des champs de forces volumiques Cas particulier où les forces volumiques se réduisent au poids dans $R_g$ Cas particulier où les forces volumiques se réduisent au poids dans $R_{ng}$	$\overrightarrow{\text{grad}} P = \vec{f}_v$ $\frac{dP}{dz} = -\mu g$ $\overrightarrow{\text{grad}} P = \mu \vec{g} - \mu \vec{a}_e$
Invariant hydrostatique (évolution de la pression dans une liquide - phase condensée idéale)	$P + \mu g z = Cste$
Evolution de la pression dans une atmosphère isotherme	$P = P_0 \exp\left(-\frac{mgz}{k_B T}\right) = P_0 \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)$
Evolution de la température et de la pression dans une atmosphère polytropique	$T = T_0 - az$ $\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{R(T_0 - az)} dz$

## ETUDE PHENOMENOLOGIQUE DES FLUIDES.

Dérivée particulaire d'un champ scalaire $X(\vec{r}, t)$	$\frac{DX}{Dt} = \frac{\partial X}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(X)$
Dérivée particulaire d'un champ vectoriel $\vec{X}(\vec{r}, t)$ Application à l'accélération	$\frac{D\vec{X}}{Dt} = \left(\frac{DX_x}{Dt}, \frac{DX_y}{Dt}, \frac{DX_z}{Dt}\right)$ $\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\vec{V}$
Méthode pour trouver l'équation de la trajectoire d'une particule fluide dans un écoulement dont on connaît le champ des vitesses.	On est bien sûr dans une approche Lagrangienne : On connaît $\vec{V}(\vec{r}(t), t)$ et on détermine $(x(t), y(t), z(t))$ en intégrant le système d'équations différentielles : $\left\{ \frac{dx}{dt} = V_x(t), \frac{dy}{dt} = V_y(t), \frac{dz}{dt} = V_z(t) \right\}$
Méthode pour trouver l'équation d'une ligne de courant dans un écoulement dont on connaît le champ des vitesses.	On est dans une approche Eulérienne : On connaît $\vec{V}(\vec{r}, t)$ et on cherche le déplacement $d\vec{r}$ le long d'une ldc vérifiant : $d\vec{r} \wedge \vec{V} = \vec{0}$
Définition du vecteur densité de courant de masse. Définir son flux à travers une surface.	$\vec{j}_m(\vec{r}, t) = \mu(\vec{r}, t) \cdot \vec{V}(\vec{r}, t)$ $D_m = \iint_S \mu \vec{V} \cdot \vec{dS} = \text{Débit massique}$
Equation de conservation de la masse	$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \text{div}(\mu \vec{V}) = \frac{D\mu}{Dt} + \mu \cdot \text{div} \vec{V} = 0$
Définition de la force pressante s'exerçant sur un élément de surface $dS$ en contact avec un fluide (Schéma obligatoire)	 $\overrightarrow{dF}(M, t) = -P(M, t) \overrightarrow{dS}_M$
Poussée d'Archimède	$\vec{\Pi} = -m^* \vec{g}$
Expression des forces volumique de pression s'exerçant sur une particule fluide de volume $d\tau$	$\vec{f}_p = \frac{d\vec{F}}{d\tau} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P)$
Définition de la force de viscosité s'exerçant sur un élément de surface $dS$ en contact avec un fluide (Schéma obligatoire)	 $\overrightarrow{dF} = \eta \frac{\partial V}{\partial y} \Big _{y_M} dS_M \vec{u}_x$
Expression des forces volumique de viscosité s'exerçant sur une particule fluide de volume $d\tau$	$\vec{f}_{vis} = \eta \Delta \vec{V}$

**CINEMATIQUE DES FLUIDES.**

Définir et donner les relations associées :

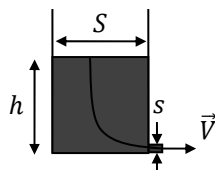
Un écoulement stationnaire :	Écoulement ne dépendant pas explicitement du temps. $div(\mu\vec{V}) = 0$ <b>⇒ Conservation du débit massique dans un tdc</b>
Un écoulement incompressible :	Écoulement tel que $\mu = cste$ ( dans le temps et dans l'espace) $div(\vec{V}) = 0$ <b>⇒ Conservation du débit volumique dans un tdc</b>
Un écoulement irrotationnel :	Absence de tourbillons dans l'écoulement (pas de rotation propre des particules fluides). $\overline{rot}(\vec{V}) = \vec{0}$ <b>⇒ <math>\exists \phi / \vec{V} = \overline{grad}\phi</math> (écoulement potentiel)</b>
Un écoulement rotationnel :	Présence de tourbillons dans l'écoulement (rotation propre des particules fluides). $\overline{rot}(\vec{V}) \neq \vec{0}$ <b>⇒ On définit : <math>\vec{\Omega} = \text{vecteur tourbillon} = \frac{1}{2}\overline{rot}(\vec{V})</math></b>
Un écoulement potentiel, incompressible :	Écoulement tel que $div(\vec{V}) = 0$ et $\overline{rot}(\vec{V}) = \vec{0}$ <b>⇒ <math>\exists \phi / \vec{V} = \overline{grad}\phi</math> et donc tel que <math>\Delta\phi = 0</math></b>

Fils tourbillonnaires et Vortex :

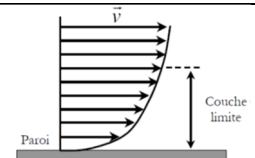
Définir un fil tourbillonnaire et donner quelques propriétés.	<b>Les ldc de <math>\vec{\Omega}</math> sont appelées fils tourbillonnaires.</b> <i>Propriétés :</i> Soit les fils tourbillonnaires ont une longueur infinie, soit ils suivent une courbe fermée ou soit ils commencent ou se terminent aux frontières qui limitent le fluide. Le flux de $\vec{\Omega}$ à travers un tdc se conserve.
Définir un vortex.	Une ligne Vortex est une ligne tourbillonnaire isolée sur laquelle : <ul style="list-style-type: none"> <li>Le module du vecteur tourbillon est infini.</li> <li><b>La circulation du vecteur vitesse sur tout contour entourant la ligne est constante (notée C)</b></li> <li>En dehors de la ligne, le vecteur tourbillon est nul.</li> </ul> <b>⇒ Un vortex est un écoulement de fluide caractérisé par le champ des vitesses : <math>\forall r &gt; 0 : \vec{V} = \frac{c}{2\pi r} \vec{e}_\theta</math></b>

**DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS**

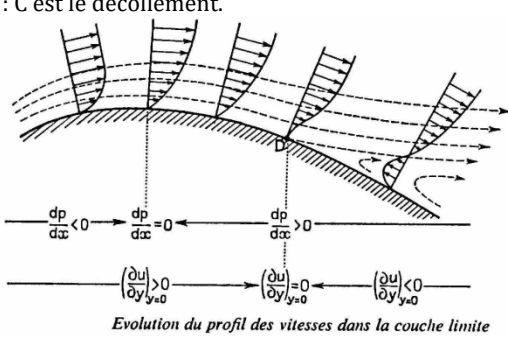
Equation d'Euler	$\mu \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overline{grad}) \vec{V} \right) = -\overline{grad}P + \vec{f}_v$ Exemples de forces volumiques : $\vec{f}_v = \mu \vec{g}$ (poids) et $\vec{f}_e = -\mu \vec{a}_e$ (force d'inertie d'entraînement)
Influence de la courbure des lignes de courant sur la pression.	La pression diminue quand on se dirige vers le centre de courbures des lignes de courant.
Evolution du champ de pression dans le plan perpendiculaire à l'écoulement	L'évolution du champ de pression dans le plan perpendiculaire à un écoulement est hydrostatique.
Théorème de Bernoulli pour un écoulement incompressible, homogène et parfait.	$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\mu} + e_{p,m} = f(t)$ Cas où seule la pesanteur intervient : $\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\mu} + gz = f(t)$
Théorème de Bernoulli pour un écoulement incompressible homogène et stationnaire.	$\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\mu} + e_{p,m} = Cste$ sur une ldc Cas où seule la pesanteur intervient : $\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\mu} + gz = Cste$ sur une ldc
Théorème de Bernoulli pour un écoulement incompressible homogène, stationnaire et irrotationnel	$\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\mu} + e_{p,m} = Cste$ dans tout l'écoulement Cas où seule la pesanteur intervient : $\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\mu} + gz = Cste$ dans tout l'écoulement
Jet homocinétique à l'air libre	Dans tout l'écoulement, on a $\vec{V} = \vec{V}_0 = cste$ et $P = P_0$ où $P_0$ est la pression extérieure. (Le poids est négligé)

Formule de Torricelli	 <p><math>V = \sqrt{2gh}</math> et <math>D_v = sV</math></p>
Effet Venturi	<p><b>Les zones de faible section (de tdc) sont des zones de grandes vitesses et de faibles pressions</b> Exemples : trompe à eau, effet de sol, entonnoir + balle de ping-pong.</p>
Effet Magnus	<p>Lorsqu'un objet, se déplaçant dans un fluide à la vitesse <math>\vec{V}</math>, a un mouvement de rotation propre caractérisé par le vecteur rotation <math>\vec{\Omega}</math>, il est soumis à une force (portance) <math>\vec{F}</math> telle que : <b><math>(\vec{\Omega}, \vec{V}, \vec{F})</math> forme un trièdre direct.</b></p>
Théorème de Kutta-Jokowski	<p>La portance exercée sur un objet placé dans un écoulement est proportionnelle à la circulation du champ des vitesses autour de l'objet (<math>\Gamma</math>) :</p> $\ \vec{F}_{portance}\  \propto \Gamma$ <p>Plus précisément : Soit un objet placé dans un écoulement, dont la vitesse loin de l'objet est <math>\vec{V}_\infty</math> et dont la circulation autour de l'objet est <math>\Gamma = \oint_{objet} \vec{V} \cdot d\vec{l}</math>, alors la portance par unité de longueur exercée sur l'objet est :</p> $\frac{d\vec{F}_{portance}}{dz} = \mu \vec{V}_\infty \wedge \vec{\Gamma} e_z$

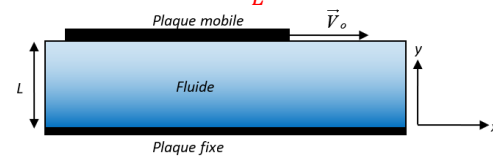
**FLUIDE REELS EN ECOULEMENT.**

Equation de Navier Stokes	$\mu \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad}P + \vec{f}_v + \eta \Delta \vec{v}$
La relation entre viscosité dynamique et cinématique	<p><math>\eta</math> =viscosité dynamique exprimée en Poiseuille (Pl)  <math>\nu = \frac{\eta}{\mu}</math> =viscosité cinématique exprimée en <math>m^2 \cdot s^{-1}</math></p>
Donner 3 rapports définissant le nombre de Reynolds.	<p>1<sup>ère</sup> expression :</p> $Re = \frac{\ \vec{a}_{conv}\ }{\ \vec{f}_{vis}\ } = \frac{\ \mu(\vec{v} \cdot \text{grad})\vec{v}\ }{\ \eta \Delta \vec{v}\ } = \frac{VL}{\nu}$ <p>2<sup>ème</sup> expression :  <i>On se place dans le cas où <math>\vec{v}(M, t) = V(y, t)\vec{e}_x</math></i></p> $Re = \frac{\ \vec{j}_{conv}\ }{\ \vec{j}_{diff}\ } = \frac{\left\  -\eta \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \vec{e}_x \right\ }{\ \mu V^2 \vec{e}_x\ } = \frac{VL}{\nu}$ <p>3<sup>ème</sup> expression :</p> $Re = \frac{\ \vec{F}_{vis}\ _{grande\ vitesse}}{\ \vec{F}_{vis}\ _{faible\ vitesse}} = \frac{VL}{\nu}$ <p>4<sup>ème</sup> expression :</p> $Re = \frac{\tau_{diff}}{\tau_{conv}} = \frac{VL}{\nu}$
Définir un écoulement laminaire	<p>Écoulement en tubes de courant. Les particules se déplacent en procession organisée, chacune suivant le chemin suivi par la précédente. Ce régime correspond en général à des vitesses réduites.</p>
Définir un écoulement turbulent	<p>Écoulement où les particules fluides ont un mouvement chaotique et irrégulier. Ce régime correspond en général à des vitesses élevées.</p>
Donner deux exemples d'écoulement laminaires	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Écoulement rampants (<math>Re &lt; 1</math>) : grande viscosité (lave), faibles vitesses (glacier), faibles dimensions (biologie).</li> <li>2. Écoulement potentiels incompressibles (<math>\Delta \vec{v} = 0</math>) : ce type d'écoulement revient à considérer le fluide comme parfait, mais attention ! ceci n'est possible que si l'on se place en dehors de la couche limite où le gradient des vitesses devient alors important. Notons enfin que ce type d'écoulement n'est pas stable et qu'en dessus d'un nombre de Reynolds limite, le régime devient turbulent.</li> </ol>
Définir la couche limite	<p>La zone au contact avec la paroi d'un obstacle dans laquelle la vitesse du fluide augmente de zéro jusqu'à la valeur correspondant à l'écoulement est appelée couche limite.</p> 



Donner la taille de la couche limite	$\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}$
Définir le nombre de Reynolds Local. Quel est son intérêt ?	$Re_{local} = \sqrt{Re}$ Il s'agit du nombre de Reynolds dans la couche limite : il permet d'étudier le passage laminaire/turbulent de la couche limite.
Qu'est ce qui provoque le décollement de la couche limite ?	C'est l'augmentation de la pression le long de l'obstacle qui provoque le décollement de la couche limite. Si la pression augmente trop, alors le gradient des vitesses dans la couche limite peut s'annuler : C'est le décollement.  <i>Evolution du profil des vitesses dans la couche limite</i>

**ÉCOULEMENTS INTERNES**

Valeur de $Re$ marquant la limite entre écoulement laminaire et écoulement turbulent pour un écoulement interne	$Re \approx 2000$
Décrire l'écoulement de Couette	Il s'agit d'un écoulement entre deux surfaces dont l'un est en mouvement par rapport à l'autre. <b>L'écoulement est dû aux forces visqueuses dans le fluide</b> Dans le cas simple d'un fluide visqueux placé entre un support fixe et une plaque en translation, le profil des vitesses dans le fluide est linéaire : $\vec{v} = \frac{V_0}{L} y \vec{e}_x$ 
Décrire l'écoulement de Poiseuille, donner la formule de Poiseuille	Il s'agit de <b>l'écoulement d'un fluide dans une conduite induit par une différence de pression</b> entre l'entrée et la sortie de la conduite. Dans le cas d'une conduite cylindrique de rayon $R$ et d'un gradient de pression $\frac{\Delta P}{L} < 0$ , le profil des vitesses dans la conduite est parabolique et le débit volumique vaut : $D_v = -\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{\pi R^4}{8\eta}$

**ÉCOULEMENTS EXTERNES**

Valeurs de $Re$ marquant la limite entre les différents types d'écoulement autour d'un obstacle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>Re &lt; 1</math> : écoulement Laminaire</li> <li>- <math>1 &lt; Re &lt; 10^3</math> : écoulement transitoire – Allée de von Karman</li> <li>- <math>10^3 \lesssim Re \lesssim 10^5</math> : écoulement turbulent établi</li> <li>- <math>Re \approx 10^5 - 10^6</math> : crise de trainée</li> </ul>
Définir les forces de trainée et portance.	La résultante des forces surfaciques s'exerçant sur un obstacle placé dans un écoulement peut se décomposer en une composante opposée à la vitesse de l'écoulement : c'est la trainée et en une composante perpendiculaire à l'écoulement : c'est la portance.
Donner la formule de Stokes. Domaine d'application (valeurs de $Re$ )	La force de trainée agissant sur un obstacle se déplaçant à faible vitesse est : $\vec{F}_{trainée} \propto -\eta L \vec{V}$ Pour une sphère de rayon $r$ : $\vec{F}_{trainée} = -6\pi r \eta \vec{V}$ $Re < 10$ (Sphère) ; $Re < 1$ (cylindre)
Donner l'expression générale de la trainée. Introduire le $C_x$ et le maître couple.	La force de trainée peut se mettre sous la forme : $\vec{F}_{trainée} = -C_x \cdot S \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 \left( \frac{\vec{V}}{V} \right)$ Où $C_x$ est le maître couple et $S$ est le maître-couple.

	Dans le cas d'un régime turbulent avec couche limite laminaire (soit environ : $2000 \lesssim Re \lesssim 10^5$ ), le $C_x$ est constant. Dans tous les autres cas il est fonction de la vitesse.
Comment expliquer la chute de la traînée pour des nombres de Reynolds très grand ?	La chute de la traînée(et donc du $C_x$ ) vient de la transition laminaire/turbulent de la couche limite et du fait qu'une couche limite turbulente adhère mieux à la paroi. Cette transition intervient pour $Re \approx 2 \cdot 10^5$ (dépend de l'obstacle).
Allure de $C_x$ en fonction de $Re$	<p>The graph plots the drag coefficient <math>c_D = \frac{F_D}{\rho V_\infty^2 D^2/4}</math> on a logarithmic y-axis (from 0.06 to 400) against the Reynolds number <math>Re_D = \rho V_\infty D / \mu</math> on a logarithmic x-axis (from <math>10^{-1}</math> to <math>10^6</math>). The curve is divided into three regions: 'Ecoulement laminaire' (laminar flow) for <math>Re &lt; 10</math>, 'Ecoulement intermédiaire (Allée de Von Karman)' (intermediate flow) for <math>10 &lt; Re &lt; 2 \cdot 10^5</math>, and 'Ecoulement turbulent (<math>C_x \approx Cste</math>)' (turbulent flow) for <math>Re &gt; 2 \cdot 10^5</math>. A sharp drop in the drag coefficient at high Reynolds numbers is labeled 'Crise de traînée' (drag crisis). Data points are attributed to Schiller-Schmidel, Liepster, Allen, 1921, and 1926 Wieselsberger.</p>

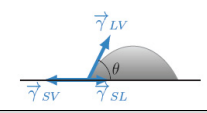
**BILANS**

Définir le système fermé coïncidant	Le système fermé ( $S^*$ ) qui coïncide à un instant $t$ avec le système fermé ( $S$ ) - C'est-à-dire qui est constitué des mêmes éléments matériels que ( $S$ ) à l'instant $t$ - est appelé système fermé coïncidant. A l'instant $t + dt$ les deux systèmes ne coïncident plus. Sachant que les lois de la mécanique et de la thermodynamiques sont appliquées à des systèmes fermés, on travaille avec ( $S^*$ ) pour faire des bilans.
Présenter le bilan d'une grandeur extensive G	$G^*(t) = G(t)$ $G^*(t + dt) = G(t + dt) - \delta G_e + \delta G_s$ <p>Où : <math>\delta G_e = \delta m_e g_e</math> et <math>\delta G_s = \delta m_s g_s</math></p> $\Rightarrow \frac{DG}{Dt} = \frac{dG}{dt} - \frac{\delta m_e}{dt} g_e + \frac{\delta m_s}{dt} g_s$ <p>Régime stationnaire :</p> $\frac{dG}{dt} = 0 \text{ et } \frac{\delta m_e}{dt} = \frac{\delta m_s}{dt} = D_m$ $\Rightarrow \frac{DG}{Dt} = D_m(g_s - g_e)$ <p>The diagram shows a control volume (shaded) in a converging duct. At the inlet, the control volume is labeled <math>S(t) = S^*(t)</math>. At the outlet, it is labeled <math>S^*(t + dt)</math>. The mass flux entering is <math>\delta G_e</math> and the mass flux leaving is <math>\delta G_s</math>.</p>

Compléter le tableau suivant :

Loi	G	g	Expression	Bilan en régime stationnaire	Intitulé
Conservation de la masse	m	1	$\frac{Dm}{Dt} = 0$	$D_m = cste$	Bilan de masse
TRC	$\vec{p}$	$\vec{v}$	$\frac{D\vec{p}}{Dt} = \sum \vec{f}^{ext}$	$\frac{D\vec{p}}{Dt} = D_m(\vec{v}_s - \vec{v}_e)$	Bilan de quantité de mouvement
TMC	$\vec{L}_o$ ou $L_A$	$\vec{l}_o = \vec{r} \wedge \vec{v}$	$\frac{D\vec{L}_o}{Dt} = \sum \vec{M}_o^{ext}$	$\frac{D\vec{L}_o}{Dt} = D_m(\vec{l}_{o,s} - \vec{l}_{o,e})$	Bilan de moment cinétique
TEC	$E_c$	$\frac{V^2}{2}$	$\frac{DE_c}{Dt} = \sum p^{ext} + \sum p^{int}$	$\frac{DE_c}{Dt} = \frac{D_m}{2} (V_s^2 - V_e^2)$	Bilan d'énergie cinétique
1er principe	$E_{tot} = U + E_p + E_c$	$e_{tot} = u + e_p + e_c$	$\frac{DE_{tot}}{Dt} = \frac{\delta W}{dt} + \frac{\delta Q}{dt}$	$\frac{DE_{tot}}{Dt} = D_m(e_{tot,s} - e_{tot,e})$	Bilan d'énergie totale.
2ème principe	S	s	$\frac{DS}{Dt} = \frac{\delta S^c}{dt} + \frac{1}{T_{ext}} \frac{\delta Q}{dt}$	$\frac{DS}{Dt} = D_m(s_s - s_e)$	Bilan d'entropie

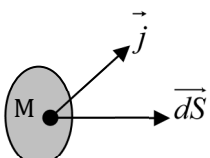
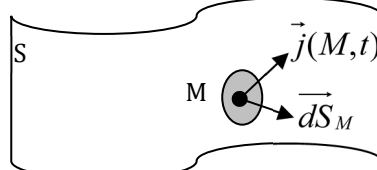
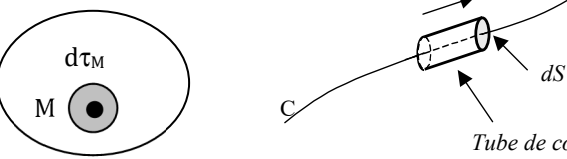
## TENSION SUPERFICIELLE

Définir la tension superficielle	La tension superficielle $\gamma$ est une grandeur positive qui caractérise une interface : l'énergie potentielle d'une interface, de surface $S$ est : $E_\gamma = \gamma S$
Définir la force de tension capillaire	La force de tension capillaire s'exerçant sur un contour élémentaire de longueur $dl$ sur une interface est tangente à l'interface et perpendiculaire au contour élémentaire : $d\vec{f} = \gamma dl \vec{n}$
Enoncer la loi de Laplace : - Pour une goutte de rayon $R$ . - Pour une bulle de rayon $R$ - Pour une interface de rayons de courbures $R_1$ et $R_2$	$\Delta P = \frac{2\gamma}{R}$ $\Delta P = \frac{4\gamma}{R}$ $\Delta P = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$
Forme des films savonneux (surface ouverte)	$\Delta P = 0 \Rightarrow \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0$ Soit : $R_1 = R_2 = \infty$ ou soit $R_1 = -R_2$
Donner la formule de Young	$\vec{\gamma}_{SL} + \vec{\gamma}_{SV} + \vec{\gamma}_{LV} = \vec{0} \Rightarrow \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta = \gamma_{SV}$ 
Définir un liquide mouillant et non mouillant	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Si <math>\theta &gt; \frac{\pi}{2}</math> alors le liquide est non mouillant (verre-air-mercure)</li> <li>- Si <math>\theta &lt; \frac{\pi}{2}</math> alors le liquide est mouillant (verre-air-eau).</li> <li>- Si <math>\theta</math> n'est pas défini, il y a mouillage complet (air-huile-eau)</li> </ul>
Enoncer la loi de Jurin	Quand on plonge un capillaire propre (de rayon $r$ ) dans l'eau, on observe l'ascension d'une colonne d'eau : $h = \frac{cste}{r} = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$
Définir la longueur capillaire	La longueur capillaire est une grandeur caractéristique d'un fluide (masse volumique $\rho$ , tension superficielle $\gamma$ ) pour laquelle les forces de pesanteur et la tension superficielle ont même ordre de grandeur : $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$

# EM1 : INTRODUCTION A L'ELECTROMAGNETISME.

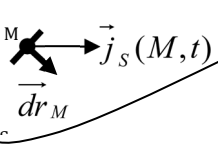
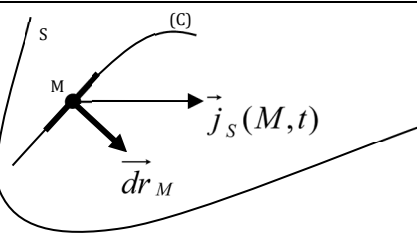
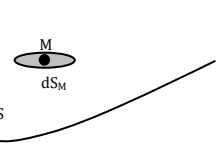
## COURANTS VOLUMIQUES :

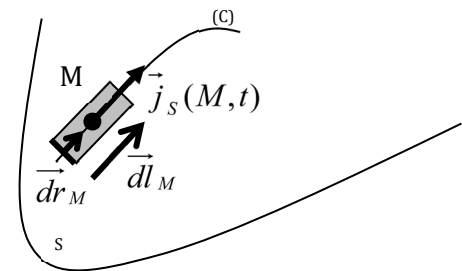
Soit un conducteur dans lequel on définit, en un point  $M$ , la densité volumique de charges mobiles  $\rho_m(M,t)$  ainsi que la vitesse moyenne de ces porteurs  $\vec{v}(M,t)$ .

Définir le vecteur densité de courant $\vec{j}(M,t)$	$\vec{j}(M,t) = \rho_m(M,t) \cdot \vec{V}(M,t)$
Exprimer le flux du vecteur $\vec{j}(M,t)$ à travers une surface élémentaire $d\vec{S}_M$ et le relier à l'intensité $dI$ traversant la surface. (Faire un schéma)	 $d\phi = \vec{j}(M,t) \cdot d\vec{S}_M = dI$
Exprimer le flux du vecteur $\vec{j}(M,t)$ à travers une surface $S$ et le relier à l'intensité $I$ traversant la surface.	 $\phi = \iint_S \vec{j}(M,t) \cdot d\vec{S}_M = I$
Définir et représenter une charge élémentaire et un élément de courant dans le conducteur (Faire deux schémas)	<p>Charge élémentaire : <math>\delta q_M = \rho_m d\tau_M</math> et élément de courant : <math>\vec{j}_M d\tau_M = dI \cdot \vec{dl}_M</math></p>  <p>Tube de courant élémentaire</p>

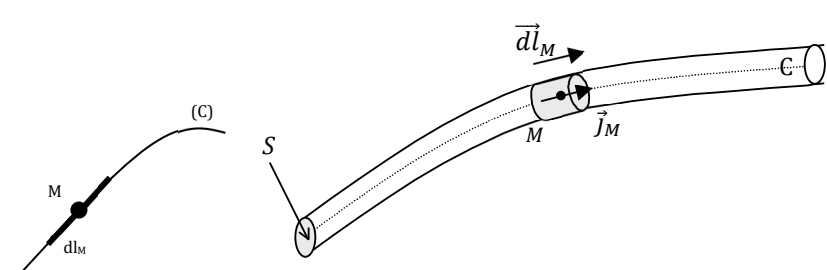
## COURANT SURFACIQUES :

Soit une surface conductrice  $S$  sur laquelle on définit, en un point  $M$ , la densité surfacique de charges mobiles  $\sigma_m(M,t)$  ainsi que la vitesse moyenne de ces porteurs  $\vec{v}(M,t)$ .

Définir le vecteur densité de courant surfacique $\vec{j}_s(M,t)$	$\vec{j}_s(M,t) = \sigma_m(M,t) \cdot \vec{V}(M,t)$
Exprimer l'intensité $dI$ traversant un élément de longueur $d\vec{r}_M$ appartenant à la surface $S$ (Faire un schéma)	 $dI = \vec{j}_s(M,t) \cdot d\vec{r}_M$
Exprimer l'intensité $I$ traversant un contour (C) et la relier au vecteur $\vec{j}_s(M,t)$ (Faire un schéma)	 $I = \int_{(C)} \vec{j}_s(M,t) \cdot d\vec{r}_M$
Définir et représenter une charge élémentaire et un élément de courant sur le conducteur (Faire deux schémas)	<p>Charge élémentaire :</p>  $dq_M = \sigma_s dS_M$

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elément de courant :</li> </ul> <p>Soit une ligne de courant C sur la surface (S) et soit le vecteur élémentaire <math>\vec{dl}_M</math> centré en M sur cette ligne de courant : <math>\vec{dl}_M = dl_M \vec{e}_{TM}</math>. On a alors : <math>\vec{j}_s(M, t) = j_s(M, t) \vec{e}_{TM}</math>. L'élément de courant en M est défini par la largeur <math>dr_M</math> du ruban centré sur la ligne de courant, l'intensité dans le ruban valant : <math>dI(M, t) = j_s(M, t) \cdot dr_M</math>.</p>  <p>L'élément de courant est donc ici :</p> $\vec{j}_s(M, t) dS_M = dI(M, t) \cdot \vec{dl}_M$
--	--

**CIRCUITS FILIFORMES :**

Définir un circuit filiforme	<p>Les circuits utilisés en pratique ont des sections de très faibles dimensions par rapport à leurs longueurs. Ainsi le fil peut être assimilé à un tube de courant de section S pouvant être considérée comme infiniment petite.</p> $L \gg \sqrt{S} \text{ ou } L \gg \text{diamètre}$
Donner la relation entre le vecteur $\vec{j}(M, t)$ et l'intensité dans le conducteur I.	<p>Ainsi l'intensité parcourant le fil peut s'écrire : <math>I(M, t) = \vec{j}(M, t) \cdot \vec{S}_M = j(M, t) \cdot S_M</math></p>
<p>Définir et représenter une charge élémentaire et un élément de courant dans le conducteur</p> <p>(Faire deux schémas)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Charge élémentaire : <math>dq_M = \lambda_M \cdot dl_M</math></li> <li>Soit le vecteur élémentaire <math>\vec{dl}_M</math> centré en un point M sur le tube de courant, on a : <math>\vec{dl}_M = dl_M \vec{e}_{TM}</math> où <math>\vec{e}_{TM}</math> est le vecteur unitaire tangent au fil en M. Le vecteur surface s'écrit donc : <math>\vec{S}_M = S \vec{e}_{TM}</math> et le volume associé à l'élément de courant est <math>d\tau_M = dl_M S</math>. L'élément de courant correspondant à la longueur <math>dl_M</math> est donc : <math>\vec{j}(M, t) \cdot d\tau_M = I(M, t) \vec{dl}_M</math></li> </ul> 

**LOI DE CONSERVATION DE LA CHARGE.**

Exprimer l'équation <b>intégrale</b> de conservation de la charge.	$\iiint_{M \in V} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{M, t} d\tau_M + \oiint_{P \in S} \vec{j}(P, t) \cdot \vec{dS}_P = 0$
Exprimer l'équation <b>locale</b> de conservation de la charge.	$\left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{M, t} + \text{div}_M(\vec{j}) = 0$

**INTERACTION ELECTROMAGNETIQUE.**

Donner l'expression de la force de Lorentz agissant sur une charge q de vitesse $\vec{V}(M, t)_R$ dans le référentiel d'étude.	$\vec{F}(M, t) = q(\vec{E}(M, t)_R + \vec{V}(M, t)_R \wedge \vec{B}(M, t)_R)$
Donner l'expression de la force de Lorentz agissant sur un volume élémentaire $d\tau_M$ d'un conducteur.	$\vec{dF}(M, t) = (\rho(M, t) \cdot \vec{E}(M, t)_R + \rho_m(M, t) \vec{V}(M, t)_R \wedge \vec{B}(M, t)_R) d\tau_M$ <p>Où <math>\rho(M, t)</math> est la densité volumique de charge et <math>\rho_m(M, t)</math> est la densité volumique des charges mobiles.</p>

	Si $\rho(M, t) = 0$ alors : $\vec{dF}(M, t) = \rho_m(M, t) \vec{V}(M, t)_R \wedge \vec{B}(M, t)_R \cdot d\tau_M$
Donner l'expression de la puissance reçue par unité de volume dans un conducteur.	$\left(\frac{dP}{d\tau}\right)_{M,t} = \vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t)$

### COURANT DANS LES CONDUCTEURS.

Soit un conducteur dans lequel on définit, en un point  $M$ , la densité volumique de charges mobiles  $\rho_m(M, t)$ , le nombre de porteurs de charge mobiles par unités de volume  $n(M, t)$ , ainsi que la vitesse moyenne de ces porteurs  $\vec{V}(M, t)$ .

Décrire le modèle de Drude	Pour étudier la conduction électrique, on modélise les collisions subies par les porteurs de charges mobiles par une force de frottement fluide ( $\vec{F} = -\lambda\vec{V}$ ) appliquée à chaque porteur de charge mobile. <b>La vitesse en régime permanent de chaque porteur, obtenue en appliquant le PDF au porteur, donne la vitesse moyenne des porteurs de charge.</b> En l'absence de champ électrique appliqué, cette vitesse est nulle. En présence d'un champ électrique appliqué, cette vitesse est $\vec{V} = \mu\vec{E}$ où $\mu$ est la mobilité des porteurs ( $\mu = \frac{q\tau}{m} = \frac{q}{\lambda}$ )
Donner la loi d'ohm locale	$\vec{j} = \gamma\vec{E}$
Exprimer la conductivité statique $\gamma_0$ du conducteur en fonction des grandeurs microscopiques.	$\gamma_0 = \frac{nq^2\tau}{m}$
Donner la loi de Joule locale.	$\frac{dP}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{j^2}{\gamma} = \gamma E^2$
Décrire l'effet Hall et donner l'expression du champ Hall.	On appelle <i>effet Hall</i> l'apparition d'un champ électrique transversal dans un métal (ou un semi-conducteur) parcouru par un courant électrique lorsqu'on l'introduit dans un champ magnétique perpendiculaire à la direction du courant.  Soit un long conducteur parallélépipédique connecté à un générateur et dont la longueur a la direction du vecteur unitaire $\vec{u}_x$ orienté dans le sens du courant. En l'absence de champ magnétique, le champ électrique est : $\vec{E} = E \vec{u}_x$ . Les charges $q$ se déplacent à la vitesse $\vec{V}$ de même direction que $\vec{u}_x$ et de même sens si $q > 0$ .  Si à présent on applique un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{E}$ , $q$ subit la force de Lorentz $\vec{F} = q(\vec{V} \wedge \vec{B})$ : Le coté (1) du conducteur se charge positivement (excès de charge) tandis que l'autre coté (2) se charge négativement, créant ainsi un champ électrique $\vec{E}_H$ normal à $\vec{E}$ : C'est le champ Hall. La charge $q$ est alors aussi soumise à une force dirigée vers le coté (2) : $\vec{F} = q\vec{E}_H$ s'opposant à l'effet de la force $\vec{F} = q(\vec{V} \wedge \vec{B})$ . <b>La migration des charges s'arrête quand les deux forces sont égales, donc quand <math>\vec{F} = q(\vec{V} \wedge \vec{B}) + q\vec{E}_H</math> D'où : <math>\vec{E}_H = -\vec{V} \wedge \vec{B}</math></b>
Donner l'expression de la force de Laplace agissant sur un conducteur volumique placé dans un champ magnétique $\vec{B}$	$\vec{F} = \iiint_V \vec{j} \wedge \vec{B} d\tau$
Donner l'expression de la force de Laplace agissant sur un conducteur surfacique placé dans un champ magnétique $\vec{B}$	$\vec{F} = \iint_S \vec{j}_s \wedge \vec{B} dS$
Donner l'expression de la force de Laplace agissant sur un circuit filiforme placé dans un champ magnétique $\vec{B}$	$\vec{F} = \int_c I \vec{dl} \wedge \vec{B}$

## EM2 : REGIMES STATIONNAIRES.

### COURANT DANS LES CONDUCTEURS EN REGIME STATIONNAIRE.

Justifier qu'en régime stationnaire le vecteur $\vec{j}$ est à flux conservatif.	$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Big _{M,t} + \text{div}_M(\vec{j}) = 0 \Rightarrow \text{div } \vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{j} \text{ est à flux conservatif.}$
<b>Démontrer la loi des nœuds</b> Soit $\Sigma = S_1 \cup S_2 \cup S_L$ = surface fermée, alors $\oiint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$ $\Rightarrow - \underbrace{\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}}_{\phi} + \underbrace{\iint_{S_1} \vec{j} \cdot d\vec{S}_1}_{\phi_1} + \underbrace{\iint_{S_2} \vec{j} \cdot d\vec{S}_2}_{\phi_2} + \underbrace{\iint_{S_L} \vec{j} \cdot d\vec{S}_L}_0 = 0$ $\Rightarrow \phi = \phi_1 + \phi_2$ $\Rightarrow I = I_1 + I_2$	
Donner l'expression de la résistance élémentaire d'un élément de courant dans un conducteur.	$d^3R = \frac{dl}{\gamma dS}$

### COMPLÉTER LE TABLEAU SUIVANT :

	Champ E stationnaire	Champ B stationnaire
<b>Définition des champs</b>	Force exercée sur une particule chargée : $\vec{F} = q \vec{E}$	Force exercée sur une particule chargée en mouvement : $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$
<b>Nature du champ</b>	Radial	Axial
<b>Expressions des champs</b>	Champ créée par des charges volumiques : $\vec{E}(M) = \iiint_V \frac{\rho_p \vec{u}_p}{4\pi \epsilon_0 r_{PM}^2} d\tau_p$ Champ créée par des charges surfaciques : $\vec{E}(M) = \iint_S \frac{\sigma_p \vec{u}_p}{4\pi \epsilon_0 r_{PM}^2} dS_p$ Champ créée par des charges linéiques : $\vec{E}(M) = \int_{(C)} \frac{\lambda_p \vec{u}_p}{4\pi \epsilon_0 r_{PM}^2} dl_p$	Champ créée par des courants volumiques : $\vec{B}(M) = \iiint_V \frac{\mu_0 \vec{j}_p \wedge \vec{u}_p}{4\pi r_{PM}^2} d\tau_p$ Champ créée par des courants surfaciques : $\vec{B}(M) = \iint_S \frac{\mu_0 \vec{j}_{s,p} \wedge \vec{u}_p}{4\pi r_{PM}^2} dS_p$ Champ créée par un circuit filiforme : $\vec{B}(M) = \int \frac{\mu_0 I_p d\vec{l}_p \wedge \vec{u}_p}{4\pi r_{PM}^2}$
<b>Existence des potentiels</b>	E dérive d'un potentiel scalaire : $\vec{E} = -\text{grad}V \Leftrightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$	B dérive d'un potentiel vecteur : $\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$
<b>Expressions des potentiels</b>	Potentiel créée par des charges volumiques : $V(M) = \iiint_V \frac{\rho_p}{4\pi \epsilon_0 r_{PM}} d\tau_p$ Potentiel créée par des charges surfaciques : $V(M) = \iint_S \frac{\sigma_p}{4\pi \epsilon_0 r_{PM}} dS_p$ Potentiel créée par des charges linéiques : $V(M) = \int_{(C)} \frac{\lambda_p}{4\pi \epsilon_0 r_{PM}} dl_p$	Potentiel créée par des courants volumiques : $\vec{A}(M) = \iiint_V \frac{\mu_0 \vec{j}_p}{4\pi r_{PM}} d\tau_p$ Potentiel créée par des courants surfaciques : $\vec{A}(M) = \iint_S \frac{\mu_0 \vec{j}_{s,p}}{4\pi r_{PM}} dS_p$ Potentiel créée par un circuit filiforme : $\vec{A}(M) = \int \frac{\mu_0 I_p d\vec{l}_p}{4\pi r_{PM}}$

<b>Circulation sur un contour fermé des champs</b>	$\vec{E}$ est à circulation conservative : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ Cas d'un contour ouvert : $\int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\Delta V = -(V_B - V_A)$	<b>Théorème d'Ampère</b> : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ $I > 0$ si elle sort par la face nord du contour.
<b>Flux à travers une surface fermée des champs</b>	<b>Théorème de Gauss</b> : $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	$\vec{B}$ est à flux conservatif : $\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ Cas d'une surface non fermée : $\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$
<b>Divergence des champs</b>	$div \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	$div \vec{B} = 0$
<b>Rotationnel des champs</b>	$\overrightarrow{rot} \vec{E} = \vec{0}$	$\overrightarrow{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$
<b>Discontinuités des champs</b>	La composante normale du champ $\vec{E}$ subi une discontinuité à la traversée d'une surface chargée : $\overline{\Delta \vec{E}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12}$	La composante tangentielle du champ $\vec{B}$ subi une discontinuité à la traversée d'une surface parcourue par des courants surfaciques : $\overline{\Delta \vec{B}} = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}$
<b>Equation de Poisson des potentiels</b>	$\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$	$\overline{\Delta \vec{A}} + \mu_0 \vec{j} = \vec{0}$
<b>Lignes de champ</b>	<b>Les lignes de champ de <math>\vec{E}</math> sont toujours ouvertes.</b> Elles sont dirigées soit : D'une charge positive vers une charge négative. D'une charge positive vers l'infini. De l'infini vers une charge négative.	<b>Les lignes de champ de <math>\vec{B}</math> sont toujours fermées.</b> Leur sens est donné par la « règle du tire-bouchon » Remarque : Les lignes de champ peuvent aller de l'infini à l'infini
<b>Symétries</b>	$\vec{E}(M \in \Pi^+) \in \Pi^+$ $\vec{E}(M \in \Pi^-) \perp \Pi^-$	$\vec{B}(M \in \Pi^-) \in \Pi^-$ $\vec{E}(M \in \Pi^+) \perp \Pi^+$

## ANALOGIES ELECTROSTATIQUE - GRAVITATION

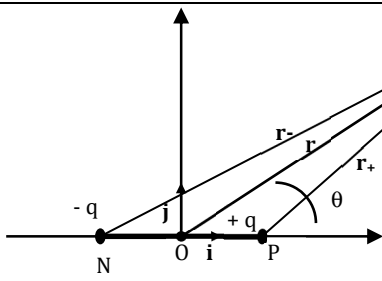
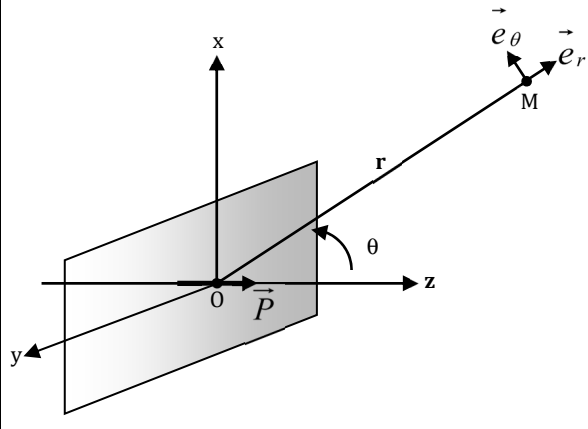
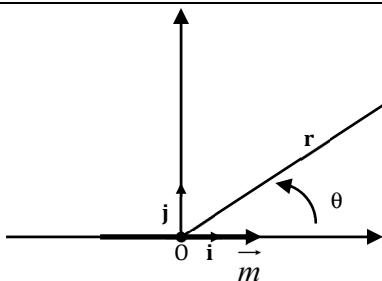
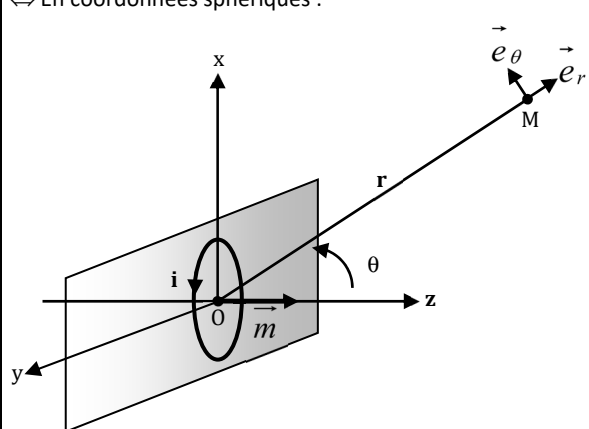
	<b>ELECTROSTATIQUE</b>	<b>GRAVITATION</b>
<b>Force d'interaction</b>	Force d'interaction entre deux particules $M_1$ et $M_2$ chargées ( $q_1, q_2$ ) : $\vec{F}(M_1 \rightarrow M_2) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{(M_1 M_2)^3}$	Force d'interaction entre deux particules $M_1$ et $M_2$ de masses $m_1$ et $m_2$ $\vec{F}(M_1 \rightarrow M_2) = -G m_1 m_2 \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{(M_1 M_2)^3}$
<b>Définition des champs</b>	Force exercée sur une particule chargée : $\vec{F} = q\vec{E}$ $\vec{E}$ est un vrai vecteur	Force exercée sur une particule de masse $m$ : $\vec{F} = m\vec{A}$ $\vec{A}$ est un vrai vecteur
<b>Charges élémentaire et masse</b>	<b>Charge élémentaire</b> Densité volumique de charge : $dQ = \rho \cdot d\tau$ Densité surfacique de charge : $dQ = \sigma \cdot dS$ Densité linéique de charge : $dQ = \lambda \cdot dl$	<b>Masse élémentaire</b> Densité volumique de masse : $dm = \rho \cdot d\tau$ Densité surfacique de masse : $dm = \sigma \cdot dS$ Densité linéique de masse : $dm = \lambda \cdot dl$
<b>Expressions des champs</b>	Champ créé par des charges volumiques : $\overrightarrow{E}(M) = \iiint_V \frac{\rho_p \vec{u}_p}{4\pi\epsilon_0 r_{pM}^2} d\tau_p$ Champ créé par des charges surfaciques : $\overrightarrow{E}(M) = \iint_S \frac{\sigma_p \vec{u}_p}{4\pi\epsilon_0 r_{pM}^2} dS_p$ Champ créé par des charges linéiques : $\overrightarrow{E}(M) = \int_{(C)} \frac{\lambda_p \vec{u}_p}{4\pi\epsilon_0 r_{pM}^2} dl_p$	Champ créé par des masses volumiques : $\overrightarrow{A}(M) = \iiint_V -G \frac{\rho_p \vec{u}_p}{r_{pM}^2} d\tau_p$ Champ créé par des masses surfaciques : $\overrightarrow{A}(M) = \iint_S -G \frac{\sigma_p \vec{u}_p}{r_{pM}^2} dS_p$ Champ créé par des masses linéiques : $\overrightarrow{A}(M) = \int_{(C)} -G \frac{\lambda_p \vec{u}_p}{r_{pM}^2} dl_p$



Potentiel	$\vec{E}$ dérive d'un potentiel scalaire : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \Leftrightarrow dV = -\vec{E} \cdot \overrightarrow{dr}$	$\vec{A}$ dérive d'un potentiel scalaire : $\vec{A} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \Leftrightarrow dV = -\vec{A} \cdot \overrightarrow{dr}$
Expressions des potentiels	Potentiel crée par des charges volumiques : $V(M) = \iiint_V \frac{\rho_p}{4\pi\epsilon_0 r_{PM}} d\tau_p$ Potentiel crée par des charges surfaciques : $V(M) = \iint_S \frac{\sigma_p}{4\pi\epsilon_0 r_{PM}} dS_p$ Potentiel crée par des charges linéiques : $V(M) = \int_{(C)} \frac{\lambda_p}{4\pi\epsilon_0 r_{PM}} dl_p$	Potentiel crée par des masses volumiques : $V(M) = \iiint_V -G \frac{\rho_p}{r_{PM}} d\tau_p$ Potentiel crée par des masses surfaciques : $V(M) = \iint_S -G \frac{\sigma_p}{r_{PM}} dS_p$ Potentiel crée par des masses linéiques : $V(M) = \int_{(C)} -G \frac{\lambda_p}{r_{PM}} dl_p$
Circulation sur un contour fermé	$\vec{E}$ est à circulation conservative : $\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$ Cas d'un contour non fermé : $\int_{AB} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\Delta V = -(V_B - V_A)$	$\vec{A}$ est à circulation conservative : $\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$ Cas d'un contour non fermé : $\int_{AB} \vec{A} \cdot \overrightarrow{dl} = -\Delta V = -(V_B - V_A)$
Flux à travers une surface fermée	Théorème de Gauss : $\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \overrightarrow{d\Sigma} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	Théorème de Gauss : $\oiint_{\Sigma} \vec{A} \cdot \overrightarrow{d\Sigma} = -4\pi G M_{int}$
Discontinuités	La composante normale du champ $\vec{E}$ subi une discontinuité à la traversée d'une surface chargée : $\overrightarrow{\Delta E} = \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12}$	La composante normale du champ $\vec{A}$ subi une discontinuité à la traversée d'une surface massique : $\overrightarrow{\Delta A} = \vec{A}_2 - \vec{A}_1 = -4\pi G \sigma \vec{n}_{12}$
Equation de Poisson	$\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$	$\Delta V - 4\pi G \rho = 0$
Lignes de champ	<b>Les lignes de champ de <math>\vec{E}</math> sont toujours ouvertes.</b> Elles sont dirigées soit : D'une charge positive vers une charge négative. D'une charge positive vers l'infini. De l'infini vers une charge négative.	<b>Les lignes de champ de <math>\vec{A}</math> sont toujours ouvertes.</b> Elles sont dirigées d'une masse vers l'infini.
Symétries	Soit un point M appartenant à un plan de symétrie de la répartition de charge, alors le champ $\vec{E}$ en M appartient à ce plan. Soit un point M appartenant à un plan d'antisymétrie de la répartition de charge, alors $\vec{E}$ en M est perpendiculaire à ce plan.	Soit un point M appartenant à un plan de symétrie de la répartition de masse, alors le champ $\vec{A}$ en M appartient à ce plan.

# EM3 DIPOLE ELECTRIQUE-DIPOLE MAGNETIQUE

PRINCIPAUX RESULTATS

	ELECTROSTATIQUE	MAGNETOSTATIQUE
Définition des dipôles (avec schéma)	 <p style="text-align: center;"><math>\vec{p} = q \overline{NP}</math></p> <p>↔ En coordonnées sphériques :</p>  <p>L'unité du moment dipolaire est le Debye :</p> $1D = \frac{1}{3} 10^{-29} C.m$	 <p style="text-align: center;"><math>\vec{m} = iS \vec{e}_z</math></p> <p>↔ En coordonnées sphériques :</p>  <p>L'unité du moment dipolaire est A.m<sup>2</sup></p>
Potentiel crée	$V(M) = \frac{P \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(\vec{P} \cdot \vec{r})}{4\pi\epsilon_0 r^3}$	$\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{m} \wedge \vec{r}}{4\pi r^3}$ <p>Notons que l'on peut définir aussi un potentiel scalaire magnétique :</p> $V^* = \frac{\mu_0 \vec{m} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3}$
Equipotentielle	$r^2 = k \cdot \cos(\theta)$	$r^2 = k \cdot \cos(\theta)$
Champ crée	$\vec{E} = \begin{cases} -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2P \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{P \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \end{cases}$ <p>Expression indépendante du système de coordonnées :</p> $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{3(\vec{P} \cdot \vec{r})}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{P}}{r^3} \right)$	$\vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0}{4\pi} m \frac{2 \cos \theta}{r^3} \\ \frac{\mu_0}{4\pi} m \frac{\sin \theta}{r^3} \end{cases}$ <p>Expression indépendante du système de coordonnées :</p> $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi \cdot r^3} \left( \frac{3\vec{m} \cdot \vec{r}}{r^2} \vec{r} - \vec{m} \right)$
Lignes de champ	$r = K \cdot \sin^2 \theta$	$r = K \cdot \sin^2 \theta$

Tracé des lignes de champ et équipotentielles		
Actions d'un champ extérieur uniforme	Force : $\vec{F} = \vec{0}$ Couple : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$ Energie potentielle : $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ ⇒ Le dipôle placé dans un champ $\vec{E}_{ext}$ uniforme ne subit pas de translation mais subit une rotation pour s'orienter dans le sens du champ.	Force : $\vec{F} = \vec{0}$ Couple : $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ Energie potentielle : $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ ⇒ Le dipôle placé dans un champ $\vec{B}_{ext}$ uniforme ne subit pas de translation mais subit une rotation pour s'orienter dans le sens du champ.
Actions d'un champ extérieur faiblement non uniforme	Force : $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \text{grad}) \vec{E}$ Couple : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$ Energie potentielle : $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ ⇒ Le dipôle placé dans un champ $\vec{E}_{ext}$ non-uniforme subit une translation (se dirige vers les zones de champ fort) et subit une rotation pour s'orienter dans le sens du champ	Force : $\vec{F} = (\vec{m} \cdot \text{grad}) \vec{B}$ Couple : $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ Energie potentielle : $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ ⇒ Le dipôle placé dans un champ $\vec{B}_{ext}$ non-uniforme subit une translation (se dirige vers les zones de champ fort) et subit une rotation pour s'orienter dans le sens du champ

## APPROXIMATION DIPOLAIRE

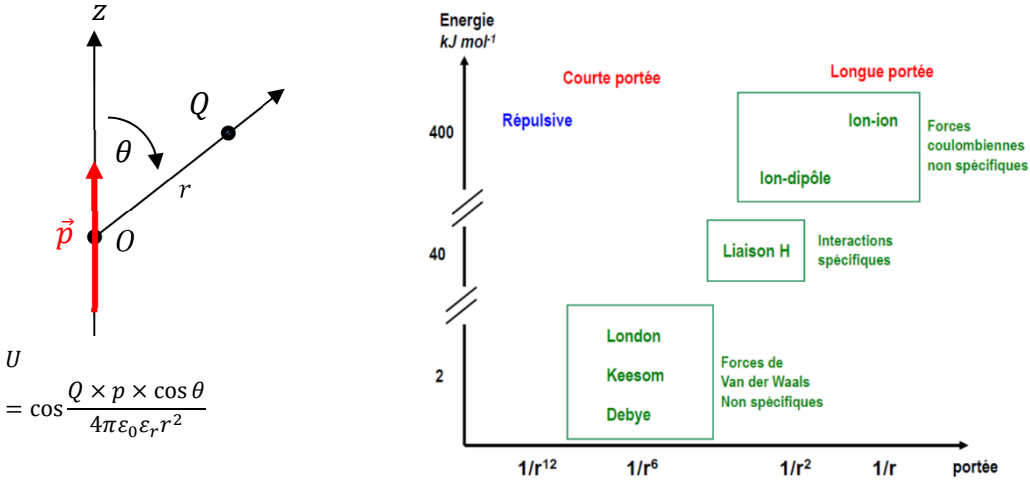
Effets d'une distribution de charge non neutre	Le potentiel créé à distance par une distribution de charge non neutre est pratiquement celui d'une charge ponctuelle placée au barycentre ces charges : $V(M) = \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 r}$ Exemple : Les ions
Effet d'une distribution de charges neutre	Le potentiel créé à distance par une distribution de charge neutre ( $q_p = -q_n = q$ ), et dont les barycentres des charges positives et négatives sont notés respectivement $P$ et $N$ , est pratiquement celui d'un dipôle dont le moment dipolaire est : $\vec{p} = \sum_i q_i \vec{a}_i = q \vec{NP}$ et vaut : $V(M) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ Exemple : Les molécules polaires

## POLARISABILITE - MODELE DE THOMSON

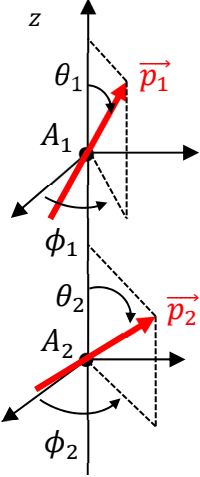
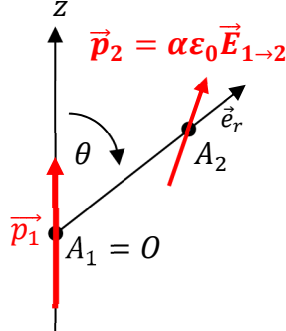
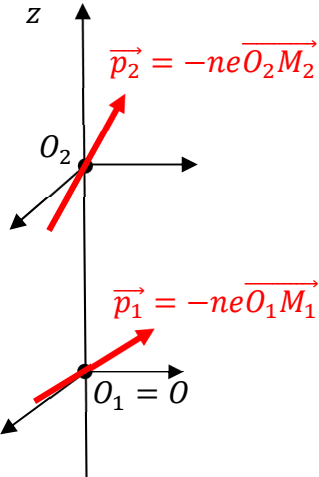
Polarisabilité	Un atome ou une molécule ne possédant pas de moment dipolaire peut en acquérir un sous l'action d'un champ électrostatique $\vec{E}$ : $\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$ <b><math>\alpha</math> est la polarisabilité de la molécule exprimée en <math>m^3</math></b>
Modèle de Thomson	Dans ce modèle, l'atome est constitué : <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ D'une charge positive <math>Q = Ze</math> uniformément répartie dans une sphère de rayon <math>R</math>, de centre <math>P</math> (barycentre des charges positives).</li> <li>✓ D'électrons, assimilés à des points matériels, se déplacent librement à l'intérieur de cette sphère.</li> </ul>
Expression de la polarisabilité d'après le modèle de Thomson	$\alpha = 4\pi R^3$ <b>La polarisabilité est du même ordre de grandeur que le volume d'un atome, donc de l'ordre de <math>10^{-30} m^3</math></b>
Polarisation électronique : Relation entre le vecteur polarisation $\vec{P}$ et le moment dipolaire $\vec{p}$	$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = n(\vec{p})$ Où $n$ est la densité de moment dipolaire.

## INTERACTION ION-MOLECULES

Description qualitative du mécanisme de solvatation	Un ion crée dans son environnement un champ électrique équivalent à celui d'une charge ponctuelle : ce champ, radial et non uniforme, va avoir tendance à orienter les molécules polaires selon les lignes de champ et à les attirer vers l'ion. À l'équilibre, l'ion est entouré d'un certain nombre de molécules qui vont en partie masquer la charge de l'ion.
---	---

<p>Energie d'interaction</p>	 <p> <math display="block">U = \cos \theta \frac{Q \times p \times \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2}</math> </p>
<p>Effet de l'agitation thermique – énergie moyenne d'interaction</p>	<p style="text-align: center;"><math>\langle U \rangle \propto -\frac{K}{r^4}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <math>K</math> dépend de la température <math>T</math>.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle \propto \frac{1}{r^4}</math> : l'énergie d'interaction n'est appréciable qu'à courte distance.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle</math> est négative ce qui correspond à une interaction attractive.</li> <li>✓ L'ordre de grandeur de cette énergie d'interaction est de quelques dizaine de <math>kJ/mol</math>.</li> </ul>

INTERACTION DIPOLE-DIPOLES

Keesom	Debye	London
Dipôle permanent-dipôle permanent	Dipôle permanent-dipôle induit	Dipôle induit-dipôle induit
		 <p style="text-align: center;"><math>M_1</math> et <math>M_2</math> sont les barycentres des cortèges électroniques</p>
<p style="text-align: center;"><math>\langle U \rangle = -\frac{K}{r^6}</math></p> <p>On retiendra que :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <math>K \propto \frac{1}{T}</math> : plus la température est élevée, plus <math>\langle U \rangle</math> est faible.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle \propto \frac{1}{r^6}</math> : l'énergie d'interaction n'est appréciable qu'à très courte distance.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle</math> est négative ce qui correspond à une interaction attractive.</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><math>\langle U \rangle = -\frac{K}{r^6}</math></p> <p>On retiendra que :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <math>K</math> est indépendante de <math>T</math>.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle \propto \frac{1}{r^6}</math> : l'énergie d'interaction n'est appréciable qu'à très courte distance.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle</math> est négative ce qui correspond à une interaction attractive.</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><math>\langle U \rangle = -\frac{K}{r^6}</math></p> <p>On retiendra que :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <math>K</math> indépendant de <math>T</math>.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle \propto \frac{1}{r^6}</math> : l'énergie d'interaction n'est appréciable qu'à très courte distance.</li> <li>✓ <math>\langle U \rangle</math> est négative ce qui correspond à une interaction attractive.</li> <li>✓ La force de London concerne aussi bien les molécules polaires que apolaires mais elle l'emporte généralement sur les forces de Keesom et Debye. Elle augmente avec la polarisabilité de la molécule.</li> </ul>

## MOMENT CINÉTIQUE ET MAGNÉTIQUE ORBITAL D'UN ÉLECTRON

Moment cinétique orbital	$\vec{l} = \vec{r} \wedge m_e \vec{v} = m_e r^2 \omega_0 \vec{n}$ , où $\vec{n}$ est la normale au plan contenant l'orbite
Moment magnétique orbital	$\vec{m} = iS\vec{n} = -\frac{e}{2} \omega_0 r^2 \vec{n}$
Rapport gyromagnétique	$\vec{m} = \gamma \times \vec{l}$ où $\gamma = -\frac{e}{2m_e}$ est appelé <b>rapport gyromagnétique</b> .
Facteur de Landé	Le moment cinétique d'une particule, ou d'un ensemble de particule, et le moment magnétique associé sont liés : $\vec{m} = g \times \gamma \times \vec{l}$ Où $g$ est le <b>facteur de Landé</b> (ici égal à 1) $g$ , tient compte à la fois les effets de spin et les effets orbitaux. Il vaut 1 pour un moment orbital pur, ou 2 pour un moment de spin pur, ou un certain nombre intermédiaire pour un système compliqué tel qu'un atome.
Quantification du moment cinétique orbital	$l_z = m_l \hbar$ $\ \vec{l}\  = \sqrt{l(l+1)} \hbar$ Avec $-l \leq m_l \leq +l$
Quantification du moment magnétique orbital, magnéton de Bohr	$m_z = m_l \gamma \hbar = -m_l \mu_B$ $\mu_B = -\gamma \hbar = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}, \text{ magnéton de Bohr.}$

## MOMENT CINÉTIQUE ET MAGNÉTIQUE DE SPIN DE L'ÉLECTRON

Moment cinétique de spin – cas de l'électron	Toute particule possède un moment cinétique intrinsèque $\vec{s}$ , appelé <b>spin</b> , dont la norme est quantifiée et prend les valeurs $\ \vec{s}\  = \sqrt{s(s+1)} \hbar$ et dont la projection selon z est quantifiée et prend les valeurs $s_z = m_s \hbar$ . Pour l'électron, comme pour tous les fermions (protons, neutrons...), on a : $s = \frac{1}{2}$ et donc $m_s = \pm \frac{1}{2}$
Moment magnétique de spin de l'électron	$g = 2 \Rightarrow m_{s,z} = -2m_s \mu_B = \pm \mu_B$

## MOMENT CINÉTIQUE ET MAGNÉTIQUE TOTAL DE L'ÉLECTRON

On peut alors définir le <b>moment cinétique total de l'électron</b> qui est la somme de la contribution orbitale et de la contribution de spin. Celui-ci s'écrit alors $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ et est soumis aux mêmes règles de quantification que tout moment cinétique :	
$\begin{cases} \ \vec{j}\  = \sqrt{j(j+1)} \hbar \\ j_z = m_j \hbar \end{cases} \text{ avec } -j \leq m_j \leq j$	

## MOMENT CINÉTIQUE ET MAGNÉTIQUE D'UN ATOME

Moment cinétique total orbital	Pour un atome comportant Z électrons, le <b>moment cinétique total orbital</b> vaut : $\vec{L} = \sum_{i=1}^Z \vec{r}_i \wedge m_e \vec{v}_i$ et le <b>moment magnétique total orbital</b> vaut : $\vec{\mu} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^Z \vec{r}_i \wedge (-e) \vec{v}_i$ , et donc la relation entre la moment cinétique et le moment magnétique total est inchangée et s'écrit toujours : $\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$ Avec :
	$\begin{cases} \ \vec{L}\  = \sqrt{L(L+1)} \hbar \\ L_z = m_L \hbar \end{cases} \text{ avec } -L \leq m_L \leq L$
Moment cinétique total de spin	Le <b>moment cinétique total de spin</b> , est la somme des moments cinétiques de spin de tous les électrons : $\vec{S} = \sum_{i=1}^Z \vec{s}_i$ , dont la norme vaut $\ \vec{S}\  = \sqrt{S(S+1)} \hbar$ et la projection $S_z = m_S \hbar$

## MOMENT CINÉTIQUE TOTAL D'UN ATOME

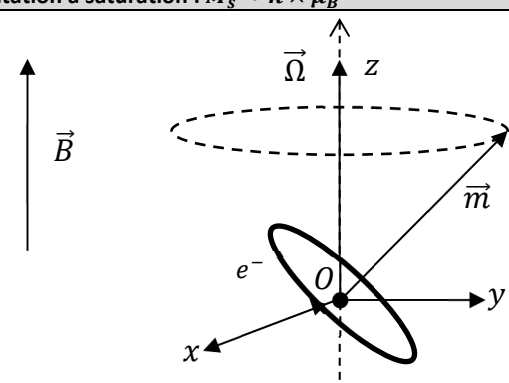
Expression	Le <b>moment cinétique total d'un atome</b> $\vec{j} = \vec{L} + \vec{S}$ vérifie : $\begin{cases} \ \vec{j}\  = \sqrt{J(J+1)} \hbar \\ j_z = m_j \hbar \end{cases} \text{ avec } -J \leq m_j \leq J$ Le moment magnétique associé s'écrit alors : $\vec{\mu} = g\gamma \vec{j}$ En projection sur l'axe (Oz), on obtient : $\mu_z = -m_j g \mu_B$
Ordre de grandeur	<b>Le moment magnétique d'un atome est de l'ordre de grandeur du magnéton de Bohr :</b> $ \mu_z  \approx \mu_B$

## AIMANTATION ET MOMENT MAGNÉTIQUE

Définition de l'aimantation	$\vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = n \times \langle \vec{m} \rangle$
-----------------------------	---

Susceptibilité magnétique	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Matériaux diamagnétiques : <math>\chi_m \approx -10^{-5} &lt; 0</math></li> <li>✓ Matériaux paramagnétiques : <math>\chi_m \approx 10^{-3} &gt; 0</math></li> <li>✓ Corps ferromagnétiques où la susceptibilité magnétique était beaucoup plus élevés et qui en plus présentent la propriété de conserver une aimantation permanente, ce qui n'est pas le cas des corps paramagnétiques et encore moins des diamagnétiques.</li> </ul>
---------------------------	---

**PARAMAGNETISME**

Origine microscopique	<p>Le paramagnétisme est le résultat d'un effet d'orientation des moments magnétiques microscopiques préexistants dans le matériau, sous l'effet d'un champ magnétique extérieur. Il s'apparente donc aux effets de polarisation d'orientation dans les diélectriques constitués de molécules polaires.</p> <p><b>Le paramagnétisme résulte de la présence dans les atomes d'électrons célibataires.</b></p>
Aimantation à saturation	<p><b>L'ordre de grandeur de l'aimantation à saturation : <math>M_s \approx n \times \mu_B</math></b></p>
Précession de Larmor	<p>Le moment magnétique d'un atome placé dans un champ <math>\vec{B}</math> devient <b>un vecteur tournant</b> de vecteur rotation :</p> $\vec{\Omega}_L = -\gamma \vec{B}$ <p>appelé vecteur <b>pulsation de Larmor</b> et le mouvement de <math>\vec{m}</math> est appelé précession de Larmor.</p> <p>Dans le trièdre tournant <math>(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)</math>, appelé <b>trièdre de Larmor</b>, le mouvement d'un l'électron est identique au mouvement dans le référentiel du laboratoire en l'absence de champ.</p> 
Diamagnétisme	<p>Le mouvement de rotation de Larmor fait apparaître un moment magnétique, même pour les atomes ne possédant pas de moment magnétique permanent, opposé au champ magnétique appliqué : c'est le diamagnétisme</p>

**FERROMAGNETISME**

Caractéristiques des milieux ferromagnétiques	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Placés dans une bobine, ils augmentent le champ dans la bobine. Ceci est une propriété similaire des paramagnétiques, mais l'effet est plus important de quelques ordres de grandeur.</li> <li>✓ S'ils sont placés dans un champ magnétique, puis que celui-ci est coupé, il subsiste un champ magnétique au voisinage de l'échantillon : il a été aimanté</li> <li>✓ Le ferromagnétisme n'existe que dans les corps à l'état condensé. Il ne résulte donc pas d'une propriété atomique ou moléculaire, mais bien d'une interaction entre les atomes ou les molécules du matériau.</li> <li>✓ Le ferromagnétisme disparaît au-dessus d'une certaine température, appelée température de Curie.</li> </ul>
Aimantation maximale	$\ \vec{M}\ _{max} = n \times \frac{2\sqrt{S(S+1)} \mu_B}{\mu_{eff}} \text{ avec } S = \frac{n_e}{2}$ <p>Où <math>n_e</math> est le nombre d'électrons célibataires dans la configuration électronique d'un atome</p>
Force d'adhérence entre deux aimants	$F = \frac{B^2}{2\mu_0} \times S$ <p>Où <math>S</math> est la surface de contact et <math>B</math> est la valeur limite du champ magnétique qui amène les aimants à se coller</p>

**EM4 : EQUATIONS DE MAXWELL.**

**DONNER LES 4 EQUATIONS DE MAXWELL ET LES RELATIONS DE PASSAGE ASSOCIEES :**

Nom	Forme locale	Forme intégrale	Relation de passage
MT MΦ	$div \vec{B} = 0$	$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_2(M, t) - \vec{B}_1(M, t)) = 0$ $\vec{B}_{2,n}(M, t) - \vec{B}_{1,n}(M, t) = \vec{0}$
MF	$rot(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left( \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) = -\frac{d\phi_B}{dt}$	$\vec{n}_{12} \wedge (\vec{E}_2(M, t) - \vec{E}_1(M, t)) = \vec{0}$ $\vec{E}_{2,t}(M, t) - \vec{E}_{1,t}(M, t) = \vec{0}$

MG	$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{E}_2(M, t) - \vec{E}_1(M, t)) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ $\vec{B}_{2,n}(M, t) - \vec{B}_{1,n}(M, t) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12}$
MA	$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \frac{d\phi_E}{dt}$	$\vec{n}_{12} \wedge (\vec{B}_2(M, t) - \vec{B}_1(M, t)) = \mu_0 \vec{j}_s(M, t)$ $\vec{B}_{2,t}(M, t) - \vec{B}_{1,t}(M, t) = \mu_0 \vec{j}_s(M, t) \wedge \vec{n}_{12}$

**DONNER LES RELATIONS ENTRE LES POTENTIELS ( $\vec{A}, V$ ) ET LE CHAMP ELECTROMAGNETIQUE ( $\vec{B}, \vec{E}$ ) :**

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}(V) \text{ et } \vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$$

**SOIT UN CONDUCTEUR DE VOLUME V, DE CONDUCTIVITE  $\gamma$ . DONNER LES EXPRESSIONS DES GRANDEURS SUIVANTES :**

Grandeur	Définition	Expression
Densité d'énergie électromagnétique	$u_{em} = \frac{du_{em}}{d\tau}$ = énergie électromagnétique par unité de volume	$u_{em} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$
Vecteur densité d'énergie électromagnétique.	$\vec{\Pi}$ =vecteur de Poynting tel que le flux de $\vec{\Pi}$ à travers une surface S est égal à la puissance électromagnétique traversant S : $P_{em} = \iint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$	$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$
Puissance volumique cédée dans la matière	$\frac{dP_{cédée}}{d\tau}$ = puissance reçue par unité de volume dans le conducteur (ou cédée par le champ électromagnétique par unité de volume)	$\frac{dP_{cédée}}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{j^2}{\gamma} = \gamma E^2$

**DONNER L'EXPRESSION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE ELECTROMAGNETIQUE :**

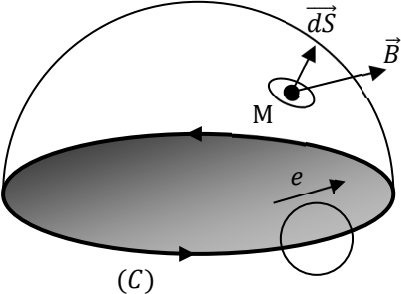
Forme locale	$\frac{\partial u_{em}(M, t)}{\partial t} + \text{div}_M(\vec{\Pi}) = -\vec{j} \cdot \vec{E}$
Forme intégrale	$\iiint_{M \in V} \frac{\partial u_{em}(M, t)}{\partial t} d\tau_M + \oiint_{P \in S} \vec{\Pi}(P, t) \cdot d\vec{S}_P = \iiint_{M \in S} -\vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t) d\tau_M$

**ARQS**

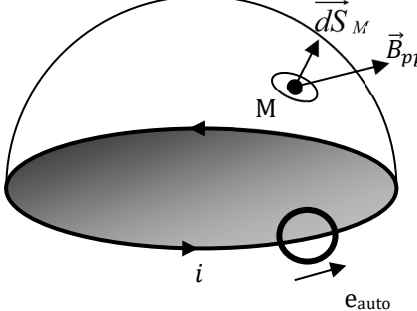
Définir l'approximation des régimes quasi-stationnaire (ARQS) dans le cas général	Dans l'ARQS, <b>on néglige le phénomène de propagation</b> du champ électromagnétique. ⇒ Cette approximation est valable, si la longueur d'onde du champ électromagnétique ( $\lambda$ ) est très supérieure devant les longueurs caractéristiques considérées : $\text{ARQS} : T \gg \frac{L^*}{c} \Leftrightarrow \lambda \gg L^*$ On retrouve ce résultat en négligeant dans l'équation de Maxwell-Ampère $\ \mu_0 \vec{j}_p\ $ devant $\ \text{rot} \vec{B}\ $
Définir l'ARQS conducteur	Dans l'ARQS conducteur, on néglige les courants de déplacement devant les courants de conduction, la condition trouvée portant la fréquence d'utilisation du conducteur est : $\omega \ll \omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}}$
Définir l'électroneutralité locale du conducteur, dans quel domaine de pulsation est-elle vérifiée ?	$\rho = \rho_m + \rho_f = 0$ En utilisant $\underline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{1+j\omega\tau}$ , l'équation différentielle vérifiée par $\rho$ , dans le cas d'un retour à l'électroneutralité est : $\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \omega_p^2 \rho = 0$ ⇒ l'EN est vérifiée pour : $\omega \ll 1/\tau$
Ecrire les équations de Maxwell dans l'ARQS conducteur	$M\Phi : \text{div} \vec{B} = 0 ; MG : \text{div} \vec{E} = 0 ; MF : \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ; MA : \text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \gamma \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ Relations champ/potentiels inchangées : $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}(V)$ et $\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$ $\text{div} \vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{j}$ est à flux conservatif ⇒ La loi des nœuds est vérifiée dans les circuits dans l'ARQS

## EM5 : INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE.

### GENERALITES

Enoncer la loi de Faraday	La force électromotrice induite le long d'un circuit fermé orienté ( $C$ ) est égale à l'opposée de la dérivée du flux de $\vec{B}$ à travers toute surface s'appuyant sur ce contour fermé.	 $e = -\frac{d\Phi}{dt}$
Enoncer la loi de Lenz	C'est une <b>loi de modération</b> : La fem induite tend par ses effets à s'opposer aux causes qui l'ont créée.	
Donner la loi d'Ohm généralisée.	Pour un conducteur ( $AB$ ), de résistance $R_{AB}$ , parcouru par un courant $i$ et soumis à une ddp $V_A - V_B$ en convention générateur, on a :	$U_{AB} = V_A - V_B = e_{AB} - R_{AB}i \quad \text{Où } e_{AB} \text{ est la fem induite dans le circuit.}$

### INDUCTION DE NEUMANN

Définir l'inductance propre d'un circuit	$L = \frac{\Phi_{pp}}{i} = \iint_S \vec{B}_{pp} \cdot d\vec{S}$
Définir la f.e.m d'auto-induction	 $e_{auto} = -\frac{d\Phi_{pp}}{dt}$
Définir l'énergie magnétique propre d'un circuit	$E_m = \iiint_V \frac{B_{pp}^2}{2\mu_0} d\tau = \frac{1}{2} \Phi_{pp} i = \frac{1}{2} L i^2$
Définir l'inductance mutuelle entre deux circuits	Soient deux circuits ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ) en interaction alors : $\Phi_1 = \Phi_{1 \rightarrow 1} + \Phi_{2 \rightarrow 1} = L_1 i_1 + M_{1,2} i_2$ $\Phi_2 = \Phi_{2 \rightarrow 2} + \Phi_{1 \rightarrow 2} = L_2 i_2 + M_{2,1} i_1$ $M_{1,2} \text{ et } M_{2,1} \text{ sont les coefficients d'induction mutuelle des deux circuits.}$
Enoncer le théorème de Neumann	$M_{1,2} = M_{2,1} = M = \text{inductance mutuelle}$ $\frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{i_2} = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{i_1} = M$
Définir l'énergie magnétique totale d'un système de circuits magnétiques couplés	Cas de deux circuits : $E_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} (\Phi_1 i_1 + \Phi_2 i_2)$ Cas général : $E_m = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau = \sum_k \frac{1}{2} i_k \Phi_k$

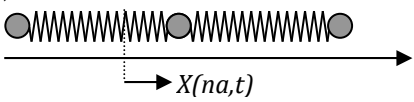
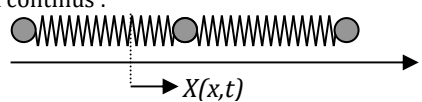


## INDUCTION DE LORENTZ

Qu'est ce qu'un transducteur électromécanique ?	Un transducteur électromécanique est un dispositif fonctionnant de manière réversible et permettant la transformation d'une énergie électrique en énergie mécanique.
Enoncer la loi de conversion électromécanique	$P_e + P_L = 0$ Où : $P_e = e \cdot i$ et où : $P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v}_A + \vec{M}_{AL} \cdot \vec{\Omega}$ A étant un point quelconque.
Enoncer les étapes principales de la résolution d'un problème d'induction de Lorentz	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identifier le circuit électrique et le système mécanique. Choisir un repère et un sens conventionnel d'orientation du circuit.</li> <li>2. Approche qualitative (notamment ce qui se passe à <math>t = 0^+</math> et en régime permanent).</li> <li>3. Calculer la fem induite et écrire l'équation électrique.           <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Utiliser la loi de Faraday : <math>e = -\frac{d\phi}{dt}</math></li> <li>b. Utiliser la relation de conversion électromécanique : <math>P_L + P_e = 0</math></li> <li>c. Utiliser <math>e = \oint_{(C)} (\vec{V}_e \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}</math> (dernier recours)</li> </ol> </li> <li>4. Faire le BAM agissant sur le système mécanique (et notamment l'action de Laplace). Appliquer un théorème de la mécanique (TRC, TMC, TEC...) en déduire l'équation mécanique.           <p style="text-align: center;"><b>Penser à : <math>\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}</math></b></p> </li> <li>5. Vérifier la relation de conversion électromécanique.</li> <li>6. Résoudre le système d'équations différentielles. En général, il faut découpler ces équations (penser à <math>x \pm y</math> ; <math>x \pm iy</math> ...).</li> <li>7. Eventuellement faire un bilan énergétique.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b>A tout instant, vérifier la cohérence des signes</b></p>
Qu'est-ce que l'impédance motionnelle d'un HP ?	L'impédance d'entrée d'un HP dépend de la fréquence d'utilisation. Plus précisément, elle se met sous la forme : $\underline{Z} = R_e + jL_e\omega + \underline{Z}_M$ Où $\underline{Z}_M$ est l'impédance motionnelle du HP et où $\underline{Z}_e$ est son impédance électrique (bobinage) $\underline{Z}_M$ dépend des paramètres mécaniques du HP (raideur, masse...),
Définir les courants de Foucault. Détailler les étapes permettant de les déterminer	Les courants de Foucault sont des courants qui apparaissent au sein d'un conducteur, caractérisés par la densité par le vecteur densité de courant $\vec{j}$ , lorsque ce conducteur est placé dans un champ magnétique variable. Les étapes pour déterminer $\vec{j}$ sont : <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Sachant que <math>\vec{B}</math> variable dans le temps est source de <math>\vec{E}</math>, faire l'étude des symétries et invariances pour déterminer <math>\vec{E}</math>.</li> <li>✓ Déterminer le champ électrique <math>\vec{E}</math> en utilisant l'équation de Maxwell- Faraday (forme intégrale par défaut).</li> <li>✓ En déduire, en utilisant la loi d'Ohm locale, la densité volumique de courant.</li> </ul>

**OD1 : PHENOMENES DE PROPAGATION**

**EXEMPLES D'EQUATION DE D'ALEMBERT**

<p>Donner l'équation différentielle vérifiée par <math>X_n = X(na, t)</math> dans le cas d'une chaîne discrète d'oscillateurs :</p> 	$m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = -k(X_n - X_{n+1}) - k(X_n - X_{n-1})$
<p>Donner l'équation d'onde vérifiée par <math>X(x, t)</math> dans le cas d'une chaîne d'oscillateurs l'approximation des milieux continus :</p> 	$m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = -k(X(x, t) - X(x - a, t)) - k(X(x, t) - X(x + a, t))$ $\Rightarrow \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \frac{ka^2}{m} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \text{ où } c = \sqrt{\frac{ka^2}{m}} = \omega_0 a$
<p>Enoncer la loi de Hooke</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Soit une barre solide de longueur L et de section S, l'allongement <math>\Delta l</math> de cette barre lorsque l'on exerce sur une de ses extrémité une force F est : <math>\frac{\Delta l}{L} = \left(\frac{1}{E}\right) \frac{F}{S}</math> où E est le module de Young.</li> <li>✓ Loi de Hooke mésoscopique : <math>\frac{\partial X(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F(x, t)}{S}</math></li> <li>✓ <b>Odg : <math>E_{acier} \approx 2 \cdot 10^2 \text{ GPa}</math> ; <math>E_{plastiques} \approx qq \text{ GPa}</math></b></li> </ul>
<p>Donner l'équation d'onde vérifiée par <math>X(x, t)</math> dans le cas du modèle mésoscopique du solide</p>	$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$ <p>Où <math>\rho</math> est la masse volumique de la barre et E son module de Young.</p> $\Rightarrow c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ est la célérité de l'onde <p><b>Odg : <math>c_{acier} \approx 5 \text{ km/s}</math></b></p>
<p>Donner l'équation d'onde vérifiée par <math>i(x, t)</math> dans le cas d'une ligne bifilaire ou un câble coaxial sans pertes</p>	$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \frac{1}{L_1 C_1} \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}$ <p>où <math>L_1</math> et <math>C_1</math> sont respectivement les inductance et capacités linéiques le long de la ligne.</p> $\Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{c_{vide}}{n}$ est la célérité de l'onde ( $n$ est l'indice du diélectrique entre les deux conducteurs) <p><b>Odg : <math>c</math> entre 60 et 80 % de <math>c_{vide}</math></b></p>
<p>Définir l'impédance de la ligne bifilaire ou du câble coaxial</p>	$Z_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ <p><b>Odg : pour un câble coaxial <math>Z_c = 50 \Omega</math></b></p>

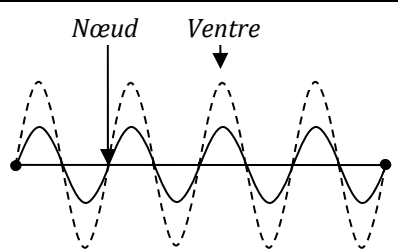
**SOLUTIONS DE L'EQUATION DE D'ALEMBERT**

Soit  $s(x, t)$  vérifiant l'équation de d'Alembert.

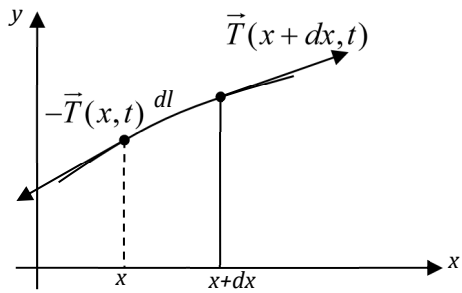
<p>Exprimer la forme générale des solutions.</p>	$s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$
<p>Exprimer <math>s(x, t)</math> dans le cas d'une onde plane progressive</p>	$s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$
<p>Exprimer <math>s(x, t)</math> dans le cas d'une onde plane régressive.</p>	$s(x, t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$
<p>Définir une surface d'onde. Qu'elle est l'allure de cette surface dans le cas d'une onde plane progressive ?</p>	<p>L'ensemble des points de l'espace caractérisés à l'instant <math>t</math> par une même valeur de la fonction <math>s(x, t)</math> est appelé surface d'onde.</p> <p><math>\Rightarrow</math> Dans le cas d'une OPP+, cela correspond donc à <math>f\left(t - \frac{x}{c}\right) = cste</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> Les surfaces d'onde sont alors des plans</p>
<p>En sachant que le Laplacien d'une grandeur <math>s(r, t)</math> en coordonnées sphériques est : <math>\Delta s = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rs)}{\partial r^2}</math>, donner la forme générale d'une onde sphérique</p>	<p>Partant de <math>\Delta s = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}</math>, on arrive à :</p> $\frac{\partial^2(rs)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rs)}{\partial t^2}$ $\Rightarrow s(r, t) = \frac{1}{r} \left( f\left(t - \frac{r}{c}\right) + g\left(t + \frac{r}{c}\right) \right)$
<p>Qu'est-ce qu'une onde plane monochromatique (OPPM) ?</p>	<p>Une onde plane monochromatique, dirigée suivant <math>\vec{k}</math> est une onde vérifiant :</p> $s(\vec{r}, t) = S_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)$

Définir la phase d'une OPPM. Qu'est ce qu'une surface équiphase ? Qu'elle est son allure dans le cas d'une OPPM ?	Soit une OPPM : $s(\vec{r}, t) = S_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)$ . Alors : $\Phi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi$ est la phase de l'onde. Une surface équiphase, pour un temps t donné, est la surface correspondant à $\Phi = \text{cste} \Rightarrow$ Les surfaces équiphases d'une OPPM sont des plans (perpendiculaires à la direction de propagation)
Définir le vecteur d'onde et la longueur d'onde de l'OPPM.	Le vecteur d'onde est : $\vec{k} = k \vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire donnant la direction de propagation et où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ où $\lambda$ est la longueur d'onde de l'onde. $\lambda$ est la période spatiale de l'OPPM
Définir la pulsation et la période de l'OPPM.	La pulsation de l'onde est $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ où f est la fréquence et T est la période temporelle.
Définir la vitesse de phase d'une OPPM	La vitesse de phase est la vitesse des lieux équiphases : $V_\phi = \frac{\omega}{k}$
Donner l'expression complexe de $s(x,t)$ dans le cas d'une OPPM.	$\underline{s}(x,t) = S_0 \exp(j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi))$
Comment distinguer rapidement une OPPM(+) d'une OPPM(-) quelle que soit la convention ?	OPPM(+): dans le terme de phase, $\omega t$ et $kx$ sont de signe opposé OPPM(-): dans le terme de phase, $\omega t$ et $kx$ sont de même signe

## ONDES STATIONNAIRES

Donner l'expression de $s(x,t)$ dans le cas d'une onde stationnaire	Les variables d'espace et de temps sont découplées : $s(x,t) = f(x) \cdot g(t)$ $\Rightarrow$ En injectant cette solution dans l'équation d'onde, on trouve : $s(x,t) = S_0 \cos(kx + \phi') \cos(\omega t + \phi)$ $s(x,t) = (A \cos kx + B \sin kx) \cos(\omega t + \phi)$ où $\omega = kc$
Définir un nœud. Quelle est la distance entre deux nœuds ?	Point où l'amplitude de l'onde stationnaire est toujours nulle : $s(x,t) = 0 \forall t$ Les nœuds sont séparés de $\lambda/2$
Définir un ventre. Quelle est la distance entre deux ventres ?	Point où l' <b>amplitude</b> de l'onde stationnaire est maximale : $s(x,t) = S_0 \cos(\omega t + \phi) \forall t$ Les ventres sont séparés de $\lambda/2$
Donner l'allure de $s(x,t)$ en fonction de x pour 2 temps $t_1$ et $t_2$ différents.	 <p>Le diagramme illustre une onde stationnaire sur une corde fixée à ses deux extrémités. Une courbe en pointillés représente l'enveloppe de l'onde, avec des nœuds (points où l'amplitude est nulle) et des ventres (points où l'amplitude est maximale). Une courbe en trait plein représente l'onde à un instant donné. Des flèches pointent vers un nœud et un ventre.</p>

## OD2 : CORDES VIBRANTES

Représenter une portion de corde de longueur $ds$ avec les forces s'exerçant sur cette portion.	 <p>Le schéma montre une portion de corde de longueur <math>ds</math> le long de l'axe x. Les forces de tension <math>\vec{T}(x,t)</math> et <math>\vec{T}(x+dx,t)</math> sont exercées aux extrémités de la portion. Une force <math>dl</math> est également indiquée.</p>
Donner l'équation des cordes vibrantes. Préciser la célérité de l'onde.	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ où $c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$
Quelles sont les grandeurs couplées dans le cas d'une corde vibrante ?	Les grandeurs couplées sont : $V = \frac{\partial y}{\partial t}$ et $T_y = -T \sin \alpha = -T_0 \frac{\partial y}{\partial x}$
Donner l'impédance caractéristique d'une OPP+ se propageant le long de la corde puis l'impédance d'une OPP- se propageant le long de la corde	Pour une OPP+ : $Z_c = -\frac{T_y}{V} = \sqrt{T_0 \mu}$ Pour une OPP- : $Z_c = \frac{T_y}{V} = -\sqrt{T_0 \mu}$

Donner l'expression de la puissance transmise le long de la corde à un instant t. A quel vecteur cette grandeur est-elle associée ?	Puissance reçue par la corde en x et à l'instant t (venant de l'élément de droite) : $-\vec{T}(x, t) \cdot \vec{V}(x, t)$ $\vec{R}(x, t) = -(\vec{T} \cdot \vec{V})_{x,t} \vec{e}_x$
Exprimer les densités d'énergie cinétique, potentielle et mécanique de l'onde le long de la corde	$e_c = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 ; e_p = \frac{1}{2} T_o \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 ; e = e_p + e_c$
Dans le cas d'une corde de Melde (de longueur L, fixée à ses 2 extrémités), donner les expressions de $\lambda$ , k et $\omega$ correspondant à un mode propre (n).	$\lambda_n = \frac{2L}{n} ; k_n = \frac{n\pi}{L} ; \omega_n = \frac{2\pi c}{L} ; f_n = \frac{nc}{2L}$
Que peut-on dire des pulsations de résonance d'une corde de Melde ?	Elles coïncident avec les pulsations propres de la corde
Comment s'écrit une vibration quelconque de la corde de Melde, connaissant des modes propres ? Comment déterminer les constantes d'intégration spécifiques à chaque mode propre ?	$y(x, t) = \sum_n \left( A_n \cos \frac{n\pi c}{L} t + B_n \sin \frac{n\pi c}{L} t \right) \sin \left( \frac{n\pi x}{L} \right)$ $y(x, 0) = \sum_n A_n \sin \left( \frac{n\pi x}{L} \right) \Rightarrow A_n$ sont les coefficients de Fourier de la fonction déformée rendue 2L périodique. $\frac{dy}{dt}(x, 0) = \sum_n \frac{n\pi c}{L} B_n \sin \left( \frac{n\pi x}{L} \right) \Rightarrow B_n$ sont les coefficients de Fourier de la fonction vitesse initiale rendue 2L périodique.

OD3 : ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE ILLIMITE

STRUCTURE DE L'OEM

Soit une onde électromagnétique se propageant dans le vide suivant la direction donnée par le vecteur unitaire $\vec{u}$ (OPP+). Caractériser les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ de cette onde.	Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont transverses et ils sont perpendiculaires entre eux.
Donner la relation de structure reliant $\vec{E}$ , $\vec{B}$ et $\vec{k}$ (OPP dans le vide)	$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$ (OPPM dans le vide illimité : $\omega = k \cdot c$ )
Donner l'expression générale de $\vec{E}$ dans le cas d'un OPPM+ se propageant suivant la direction $\vec{u}_z$ . Que devient cette expression en notation complexe ?	$\vec{E} = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t - kz) \\ E_{oy} \cos(\omega t - kz + \phi) \end{cases}$ $\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 \exp j(\omega t - kz) \text{ où } \vec{E}_0 = \begin{cases} E_{ox} \\ E_{oy} \exp j\phi \end{cases}$
Donner les équivalents des opérateurs différentiels en notation complexe	Soit $a = a_0 \exp j(\omega t - kz)$ et $\vec{A} = \vec{A}_0 \exp j(\omega t - kz)$ alors : $\text{grad}(\vec{a}) = -j\vec{k}a$ $\Delta a = -k^2 a$ $\text{div} \vec{A} = -j\vec{k} \cdot \vec{A}$ $\text{rot}(\vec{A}) = -j\vec{k} \wedge \vec{A}$ $\Delta \vec{A} = -k^2 \vec{A}$
Donner les nouvelles expressions des équations de Maxwell dans le vide en utilisant la notation complexe	$MG : \vec{k} \cdot \vec{E} = 0 ; M\Phi : \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 ; MF : \vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} ; MA : \vec{E} = \frac{\vec{B} \wedge \vec{k}}{\omega} c^2$
Donner l'expression des coordonnées de $\vec{E}$ dans le cas d'un OPPM se propageant suivant la direction $\vec{u}_z$ polarisée elliptiquement. Même chose mais en représentation complexe	$\vec{E} = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t - kz) \\ E_{oy} \cos(\omega t - kz + \phi) \end{cases} \text{ où } \phi = cste$ $\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 \exp j(\omega t - kz) \text{ où } \vec{E}_0 = \begin{cases} E_{ox} \\ E_{oy} \exp j\phi \end{cases}$
Donner l'expression des coordonnées de $\vec{E}$ dans le cas d'un OPPM se propageant suivant la direction $\vec{u}_z$ polarisée rectilignement Même chose mais en représentation complexe	$\vec{E} = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t - kz) \\ \pm E_{oy} \cos(\omega t - kz) \end{cases} \text{ où } \phi = \pm \pi$ $\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 \exp j(\omega t - kz) \text{ où } \vec{E}_0 = \begin{cases} E_{ox} \\ \pm E_{oy} \end{cases}$ Si possible choisir une seule direction : $\vec{E} = \underset{\text{réel}}{E_0} \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_x$
Donner les expressions du vecteur de Poynting et de l'énergie électromagnétique dans le cas d'une OPP	$\vec{\Pi} = \frac{(\vec{E} \wedge \vec{B})}{\mu_0} = \frac{E^2}{\mu_0 c} \vec{u}_z \text{ et } u_{em} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$
Donner les expressions moyennes du vecteur de Poynting et de l'énergie électromagnétique dans le cas d'une OPPMR	OPPM polarisée : $\vec{E} = \underset{\text{réel}}{E_0} \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_x \text{ et } \vec{B} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y$ $\vec{\Pi} = \frac{E^2}{\mu_0 c} \vec{u}_z \text{ et } \vec{\Pi} = \frac{(\vec{E} \wedge \vec{B}^*)}{2\mu_0} = \frac{ \vec{E} ^2}{\mu_0 c} \vec{u}_z$ $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{\langle E^2 \rangle}{\mu_0 c} \vec{u}_z = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_z \text{ et } \langle \vec{\Pi} \rangle = \text{Re}(\vec{\Pi}) = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_z$

	$\langle u_{em} \rangle = \epsilon_0 \langle E^2 \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} \Rightarrow \langle \vec{\Pi} \rangle = c \langle u_{em} \rangle \vec{u}_x$
A quelle vitesse se propage l'énergie de l'onde électromagnétique dans le vide ?	A la vitesse c

**OD5 : DISPERSION/ABSORPTION**

Soit une pseudo OPPM+ : $s(x, t) = \underline{s} \exp j(\omega t - kx)$ de vecteur d'onde $k = k' + jk''$ où $k'$ et $k''$ sont des réels de signes opposé (on prendra $k' > 0$ et $k'' < 0$ ) <ul style="list-style-type: none"> <li>Quel terme dans l'expression de k correspond à un terme de propagation ?</li> <li>Quel terme correspond à un terme d'absorption ?</li> <li>Donner l'expression de la vitesse de phase. A quelle condition le milieu est-il dispersif ?</li> <li>Donner l'expression de la vitesse de groupe.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Le terme <math>k'</math> est le terme de propagation.</li> <li>Le terme <math>k''</math> est le terme d'absorption.</li> <li><math>V_\phi = \frac{\omega}{k'}</math> : Le milieu est dispersif si la vitesse de phase dépend de la pulsation <math>\omega</math>.</li> <li><math>V_g = \frac{d\omega}{dk}</math></li> </ul>
Définir la relation de dispersion de Klein-Gordon. Quelle est dans ce cas la relation entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe ?	Relation de dispersion de Klein Gordon : $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + cste$ $\Rightarrow$ Dans ce cas : $V_\phi V_g = c^2$
Pourquoi une OPPM ne correspond pas à une onde réelle ?	Une OPPM est une onde qui n'a ni début, ni fin : Elle ne correspond donc pas à une onde réelle.

Définir un paquet d'onde. (De pulsation moyenne $\omega_0$ et de largeur $\Delta\omega$ ).	Un paquet d'onde est la représentation d'une onde réelle : $s(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \exp j(\omega t - k(\omega)x) d\omega = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} A(\omega) \exp j(\omega t - k(\omega)x) d\omega$
Comment évolue $\Delta\omega$ lorsque l'extension temporelle $\Delta t$ du paquet d'onde diminue ?	$\Delta\omega \cdot \Delta t \approx Cste$ $\Rightarrow$ Lorsque $\Delta t$ diminue, $\Delta\omega$ augmente
Définir un paquet d'onde. (de vecteur d'onde moyen $k_0$ et de largeur $\Delta k$ ).	Un paquet d'onde est la représentation d'une onde réelle : $s(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) \exp j(\omega t - k(\omega)x) dk = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} A(k) \exp j(\omega t - k(\omega)x) dk$
Comment évolue $\Delta k$ lorsque l'extension spatiale $\Delta x$ du paquet d'onde diminue ?	$\Delta k \cdot \Delta x \approx Cste$ $\Rightarrow$ Lorsque $\Delta x$ diminue, $\Delta k$ augmente
Afin de décrire l'évolution d'un paquet d'onde, sous quelle forme peut-on l'écrire ?	Un paquet d'onde peut se mettre sous la forme d'une onde moyenne (1) de pulsation $\omega_0$ se propageant à la vitesse de phase $V_\phi = \frac{\omega_0}{k_0}$ dont l'amplitude est modulée par une enveloppe (2) se propageant à la vitesse de groupe $V_g = \frac{d\omega}{dk}$ : $u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \underbrace{e^{j(\omega_0 t - k_0 x)}}_{(1)} \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} \underbrace{A(\omega) e^{j((\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x)}}_{(2)} d\omega$
Comment évolue un paquet d'onde dans un milieu peu dispersif ?	$k(\omega) \approx k(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \frac{dk}{d\omega} \Big _{\omega_0}$ Notons tout de suite que $V_\phi = \frac{\omega}{k} = V_\phi(\omega) \Rightarrow$ Il y a bien dispersion De plus : $V_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dk}{d\omega} \Big _{\omega_0} = Cste$ $\Rightarrow$ Le paquet d'onde se propage sans se déformer à la vitesse $V_g \neq V_\phi$
Comment évolue un paquet d'onde dans un milieu très dispersif ?	$k(\omega) \approx k(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \frac{dk}{d\omega} \Big _{\omega_0} + \frac{1}{2!} (\omega - \omega_0)^2 \frac{d^2 k}{d\omega^2} \Big _{\omega_0}$ Notons tout de suite que $V_\phi = \frac{\omega}{k} = V_\phi(\omega) \Rightarrow$ Il y a bien dispersion De plus : $V_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\frac{dk}{d\omega} \Big _{\omega_0} + (\omega - \omega_0) \frac{d^2 k}{d\omega^2} \Big _{\omega_0}} = V_g(\omega)$

	⇒ Le paquet d'onde se propage en se déformant
Soit un milieu dispersif tel que $V_g > V_\phi$ . Qu'observe-t-on ?	Si $V_g > V_\phi$ , l'onde moyenne semble sortir de l'avant du paquet d'onde.
Soit un milieu dispersif tel que $V_g < V_\phi$ . Qu'observe-t-on ?	Si $V_g < V_\phi$ , l'onde moyenne semble venir de l'arrière du paquet d'onde.
Que dire de la propagation d'une onde telle que : $k \propto \omega$ ?	Propagation sans absorption ni dispersion
Que dire de la propagation d'une onde telle que : $k^2$ est imaginaire pur ?	Propagation avec atténuation : c'est l'effet de peau
Que dire de la propagation d'une onde telle que : $k < 0$ ?	Pas de propagation : onde évanescente

## OD6 : MILIEUX MATERIELS.

## PLASMA

Définir un plasma dilué	Milieu ionisé comportant des ions et des électrons, suffisamment dilué pour pouvoir négliger les interactions entre eux. (Densité d'électrons $n_0$ )
Donner les hypothèses simplificatrices permettant l'étude de ces plasmas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ On néglige le mouvement des ions en raison de leur inertie.</li> <li>✓ On néglige le poids des électrons et, en les considérant comme non relativistes, on néglige la composante magnétique de la force de Lorentz.</li> <li>✓ On néglige les interactions entre électrons.</li> <li>✓ On considère que le champ électrique est uniforme à l'échelle du déplacement des électrons : ce qui revient à dire que la dérivée particulaire du champ électrique est égale à sa dérivée locale. On montre alors que cela revient à considérer les électrons comme non relativistes.</li> </ul>
Donner la conductivité d'un plasma	$\gamma = -j\epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega}$
A quel type de filtre correspond un plasma ?	Un plasma est un filtre passe haut : il ne laisse passer que les fréquences supérieures à la fréquence de plasma.
Définir la pulsation de plasma et donner la relation de dispersion dans un plasma	<p>La pulsation de plasma d'un plasma est la pulsation au-delà de laquelle les OEM peuvent se propager dans un plasma :</p> $\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0}}$ <p>En effet, la relation de dispersion dans un plasma est une relation de Klein-Gordon :</p> $k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ <p>La pulsation de plasma est aussi la pulsation propre d'un plasma c'est-à-dire la pulsation des oscillations libres d'un plasma.</p> <p><b>Odg pour l'ionosphère : <math>n_0 \approx 10^{12} \text{ m}^{-3}</math> et <math>f_p \approx 10 \text{ MHz}</math></b></p>
Pourquoi les plasmas ne sont-ils pas dissipatifs ?	Car $\vec{j}$ et $\vec{E}$ sont en quadrature ⇒ $\langle P \rangle = \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = 0$

## CONDUCTEURS

Définir un milieu conducteur	Milieu dans lequel existe des charges libres (en général des électrons) soumis, en plus de la force de Lorentz, à une force de frottement fluide modélisant les collisions des porteurs avec le milieu.
Donner les hypothèses simplificatrices permettant l'étude de ces conducteurs	On néglige le poids des électrons et, en les considérant comme non relativistes, on néglige la composante magnétique de la force de Lorentz et on considère le champ électrique comme localement uniforme.
Donner la conductivité des conducteurs	$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + j\omega\tau}$ <p>Où <math>\gamma_0 = \frac{n_0 e^2 \tau}{m}</math>, <math>\tau</math> étant le temps moyen entre deux chocs</p> <p><b>Odg pour le cuivre : <math>\gamma_0 = 6 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}</math> et <math>\tau = 10^{-14} \text{ s}</math></b></p>
Définir la pulsation de plasma du conducteur	<p>La pulsation de plasma d'un conducteur est la pulsation au-delà de laquelle les OEM peuvent se propager :</p> $\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0}}$ <p><b>Odg pour le cuivre : <math>\omega_p = 10^{16} \text{ rad/s}</math></b></p>

Définir les différents domaines dans lesquels on peut modéliser simplement les différents comportements d'un conducteur	<table border="1"> <tr> <td>ARQS EN + <math>\gamma \approx \gamma_0</math></td> <td>Plasma ARQS conducteur pas EN + <math>\gamma \neq \gamma_0</math></td> <td>Plasma pas d'ARQS conducteur pas d'EN + <math>\gamma \neq \gamma_0</math></td> </tr> <tr> <td>Effet de peau : propagation avec atténuation et dispersion</td> <td><math>1/\tau</math> Onde évanescence : pas de propagation</td> <td><math>\omega_p</math> propagation sans atténuation, avec dispersion</td> </tr> </table>	ARQS EN + $\gamma \approx \gamma_0$	Plasma ARQS conducteur pas EN + $\gamma \neq \gamma_0$	Plasma pas d'ARQS conducteur pas d'EN + $\gamma \neq \gamma_0$	Effet de peau : propagation avec atténuation et dispersion	$1/\tau$ Onde évanescence : pas de propagation	$\omega_p$ propagation sans atténuation, avec dispersion
ARQS EN + $\gamma \approx \gamma_0$	Plasma ARQS conducteur pas EN + $\gamma \neq \gamma_0$	Plasma pas d'ARQS conducteur pas d'EN + $\gamma \neq \gamma_0$					
Effet de peau : propagation avec atténuation et dispersion	$1/\tau$ Onde évanescence : pas de propagation	$\omega_p$ propagation sans atténuation, avec dispersion					
Approche probabiliste : quelle est l'interprétation probabiliste de $\tau$ ?	$\tau$ est le temps moyen entre deux chocs. $\frac{1}{\tau}$ est la probabilité de collision par unité de temps						

LHI

Définir la polarisabilité d'un édifice (atomes, molécule ...)	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <math>\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}</math></li> <li>✓ L'unité de <math>\alpha</math> est le <math>m^3</math>, son odg est de <math>10^{-30} m^3</math></li> </ul>
Définir le vecteur polarisation $\vec{P}$ dans un milieu polarisé et le vecteur aimantation d'un milieu aimanté $\vec{M}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Le vecteur polarisation est le moment dipolaire par unité de volume : <math>\vec{P}(\vec{r}, t) = \frac{d\vec{p}}{d\tau}</math> où <math>d\vec{p}</math> est le moment dipolaire induit dans le volume mésoscopique <math>d\tau</math> (moment dipolaire moyen).</li> <li>✓ Lorsque la polarisation est créée par les déplacements moyens <math>\vec{S}_i</math> des porteurs de charge <math>q_i</math> et le vecteur polarisation vaut alors : <math>\vec{P} = \sum_{\Delta\tau} q_i n_i \vec{S}_i</math></li> <li>✓ Le vecteur aimantation est le moment magnétique par unité de volume : <math>\vec{M}(\vec{r}, t) = \frac{d\vec{m}}{dt}</math> où <math>d\vec{m}</math> est le moment magnétique dans le volume mésoscopique <math>d\tau</math> (moment magnétique moyen)</li> </ul>
Donner les expressions des grandeurs associées : <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Vecteur densité de courant de polarisation</li> <li>▪ Densité volumique de charges liées.</li> <li>▪ Densité surfacique de charges liées.</li> </ul>	Vecteur densité de courant de polarisation : $\vec{J}_{pol} = \rho_{pol} \vec{V} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ Densité volumique de charges liées : $\rho_{pol} = -div(\vec{P})$ Densité surfacique de charges liées : $\sigma_{pol} = \vec{P} \cdot \vec{n}$
Donner les expressions locales des équations de Maxwell dans un milieu matériel quelconque (polarisé et aimanté).	<p><b>MF</b> : <math>rot(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}</math> (inchangées)</p> <p><b>MG</b> : <math>div(\vec{E}) = \frac{\rho_{libres} + \rho_{pol}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{libres}}{\epsilon_0 \epsilon_r}</math></p> <p><b>MA</b> : <math>rot(\vec{B}) = \mu_0 \mu_r \left( \vec{J}_{libres} + \vec{J}_{pol} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \mu_r \left( \vec{J}_{libres} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)</math></p> <p>Avec :</p> <p><math>\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})</math> avec : <math>\vec{M} = [\chi_m] \vec{H}</math> et <math>\vec{B} = \mu_0 \underbrace{(1 + [\chi_m])}_{[\mu_r]} \vec{H}</math></p> <p><math>\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}</math> avec : <math>\vec{P} = \epsilon_0 [\chi_e] \vec{E}</math> et <math>\vec{D} = \epsilon_0 \underbrace{\left( 1 + [\chi_e] \right)}_{[\epsilon_r]} \vec{E}</math></p>
Donner les expressions intégrales des équations de Maxwell dans un milieu matériel quelconque (polarisé et aimanté)	<p><b>MF</b> : <math>\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)</math></p> <p><b>MG</b> : <math>\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int,libres}}{\epsilon_0 \epsilon_r}</math> ; <b>MA</b> : <math>\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \mu_r \left( I_{libres} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial}{\partial t} \left( \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \right) \right)</math></p> <p><b>MG</b> : <math>\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{int,libres}</math> ; <b>MA</b> : <math>\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{libres} + \frac{\partial}{\partial t} \left( \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \right)</math></p>

MILIEU DIELECTRIQUE LHI (DLHI)

Définir la permittivité d'un milieu DLHI ainsi que sa permittivité relative et sa susceptibilité	Dans un DLHI, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{D}$ sont colinéaires $\Rightarrow [\epsilon]$ est un scalaire indépendant de M $\Rightarrow$ La permittivité de ce milieu est $\epsilon$ telle que : $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ $\Rightarrow$ La permittivité relative $\epsilon_r$ est telle que : $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ Ou : Dans un DLHI, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{P}$ sont colinéaires $\Rightarrow [\chi_e]$ est un scalaire indépendant de M $\Rightarrow$ La susceptibilité de ce milieu est telle que : $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$
--	--

	$\Rightarrow$ La permittivité relative du milieu vaut alors : $\epsilon_r = 1 + \chi_e$
<p>On étudie la propagation d'une pseudo OPPM+ dans un DLHI :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Donner les expressions complexes des équations de Maxwell</li> <li>Quelles sont les propriétés de cette onde ?</li> <li>Quelle est la relation de dispersion ?</li> <li>Peut-on avoir absorption ? dispersion ?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>MΦ : <math>\vec{k} \cdot \vec{B} = 0</math></li> <li>MG : <math>\vec{k} \cdot \vec{E} = 0</math></li> <li>MF : <math>\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega \vec{B}</math></li> <li>MA : <math>\vec{k} \wedge \vec{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \omega \vec{E}</math></li> <li>L'onde est transverse (<math>\vec{k} \cdot \vec{E} = 0</math> et <math>\vec{k} \cdot \vec{B} = 0</math>) et les champ <math>\vec{E}</math> et <math>\vec{B}</math> sont perpendiculaires entre eux.  <math>\Rightarrow</math> La relation de structure est déterminée à partir de l'équation de MF :  <math display="block">\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}</math> </li> <li>Relation de dispersion : <math>k^2 = \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2}</math></li> <li><math>\underline{k}</math> est à priori complexe : <math>\underline{k} = k' + jk''</math>            Si <math>k''</math> est non nul, il y a absorption.            Si <math>V_\varphi = \frac{\omega}{ k' }</math> dépend de <math>\omega</math>, il y a dispersion</li> </ul>
Définir l'indice du DLHI	<p>L'indice d'un DLHI vaut : <math>\underline{n}^2 = \epsilon_r = 1 + \chi_e</math>  <math>\Rightarrow</math> La relation de dispersion s'écrit alors :</p> $\underline{k} = \underline{n} \frac{\omega}{c}$
Donner l'expression de la longueur d'onde dans ce milieu	<p>La longueur d'onde dans le milieu vaut :</p> $\lambda = \frac{2\pi}{ k' }$ <p><math>\Rightarrow</math> Elle s'exprime en fonction de la longueur d'onde dans le vide et de l'indice :</p> $\lambda = \frac{\lambda_0}{Re(\underline{n})}$
Caractériser un DLHI dilué	<p>On part de <math> \chi_e  \ll 1 \Rightarrow \underline{n} \approx 1 + \frac{\chi_e}{2}</math></p>
Donner l'expression de $\epsilon_r$ dans le cas du modèle de l'électron élastiquement lié	$\epsilon_r = 1 + \frac{\omega_p^2}{j\omega - \omega^2 + \omega_0^2}$ <p><b>Ordre de grandeur :</b></p> $10^{14} \text{ rad.s}^{-1} < \omega_0 < 10^{16} \text{ rad.s}^{-1}$ $\omega_{p,air} \approx 2.5 \times 10^{13} \text{ rad.s}^{-1}$ $\omega_{p,verre} \approx 2.2 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$ $\omega_{p,eau} \approx 8.9 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$ $2.36 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1} < \omega_{vis} < 4.71 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$ $Q = \omega_0 \tau \approx 10^4 \text{ à } 10^6$



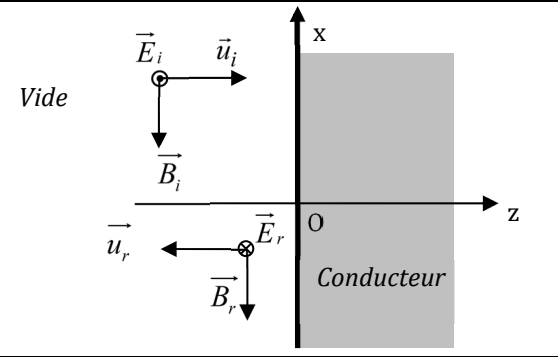
REPLIR LE TABLEAU SUIVANT :

	Plasma	Conducteur	Diélectrique dilué (Modèle de l' electron élastiquement lié)
Forces	$-e \vec{E}$	$-e \vec{E} - \frac{m}{\tau} \vec{V}$	$-e \vec{E} - \frac{m}{\tau} \vec{V} - m\omega_0^2 \vec{r}$
Vitesse $\vec{V}$ ou position $\vec{r}$	$\vec{V} = -\frac{e}{jm\omega} \vec{E} \Rightarrow \vec{j} = \frac{N_0 e^2}{j\omega m} \vec{E}$ $\Rightarrow \underline{\gamma} = \frac{N_0 e^2}{j\omega m} = \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{j\omega}$	$\vec{V} = -\left(\frac{e\vec{E}}{m}\right) \frac{1}{1+j\omega\tau} \Rightarrow \vec{j} = \frac{N_0 e^2}{m} \left(\frac{1}{1+j\omega\tau}\right) \vec{E}$ $\Rightarrow \underline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{1+j\omega\tau} = \epsilon_0 \frac{\omega_p^2 \tau}{1+j\omega\tau}$	$\vec{r} = -\left(\frac{e\vec{E}}{m}\right) \frac{1}{j\omega - \omega^2 + \omega_0^2}$ $\Rightarrow \vec{P} = -N_0 e \vec{r} = \epsilon_0 \frac{j\omega - \omega^2 + \omega_0^2}{\tau} \vec{E}$
Permittivité relative $\epsilon_r$	$\epsilon_r = 1 + \frac{\gamma}{\epsilon_0 j\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$	$\epsilon_r = 1 + \frac{\gamma}{\epsilon_0 j\omega} = 1 + \frac{\gamma_0}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{1+j\omega\tau}\right)$ $\Rightarrow \epsilon_r = 1 + \frac{\omega_p^2 \tau}{j\omega(1+j\omega\tau)}$	$\epsilon_r = 1 + \frac{\omega_p^2}{j\omega - \omega^2 + \omega_0^2}$
Indice $n$	$\underline{n^2} = \epsilon_r$	$\underline{n^2} = \epsilon_r$	$\underline{n^2} = \epsilon_r$
Vecteur d' onde $\vec{k}$	$\underline{k^2} = \frac{\epsilon_r \omega^2}{c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2}$	$\underline{k^2} = \frac{\epsilon_r \omega^2}{c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(\frac{j\omega\tau}{1+j\omega\tau}\right)$	$\underline{k^2} = \frac{\epsilon_r \omega^2}{c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(\frac{j\omega\tau}{1+j\omega\tau + \frac{\omega_0^2 \tau}{j\omega}}\right)$
En notant : $k = k' + jk''$ et $n = n_r + jn_e$ représenter $k', k'', n_r, n_e$ en fonction de $\omega$			

**REFLEXION ET TRANSMISSION D'UNE OEM A L'INTERFACE ENTRE DEUX MILIEUX.**

<p>On étudie la réflexion et la transmission d'une OPPM+ sur un dioptre (en <math>z = 0</math>) séparant deux milieux d'indices <math>n_1</math> et <math>n_2</math> différents :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Quelles sont les relations de passage que l'on peut utiliser pour déterminer les champs réfléchis et transmis ?</li> <li>Quelles lois de l'optique géométrique retrouve-t-on en déterminant l'onde transmise et l'onde réfléchie ?</li> </ul>	<p><b>Relations de passage :</b></p> <p>MF : Continuité de la composante tangentielle du champ <math>\vec{E}</math></p> <p>MΦ : Continuité de la composante normale de <math>\vec{B}</math></p> <p>MA : Le milieu étant non magnétique et ne contenant pas de courant libres, on a continuité de la composante tangentielle de <math>\vec{B}</math></p> <p>MG : L'interface contenant à priori des charges surfaciques liées, on n'a pas continuité de la composante normale de <math>\vec{E}</math> par contre on a continuité de la composante normale de <math>\vec{D}</math> et donc de <math>\epsilon_r \vec{E}</math>.</p> <p>On a donc les relations de passage suivantes :</p> $(\vec{B}_i + \vec{B}_r)_0 = (\vec{B}_t)_0$ $(\vec{E}_i + \vec{E}_r)_0 \wedge \vec{n}_{12} = (\vec{E}_t)_0 \wedge \vec{n}_{12} \Rightarrow \epsilon_1 (\vec{E}_i + \vec{E}_r)_0 \cdot \vec{n}_{12} = \epsilon_2 (\vec{E}_t)_0 \cdot \vec{n}_{12}$ <p><b>Avec ces relations, on retrouve les lois de Descartes sur la réfraction.</b></p>
<p>Dans le cas d'une incidence normale, exprimer les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude et en puissance</p>	$r = \frac{E_r(z=0)}{E_i(z=0)} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}; \quad t = \frac{E_t(z=0)}{E_i(z=0)} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ $R = \frac{\ \vec{T}_r(z=0)\ }{\ \vec{T}_i(z=0)\ } = \left  \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right ^2 =  r ^2 \text{ et } T = \frac{\ \vec{T}_t(z=0)\ }{\ \vec{T}_i(z=0)\ } = \frac{4n_1n_2}{n_1 + n_2}$
<p>Qu'est-ce que l'angle d'incidence de Brewster ?</p>	<p>Une onde polarisée dans le plan d'incidence ne donne naissance à aucune onde réfléchie lorsque l'angle d'incidence est égal à l'angle de Brewster <math>i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}</math></p>

**REFLEXION D'UNE OEM SUR UN CONDUCTEUR PARFAIT (EN  $z=0$ ) SOUS INCIDENCE NORMALE ( $\vec{u}_z$ )**

<p>Définir un conducteur parfait. Donner les expressions des champs <math>\vec{E}</math> et <math>\vec{B}</math> dans ce type de conducteur.</p>	<p><b>Un conducteur parfait est un conducteur dans lequel les ondes électromagnétiques ne peuvent pas se propager :</b> Elles ne se propagent qu'en surface : <math>\vec{E} = \vec{0}</math> et <math>\vec{B} = \vec{0}</math> dans le conducteur.                  ⇒ La profondeur de peau est donc nulle et on peut considérer la conductivité comme infinie.</p>
<p>Donner les composantes de ces champs qui varient de manière continue. Conséquences.</p>	<p><b>La composante tangentielle du champ électrique varie toujours de manière continue (MF).</b>  <b>La composante normale du champ <math>\vec{B}</math> varie toujours de manière continue (MΦ).</b>                  La discontinuité de la composante tangentielle de <math>\vec{B}</math> entraîne la présence de courant surfaciques.                  Dans une autre configuration la discontinuité de la composante normale de <math>\vec{E}</math> entraînerait la présence d'une densité surfacique de charges.</p>
<p>Pourquoi y a-t-il obligatoirement une onde réfléchie ?</p>	<p>Le champ incident étant tangent à la surface de séparation, on a obligatoirement un champ électrique nul sur cette surface ⇒ La surface est donc un nœud pour le champ électrique.                  ⇒ On a une onde stationnaire : Celle-ci résulte d'une onde incidente et d'une onde réfléchie de même amplitude.</p>
<p>Représenter les champs incidents et réfléchis</p>	
<p>Que peut-on dire de l'onde résultante ?</p>	<p>L'onde résultante dans le vide est une onde stationnaire - superposition de l'onde incidente (OPP+) et de l'onde réfléchie (OPP-) de même amplitude - pour laquelle la surface de séparation est un nœud pour le champ électrique et un ventre pour le champ magnétique.</p>
<p>Interpréter physiquement l'onde réfléchie</p>	<p>Les électrons de la surface sont soumis au champ électrique de l'onde incidente : Ils sont donc mis en mouvement et notamment sont accélérés. Or toute particule accélérée rayonne un champ électromagnétique. Ainsi une onde électromagnétique est créée : C'est l'onde réfléchie.</p>
<p>Qu'est-ce qu'une grille polarisante ?</p>	<p>C'est une grille métallique dans laquelle l'espacement des fils est très petit devant la longueur d'onde.                  ⇒ Les charges libres ne peuvent se déplacer que dans le sens des fils.                  ⇒ La grille se comporte comme un plan si le champ électrique incident est dans le sens des fils et est transparente si le champ électrique est perpendiculaire à la grille.</p>

Quelle loi retrouve-t-on si l'on étudie la réflexion d'une OEM sur un conducteur parfait sous incidence oblique ?	Les lois de Descartes sur la réflexion.
---	---

**OD7 : ONDES ACOUSTIQUES DANS LES FLUIDES.**

**APPROXIMATION ACOUSTIQUE.**

Présenter l'approximation acoustique	On considère un fluide au repos $(P_o, \mu_o, \langle \vec{V} \rangle = \vec{0}, \chi_o)$ . Lors du passage d'une onde acoustique, ces grandeurs varient : $\begin{cases} P = P_o + P_1 \\ \mu = \mu_o + \mu_1 \\ \langle \vec{V} \rangle = \vec{V}_1 \neq \vec{0} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} P_o \gg P_1 \\ \mu_o \gg \mu_1 \text{ et } \chi_o = cste \\ \vec{V}_1 \ll c \end{cases}$
Ecrire les trois équations linéaires permettant d'étudier les ondes acoustiques en précisant leurs origines.	Euler $\Rightarrow \mu_o \frac{\partial \vec{V}_1}{\partial t} = -\overrightarrow{grad} P_1$ Conservation de la masse $\Rightarrow \frac{\partial \mu_1}{\partial t} = -\mu_o \text{div}(\vec{V}_1)$ Coefficient $\chi_o$ cste $\Rightarrow \mu_1 = \mu_o \chi_o P_1$ Les deux dernières relations donnant : $\chi_o \frac{\partial P_1}{\partial t} = -\text{div}(\vec{V}_1)$
Définir la dilatation d'une particule fluide	Soit $d\tau$ le volume de la p.f en l'absence de l'onde acoustique et soit $\delta(d\tau)$ la variation de son volume lors du passage de l'onde $\Rightarrow$ La dilatation est : $\delta = \frac{\delta(d\tau)}{d\tau}$

**PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES.**

Ecrire l'équation de propagation des ondes acoustiques en précisant leur célérité $c$	$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}$ où $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \chi_o}}$ et où $X$ correspond à $P_1, \mu_1, \vec{V}_1, T_1 \dots$
Exprimer $c$ dans le cas des gaz parfaits	$c = \sqrt{\frac{\gamma RT_o}{M}}$
Quelles sont les grandeurs couplées dans l'onde acoustique ? Donner les équations de couplage.	Grandeurs couplées : $P_1$ et $\vec{V}_1$ Equations de couplage : 3D : $\mu_o \frac{\partial \vec{V}_1}{\partial t} = -\overrightarrow{grad} P_1$ et $\chi_o \frac{\partial P_1}{\partial t} = -\text{div}(\vec{V}_1)$ 1D : $\mu_o \frac{\partial V_1}{\partial t} = -\frac{\partial P_1}{\partial x}$ et $\chi_o \frac{\partial P_1}{\partial t} = -\frac{\partial V_1}{\partial x}$
Définir et donner l'impédance caractéristique d'une onde acoustique.	Impédance caractéristique : $Z_c = \frac{\text{cause}}{\text{Effet}}$ Pour une OPP+ : $\frac{P_1(t-\frac{x}{c})}{V_1(t-\frac{x}{c})} = Z_c = \mu_o c = \sqrt{\frac{\mu_o}{\chi_o}}$ Pour une OPP- : $\frac{P_1(t+\frac{x}{c})}{V_1(t+\frac{x}{c})} = -Z_c = -\mu_o c = -\sqrt{\frac{\mu_o}{\chi_o}}$ Cas général : $\begin{cases} P_1 = f(t - \frac{x}{c}) + g(t + \frac{x}{c}) \\ V_1 = \frac{1}{Z_c} (f(t - \frac{x}{c}) - g(t + \frac{x}{c})) \end{cases}$

**APPROCHE ENERGETIQUE**

Définir les densités d'énergie cinétique, potentielle et mécanique de l'onde.	$e_c = \frac{1}{2} \mu_o V_1^2 ; e_p = \frac{1}{2} \chi_o P_1^2 ; e = e_p + e_c \text{ (J)}$
Définir le vecteur de Poynting acoustique	$\vec{\Pi}_a = P_1 \vec{V}_1 \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}$
Définir la puissance acoustique à travers une surface $S$	$P = \iint_S \vec{\Pi}_a \cdot \vec{ds} \text{ (W)}$
Définir l'intensité sonore d'une onde acoustique	$I = \langle \Pi_a \rangle \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}$
Définir l'intensité sonore en dB	$I_{dB} = 10 \log\left(\frac{I}{I_o}\right)$ Où $I_o = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ est l'intensité minimale audible à 4000Hz.
Donner l'équation de conservation de l'énergie acoustique.	$\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div}(\vec{\Pi}_a) = 0$
A quelle vitesse se propage l'énergie de l'onde acoustique ?	A la vitesse $c$

## REFLEXION ET TRANSMISSION

Une onde acoustique incidente, se propageant dans un milieu d'impédance  $Z_1$ , arrive sur une interface séparant le milieu d'un autre milieu d'impédance  $Z_2$ .

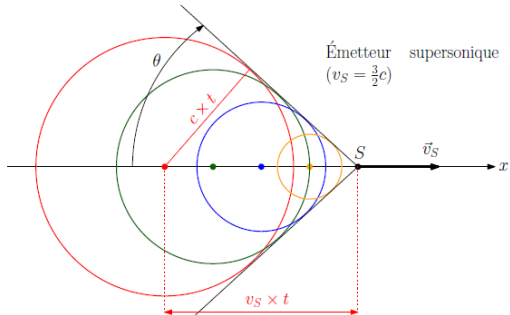
Quelles sont les grandeurs qui varient de manière continue à l'interface ?	1. Continuité du débit volumique à l'interface (sauf si les variations de la section, s'il y en a, se font sur une distance inférieure à la longueur d'onde). ⇒ Si la section est constante, on a continuité de la vitesse $\vec{V}_1$ à l'interface. 2. Continuité de la pression à l'interface (sauf si il existe une masse non nulle à l'interface : dans ce cas là appliqué le PFD à l'interface).
Donner les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude	Coefficients de réflexion et transmission en pression : $r_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} ; t_p = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$ Coefficients de réflexion et transmission en pression : $r_v = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 - Z_2} ; t_v = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$
Donner les coefficients de réflexion et de transmission en énergie	Coefficients de réflexion et transmission en énergie : $R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 ; T = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$
Quelle relation traduit la conservation de l'énergie acoustique ?	$R + T = 1$

## TUYAUX SONORES

Quelles sont les conditions limites sur une extrémité ouverte d'un tuyau sonore ?	$P_{1\text{extrémité}} = 0$
Quelles sont les conditions limites sur une extrémité fermée d'un tuyau sonore ?	$V_{1\text{extrémité}} = 0$
Sous quelle forme cherche-t-on les solutions de l'équation de propagation dans le cas des tuyaux sonores (variables $x$ et $t$ ) ?	Sous la forme d'ondes stationnaires : $P_1 = (A \cos kx + B \sin kx) \cos(\omega t + \phi)$ $V_1 = \frac{1}{\mu_0 c} (A \cos kx - B \sin kx) \sin(\omega t + \phi)$ avec $\omega = kc$
Donner les solutions, et notamment donner l'expression de $k_n$ dans le cas d'un tuyau sonore ouvert à ses deux extrémités (en $x=0$ et $x=L$ )	$P_1(0) = 0 ; P_1(L) = 0$ $P_1 = B \sin kx \cos(\omega t + \phi)$ avec $k = \frac{n\pi}{L} \leftrightarrow L = \frac{n\lambda}{2}$
Donner les solutions, et notamment donner l'expression de $k_n$ dans le cas d'un tuyau sonore ouvert à 1 seule extrémité (en $x = L$ ).	$V_1(0) = 0 ; P_1(L) = 0$ $P_1 = A \cos kx \cos(\omega t + \phi)$ avec : $k = \left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) \frac{1}{L} \leftrightarrow L = \frac{\lambda}{4} + \frac{n\lambda}{2}$
Fréquence du diapason, longueur de la caisse de résonance associée	$f = 440 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = 78.2 \text{ cm}$ $L = \frac{\lambda}{4} = 19.5 \text{ cm}$

## EFFET DOPPLER

Formule de l'effet Doppler pour les ondes acoustiques (1D)	Lorsqu'une source (S) se déplace avec une vitesse de module $v_s$ et que le détecteur (D) se déplace à une vitesse de module $v_D$ alors la fréquence perçue par le détecteur est de la forme : $f_D = f_S \left( \frac{c \pm v_D}{c \pm v_S} \right) \text{ soit } \frac{\Delta f}{f_S} \approx \frac{(\pm v_D \pm v_S)}{c}$ Les règles suivantes déterminent le choix des signes : ✓ Lorsque (D) se rapproche de (S), supposée immobile (ou (S) se rapproche de (D), supposé immobile) alors le signe devant le module de sa vitesse doit avoir pour effet de faire augmenter la fréquence détectée. ✓ Lorsque (D) s'éloigne de (S), supposée immobile (ou (S) s'éloigne de (D), supposé immobile) alors le signe devant le module de sa vitesse doit avoir pour effet de faire diminuer la fréquence détectée.
Formule de l'effet Doppler pour les ondes acoustiques (3D)	Si le détecteur et la source se déplacent respectivement avec des vitesses $\vec{v}_D$ et $\vec{v}_S$ alors la fréquence perçue par le détecteur est de la forme :

	$f_D = f_S \left( \frac{c - \vec{v}_D \cdot \vec{u}_{SD}}{c - \vec{v}_S \cdot \vec{u}_{SD}} \right)$ <p>L'écart en fréquence étant alors : <math>\frac{\Delta f}{f_S} \approx \frac{(\vec{v}_S - \vec{v}_D) \cdot \vec{u}_{SD}}{c}</math></p>
<p>Qu'est-ce que le nombre de Mach ?</p>	$M = \frac{v}{c}$ <p>(v étant la vitesse du mobile et c la célérité des ondes acoustiques)</p>
<p>Qu'est-ce que le cône de Mach ? Comment détermine-t-on la vitesse d'un mobile à connaissant le demi-angle au sommet du cône de Mach ?</p>	<p>Le cône de Mach est un cône, lieu de fortes suppressions, apparaissant en aval d'un mobile supersonique : <math>\sin \theta = \frac{v_S}{c}</math></p> 
<p>Formule de l'effet Doppler pour les ondes électromagnétiques (3D)</p>	<p>Pour les ondes lumineuses, et dans le cas d'objets non relativistes : Si le détecteur et la source se déplacent respectivement avec des vitesses <math>\vec{v}_D</math> et <math>\vec{v}_S</math> alors la fréquence perçue par le détecteur est de la forme :</p> $f_D = f_S \left( \frac{c - \vec{v}_D \cdot \vec{u}_{SD}}{c - \vec{v}_S \cdot \vec{u}_{SD}} \right)$ <p>L'écart en fréquence étant alors : <math>\frac{\Delta f}{f_S} \approx \frac{(\vec{v}_S - \vec{v}_D) \cdot \vec{u}_{SD}}{c}</math></p>
<p>Qu'est-ce que le Redshift ?</p>	<p>Le décalage vers le rouge des oem émises par les astres dû à l'expansion de l'univers.</p>

OG

LOIS DE DESCARTES

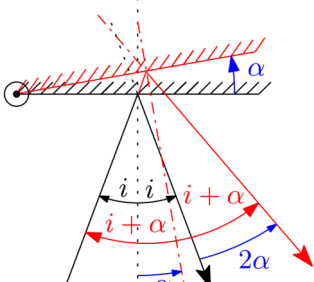
<p>Enoncer les lois de Descartes</p>	<p><b>lois de Descartes pour la réflexion :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Le rayon lumineux réfléchi est dans le plan d'incidence <math>\pi</math>.</li> <li>Le rayon lumineux réfléchi fait un angle <math>i'</math> avec la normal au plan <math>\pi</math> égale à l'angle d'incidence <math>i</math> : <math>i = i'</math></li> </ul> <p><b>lois de pour la réfraction :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Le rayon lumineux réfracté est dans le plan d'incidence <math>\pi</math>.</li> <li>L'angle d'incidence <math>i_1</math> est l'angle de réfraction <math>i_2</math> sont liés par la relation : <math>n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)</math></li> </ul>	
<p>A quelle condition observe-t-on une réfraction limite? définir l'angle de réfraction limite</p>	<p>Le phénomène de réfraction limite s'observe uniquement lorsque <math>n_1 &lt; n_2</math>.</p> <p><b>Réfraction limite :</b>  pour <math>i_1 = \frac{\pi}{2}</math>, l'angle <math>i_2</math> est maximal et vérifie : <math>\sin i_{2,max} = \sin \Lambda = \frac{n_1}{n_2}</math></p>	
<p>A quelle condition observe-t-on une réflexion totale? définir l'angle limite de réflexion totale</p>	<p>Le phénomène de réflexion totale s'observe uniquement lorsque <math>n_1 &gt; n_2</math>.</p> <p><b>Réflexion totale :</b>  pour <math>i_1 &gt; \Lambda</math>, il n'y a plus de RL réfracté, avec : <math>\sin \Lambda = \frac{n_2}{n_1}</math></p>	

PRISMES

<p>Donner les 4 relations du prisme – faire un schéma</p>	<p style="text-align: center;"> <math>\sin i = n \sin r</math>  <math>\sin i' = n \sin r'</math>  <math>A = r + r'</math>  <math>D = i + i' - A</math> </p>	
<p>Définir le minimum de déviation</p>	$\frac{dD}{di} = 0 \Rightarrow r_m = r'_m = \frac{A}{2} \text{ et } i_m = i'_m = \frac{(D_m + A)}{2}$	
<p>Donner l'indice du prisme en fonction du minimum de déviation, tracer <math>D_m</math> en fonction de <math>i</math></p>	$n = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$	

MIROIRS PLAN

<p>De quelle distance est tradatée une image quand un miroir est tradatée d'une distance <math>d</math> ?</p>	<p style="text-align: right;"><math>2d</math></p>
---	---

<p>Comment est modifiée une image quand on tourne un miroir d'un angle <math>\alpha</math> ?</p>	 <p style="text-align: right;"><math>2\alpha</math></p>
--	---

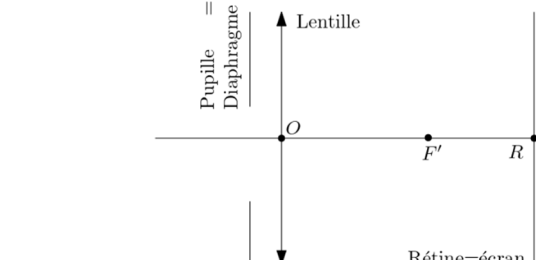
### DIOPTRE PLAN

<p>Donner l'image <math>A_2</math> d'un point <math>A_1</math> à travers un dioptre plan</p>	<p><math>\frac{\overline{A_2H}}{\overline{A_1H}} = \frac{n_2}{n_1}</math> où H est le projeté orthogonal de <math>A_1</math> sur le plan du dioptre</p>
--	---

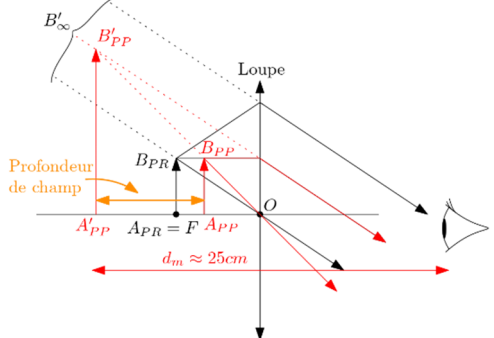
### LENTILLES

<p>Donner les formules de conjugaison de Newton</p>	<p><math>\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} f f' = -f^2 = -f'^2</math> et <math>\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-f}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{-f'}</math></p>
<p>Donner les formules de conjugaison de Descartes</p>	<p><math>\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'}</math> et <math>\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}</math></p>
<p>Qu'est ce que la règle des <math>4f</math> ?</p>	<p>La distance minimale entre un objet réel et son image réelle à travers une lentille sphérique mince convergente est <math>4f'</math>.</p>

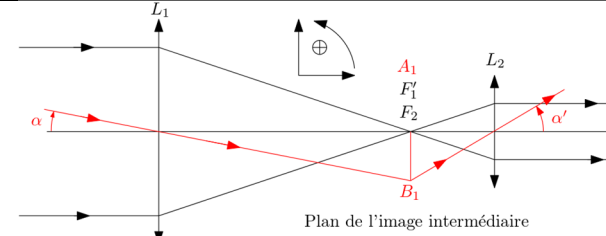
### ŒIL

<p>Présenter le modèle de l'œil réduit</p>	
<p>Définir le PR et le PP</p>	<p><b>ponctum remotum</b> (PR) de l'œil : point de l'axe visuel, correspondant à la distance maximale de vision distincte et donc le point de l'axe visuel correspondant à une vision nette sans accommodation.</p> <p><b>ponctum proximum</b> (PP) de l'œil : point de l'axe visuel, correspondant à la distance minimale de vision distincte et donc point de l'axe visuel correspondant à une vision nette avec accommodation maximale.</p>
<p>Qu'est-ce qu'un œil myope ? Comment le corriger ?</p>	<p>Pour un œil myope, le cristallin est trop convergent <math>\Rightarrow</math> Le PP est plus proche de l'œil et le PR est à distance finie. Pour corriger un œil myope on utilise donc une <b>lentille divergente</b> de manière à ce que le foyer image de la lentille divergente soit au PR de l'œil.</p>
<p>Qu'est-ce qu'un œil hypermétrope, Comment le corriger ?</p>	<p>Pour un œil hypermétrope, le cristallin n'est pas assez convergent. <math>\Rightarrow</math> Le PP est plus éloigné que pour l'œil normal et l'hypermétrope doit accommoder pour voir à l'infini (Le PR est virtuel). Pour corriger un œil hypermétrope, on doit donc utiliser une <b>lentille convergente</b> de manière à ce que le foyer image de la lentille soit au PR de l'œil.</p>

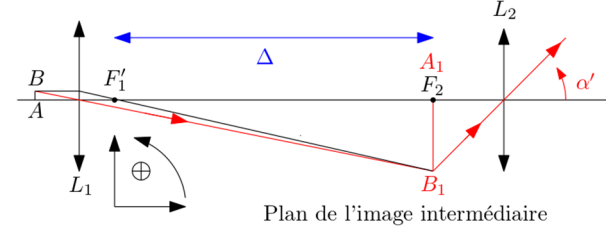
**LA LOUPE (L'OCULAIRE)**

<p>Expliquer le principe de la loupe</p>	<p>Une loupe est une lentille convergente de courte focale permettant d'augmenter l'angle sous lequel on observe un objet</p>
<p>Définir la profondeur de champ du système œil-loupe</p>	

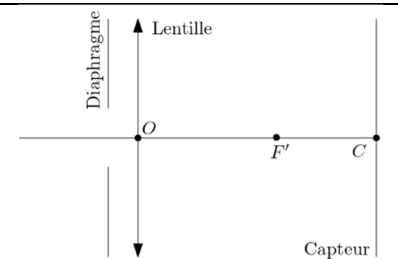
**LUNETTE**

<p>Représenter le modèle simple d'une lunette astronomique</p>	
<p>Donner le grossissement d'une lunette astronomique</p>	$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_2'}{f_1'}$

**MICROSCOPE**

<p>Représenter le modèle simple d'un microscope</p>	
<p>Donner la puissance du microscope</p>	$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{\Delta}{f_1' f_2'}$

**APPAREIL PHOTO**

<p>Présenter le modèle simple d'un appareil photo</p>	
<p>Principaux réglages d'un appareil photo</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mise au point : on fait varier la distance OC</li> <li>- Temps de pause : durée pendant laquelle le diaphragme est ouvert</li> <li>- Ouverture : réglage de l'ouverture du diaphragme pendant la prise de la photo</li> </ul>



<p>Définir la profondeur de champ</p>	
<p>Définir la latitude de mise au point</p>	

**FIBRE OPTIQUE**

<p>Présenter le modèle simple de la fibre à saut d'indice</p>	
<p>Angle maximal d'entrée, ouverture numérique</p>	$\theta_{max} = \arcsin\left(\sqrt{n_c^2 - n_g^2}\right); \text{ON} = \sin \theta_{max} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$
<p>Temps de propagation maximal et minimal et fréquence maximale d'utilisation</p>	$t_{min} = \frac{n_c L}{c}; t_{max} = \frac{n_g^2 L}{n_c c}; f_{max} = \frac{1}{t_{max} - t_{min}} = \frac{c}{n_c L} \left( \frac{1}{1 - \frac{n_c}{n_g}} \right)$

**REGLAGES DU GONIOMETRE**

<p>Principe réglage lunette de visée (goniomètre)</p>	<p>L'oculaire est réglé (pour un œil normal), quand le réticule est dans son plan focal objet. L'objectif est réglé quand son plan focal image coïncide avec le plan du réticule.</p> <p>Pour le réglage, on allume l'autocollimation et on observe le réticule. On tire l'oculaire à fond (le réticule est alors flou) puis on repousse doucement l'oculaire jusqu'à ce que le réticule devienne net : au moment où le réticule devient net, il est dans le plan focal objet de l'oculaire. Pour le réglage de l'objectif, on place un miroir devant la lunette et on procède par autocollimation.</p>
<p>Principe réglage collimateur (goniomètre)</p>	<p>Le collimateur est réglé quand sa fente est dans le plan focal objet de sa lentille : l'image de la fente est alors à l'infini.</p> <p>Pour le réglage, on observe l'image de la fente du collimateur avec la lunette : lorsque le collimateur est réglé la fente apparaît nette.</p>

## OP1 : VIBRATION SCALAIRE DE LA LUMIERE.

### AMPLITUDE DE VIBRATION SCALAIRE :

Définir l' <b>amplitude de vibration</b> lumineuse $s(M, t)$	On appelle vibration lumineuse (ou amplitude de vibration lumineuse) en un point M de l'espace à l'instant $t$ , la projection du champ électrique $\vec{E}$ sur un axe fixe commun aux différents rayons lumineux passant par M. On la note : $s(M, t)$ .
Donner l'expression de $s(M, t)$ dans le cas d'une lumière monochromatique	Pour une lumière monochromatique, dans le cadre de la théorie corpusculaire de la lumière : $s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \phi_0)$ <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>A(M)</math> est l'amplitude de la vibration lumineuse.</li> <li>▪ <math>\phi_0</math> est le retard de phase de la vibration lumineuse en O.</li> <li>▪ <math>\vec{r} = \overrightarrow{OM}</math></li> </ul>
Soit un milieu transparent caractérisé en tout point $M(x, y, z)$ par un indice $n(x, y, z)$ . Définir le <b>chemin optique</b> $\delta_{AB}$ entre deux points A et B le long d'un chemin (C). Que vaut $\delta_{AB}$ dans le cas d'un milieu homogène d'indice $n$ ?	$\delta_{AB} = (AB) = \int_{(C)} n(x, y, z) dl$ $\delta_{AB} = (AB) = n \cdot AB$
Soit une vibration lumineuse atteignant les points M et N. Exprimer le <b>déphasage de l'onde entre les deux points</b> en fonction du chemin optique entre ces deux points. Que devient ce déphasage dans le cas particulier d'un milieu homogène d'indice $n$ ?	$\phi_{NM} = \phi(N) - \phi(M) = 2\pi \frac{\delta_{MN}}{\lambda_0}$ où $\delta_{MN} = (MN) = \int_{(MN)} n(x, y, z) dl$ $\phi_{NM} = \phi(N) - \phi(M) = 2\pi \frac{n \cdot MN}{\lambda_0} = \frac{2\pi MN}{\lambda}$ car $\delta_{MN} = (MN) = n \cdot MN$
Citer 3 exceptions à la relation vue à la question précédente	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lors d'une réflexion métallique, on a un déphasage supplémentaire de <math>\pi</math>.</li> <li>▪ Lors d'une réflexion dioptrique, on a également un déphasage supplémentaire de <math>\pi</math>.</li> <li>▪ Lors du passage par un point de convergence, on a également un déphasage supplémentaire de <math>\pi</math></li> </ul>
Définir une <b>surface d'onde</b>	Une surface d'onde ( $\Sigma$ ) relative à une source ponctuelle (S) est le lieu des points tels que $(SM) = cste$ à $t$ fixé. On a donc : $\phi(M) = cste$ . C'est une surface équiphasse.
Enoncer le <b>théorème de Malus</b>	Les surfaces d'ondes relatives au point source (S) sont orthogonales aux rayons lumineux issus de (S).
Définir le <b>stigmatisme entre deux points</b>	Deux points A et B sont stigmatiques vis-à-vis d'un système optique ( $\Sigma$ ) si le chemin optique (AB) est indépendant du rayon ayant traversé ( $\Sigma$ ).

### PHOTOMETRIE

Que peut-on dire des <b>temps de réponse</b> des détecteurs utilisés en optique ?	Le temps de réponse d'un détecteur varie de la seconde à la ns en fonction de la nature du détecteur. Sachant que la période d'une onde lumineuse (visible) est comprise entre $12 \cdot 10^{-16}$ s et $25 \cdot 10^{-16}$ s, on en déduit que la plupart des détecteurs ont des temps de réponse très grands devant la période de l'onde lumineuse.
Définir l'éclairement reçu par un détecteur. Donner son expression en fonction du champ électrique de l'onde. Donner également son expression en fonction de l'amplitude de vibration lumineuse	Eclairement reçu par un détecteur : $E_c = \frac{d\Phi}{ds}$ où $d\Phi$ est le flux lumineux reçu par la surface élémentaire $dS$ du récepteur $E_{mesuré} = E_c = n \langle \ \vec{E}\ ^2 \rangle$ et $I = E_c = n \langle \ \vec{E}\ ^2 \rangle = n \langle s^2 \rangle$

### COHERENCE

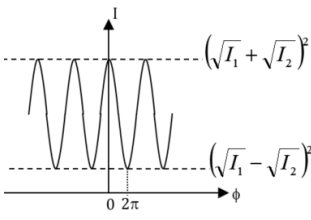
Définir un <b>train d'onde</b>	Une impulsion envoyée par un seul atome est constituée d'un "train d'ondes" quasi monochromatique, polarisé rectilignement, possédant une amplitude et une phase initiale donnée. La direction de polarisation, l'amplitude et la phase initiale varient aléatoirement d'un train d'onde à un autre.
--------------------------------	--

Définir le <b>temps de cohérence</b> et la <b>longueur de cohérence</b> Cas particulier des lasers ?	On appelle temps de cohérence $\tau_c$ d'une source la durée moyenne des trains d'onde ( $\tau =$ <b>durée de vie du niveau excité</b> $\approx \tau_c$ ). On note $l_c = c \cdot \tau_c$ la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant $\tau_c$ : $l_c$ égale à la longueur du train d'onde est aussi appelée longueur de cohérence temporelle. Pour les lasers, $l_c$ est très grande (ordre du mètre)
Définir un <b>profil spectral</b> Donner la relation entre la largeur du pic spectral et le temps de cohérence	Soit une source lumineuse caractérisée par son profil spectral donnant l'intensité lumineuse transportée par l'onde par intervalle de fréquence : $S(\nu) = \frac{dI_\nu}{d\nu}$ Densité spectrale ou profil spectral Ce profil, centré sur $\nu_0$ , a une largeur spectrale $\Delta\nu$ telle que : $l_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\sigma}$ avec $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = c\sigma_0$
Citer 3 causes <b>d'élargissement des raies spectrales</b>	- <b>Largeur « naturelle »</b> liée à la durée finie du train d'ondes. - Élargissement par <b>effet collisionnel</b> : rôle de la pression P : $\Delta\nu_{\text{collisions}} \propto \frac{P}{\sqrt{T}}$ - Élargissement par <b>effet Doppler</b> rôle de la vitesse et donc de la température T : $\Delta\nu_{\text{Doppler}} \propto \sqrt{T}$
Que peut-on dire de la cohérence d'une source ponctuelle ?	L'intensité d'une source ponctuelle est la somme des intensités des sources microscopiques : cette source est dite globalement incohérente. Par contre, si elle est ponctuelle, elle est cohérente spatialement
Que peut-on dire de la cohérence de sources ponctuelles non corrélées ?	Il y a incohérence mutuelle entre les différentes sources.
Que peut-on dire de la cohérence de sources ponctuelles corrélées ? à quelle condition deux sources sont corrélées ?	Les sources sont cohérentes : il y a interférences. Pour que les deux sources $S_1$ et $S_2$ puissent être parfaitement corrélée, il faut que : $(S_1M) - (S_2M) < l_c$
Que peut-on dire de la cohérence d'une source étendue ?	Elle est incohérente d'un point de vue spatial.

## OP2 : INTERFERENCES A DEUX ONDES.

### SUPERPOSITION DE DEUX ONDES MONOCHROMATIQUES :

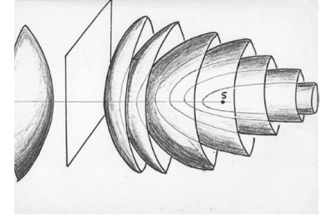
Soient deux ondes monochromatiques d'amplitudes  $a_1$  et  $a_2$  arrivant en un point M

A quelle(s) condition(s) y-a-t-il interférences ?	$s_1(M, t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1(M))$ et $s_2(M, t) = a_2 \cos(\omega_2 t - \phi_2(M))$ Les deux ondes doivent avoir la même pulsation ( $\omega_1 = \omega_2$ ) et le déphasage en M entre les deux ondes doit ne doit pas varier aléatoirement) : $\phi = \phi_1 - \phi_2 = \text{cste}$
Donner l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ en M	$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$ $I(M) = 2I_0(1 + \cos \phi) \text{ pour } I_1 = I_2 = I_0$
Représenter $I(M)$ en fonction du déphasage entre les deux ondes en M	
Définir le <b>contraste</b> et donner son expression. A quelle condition ce contraste est-il maximal ?	$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \Rightarrow C = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{(\sqrt{I_1})^2 + (\sqrt{I_2})^2} \Rightarrow \text{maximal pour } I_1 = I_2$
Définir l' <b>ordre d'interférence</b> en M	$p = \frac{\phi}{2\pi}$
Définir les <b>surfaces brillantes</b> et les <b>surfaces sombres</b>	L'éclairement est maximal quand p est entier : il s'agit de surfaces brillantes. L'éclairement est minimal quand p est demi-entier : il s'agit de surfaces sombres

**INTERFERENCES DE DEUX ONDES SPHERIQUES  $S_1$  ET  $S_2$**

De manière générale, quelle est la forme des surfaces brillantes ?

Le déphasage entre les deux ondes dépend de :  $r_2 - r_1 = S_1M - S_2M$   
 $\Rightarrow$  Les surfaces brillantes sont des hyperboloïdes de révolution dont les foyers sont  $S_1$  et  $S_2$



Dans le cas d'une **observation dans un plan parallèle à  $S_1S_2$**  :  
 Représenter le dispositif

Donner l'expression du déphasage  $\phi$

Donner l'expression de l'ordre d'interférence

Donner l'expression de l'interfrange

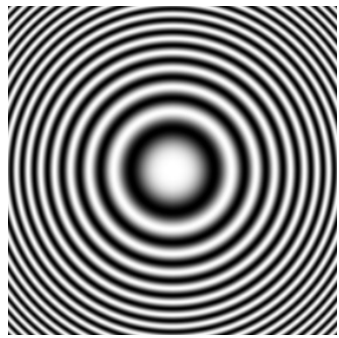
$$\phi = (\phi_{o1} - \phi_{o2}) + \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \text{ où } \delta = \frac{ax}{D}$$

$$p = \frac{\phi}{2\pi} = \frac{(\phi_{o1} - \phi_{o2})}{2\pi} + \frac{\delta}{\lambda_0} \text{ où } \delta = \frac{ax}{D} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a} = \text{interfrange}$$

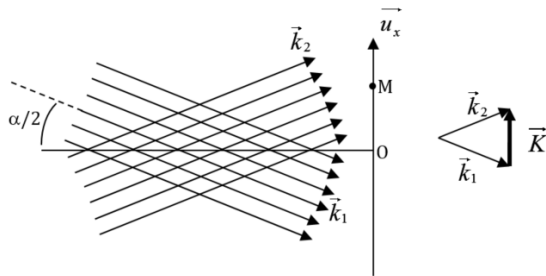
Franges rectilignes

- $\phi = (\phi_{o1} - \phi_{o2}) + \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$
- où  $\delta = a \cos \theta = a \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)$
- $p = \frac{\phi}{2\pi} = \frac{(\phi_{o1} - \phi_{o2})}{2\pi} + \frac{\delta}{\lambda_0}$
- $p = \frac{\phi}{2\pi} = \frac{(\phi_{o1} - \phi_{o2})}{2\pi} + \frac{a}{\lambda_0} - \frac{a\rho^2}{2D^2\lambda_0}$

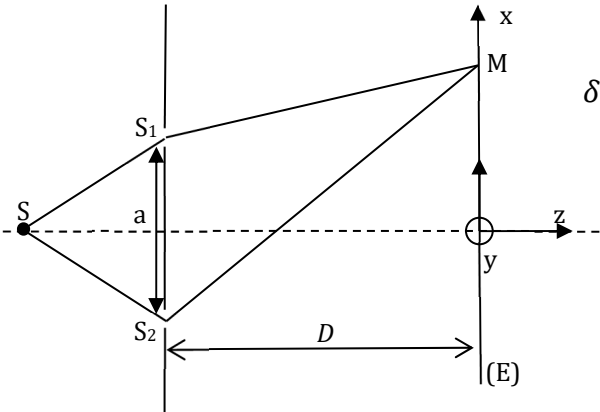
$p_0 = \text{ordre au centre}$

	<p>⇒ Le rayon <math>\rho_k</math> du <math>k^{\text{ième}}</math> anneau brillant (d'ordre d'interférence entier <math>p_k</math>) est :</p> $\rho_k = \sqrt{\frac{2\lambda_0 D^2}{a} (p_0 - p_k)}$ 
--	---

**INTERFERENCE ENTRE DEUX ONDES PLANES**

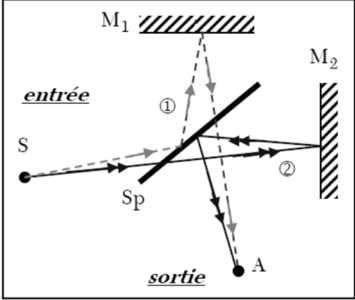
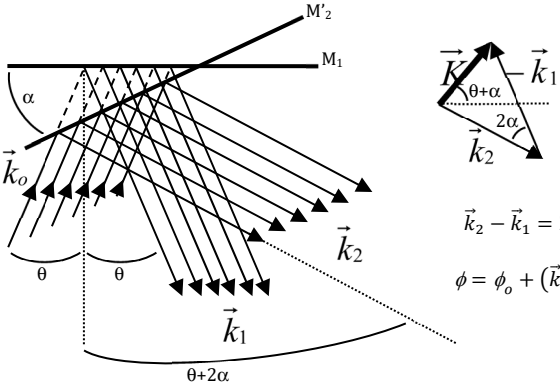
<p>De manière générale, quelle est la forme des surfaces brillantes ?</p>	<p>Ces sont des franges rectilignes</p>
<p>Représenter le dispositif</p>	
<p>Donner l'expression du déphasage</p> <p>Donner l'expression de l'ordre d'interférence</p> <p>Donner l'expression de l'interfrange</p>	$\vec{K} = 2k \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \vec{u}_x \Rightarrow \phi = \phi_0 + \vec{K} \cdot \vec{OM} = \phi_0 + \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) x$ $p = \frac{\phi}{2\pi} = \frac{\phi_0}{2\pi} + \frac{2}{\lambda} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) x$ $i = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

**DISPOSITIF PAR DIVISION DU FRONT D'ONDE**

<p>Représenter deux dispositifs de trous de Young et donner dans chaque cas l'expression de la différence de marche entre les deux rayons arrivant en M.</p>	 $\delta = \frac{ax}{D}$
--	--

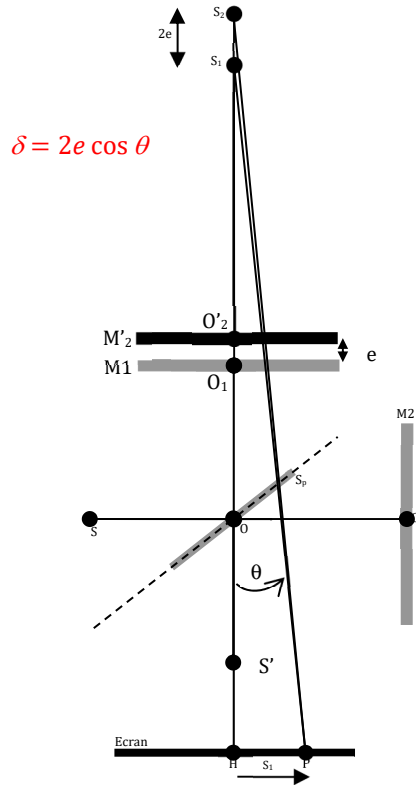
<p>Quelle modification observe-t-on si l'on remplace les trous de Young par des fentes de Young ?</p>	<p>La figure d'interférence est inchangée mais la luminosité augmente.</p>
<p>Quel est l'effet de l'élargissement de la source dans le sens parallèle aux fentes de Young ? dans le sens perpendiculaire aux fentes ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La figure d'interférence est inchangée mais la luminosité augmente.</li> <li>- Lorsque l'on augmente l'épaisseur <math>b</math> de la fente source, on observe une baisse du contraste qui s'annule une 1<sup>ère</sup> fois. Les franges réapparaissent ensuite avec inversion de contraste, mais le contraste reste faible. Puis les franges disparaissent (le contraste est une fonction en « sinc » de la largeur de la source).</li> </ul> $I = 2I_0 \left( 1 + V(b) \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right) \right) \text{ avec } C(b) =  V(b) $
<p>Comment est modifiée la figure d'interférence si la source ponctuelle n'est plus monochromatique mais présente <b>deux longueurs d'onde proches</b> ? On notera : <math>\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1</math> l'écart entre les longueurs d'onde et <math>\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}</math> la longueur d'onde moyenne ; Avec : <math>\Delta\lambda \ll \lambda_0</math></p>	<p>On observe des variations périodiques du contraste (ou battements) lorsque l'on fait varier <math>\delta</math> : <math>I = 2I_0 \left( 1 + V(\delta) \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right) \right)</math> avec <math>C(\delta) =  V(\delta) </math> Lorsque <math>C(\delta)</math> est maximal il y a coïncidences (<math>\Delta p = p_2 - p_1 = k \in \mathbb{Z}</math>) Lorsque <math>C(\delta)</math> est minimal il y a anticoïncidences (<math>\Delta p = p_2 - p_1 = k + \frac{1}{2}</math>; <math>k \in \mathbb{Z}</math>) Entre deux anticoïncidences, on a : <math>\Delta\delta = l_c = \frac{1}{\Delta\sigma} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}</math></p>
<p>Comment est modifiée la figure d'interférence si la source n'est plus monochromatique mais présente un <b>profil spectral rectangulaire</b> ? On notera : <math>\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1</math> l'écart entre les longueurs d'onde extrêmes du spectre et <math>\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}</math> la longueur d'onde moyenne du spectre ; Avec : <math>\Delta\lambda \ll \lambda_0</math></p>	<p>On observe une baisse rapide du contraste quand <math>\delta</math> augmente. Le contraste s'annule pour <math>\Delta\delta = l_c = \frac{1}{\Delta\sigma} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}</math> ⇒ Le contraste est fonction en « sinc » de la largeur spectrale de la source (<math>\Delta\lambda</math>)</p>
<p>Comment est modifiée la figure d'interférence si la source est une lumière blanche ? Définir notamment l'échelle des teintes de Newton, le blanc d'ordre supérieur et le spectre cannelé.</p>	<p>La lumière blanche présente un profil spectral très large (<math>400\text{nm} &lt; \lambda &lt; 800\text{nm}</math>) ⇒ On observe une frange centrale correspondant à <math>\delta=0</math> pour toutes les longueurs d'onde. Puis une succession de franges colorées appelée échelle des teintes de Newton puis un blanc d'ordre supérieur.</p> <p>Ce blanc ne contient pas toutes les longueurs d'onde du spectre : certaines longueurs d'ondes sont éteintes. En utilisant un objet dispersif (prisme ou réseau) on met en évidence des raies sombres correspondant à ces extinctions : On a un spectre cannelé</p>

**INTERFEROMETRE DE MICHELSON**

<p>Présenter le principe de l'appareil</p>	
<p>Quelle est le rôle de la <b>séparatrice</b> ?</p>	<p>La division de l'onde primaire dans un interféromètre de Michelson est réalisée par une lame semi-réfléchissante, appelée séparatrice, dont une des faces a reçu un traitement de surface par dépôt métallique. L'autre face n'ayant reçu aucun traitement particulier</p>
<p>Quelle est le rôle de la <b>compensatrice</b> ?</p>	<p>L'épaisseur nécessairement non nulle de la séparatrice entraîne une dissymétrie de principe dans les trajets suivis sur chacun des bras de l'interféromètre, puisque le rayon se réfléchissant sur M<sub>1</sub> traverse 1 fois la séparatrice, alors que le rayon se réfléchissant sur M<sub>2</sub> la traverse 3 fois. On compense cette dissymétrie en plaçant parallèlement à la séparatrice une lame identique (même verre et même épaisseur) mais non traitée, la compensatrice ; celle-ci doit être placée convenablement, de façon à ce que, les deux faisceaux traversent chacun 3 fois l'épaisseur <i>e</i> du même verre.</p>
<p>Présenter le <b>modèle équivalent fictif</b> de l'interféromètre :</p>	<p>Une source ponctuelle S placée devant l'interféromètre fournit les mêmes ondes que le système équivalent fictif :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Une source S' symétrique de S par rapport à (S<sub>p</sub>)</li> <li>▪ Le miroir M<sub>1</sub>.</li> <li>▪ Le miroir M'<sub>2</sub> symétrique de M<sub>2</sub> par rapport à (S<sub>p</sub>)</li> </ul>
<p>Que signifie un interféromètre réglé en <b>lame d'air</b> ?</p>	<p>Si M<sub>2</sub> est rigoureusement perpendiculaire à M<sub>1</sub>, M<sub>1</sub> et M'<sub>2</sub> sont parallèles : le Michelson est dit réglé en "lame d'air".</p>
<p>Que signifie un interféromètre réglé en <b>coin d'air</b> ?</p>	<p>Si M<sub>2</sub> fait un angle <math>\frac{\pi}{2} \pm \alpha</math> avec M<sub>1</sub>, alors M<sub>1</sub> et M'<sub>2</sub> font entre eux un angle <math>\pm \alpha</math> faible : le Michelson est dit réglé en "coin d'air"</p>
<p>Que signifie un interféromètre réglé au <b>contact optique</b> ?</p>	<p>Quand les miroirs M<sub>1</sub> et M'<sub>2</sub> sont confondus, le Michelson est dit réglé au contact optique : on a une lame d'air d'épaisseur nulle.</p>
<p>Dans le cas d'une <b>source ponctuelle S à l'infini</b>, représenter le système équivalent après repliage dans le cas d'un <b>coin d'air</b>.</p> <p>Les interférences sont-elles localisées ? Quelle est la figure d'interférence ?</p>	 <p style="text-align: right;"> <math>\vec{k}_2 - \vec{k}_1 = 2k \sin(2\alpha)</math>  <math>\phi = \phi_0 + (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{OM}</math> </p> <p>⇒ <b>Les interférences ne sont pas localisées.</b> On observe des <b>franges d'interférences rectilignes</b> lorsque l'on place un écran dans le champ d'interférences.</p>

Dans le cas d'une **source ponctuelle S**, représenter le système équivalent après repliage dans le cas d'une **lame d'air**.

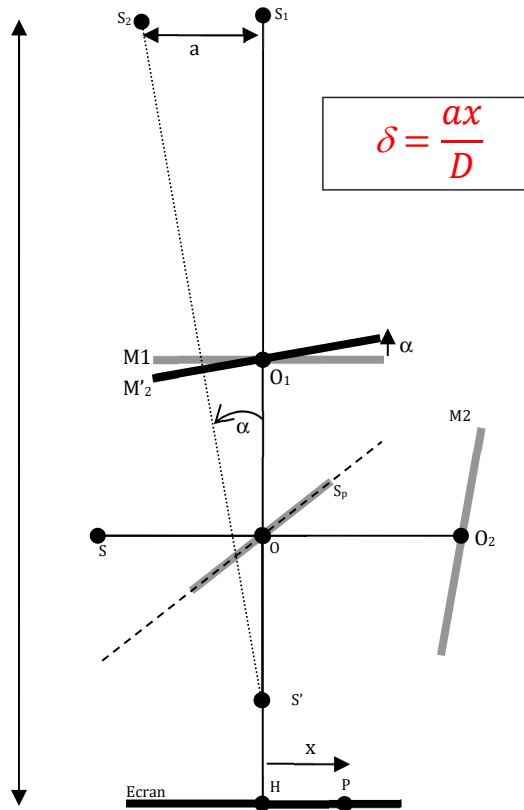
Les interférences sont-elles localisées ? Quelle est la figure d'interférence ?



⇒ **Les interférences ne sont pas localisées** : on observe des **franges circulaires** ( $\delta = 2e \cos \theta$ ) lorsque l'on place un écran dans le champ d'interférences.

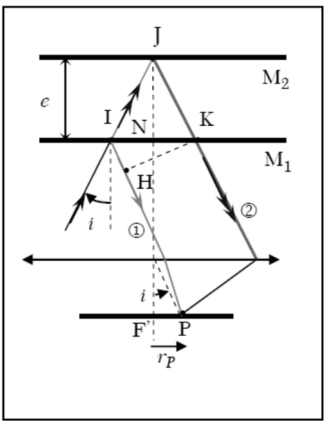
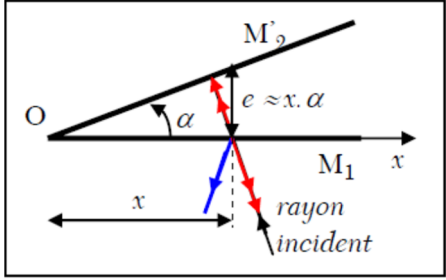
Dans le cas d'une **source ponctuelle S**, représenter le système équivalent après repliage dans le cas d'un **coin d'air**.

Les interférences sont-elles localisées ? Quelle est la figure d'interférence ?



⇒ **Les franges ne sont pas localisées**. ( $S_1S_2$ ) étant parallèle à l'écran, on observe des **franges rectilignes** ( $\delta = \frac{ax}{D}$ ) lorsque l'on place un écran dans le champ d'interférences.



<p>Dans le cas d'une <b>source étendue S</b> et où l'interféromètre est réglé en <b>lame d'air</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Les interférences sont-elles localisées ?</li> <li>Représenter le système équivalent et préciser le montage à effectuer pour observer les interférences.</li> <li>Donner l'expression de la différence de marche, du déphasage, de l'ordre d'interférence, de l'ordre au centre et du rayon des anneaux.</li> </ul>	<p><b>Les interférences sont localisées à l'infini</b> car dans le cas du Michelson utilisé en « lame d'air », avec observation des franges à l'infini, le rayon des anneaux brillants ne dépend que de l'angle d'incidence <math>i</math> : on peut donc ainsi utiliser une source étendue sans qu'il y ait brouillage de la figure d'interférences.</p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>Pour obtenir un bon contraste des franges, il faut disposer de rayons tombant sous des incidences les plus variées possibles (lumière convergente sur les miroirs).</li> <li>Pour une observation des interférences à l'infini, on observe la figure d'interférences dans le plan focal image d'une lentille convergente.</li> <li>La différence de marche entre les deux rayons lumineux interférant en M est : <math>\delta = 2e \cos i</math>.</li> <li>Le déphasage vaut : <math>\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi e \cos i}{\lambda}</math>.</li> <li>L'ordre d'interférences : <math>p = \frac{\phi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e \cos i}{\lambda}</math></li> <li>L'ordre au centre vaut : <math>p_0 = \frac{2e}{\lambda} = p_1 + \varepsilon</math> où <math>p_1</math> est l'ordre du 1<sup>er</sup> anneau brillant et <math>\varepsilon</math> est l'excédent fractionnaire.</li> <li>Le rayon des anneaux du <math>n^{i\text{eme}}</math> anneau (<math>p_n = p_1 - (n - 1)</math>) vaut <math>r_n = \sqrt{\frac{\lambda f^2}{e} (p_n - p_0)}</math></li> </ul>
<p>Dans le cas d'une <b>source étendue S</b> et où l'interféromètre réglé en <b>coin d'air</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Les interférences sont-elles localisées ?</li> <li>Représenter le système équivalent et préciser le montage à effectuer pour observer les interférences.</li> <li>Donner la différence de marche et l'interfrange.</li> </ul>	<p><b>Les interférences sont localisées sur les miroirs</b> : en effet, dans le cas du Michelson utilisé en « coin d'air », avec observation des franges sur les miroirs, <math>\delta</math> ne dépend que l'épaisseur locale du coin d'air : on peut donc ainsi utiliser une source étendue sans qu'il y ait brouillage de la figure d'interférences</p>  <p>⇒ La figure d'interférences est donc constituée de <b>franges rectilignes</b> localisées sur les miroirs.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Pour voir distinctement les franges d'égale épaisseur avec une source étendue, il convient d'éclairer le Michelson en lumière quasi parallèle et d'observer les franges sur un écran conjugué des miroirs, à l'aide d'une lentille de projection.</li> <li>Différence de marche : <math>\delta = 2e = 2ax</math></li> <li>Interfrange : <math>i = \frac{\lambda}{2\alpha}</math> (interfrange sur l'écran : <math>i' =  \gamma i</math>)</li> </ul>

## REGLAGE DE L'INTERFEROMETRE

**1ère étape** : réglages visuels.

**2ème étape** : réglage géométrique.

- ✓ Source de lumière : source LASER ou lampe spectrale au sodium
- ✓ On observe 2 séries de taches. Agir d'abord sur la compensatrice afin de regrouper au mieux les taches de chaque série. Puis superposer ces 2 séries de taches en agissant sur le réglage rapide du miroir M2.

**3ème étape** : réglage en lame d'air.

- ✓ Source de lumière : Source LASER + objectif de microscope. Observer les franges rectilignes sur un écran. Agir sur les vis de réglage rapide et lent afin d'obtenir des anneaux. Centrer ces anneaux. Passer à la lampe à vapeur de sodium.
- ✓ Lampe spectrale au sodium + lentille (possibilité de passer directement à cette étape sans passer par le réglage LASER) : Montage  $4f$  en entrée et observation dans le plan focal image d'une lentille car la source est étendue. En regardant directement dans le Michelson, visualiser les franges rectilignes et agir sur les vis de réglage rapide et lent afin d'obtenir des anneaux. Centrer les anneaux. Projeter sur un écran et agir sur les vis de réglage fin afin que le contraste soit isotrope sur l'écran. Diminuer la valeur de  $e$  en chariotant : les anneaux rentrent, leur taille augmente et leur nombre diminue. Lorsque l'on se rapproche du contact optique, On ne voit plus que le centre d'un anneau ⇒ contact optique.

**4ème étape :** recherche précise du contact optique.

- ✓ Remplacer la lampe spectrale par une lumière blanche et charioter délicatement pour voir apparaître les teintes de Newton. Noter la position de la vis de chariotage.

**5ème étape :** Observation des franges de coin d'air en lumière blanche.

- ✓ Source de lumière : Lumière blanche + lentille  
Éclairage quasi parallèle sur les miroirs en rapprochant la source du condenseur. Observation dans le plan conjugué des miroirs avec une lentille de projection. Partir de l'étape 4 et repasser en franges du coin d'air en donnant un très léger angle au miroir chariotable.

## OP3 : OPTIQUE DE FOURIER

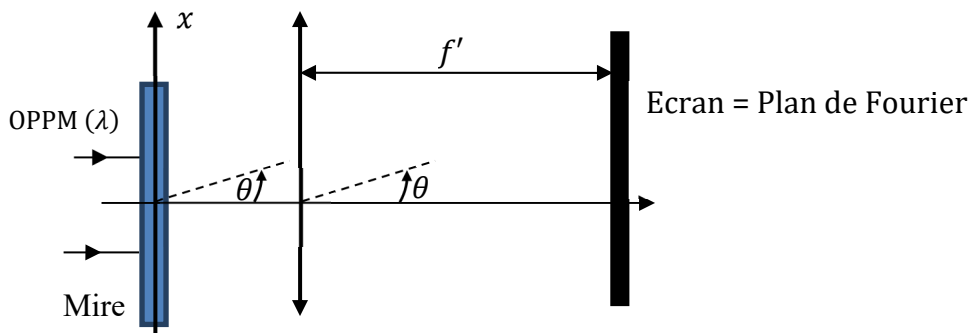
### APPROCHE GENERALE

Présenter la méthode permettant d'obtenir l'intensité diffractée par une pupille dans les conditions de Fraunhofer.	<div style="text-align: center;"> </div> <p>On considère une pupille diffractante, de transmittance <math>\underline{t}(x)</math> éclairée par une OPPM sous incidence normale. L'onde diffractée par la pupille est décomposable en une somme (continue) d'OPPM dont on détermine la <b>direction</b> <math>\theta</math> de propagation et l'<b>intensité lumineuse</b> à partir de la transformée de Fourier de la transmittance :</p> $\underline{T}(\sigma) = TF[\underline{t}(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x) \times \exp(-j2\pi\sigma x) dx \quad \text{et} \quad \underline{t}(x) = TF^{-1}[\underline{T}(\sigma)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{T}(\sigma) \times \exp(j2\pi\sigma x) d\sigma$ <p>Avec : <math>\sin(\theta) = \sigma\lambda</math> et <math>I(\theta) = I(0) \left( \frac{ \underline{T}(\sigma) }{ \underline{T}(0) } \right)^2</math></p> <p><b>L'éclairement observé dans le plan focal est donné par le module de la transformée de Fourier de la transmittance <math>t(x)</math></b></p>
---	--

Comment sont modifiés ces résultats si l'OPPM incidente n'est pas normale ?	Dans le cas d'une incidence $\alpha$ , la transmittance $t(x)$ doit être remplacée par : $t(x) \times \exp\left(-j \frac{2\pi\alpha x}{\lambda}\right)$	
---	--	--

### EXEMPLES DE TF

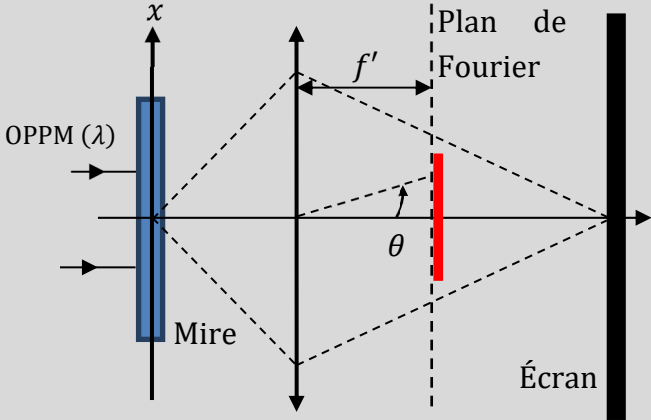
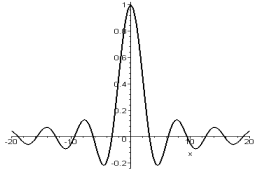
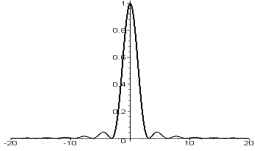
Soit le dispositif suivant :



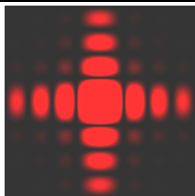
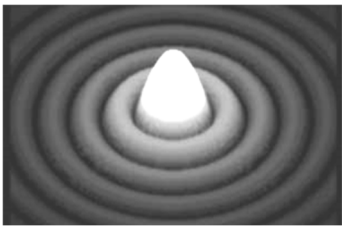
<p>Donner les transmittance complexe des dispositifs suivants :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Mire sinusoidale.</li> <li>Fente fine infiniment longue (<math>a</math>)</li> <li>Fente fine (<math>a \times b</math>)</li> <li>Ouverture circulaire (<math>R</math>)</li> <li>Fentes de Young infiniment fines (<math>a</math>)</li> <li>Fentes de Young (<math>a; b</math>)</li> <li>Trous de Young (<math>a; R</math>)</li> <li>Réseau infini de traits infiniment fins (<math>a</math>)</li> <li>Réseau de <math>N</math> traits infiniment fins (<math>a</math>)</li> <li>Réseau de <math>N</math> fentes (<math>a \times b</math>)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Mire sinusoidale.  <math display="block">t(x) = t_o \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right)</math> <math display="block">\underline{T}(\sigma) = t_o \left( \delta(\sigma) + \frac{1}{2} \delta\left(\sigma - \frac{1}{a}\right) + \frac{1}{2} \delta\left(\sigma + \frac{1}{a}\right) \right) \text{ où } \sigma = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math> </li> <li>Fente fine infiniment longue (<math>a</math>)  <math display="block">t(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{a/2}\right)</math> <math display="block">T(\sigma) = a \times \text{sinc}(\pi a \sigma) \text{ où } \sigma = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math> </li> <li>Fente fine (<math>a \times b</math>)  <math display="block">t(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{a/2}\right) \times \text{rect}\left(\frac{y}{b/2}\right)</math> <math display="block">T(\sigma_x, \sigma_y) = ab \times \text{sinc}(\pi a \sigma_x) \times \text{sinc}(\pi b \sigma_y)</math> <p>où <math>\sigma_x = \frac{\theta_x}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math>; <math>\sigma_y = \frac{\theta_y}{\lambda} = \frac{y}{\lambda f'}</math></p> </li> <li>Ouverture circulaire (<math>R</math>)            Fonction disque : <math>D(x, y, R) \begin{cases} t(x, y) = 1 \text{ si } \sqrt{x^2 + y^2} &lt; R \\ t(x, y) = 0 \text{ si } \sqrt{x^2 + y^2} &gt; R \end{cases}</math>  <math display="block">T(\sigma_x, \sigma_y) = \frac{R J_1\left(2\pi R \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}\right)}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \text{ où } \sigma_x = \frac{\theta_x}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math>; <math>\sigma_y = \frac{\theta_y}{\lambda} = \frac{y}{\lambda f'}</math> </li> <li>Fentes de Young (fente infiniment fines)  <math display="block">t(x) = \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) + \delta\left(x + \frac{a}{2}\right)</math> <math display="block">T(\sigma) = 2 \cos\left(2\pi \left(\frac{a}{2}\right) \sigma\right) \text{ où } \sigma = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math> </li> <li>Fentes de Young (<math>a; b</math>)  <math display="block">t(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{b/2}\right) \otimes \left( \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) + \delta\left(x + \frac{a}{2}\right) \right)</math> <math display="block">T(\sigma) = b \times \text{sinc}(\pi b \sigma) \times 2 \cos\left(2\pi \left(\frac{a}{2}\right) \sigma\right) \text{ où } \sigma = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math> </li> <li>Trous de Young (<math>a; R</math>)  <math display="block">t(x) = D(x, y, R) \otimes \left( \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) + \delta\left(x + \frac{a}{2}\right) \right)</math> </li> <li>Réseau infini de traits infiniment fins (<math>a</math>)  <math display="block">t(x) = \Pi(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - na)</math> <math display="block">T(\sigma) = \frac{1}{a} \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(\sigma - \frac{n}{a}\right) \text{ où } \sigma = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math> </li> <li>Réseau de <math>N</math> traits infiniment fins (<math>a</math>)  <math display="block">t(x) = \sum_{-N}^{+N} \delta(x - na)</math> <math display="block">T(\sigma) = \mathcal{R}(2N + 1, \phi) = \frac{\sin\left(\frac{(2N + 1)\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{N_t \phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}</math> <p><math>\phi = 2\pi a \sigma</math> et <math>\sigma = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math></p> </li> <li>Réseau de <math>N</math> fentes (<math>a \times b</math>)  <math display="block">t(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{b/2}\right) \otimes \left( \sum_{-N}^{+N} \delta(x - na) \right)</math> <math display="block">T(\sigma) = b \times \text{sinc}(\pi b \sigma) \times \frac{\sin\left(\frac{N_t \phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} \text{ où } \phi = 2\pi a \sigma \text{ et } \sigma = \frac{\theta}{\lambda} = \frac{x}{\lambda f'}</math> </li> </ol>
--	--

<p>11. Réseau de N fentes (<math>a \times b</math>) éclairé sous incidence quelconque</p>	<p>11. Réseau de N fentes (<math>a \times b</math>) éclairé sous incidence quelconque :</p> $t(x) = \exp\left(-j \frac{2\pi \sin \theta x}{\lambda}\right) \times \left(\sum_{-N}^{+N} \delta(x - na)\right)$ $T(\sigma) = \delta\left(\sigma - \frac{\sin \theta}{\lambda}\right) \otimes \frac{\sin\left(\frac{N_t(2\pi a\sigma)}{2}\right)}{\sin\left(\frac{(2\pi a\sigma)}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{N_t\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$ <p>Où : <math>\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin \theta' - \sin \theta)</math></p>
---	--

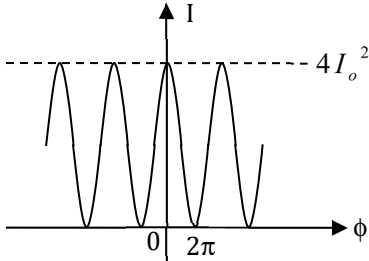
**FILTRAGE**

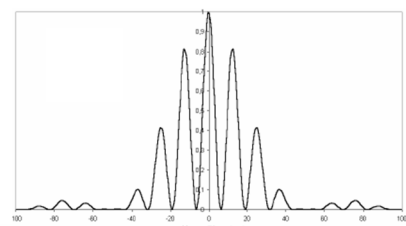
<p>Présenter un montage permettant d'effectuer un filtrage optique et énoncer les règles générales de ce filtrage.</p>	 <p>On place différents caches, ou fente, dans le plan de Fourier afin de filtrer l'image :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Une fente centrée sur l'axe (et donc en <math>F'</math>), se comporte comme un <b>filtre passe-bas</b>.</li> <li>▪ Une fente placée en dehors de l'axe (et donc en <math>\Phi'</math>), se comporte comme un <b>filtre passe-haut</b>.</li> <li>▪ Un cache centré sur l'axe (et donc en <math>F'</math>), se comporte comme un <b>filtre passe-haut</b>.</li> </ul>
<p>Définir l'opération de détramage</p>	<p>Le détramage est un dispositif permettant de retirer d'une image numérisée les trames c'est-à-dire les effets de lignes. Sachant que les trames observées correspondent, dans le plan de Fourier, à des hautes fréquences, le détramage optique consiste tout simplement à placer un diaphragme au centre.</p>
<p>Définir la strioscopie</p>	<p>La strioscopie est une méthode optique de visualisation qui permet d'isoler dans une image les détails et petites variations, notamment des faibles variations d'indice comme lors de la compression de l'air ou d'autres fluides. Sachant que les détails que l'on cherche à visualiser correspondent, dans le plan de Fourier, à des hautes fréquences, on placera un cache au centre.</p>
<p>Représenter <math>\text{sinc}(x)</math></p>	 <p>1<sup>ère</sup> annulation de <math>\text{sinc}(x)</math> pour <math>x = \pm\pi</math></p>
<p>Représenter <math>\text{sinc}^2(x)</math></p>	 <p>1<sup>ère</sup> annulation de <math>\text{sinc}^2(x)</math> pour <math>x = \pm\pi</math></p>

## FIGURES DE DIFFRACTION

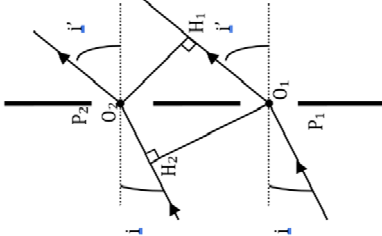
Dans quelle direction l'intensité diffractée par une pupille est-elle maximale ?	Dans la direction prévue par l'optique géométrique
Décrire qualitativement la figure de diffraction de Fraunhofer observée dans le cas d'une pupille rectangulaire.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ L'essentiel de l'énergie lumineuse est concentrée sur la tache centrale qui a pour largeur angulaire : <math>\Delta\alpha' = \frac{2\lambda_0}{a}</math> ; <math>\Delta\beta' = \frac{2\lambda_0}{b}</math> ;</li> <li>▪ Les franges taches secondaires sont deux fois moins larges.</li> <li>▪ Plus une pupille est fine plus la tache de diffraction est étendue.</li> </ul> Allure de la figure de diffraction : 
Dans le cas d'une fente fine, justifier que la description du montage peut se faire dans un plan.	Dans le cas d'une fente fine, il n'y a pas de diffraction dans la direction de la fente $\Rightarrow$ La direction de diffraction est caractérisée par un seul angle $\Rightarrow$ On peut représenter le montage dans un plan.
Décrire qualitativement la figure de diffraction de Fraunhofer observée dans le cas d'une pupille circulaire	Allure de la figure de diffraction : <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ L'amplitude diffractée est proportionnelle à la surface de la pupille circulaire.</li> <li>▪ La figure de diffraction est invariante par rotation autour de l'axe de la pupille.</li> <li>▪ La tache centrale, appelée tache d'Airy a pour rayon angulaire : <math>\frac{1,22\lambda}{D}</math> où D est le diamètre de la pupille.</li> <li>▪ Les anneaux brillants entourant la tache d'Airy sont appelés anneaux d'Airy</li> </ul> 

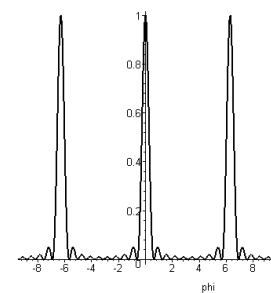
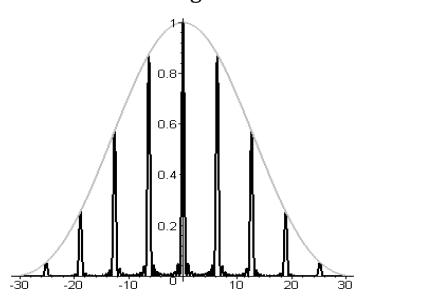
## MODIFICATION DE LA FIGURE DE DIFFRACTION

Quel est l'effet de la translation de la pupille dans son propre plan sur la figure de diffraction ?	La figure de diffraction est inchangée.
Quel est l'effet de la translation de la source dans son propre plan (ou plan $\perp$ à l'axe optique) sur la figure de diffraction ?	La figure de diffraction est translatée (la tache centrale reste dans la direction prévue par l'optique géométrique)
Quel est l'effet de la dilatation de la pupille ?	La figure de diffraction se contracte de la même quantité
Quel est l'effet de la rotation de la pupille diffractante dans son propre plan ?	La figure de diffraction tourne dans son plan de même angle.
Enoncer le <b>théorème de Babinet</b> .	2 figures de diffraction complémentaires donnent des figures de diffraction identiques (amplitudes complexes opposées et même éclaircissement) sauf en $S'$ , image géométrique de S.
Pourquoi la diffraction joue-t-elle un rôle essentiel dans l'expérience des fentes de Young ?  Que peut-on dire de l'éclaircissement observé lorsque les fentes sont « infiniment » fines ?	On se place dans le cas de l'expérience des fentes de Young distantes de $a$ avec une observation dans le plan focal d'une lentille de focale $f'$ . <b>Dans l'expérience des fentes de Young, ce sont les ondes diffractées par les fentes qui interfèrent <math>\Rightarrow</math> La diffraction joue un rôle essentiel.</b> Dans le cas de fentes de Young infiniment fines, les ondes diffractées par les fentes ont même amplitude quel que soit la direction de diffraction. $\Rightarrow$ On observe des franges d'interférences avec un contraste constant : <div style="text-align: center;">  </div> Avec : $I = 2I_o(1 + \cos\phi)$ où $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{ax}{f'} \right)$

<p>Qu'obtient-on lorsque l'on augmente la largeur des fentes ?</p>	<p><b>Dans le cas de fentes de Young de largeur b, l'amplitude diffractée par les fentes module l'éclairement :</b></p>  <p>⇒ L'intensité est de la forme :</p> $I = I_0 \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi a x}{\lambda f'} \right) \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda f'} x \right) \right)$ <p>⇒ La taille de la tache centrale est <math>2 \frac{\lambda f'}{b}</math> et la distance entre deux franges est <math>\frac{\lambda f'}{a}</math></p>
<p>Qu'est-ce que la <b>limite de résolution</b> d'un appareil d'optique ? Enoncer le <b>critère de Rayleigh</b>.</p>	<p>Deux points objets observés à travers un instrument d'optique donnent deux taches à cause du phénomène de diffraction.</p> <p>⇒ <b>Le cas limite où les deux taches sont séparées est appelé limite de résolution.</b></p> <p>Pour savoir si les deux taches sont séparées on utilise le critère de Rayleigh :</p> <p><b>La limite de résolution d'un instrument d'optique est lorsque le bord de l'une des taches centrales passe par le centre de l'autre tache.</b></p>

**OP4 : LES RESEAUX PLANS OPTIQUES.**

<p>Décrire un réseau plan optique et définir notamment le pas du réseau a</p>	<p>Les réseaux plans en optique sont constitués par un grand nombre de fentes fines parallèles situés dans un même plan. Ces fentes sont nommées traits du réseau. Leur équidistance, qui est notée a, est le pas du réseau. Son inverse <math>n = \frac{1}{a}</math> est le nombre de traits par unité de longueur .</p>
<p>Donner l'expression du déphasage <math>\phi</math> entre deux ondes successives</p>	 $\phi_{12} = \phi = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin i' - \sin i) a$
<p>Donner la formule des réseaux et définir l'ordre du réseau. Qu'est ce qui limite l'ordre d'un réseau ?</p>	<p>Les maxima principaux sont obtenus pour : <math>\sin i' - \sin i = k \frac{\lambda}{a} = k n a</math></p> <p>Où k est l'ordre du réseau pour le maximum considéré.</p> <p>L'ordre, et donc le nombre de maxima principaux, est limité pour i donné par la condition <math> \sin i'  \leq 1</math>.</p>
<p>Donner l'expression de l'intensité diffractée <math>I(\phi)</math></p>	$I = \frac{I_{max}}{N^2} \frac{\sin^2 \left( \frac{N\phi}{2} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\phi}{2} \right)}$
<p>Définir les maxima principaux</p>	<p>L'intensité est maximale pour <math>\phi = 2k\pi</math> (<b>annulation du dénominateur</b>), soit pour : <math>(\sin i' - \sin i) = \frac{k\lambda}{a}</math>.</p>
<p>Définir les minima nuls. En déduire la largeur d'un pic principal</p>	<p>Lorsque le <b>numérateur s'annule</b>, entre deux maxima principaux, on a un minimum nul :</p> <p>Entre deux maxima principaux (<math>\phi \in [2k\pi, 2(k+1)\pi]</math>), on a donc (N-1) minima nuls donnés par : <math>\phi = 2k\pi + \frac{2k'\pi}{N}</math></p> <p>Le 1<sup>er</sup> minimum nul est donc situé à <math>\frac{2\pi}{N}</math> du maximum principal :</p> <p>⇒ <b>la largeur d'un maximum principal est donc : <math>\Delta\phi = \frac{4\pi}{N}</math></b></p>

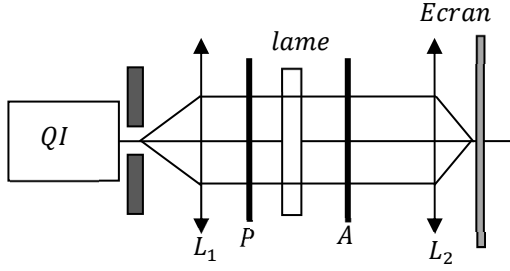
<p>Représenter <math>I(\phi)</math> dans les deux cas suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Les fentes sont infiniment fines</li> <li>On tient compte de la largeur des fentes</li> </ul>	<p>Fentes infiniment fines :</p>  <p><math>I(\phi)</math> pour <math>I_{max}=1</math> et <math>N=10</math></p>	<p>Fentes de largeur b</p>  <p><math>I(\phi)</math> pour <math>N=10</math> et <math>b/a=0.1</math></p>
---	---	---

**SPECTROSCOPIE A RESEAU :**

<p>Pourquoi dit-on que l'ordre 0 n'est pas dispersif ?</p>	<p>Pour <math>k = 0</math> : <math>\sin i' = \sin i</math> : toutes les couleurs sont superposées. Pour <math>k \neq 0</math> : <math>\sin i' = \sin i + kn \lambda</math>. Chaque couleur a une position propre.  <math>\Rightarrow</math> L'ordre 0 n'est pas dispersif mais que tous les autres le sont</p>
<p>Définir la dispersion angulaire du réseau</p>	<p><math>D_a = \left( \frac{di'}{d\lambda} \right)_{i'}</math> = <math>\frac{k}{a \cdot \cos i'}</math> <math>\Rightarrow</math> La dispersion est donc plus forte lorsque l'ordre est élevé et que le pas est faible.</p>
<p>Définir la déviation du réseau. A quoi correspond le minimum de déviation ?</p>	<p>La déviation d'un réseau est définie de la manière suivante : <math>D = i' - i</math>          Le minimum de déviation pour un réseau correspond à <math>i' = -i</math> et on a alors  <math>\lambda = \left( \frac{2a}{k} \right) \sin \frac{D_m}{2}</math></p>
<p>Définir le pouvoir de résolution d'un réseau</p>	<p>Le pouvoir de résolution du réseau vaut : <math>\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN</math></p>

**OP5 : POLARISATION DES ONDES LUMINEUSES.**

**LAMES.**

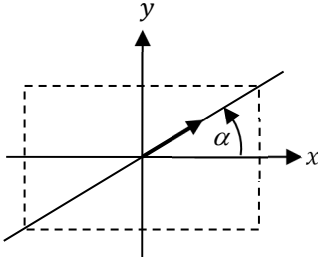
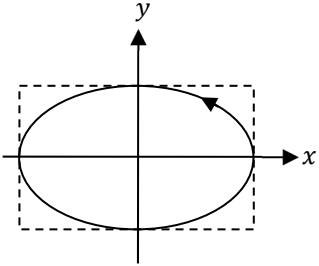
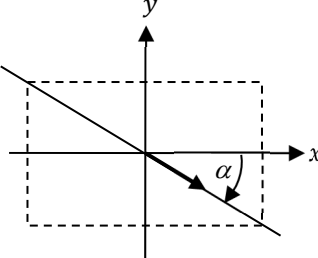
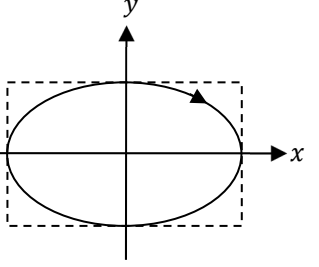
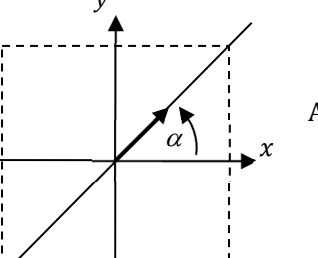
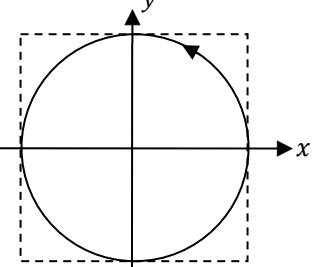
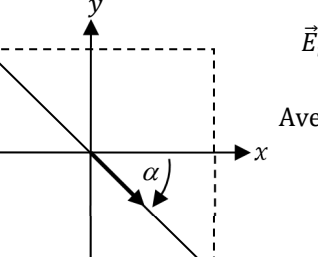
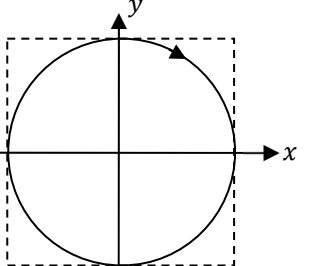
<p>Définir une lame retard. Cas particuliers d'une lame demi-onde et une lame quart-d'onde.</p>	<p>Une lame à retard est une lame à face parallèles définie par ses lignes neutres (<math>Ox, Oy</math>) et introduisant un retard de phase : <math>\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta n}{\lambda_0}</math> entre les composantes du champ <math>\vec{E}</math> incident parallèles à ses axes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Pour une lame demi-onde, le retard de phase vaut <math>\pi</math> et donc la différence de marche <math>\frac{\lambda}{2}</math>.</li> <li>Pour une lame quart-d'onde, le retard de phase vaut <math>\frac{\pi}{2}</math> et donc la différence de marche vaut <math>\frac{\lambda}{4}</math>.</li> </ul>
<p>Représenter le montage à effectuer pour déterminer les lignes neutres d'une lame</p>	<p>On effectue le montage suivant où A et P sont croisés :</p>  <p>On tourne la lame jusqu'à rétablissement de l'extinction sur l'écran : Les axes neutres de la lame coïncident alors avec les axes de A et P</p>
<p>Quel est l'effet d'une lame <math>\frac{\lambda}{2}</math> sur une OEM de polarisation rectiligne ?</p>	<p>La polarisation obtenue est une polarisation rectiligne symétrique de la polarisation de l'onde incidente par rapport aux axes de la lame.</p>

---

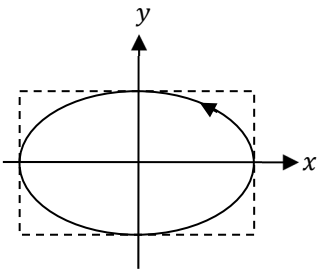
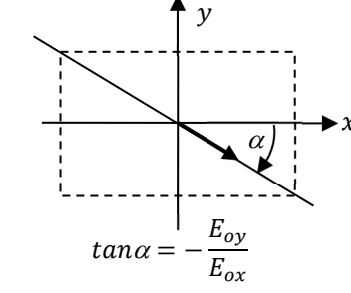
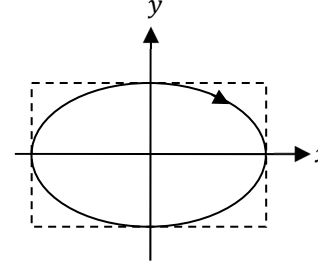
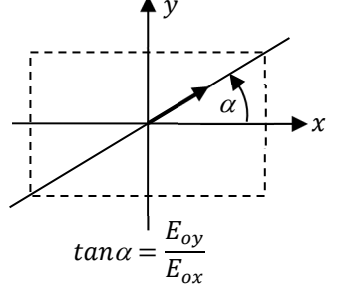
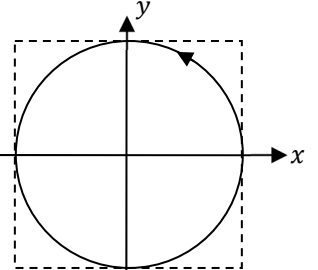
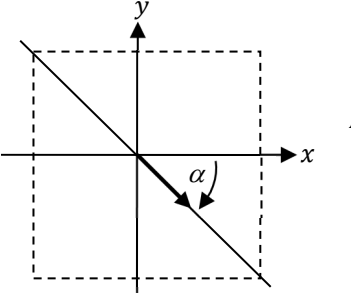
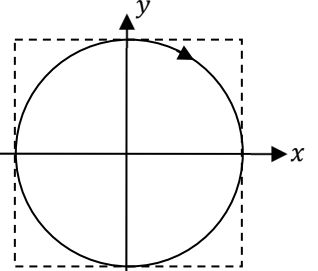
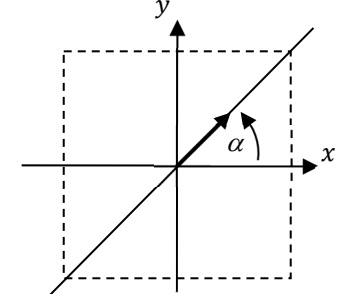
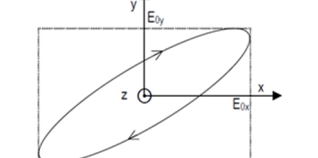
Quel est l'effet d'une lame $\frac{\lambda}{2}$ sur une OEM de polarisation elliptique ?	La polarisation obtenue est une polarisation elliptique dont les axes sont les symétriques des axes de la polarisation elliptique initiale par rapports aux axes de la lame. L'excentricité est inchangée alors que l'hélicité est inverse
Quel est l'effet d'une lame $\frac{\lambda}{2}$ sur une OEM de polarisation circulaire ?	La polarisation reste circulaire mais l'hélicité est inversée.



Donner l'expression du champ  $\vec{E}$  des OEM suivantes et représenter et écrire le champ  $\vec{E}_L$  obtenu après passage par une lame  $\frac{\lambda}{4}$  dont les axes sont  $(Ox, Oy)$ . L'axe  $(Oy)$  est l'axe lent

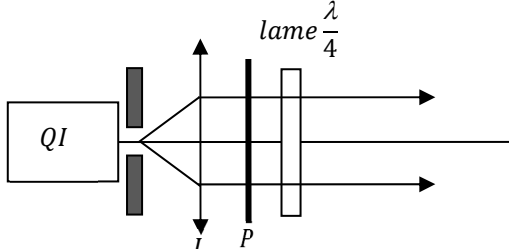
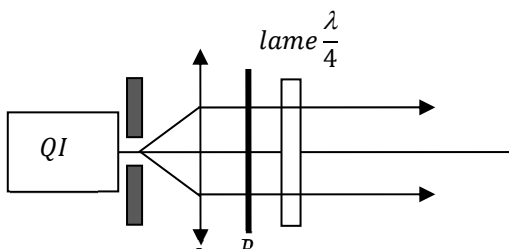
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t) \end{cases}$ <p>Avec <math>E_{ox}</math> et <math>E_{oy} &gt; 0</math></p> $\tan \alpha = \frac{E_{oy}}{E_{ox}} > 0 \text{ avec } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	 $\vec{E}_s = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = -\frac{\pi}{2}</math></p> <p>Elliptique gauche</p>
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ -E_{oy} \cos(\omega t) \end{cases}$ <p>Avec <math>E_{ox}</math> et <math>E_{oy} &gt; 0</math></p> $\tan \alpha = \frac{-E_{oy}}{E_{ox}} < 0 \text{ avec } -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$	 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = \frac{\pi}{2}</math></p> <p>Elliptique droite</p>
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ E_o \cos(\omega t) \end{cases}$ <p>Avec <math>E_o &gt; 0</math></p> $\alpha = 45^\circ$	 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ E_o \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = -\frac{\pi}{2}</math> et <math>E_o &gt; 0</math></p> <p>Circulaire gauche</p>
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ -E_o \cos(\omega t) \end{cases}$ <p>Avec <math>E_o &gt; 0</math></p> $\alpha = -45^\circ$	 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ E_o \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = \frac{\pi}{2}</math> et <math>E_o &gt; 0</math></p> <p>Circulaire droite</p>

Le sens de parcours est le sens suivant lequel il faut faire tourner la vibration rectiligne pour l'amener sur l'axe lent par une rotation inférieure à  $\frac{\pi}{2}$

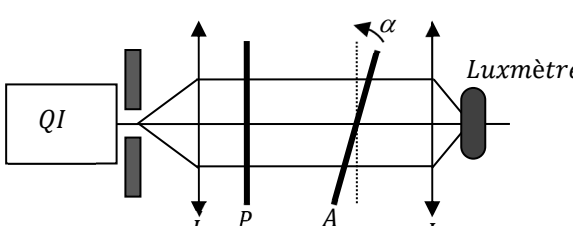
 $\vec{E}_s = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = -\frac{\pi}{2}</math> Et <math>E_{ox}</math> et <math>E_{oy} &gt; 0</math></p>	 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ -E_{oy} \cos(\omega t) \end{cases}$ $\tan \alpha = -\frac{E_{oy}}{E_{ox}}$ <p>Rectiligne 2<sup>ème</sup> diagonale</p>
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = \frac{\pi}{2}</math> Et <math>E_{ox}</math> et <math>E_{oy} &gt; 0</math></p>	 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t) \end{cases}$ $\tan \alpha = \frac{E_{oy}}{E_{ox}}$ <p>Rectiligne 1<sup>ère</sup> diagonale</p>
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ E_o \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = -\frac{\pi}{2}</math> et <math>E_o &gt; 0</math></p>	 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ -E_o \cos(\omega t) \end{cases}$ <p>Avec <math>E_o &gt; 0</math></p> $\alpha = -45^\circ$
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ E_o \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>\phi = +\frac{\pi}{2}</math> et <math>E_o &gt; 0</math></p>	 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_o \cos(\omega t) \\ E_o \cos(\omega t) \end{cases}$ <p>Avec <math>E_o &gt; 0</math></p> $\alpha = 45^\circ$
 $\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ <p>Avec <math>0 &lt; \phi &lt; \frac{\pi}{2}</math></p>	$\vec{E}_i = \begin{cases} E_{ox} \cos(\omega t) \\ E_{oy} \cos(\omega t + \phi) \end{cases} \Rightarrow \text{Polarisation elliptique}$ <p>Avec <math>-\frac{\pi}{2} &lt; \phi &lt; 0</math></p>

**La rotation nécessaire pour amener l'axe lent sur la vibration rectiligne émergente doit être inférieure à  $\frac{\pi}{2}$**

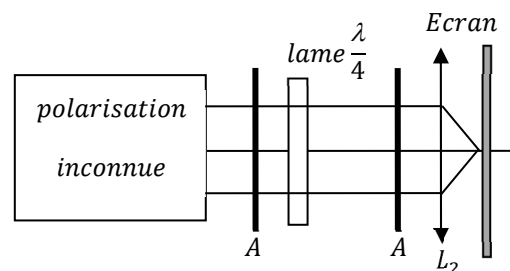
**POLARISEURS.**

<p>Donner 4 dispositifs permettant de polariser rectilignement une OEM.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Polariseurs dichroïques.</li> <li>2. Biréfringence.</li> <li>3. Polarisation par réflexion vitreuse.</li> <li>4. Polarisation par diffusion.</li> </ol>
<p>Représenter le montage permettant d'obtenir une OEM circulairement.</p>	 <p>Pour obtenir une polarisation circulaire, il faut que le polariseur fasse un angle de 45° avec les axes de la lame.</p>
<p>Représenter le montage permettant d'obtenir une OEM elliptiquement.</p>	 <p>Pour obtenir une polarisation elliptique, il faut que le polariseur fasse un angle quelconque avec les axes de la lame ( pas ±45° ni 0)</p>

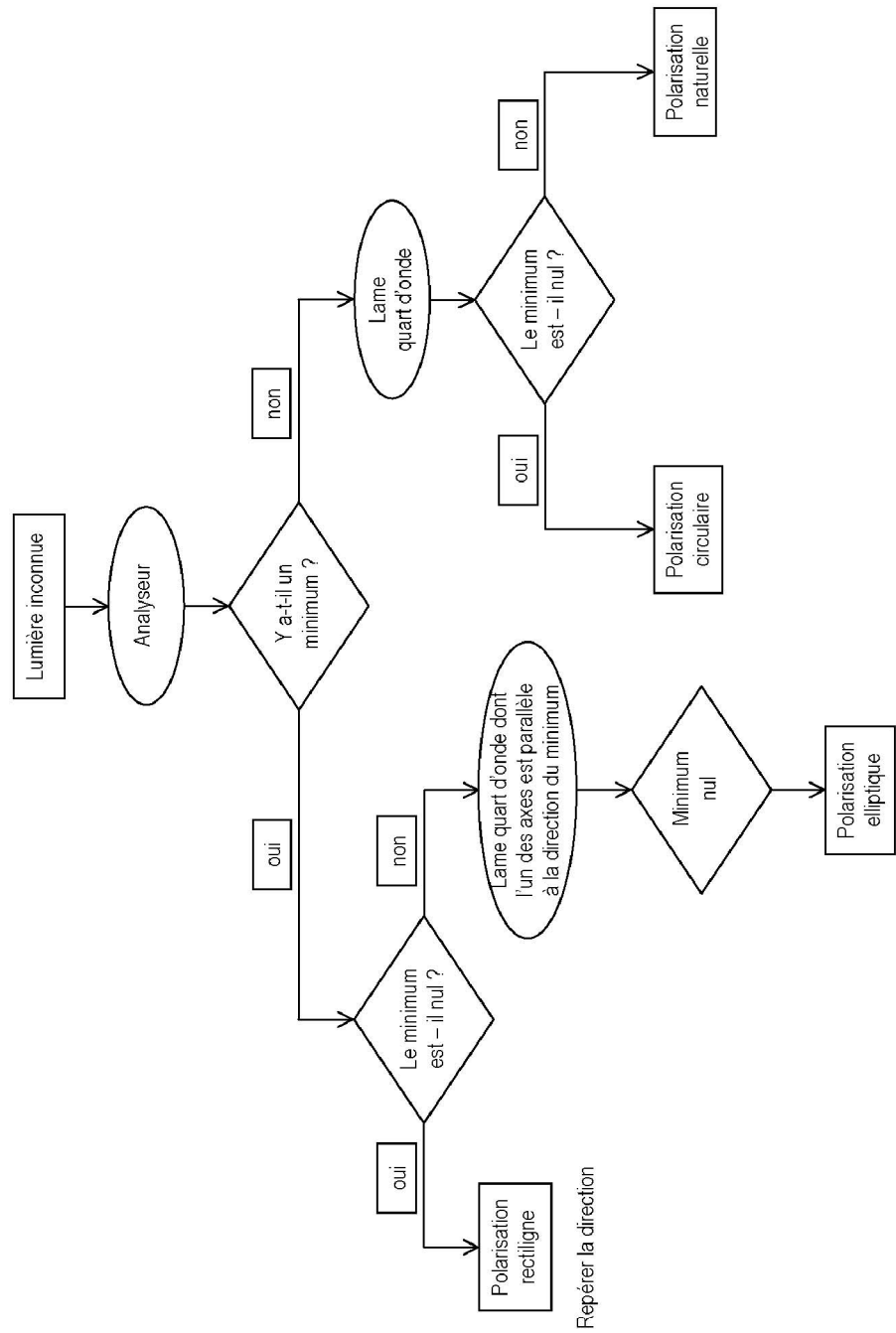
**LOI DE MALUS**

<p>Enoncer la loi de Malus</p>	<p>L'intensité lumineuse à la sortie d'un montage comprenant un polariseur et un analyseur faisant entre eux un angle <math>\alpha</math> est égale à :</p> $I = I_0 \cos^2 \alpha$ <p>Où <math>I_0</math> est l'intensité de l'onde incidente</p>
<p>Représenter le montage à effectuer pour vérifier la loi de Malus</p>	

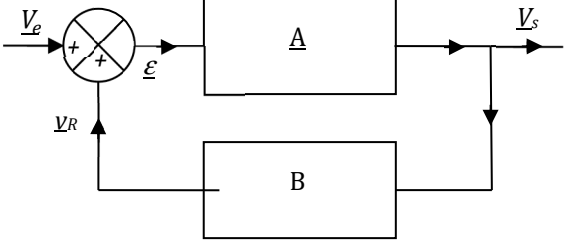
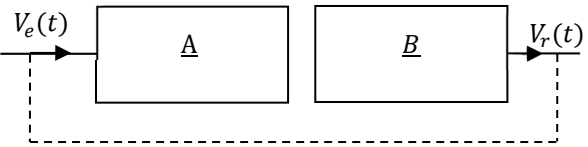
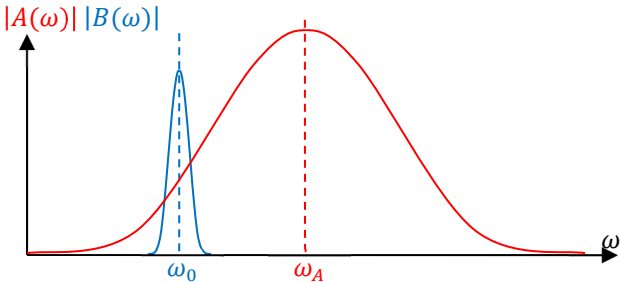
**ANALYSE D'UNE LUMIERE POLARISEE.**

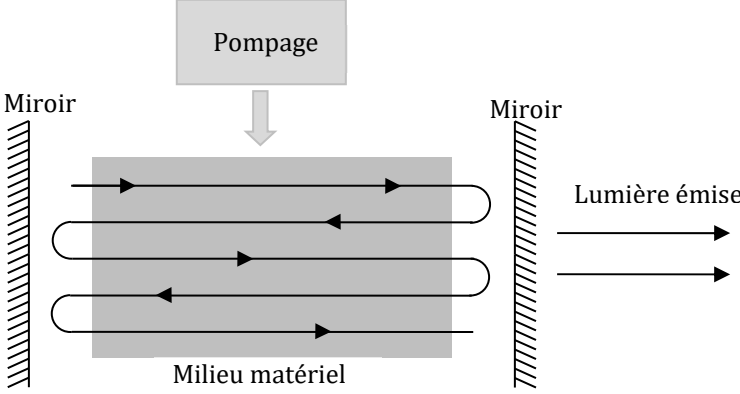
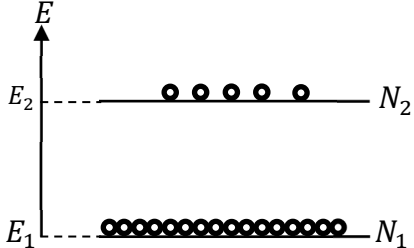
<p>Montage de base.</p>	 <p style="text-align: center;"><math>A = \text{analyseurs}</math></p>
-------------------------	--

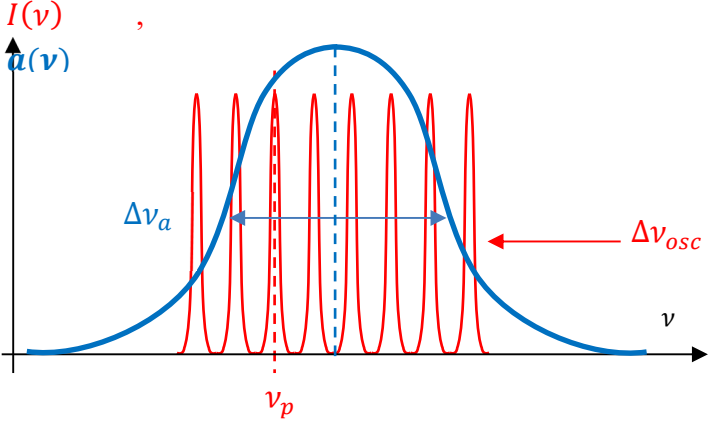
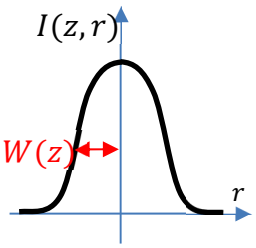
Organigramme

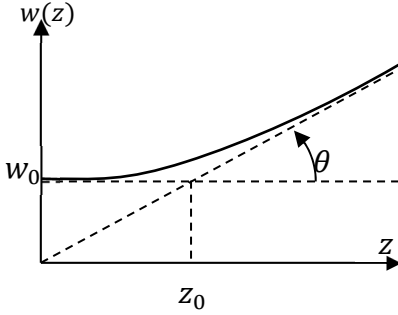
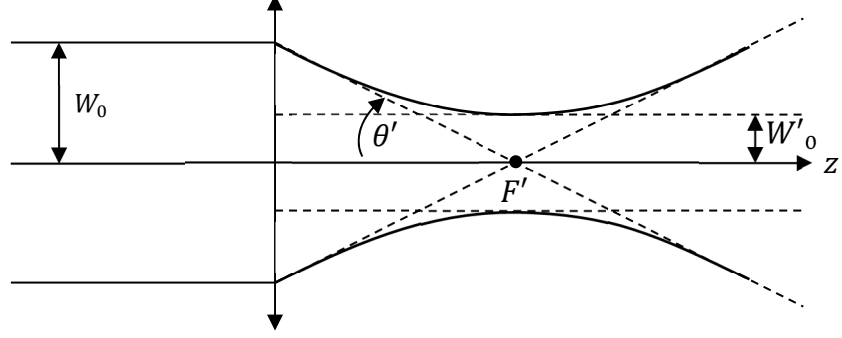
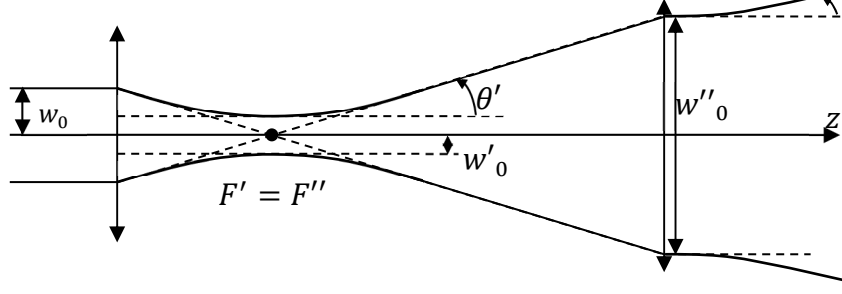


**OP6 : LASER**

<p>Rappeler les caractéristiques d'un oscillateur à réaction</p>	<p><b>1<sup>ère</sup> approche : système bouclé</b></p>  <p>Pour que le système soit le lieu d'oscillations auto-entretenues, il faut que <math>V_s(t)</math> (ou <math>V_r(t)</math>) soit non nulle avec <math>V_e(t) = 0</math>.</p> <p><b>2<sup>ème</sup> approche : on raisonne sur le système en ligne ouverte</b></p>  <p>Pour que le système soit le lieu d'oscillations auto-entretenues, il faut que, après bouclage de la sortie sur l'entrée, <math>V_r(t)</math> soit non nulle lorsque <math>V_e(t) = 0</math>.</p>
<p>A quelles conditions observe-t-on des oscillations sinusoïdales ?</p>	<p>Le gain en tension de la boucle doit être égal à 1 : <math> A \cdot B  = 1</math> pour <math>\omega = \omega_{osc}</math>                  Le déphasage de la boucle de rétroaction doit être nul : <math>\phi_A + \phi_B = 0</math> pour <math>\omega = \omega_{osc}</math></p>
<p>Qu'est ce que la condition d'accrochage ?</p>	<p>La condition d'accrochage est la condition de démarrage des oscillations : <math> A \cdot B _{\omega=\omega_{osc}} &gt; 1</math>                  Cette condition étant vérifiée, l'amplitude des oscillations augmente tant que le fonctionnement de l'oscillateur est linéaire. Elle est limitée par l'apparition de non linéarités permettant de revenir à <math> A \cdot B  = 1</math></p>
<p>Quels sont les rôles du résonateur et de l'amplificateur dans un oscillateur à réaction ? Quel élément du laser joue le rôle de l'oscillateur ? le rôle du résonateur ?</p>	<p>Un oscillateur à rétroaction fonctionne avec un résonateur « consommant » de l'énergie pendant une période (énergie étant utilisée en sortie), cette énergie étant apportée par l'amplificateur au cours de cette même période.</p>
<p>A quelle condition sur les spectres du résonateur et de l'amplificateur l'oscillateur peut-il fonctionner ?</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ La condition d'accrochage <math> A \cdot B _{\omega=\omega_{osc}} &gt; 1</math> est satisfaite si les deux courbes se recouvrent suffisamment.</li> <li>✓ La pulsation des oscillations est intermédiaire entre les deux pulsations <math>\omega_0</math> et <math>\omega_A</math>.</li> <li>✓ Si l'une des deux courbes est très étroite devant l'autre (souvent le cas du résonateur) alors c'est elle qui fixe la pulsation des oscillations.</li> </ul>

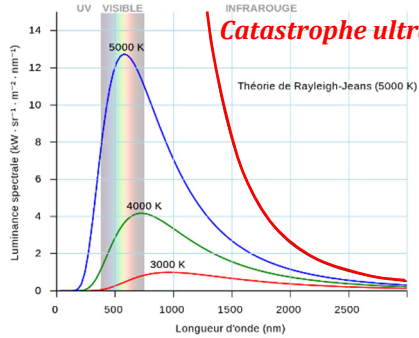
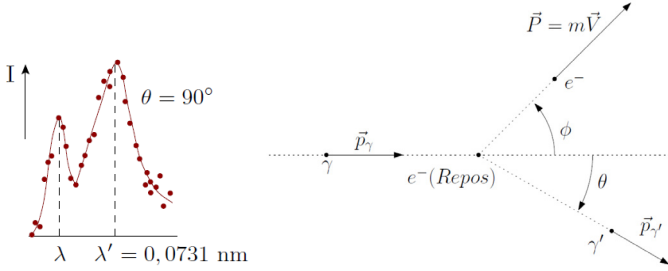
<p>Représenter schématiquement une cavité laser avec une cavité Fabry Pérot. Quel élément joue le rôle d'amplificateur ? de résonateur ?</p>	 <p style="text-align: center;"><b>Résonateur : Cavité Fabry-Pérot</b> <b>Amplificateur : Milieu matériel</b></p>
<p>Donner l'expression des modes longitudinaux dans une cavité Fabry Pérot plane de longueur <math>d</math></p>	$v_p = p \left( \frac{c}{2d} \right)$
<p>On considère deux niveaux d'énergie d'un atome à l'équilibre thermique <math>T</math> :</p> <p>Comment sont réparties les populations électroniques dans ces deux niveaux ? (on note <math>N</math> le nombre total de particules)</p>	 $\begin{cases} N_{1e} = A \exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right) \\ N_{2e} = A \exp\left(-\frac{E_2}{k_B T}\right) \end{cases} \quad \text{avec} \quad A = \frac{N}{\exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right) + \exp\left(-\frac{E_2}{k_B T}\right)}$
<p>Définir une transition radiative entre deux niveaux d'énergie <math>E_1</math> et <math>E_2</math></p>	<p>Une transition est dite radiative, quand les échanges d'énergie avec l'extérieur se font par rayonnement, la fréquence de rayonnement étant donnée par la formule : <math>E_2 - E_1 = \hbar \nu_{at}</math></p>
<p>Définir le processus d'absorption</p>	<p>Pour passer du niveau <math>E_1</math> au niveau excité <math>E_2</math>, un atome absorbe du rayonnement. La variation des populations des deux niveaux pendant un temps <math>dt</math> vaut alors :</p> $(dN_2)_{abs} = -(dN_1)_{abs} = B_{12} \times u_\nu \times N_1 \times dt$
<p>Définir le processus d'émission spontanée</p>	<p>Pour passer du niveau excité <math>E_2</math> au niveau <math>E_1</math> un atome peut émettre spontanément un rayonnement. La variation des populations des deux niveaux pendant un temps <math>dt</math> vaut alors :</p> $-(dN_2)_{sp} = (dN_1)_{sp} = A_{12} \times N_2 \times dt$ <p>Le photon émis lors de ce processus a une énergie bien déterminée mais <b>sa phase, sa direction de propagation et sa polarisation sont aléatoires</b></p>
<p>Définir le processus d'émission stimulée</p>	<p>Pour passer du niveau excité <math>E_2</math> au niveau <math>E_1</math> un atome peut émettre un rayonnement par émission stimulée. Lors du processus d'émission stimulée, un photon incident entraîne la désexcitation de l'atome avec <b>émission d'un photon possédant exactement les mêmes propriétés que lui</b>. La variation des populations des deux niveaux pendant un temps <math>dt</math> vaut alors :</p> $-(dN_2)_{st} = (dN_1)_{st} = B_{21} \times u_\nu \times N_2 \times dt$
<p>Quelle est la relation entre les coefficients d'Einstein</p>	$\frac{A_{12}}{B_{12}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \quad \text{et} \quad \frac{B_{12}}{B_{21}} = 1$
<p>Quelle est la signification physique du coefficient <math>A_{12}</math> ?</p>	$\tau_{rad} = \frac{1}{A_{12}}$ <b>durée de vie radiative</b> de l'état excité
<p>Quel est effet d'un pompage optique sur un système à deux niveaux ?</p>	<p>Par un pompage optique intense, sur un système à deux niveaux, on peut au mieux égaliser les populations des deux niveaux.</p>
<p>Pourquoi la raie d'émission présente-t-elle une certaine largeur ?</p>	<p>La durée de vie du niveau d'énergie <math>E_2</math> est finie (<math>\tau_{rad}</math>)  <math>\Rightarrow E_2 - E_1</math> n'est connue qu'avec une précision limitée : <math>\Delta E = \Delta E_2</math> telle que <math>\Delta E \times \tau_{rad} \gtrsim \hbar</math>.  <math>\Rightarrow</math> La raie d'émission présente une largeur <math>\Delta \nu \times \tau_{rad} \gtrsim \hbar</math></p>

<p>On considère un faisceau lumineux se propageant suivant un axe <math>(Oz)</math>, dans une distribution d'atomes. Exprimer l'intensité du faisceau en fonction de <math>z</math> et définir le gain <math>a(\nu)</math>.</p>	<p>L'intensité du faisceau, après la traversée d'une épaisseur <math>z</math> du milieu matériel s'écrit :</p> $I_\nu(z) = I_\nu(0) \times \exp(-a(\nu) \times z)$ <p>Où <math>a(\nu)</math> est le coefficient d'absorption (si <math>a(\nu) &gt; 0</math>) ou d'amplification (si <math>a(\nu) &lt; 0</math>) du milieu.</p>
<p>De quoi dépend le gain <math>a(\nu)</math></p>	<p><math>a(\nu)</math> est proportionnel à :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <math>N_2 - N_1</math></li> <li>✓ Au profil spectral de la raie d'émission</li> <li>✓ <math>1/\tau_{rad}</math></li> </ul>
<p>Définir les modes longitudinaux d'une cavité laser</p>	<p>En superposant la réponse spectrale de la chaîne directe (amplificateur), en l'occurrence ici <math>a(\nu)</math> avec la réponse spectrale de la chaîne retour (oscillateur), en l'occurrence ici <math>\nu</math>, on met en évidence l'existence de plusieurs modes longitudinaux :</p>  <p>les modes de fréquences suffisamment voisines de la fréquence centrale de la courbe de gain seront entretenus, la distance spectrale entre deux modes étant <math>\frac{c}{2d}</math></p>
<p>Décrire un laser He-Ne</p>	<p>Dans un laser He-Ne :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ l'hélium sert au pompage</li> <li>✓ L'effet laser est obtenu à partir d'une transition sur le néon.</li> <li>✓ La cavité Fabry-Pérot comporte un miroir sphérique et un miroir plan (sortie).</li> <li>✓ La raie d'émission possède une largeur <math>\Delta\nu_a \approx 1300 \text{ MHz}</math> principalement due à l'effet Doppler</li> </ul>
<p>De quoi dépend la divergence du faisceau laser ?</p>	<p>La divergence du faisceau dépend de l'existence de différents modes transverses <math>TEM_{np}</math>. Notons que l'essentielle de l'énergie du faisceau est contenue dans le mode gaussien <math>TEM_{00}</math></p>
<p>Quelles sont les caractéristiques d'un faisceau gaussien ?</p>	<p>✓ L'intensité du faisceau est de la forme :</p> $I(z, r) =  a(r, z) ^2 = A_0 \frac{W_0^2}{W^2(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{W^2(z)}\right)$  <p>✓ <math>W(z) = W_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}</math> est la demi-largeur du faisceau :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Pour <math> z  \ll z_0</math>, le faisceau est <math>\approx</math> cylindrique de rayon <math>W_0</math>.</li> <li>▪ Pour <math> z  \gg z_0</math>, le faisceau est <math>\approx</math> conique de centre <math>O</math> et de demi-angle au sommet : <math>\theta = \frac{W_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi W_0}</math></li> </ul>

	 <p> <math>z_0 = \frac{\pi W_0^2}{\lambda}</math> est la longueur de Rayleigh du faisceau : c'est la distance mesurée à partir du point de cote <math>z = 0</math> où le rayon <math>W_0</math> est minimal à laquelle on bascule du modèle faisceau cylindrique au modèle du faisceau conique.         </p> <p>             L'angle <math>\theta</math> peut être interprété en termes de diffraction : tout se passe comme si le faisceau diffractait par son propre bord dans la zone cylindrique         </p> $\theta = \frac{\lambda}{\pi W_0} \leftrightarrow \theta = \frac{1,22\lambda}{2W_0}$ <p style="text-align: center;"> <i>diffraction par les bords du cylindre</i>      <i>diffraction par un trou circulaire</i> </p>
<p>Proposer un protocole pour focaliser un faisceau gaussien</p>	 <p>             Avec : <math>\theta = \frac{\lambda}{\pi W_0}</math> et <math>W'_0 = \frac{\lambda f'}{\pi W_0}</math> </p> <p style="text-align: center;"><b>On a donc intérêt à choisir <math>f'</math> la plus faible possible</b></p>
<p>Proposer un protocole pour construire un faisceau laser de faible divergence : <b>Télescope LASER</b></p>	 <p>             Avec : <math>W''_0 \approx f''\theta'</math> et <math>\theta'' = \frac{\lambda}{\pi W''_0} = \frac{\lambda}{\pi f''\theta'}</math> </p> <p style="text-align: center;"><b>On a donc intérêt à choisir <math>f''</math> la plus grande possible</b></p>

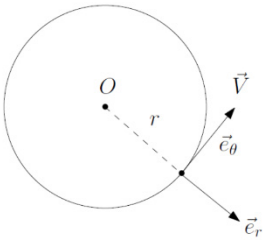


# I. LE PHOTON

<p>Donner les relations de Planck Einstein</p>	<p>Energie : <math>E = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}</math>                  Impulsion : <math>\vec{P} = \hbar\vec{k} = \frac{h}{\lambda} \vec{u}_k</math>                  Masse : <b>nulle</b></p>
<p>En quoi l'étude du rayonnement du corps noir n'est-elle pas compatible avec l'optique ondulatoire ?</p>	<p>L'interprétation de la courbe donnant la densité spectrale d'énergie d'un corps noir en fonction de sa fréquence ne peut se faire qu'à l'aide d'une approche corpusculaire :</p> 
<p>Définir l'effet photo-électrique. Quelle observation relative à l'effet photo-électrique est incompatible avec une approche ondulatoire ?</p>	<p>L'effet photo-électrique est l'émission d'électrons par une plaque métallique éclairée par un faisceau lumineux de fréquence <math>\nu</math>. <b>L'émission d'électrons n'est pas conditionnée par l'intensité du rayonnement mais uniquement par sa fréquence.</b></p>
<p>Définir la longueur d'onde seuil</p>	<p><math>\nu_0 = \frac{W}{h}</math> où <math>W</math> est le travail d'extraction</p>
<p>Donner la relation d'Einstein</p>	<p><math>h\nu = W + E_{c,max}</math> où <math>E_{c,max}</math> est l'énergie cinétique maximale d'un électron s'échappant de la surface du métal</p>
<p>Définir l'effet Compton. Quelle observation relative à l'effet Compton est incompatible avec une approche ondulatoire ?</p>	<p>L'effet Compton est la diffusion inélastique d'un photon X par un électron libre. Le photon diffusé n'a pas la même longueur d'onde que le photon incident.</p> 
<p>Comment établir l'expression de la pression de radiation par une approche ondulatoire ?</p>	<p>Etapes du calcul :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- On établit l'expression des champs <math>\vec{E}</math> et <math>\vec{B}</math> à l'interface (vide-conducteur parfait) en utilisant les continuités des champs (Dans le cas d'une incidence normale, le champ <math>\vec{E}</math> est nul à l'interface).</li> <li>- On en déduit les expressions de <math>\sigma</math> et <math>\vec{j}_s</math> (dans le cas d'une incidence normale <math>\sigma</math> est nulle).</li> <li>- On en déduit les expressions des forces agissant sur la surface <math>S</math> du conducteur :</li> </ul> $\vec{f}_E = \frac{1}{2} \iint_S \sigma \vec{E}(x=0, t) dS \quad \text{et} \quad \vec{f}_B = \frac{1}{2} \iint_S \vec{j}_S \wedge \vec{B}(x=0, t) dS$ <p>(Dans le cas d'une incidence normale <math>\vec{f}_E</math> est nulle)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- On en déduit l'expression de la pression de radiation : <math>P = \frac{\langle \ \vec{f}_E\  + \ \vec{f}_S\  \rangle}{S}</math></li> </ul>
<p>Comment établir l'expression de la pression de radiation par une approche corpusculaire ?</p>	<p>Etapes de calcul :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- On établit la variation de quantité de mouvement d'un photon rebondissant sur le conducteur (choc élastique) et on en déduit la variation de quantité de mouvement de la surface <math>S</math> du conducteur due au rebond d'un photon.</li> </ul>

- On en déduit l'expression de la force exercée par un photon sur la plaque lors d'un rebond ainsi que la force  $\vec{F}$  exercée par  $\Delta N$  photons rebondissant sur la plaque pendant  $\Delta t$ .
- A l'aide d'un bilan de photons, on détermine l'expression de  $\Delta N$ .
- On en déduit l'expression de la pression de radiation :  $P = \frac{\|\vec{F}\|}{S}$

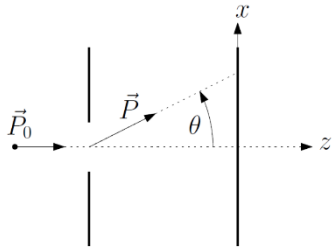
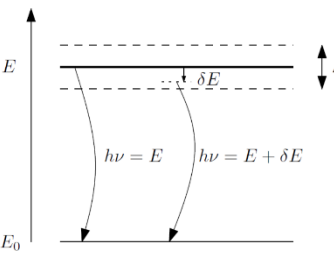
## II. DUALITE ONDE-CORPUSCULE

<p>Enoncer le principe de dualité onde-corpuscule et donner les relations de De Broglie</p>	<p><b>Dualité onde-corpuscule :</b> Principe selon lequel tous les objets physiques peuvent présenter des propriétés d'ondes ou de corpuscules.</p> <p><b>Relations de De Broglie :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Energie : <math>E = E_c + E_p = \hbar\omega</math></li> <li>- Impulsion : <math>\vec{p} = \hbar\vec{k} = m\vec{v} \Leftrightarrow P = \frac{h}{\lambda} = mV</math> (<math>E = P \times V_\phi</math>)</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>\lambda_{DB} = \lambda = \frac{h}{p}</math> Longueur d'onde de De Broglie</p> <p style="text-align: center;"><b>Attention ! la relation <math>E = \frac{hc}{\lambda}</math> est fautive pour les corpuscules matériels !!</b></p>
<p>Qu'est-ce que le modèle de Bohr ?</p>	<p>Le modèle de Bohr est un modèle semi-classique décrivant la structure atomique.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dans ce modèle l'électron tourne autour du noyau comme les planètes tournent autour du soleil.</li> <li>- La quantification des niveaux d'énergie est introduite via la quantification du moment cinétique de l'électron par analogie avec les modes propres d'une corde vibrante.</li> <li>- Malgré son accélération, l'électron ne rayonne pas car dans ce modèle les échanges énergétiques sont quantifiés : ils ne sont autorisés que lors des transitions radiatives classiques (absorption -émission).</li> </ul> <p>Ce modèle permet de retrouver les raies d'émission de l'atome d'hydrogène et des hydrogénoïdes. Il ne permet pas d'expliquer la structure fine et hyperfine de ces raies ni n'expliquer les raies d'émission des édifices poly-électroniques.</p>
<p>Etablir l'expression du rayon de l'orbite de l'électron et de son énergie pour un état quantique <math>n</math></p>	<p>Le PDF appliqué à l'électron (dans le référentiel barycentrique centré sur le noyau (O), galiléen car l'atome est isolé) :</p>  $\frac{mV^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow (mrV)^2 = \frac{re^2}{4\pi\epsilon_0 m}$ <p>Quantification du moment cinétique de l'électron en O :</p> $L = mrV = n\hbar$ <p>Où <math>n</math> est le nombre quantique principal. On en déduit :</p> $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m} n^2 \text{ et } E_n = - \frac{e^4 m}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ <p style="text-align: center;"><math>r_0 \approx 53 \text{ pm}</math>      <math>E_0 \approx 13.6 \text{ eV}</math></p>
<p>Définir une série spectrale et notamment la série de Balmer. Pourquoi cette dernière série est-elle si importante ?</p>	<p>L'émission spectrale de l'atome d'hydrogène est divisée en séries spectrales. Chaque série est caractérisée par le nombre quantique <math>n</math> correspondant au nombre quantique principal du niveau inférieur. La formule de Ritz, permet de déterminer toutes les longueurs d'ondes d'une série :</p> $\frac{1}{\lambda_{dB}} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \text{ où } p > n$ <p>La série de Balmer est caractérisée par <math>n = 2</math>, elle est importante car elle est située dans le visible.</p>

## III. PRINCIPES DE BASE DE LA MQ

<p>Définir la fonction d'onde d'une particule, la densité de probabilité associée et la condition de normalisation (1D)</p>	<p>La probabilité de présence du quanton, entre <math>x</math> et <math>x + dx</math>, est donnée par :</p> $dP =  \psi(x, t) ^2 dx$ <p><math> \psi(x, t) ^2</math> est appelée « densité de probabilité de présence » <math>\psi(x, t)</math> est la fonction d'onde, ou amplitude de probabilité. Elle définit entièrement l'état quantique du quanton. Condition de normalisation :</p>
---	--

	$\int_{-\infty}^{+\infty}  \psi(x, t) ^2 dx = 1$
Définir la fonction d'onde d'une particule, la densité de probabilité associée et la condition de normalisation (3D)	<p>La probabilité de présence du quanton, entre <math>\vec{r}</math> et <math>\vec{r} + d\vec{r}</math>, est donnée par :</p> $dP =  \psi(\vec{r}, t) ^2 d\tau$ <p>Où <math>d\tau = dx \cdot dy \cdot dz</math> Condition de normalisation :</p> $\int_{-\infty}^{+\infty}  \psi(\vec{r}, t) ^2 d\tau = 1$
Qu'est-ce que le principe de superposition ?	<p>Un quanton peut exister dans plusieurs états compatibles avec les conditions physiques, sa fonction d'onde étant une combinaison linéaire de ces états. Toute mesure « réduit » la fonction d'onde c'est-à-dire sélectionne un état parmi tous les états possibles.</p>
Qu'est-ce que le principe de complémentarité ?	<p>Tout objet quantique est à la fois onde et corpuscule : Certaines expériences mettent en évidence son comportement corpusculaire, d'autres son comportement ondulatoire mais ces deux comportements ne sont que deux visions complémentaires du même objet</p>
Définir la notion d'indétermination	<p>L'indétermination <math>\Delta X</math> sur une variable <math>X</math> est associée au fait qu'une mesure de cette variable ne donne pas un résultat certain mais un résultat aléatoire suivant une certaine loi de probabilité. Elle correspond à l'écart type :</p> $\Delta X = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$
Opérateur	$\hat{x} = x$ $\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$
Valeurs moyennes	$\langle x \rangle = \int_{D_x} x dP(x, t) = \int_{D_x} x  \Psi(x, t) ^2 dx$ $\langle p \rangle = \int_{D_p} p dP(p, t) = \int_{D_p} p  \Psi(p, t) ^2 dp$ $\langle p \rangle = \int_{D_x} \Psi(x, t)^* \hat{p} \Psi(x, t) dx = \int_{D_x} \Psi(x, t)^* \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \Psi(x, t) \right) dx$ $\langle E \rangle = \int_{D_x} \Psi(x, t)^* \hat{H} \Psi(x, t) dx = \int_{D_x} \Psi(x, t)^* \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} + V(x) \right) \Psi(x, t) dx$ <p>Où <math>D_x</math> (resp. <math>D_p</math>) est l'ensemble des valeurs accessibles de <math>x</math> (resp. <math>p</math>)</p>
Donner l'expression de l'inégalité d'Heisenberg relative à la position et l'impulsion	$\Delta x \times \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} ; \Delta y \times \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} ; \Delta z \times \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$
Donner l'expression de l'inégalité d'Heisenberg relative au temps et à l'énergie	$\Delta E \times \Delta t \geq \hbar$
Retrouver le rayon de Bohr en utilisant les inégalités d'Heisenberg	$\langle E_m \rangle = \frac{\langle p^2 \rangle}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \langle r \rangle}$ <p>On raisonne sur une direction fixe (<math>Ox</math>) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\langle x \rangle = 0 ; \langle x^2 \rangle = \langle r \rangle = a_0 \Rightarrow \Delta x = \langle r \rangle</math></li> <li>- <math>\langle p_x \rangle = 0 \rightarrow \Delta p_x = \langle p_x^2 \rangle</math></li> <li>- <math>\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta p_x = \frac{\hbar}{2\langle r \rangle}</math></li> </ul> $\langle E_m \rangle = \frac{\hbar^2}{2m\langle r \rangle^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \langle r \rangle}$ est maximale pour $\langle r \rangle = a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$

<p>Retrouver l'ordre de grandeur de l'angle de diffraction par une fente en utilisant les inégalités d'Heisenberg</p>		<p>Au passage de la fente, on a :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\langle x \rangle = 0 ; \langle x^2 \rangle = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{a}{2}</math></li> <li>- <math>\langle p_x \rangle = 0 \rightarrow \Delta p_x = \langle p_x^2 \rangle</math></li> <li>- <math>\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta p_x = \frac{\hbar}{a}</math></li> </ul> <p>Sachant que <math>\sin \theta = \frac{\Delta p_x}{P_0}</math>, et que <math>P_0 = \hbar k</math> on obtient :</p> $\sin \theta = \frac{1}{ka} = \frac{\lambda}{2\pi a} \Rightarrow \text{On retrouve bien : } \sin \theta \approx \frac{\lambda}{a}$
<p>Retrouver l'expression de l'énergie minimale de l'oscillateur harmonique quantique grâce aux inégalités d'Heisenberg</p>	<p>On raisonne sur une direction fixe (<math>Ox</math>) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\langle x \rangle = 0 \Rightarrow \Delta x = \langle x^2 \rangle</math></li> <li>- <math>\langle p_x \rangle = 0 \Rightarrow \Delta p_x = \langle p_x^2 \rangle</math></li> <li>- <math>\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta p_x = \frac{\hbar}{2\Delta x}</math></li> </ul>	$\langle E_m \rangle = \frac{1}{2} m \omega^2 \langle x^2 \rangle + \frac{\langle p_x^2 \rangle}{2m}$ <p><math>\langle E_m \rangle = \frac{1}{2} m \omega^2 (\Delta x)^2 + \frac{\hbar^2}{8m(\Delta x)^2}</math> est minimale pour <math>(\Delta x)^2 = \frac{\hbar}{2m\omega}</math> et vaut :</p> $E_{min} = \frac{1}{2} \hbar \omega > 0$
<p>Expliquer la connaissance parfaite de l'énergie d'un niveau fondamental grâce aux inégalités d'Heisenberg</p>	<p>Un électron reste pendant une durée infinie (<math>\Delta t = \infty</math>) dans le niveau fondamental d'énergie <math>E</math>.</p>	$\Delta t \times \Delta E = \hbar \rightarrow \Delta E = 0$
<p>Expliquer l'élargissement intrinsèque des raies d'émission grâce aux inégalités d'Heisenberg</p>		<p>Un électron dans un niveau d'énergie excité y reste pendant une durée <math>\Delta t</math> finie : le niveau d'énergie <math>E</math> du niveau est donc connu avec une indétermination <math>\Delta E</math> telle que :</p> $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$ <p>Lors du processus de désexcitation, le photon émis a donc une énergie <math>h\nu</math> connue à <math>\Delta E</math> près.</p>
<p>Donner l'équation de Schrödinger (3D) et (1D)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- (1D): <math>\frac{i\hbar \partial \psi}{\partial t}(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x, t)\psi(x, t)</math></li> <li>- (3D): <math>\frac{i\hbar \partial \psi}{\partial t}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t)</math></li> </ul>	
<p>Donner l'équation de Schrödinger stationnaire (3D) et (1D)</p>	<p>En régime stationnaire, on a : <math>\psi(M, t) = \phi(M)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}</math>, d'où :</p> <p>(1D): <math>E\phi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} + V(x)\phi(x)</math></p> <p>(3D): <math>E\phi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \phi(\vec{r}) + V(\vec{r})\phi(\vec{r})</math></p>	
<p>Enoncer les conditions de continuité</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Potentiel <math>V(x)</math> continu et borné (cas réel) : fonction d'onde <math>\phi(x)</math> bornée, continue, 2 fois dérivable.</li> <li>- Potentiel <math>V(x)</math> discontinu et borné (marche) : fonction d'onde <math>\phi(x)</math> bornée, continue, 1 fois dérivable.</li> <li>- Potentiel <math>V(x)</math> discontinu et non borné (mur) : fonction d'onde <math>\phi(x)</math> bornée, continue, non dérivable.</li> </ul>	
<p>A quelle condition une particule matérielle doit-elle être considérée comme un système quantique ? (Quanton)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1- Il faut que sa longueur d'onde soit de l'ordre de grandeur (ou supérieure) des dimensions de l'espace dans lequel elle évolue : <math>\lambda^* \approx L^*</math></li> <li>2- Il faut que son action soit de l'ordre de grandeur de <math>\hbar</math> Action : grandeur homogène à des J.s : <math>[action] = [x^* \times p_x^*] = [E^* \times t^*] = [  \vec{L}^*  ] = [\hbar]</math></li> </ol>	

### IV. REFLEXION-TRANSMISSION

Définir le vecteur densité de courant de probabilité (cas où $k$ est réel) puis dans le cas général.	$\vec{j} =  \phi(M, t) ^2 \frac{\vec{p}}{m}$ <p>Cas général :</p> $\vec{j} = \frac{\hbar}{m} \text{Im} (\psi^* \overrightarrow{\text{grad}} \psi) = \frac{\hbar}{2im} (\psi^* \overrightarrow{\text{grad}} \psi - \psi \overrightarrow{\text{grad}} \psi^*)$
Soient $\vec{J}_i = J_i \vec{e}_x$ ; $\vec{J}_r = J_r \vec{e}_x$ et $\vec{J}_t = J_t \vec{e}_x$ les vecteurs densité de courant de probabilité associés à des ondes de probabilités incidente, réfléchi et transmise au niveau d'une discontinuité d'énergie potentielle dans un problème quantique unidimensionnel donné. Définir les coefficients de probabilité de réflexion $R$ et de transmission	$R = \frac{ J_r }{ J_i } \text{ et } T = \frac{ J_t }{ J_i } \text{ avec } R + T = 1$

### V. LA PARTICULE LIBRE

Définir un quanton libre et donner sa relation de dispersion	<p>Un quanton libre est une particule quantique matérielle non soumise à des interactions : son potentiel <math>V(M)</math> est nul.</p> <p>Relation de dispersion : <math>E = \frac{p^2}{2m} = \hbar\omega</math> avec <math>P = \hbar k</math> donne : <math>\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}</math></p>
Donner l'expression générale des solutions stationnaires pour une particule quantique libre.	$\phi(x) = \underline{A}e^{\frac{ipx}{\hbar}} + \underline{B}e^{-\frac{ipx}{\hbar}}$ <p>Il y a deux états stationnaires possibles (et indépendants) correspondant à une valeur de <math>E</math> : y a dégénérescence d'ordre 2.</p> <p>La condition de normalisation n'est pas respectée.</p>
Pourquoi une OPPM+ n'est-elle pas une solution physiquement acceptable	<ul style="list-style-type: none"> <li>- OPPM+ : <math>\phi(x) = \underline{A}e^{\frac{ipx}{\hbar}}</math> et : <math>\psi(x, t) = \underline{A}e^{i(\frac{px}{\hbar} - \frac{Eh}{\hbar}t)}</math></li> <li>- <math> \psi(\vec{r}, t) ^2 =  \underline{A} ^2</math> est indépendante de <math>x</math> : la particule n'est pas localisée.</li> <li>- Condition de normalisation non vérifiée.</li> </ul>
Pour modéliser correctement un quanton libre se dirigeant dans le sens des $x$ croissants, on utilise la notion de paquet d'onde. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Exprimer la fonction d'onde correspondante.</li> <li>- Relier la vitesse du quanton à la vitesse de groupe de l'onde</li> </ul>	<p>Avec :</p> $\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_l(p) e^{\frac{i(px - E(p)t)}{\hbar}} dp$ $\phi_l(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, 0) e^{-\frac{i(px)}{\hbar}} dx$ $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m} \Rightarrow v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{p}{m} = V$

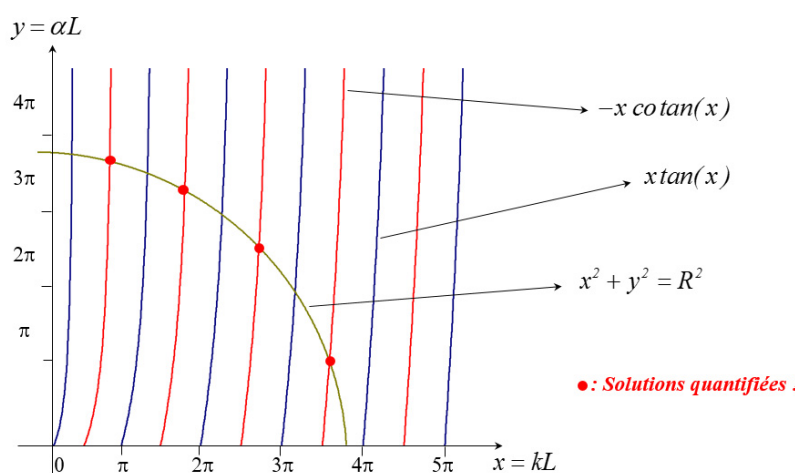
### VI. LE Puits DE POTENTIEL INFINI

Représenter un puits de potentiel infini	
Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $\phi(x)$ ? (Régime stationnaire)	$\frac{d^2\phi}{dx^2} + k^2\phi = 0 \text{ où } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$
Quelle sont les solutions en régime stationnaire ? que vaut alors $k, E, E_{min}$ ?	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\phi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}</math></li> <li>- CL : <math>\phi(0) = 0 \Rightarrow A = -B</math> et <math>\phi(x) = \phi_0 \sin kx</math></li> <li>- CL : <math>\phi(L) = 0 \Rightarrow k_n = \frac{n\pi}{L}</math></li> </ul>

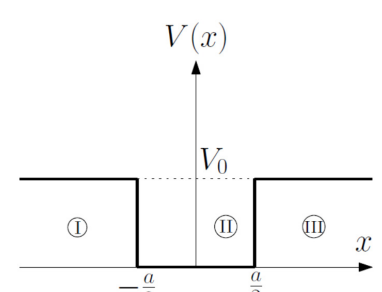
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Normalisation : <math>\int_{-\infty}^{+\infty}  \phi(x) ^2 dx = 1 \Rightarrow \phi_0 = \sqrt{\frac{2}{L}}</math></li> <li>- <math>p_n = \frac{n\pi\hbar}{L}</math> ; <math>E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL} n^2 \rightarrow E_{min} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL}</math></li> </ul>
Pourquoi fallait-il s'attendre à une quantification des niveaux d'énergie ?	Parce que la particule est confinée (états liés)
A quelle condition une particule dans une boîte doit-elle être considérée comme un quanton ?	<ol style="list-style-type: none"> <li>1- <math>\lambda^* \approx L</math> Or ici : <math>L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow OK</math></li> <li>2- <math>x^* \cdot p_x^* \approx \hbar</math> Or ici <math>x^* = L</math> et <math>p_x = \hbar k^* = \frac{n\pi\hbar}{L} \Rightarrow x^* p_x^* = n\pi\hbar \Rightarrow OK</math></li> </ol>
Retrouver l'ordre de grandeur de l'énergie de confinement (1D) en utilisant les inégalités d'Heisenberg	<p>On raisonne sur une direction fixe (<math>Ox</math>) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\langle x \rangle = 0</math> ; <math>\langle x^2 \rangle = \frac{L}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{L}{2}</math></li> <li>- <math>\langle p_x \rangle = 0 \rightarrow \Delta p_x = \langle p_x^2 \rangle</math></li> <li>- <math>\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta p_x = \frac{\hbar}{L} \text{ (min)}</math></li> </ul> $E_{min} = \frac{(\Delta p)_{min}^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2}{2mL^2}$
Exprimer la pulsation des oscillations d'un quanton dans une boîte quantique 1D qui au départ est dans un état non stationnaire (combinaison linéaire de 2 états stationnaires)	$\Psi(0, x) = C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + C_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$ $C_n^2 + C_m^2 = 1$ $\Psi(t, x) = C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \exp\left(-j \frac{E_n}{\hbar} t\right) + C_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \exp\left(-j \frac{E_m}{\hbar} t\right)$ $ \Psi(t, x) ^2 = \left(C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right)^2 + \left(C_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\right)^2 + 2C_n C_m \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos \omega t$ $\omega = \frac{ E_m - E_n }{\hbar}$

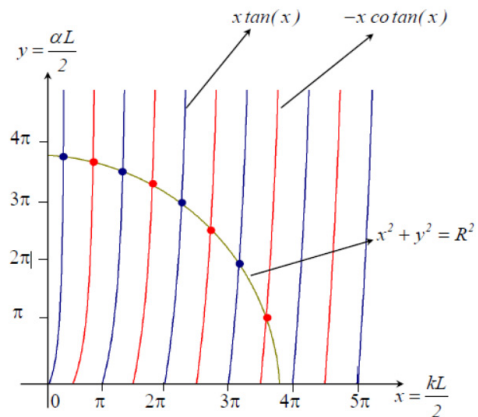
## VII. LE Puits de POTENTIEL SEMI-FINI

Représenter le puits de potentiel semi-fini	
Donner les relations de continuité	<p>En <math>x = 0</math> : <math>\phi_I(0) = 0</math></p> <p>En <math>x = L</math> : <math>\phi_I(L) = \phi_{II}(L)</math> et <math>\frac{d\phi_I}{dx}\Big _{x=L} = \frac{d\phi_{II}}{dx}\Big _{x=L}</math></p>
Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas où un quantum d'énergie $E > V_0$ arrive vers le puits.	<p>En <math>x = L</math>, le quanton est en partie transmis et réfléchi.</p> <p>En <math>x = 0</math>, le quanton est totalement réfléchi.</p> <p>Les états du quanton sont des états de diffusion, les niveaux d'énergie ne sont pas quantifiés.</p> $\phi_I(x) = \underline{A}e^{ik_I x} + \underline{B}e^{-ik_I x} \text{ où } k_I = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{ik_{II} x} + \underline{D}e^{-ik_{II} x} \text{ où } k_{II} = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}$

<p>Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas d'un quantum d'énergie <math>E &lt; V_0</math> initialement dans le puits.</p>	<p>Le quantum ne reste pas totalement confiné dans le puits : en <math>x = L</math>, il existe une onde de probabilité évanescente.                  Les états du quantum sont liés, les niveaux d'énergie sont quantifiés.</p> $\phi_I(x) = \underline{A}e^{ikx} + \underline{B}e^{-ikx} \text{ où } k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{-\alpha x} \text{ où } \alpha = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$
<p>Dans le cas où <math>E &lt; V_0</math>, justifier par une construction graphique que les états du quantum sont quantifiés</p>	<p><math>\underline{A} + \underline{B} = 0</math> ; <math>\underline{A}e^{ikL} + \underline{B}e^{-ikL} = \underline{C}e^{-\alpha L}</math> ; <math>ik(\underline{A}e^{ikL} - \underline{B}e^{-ikL}) = -\alpha\underline{C}e^{-\alpha L}</math>  <math>\Rightarrow \alpha = -k \cotan(kL)</math></p> <p>Deux équations :</p> $\begin{cases} \alpha L = -kL \cotan(kL) \\ (\alpha L)^2 + (kL)^2 = \frac{2mL^2V_0}{\hbar^2} \end{cases}$  <p>• : Solutions quantifiées !</p>

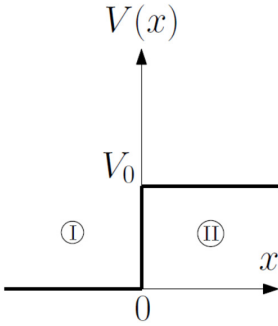
### VIII. LE Puits DE POTENTIEL FINI

<p>Représenter le puits de potentiel fini</p>	
<p>Donner les relations de continuité</p>	<p>En <math>x = \frac{a}{2}</math> : <math>\phi_I\left(\frac{a}{2}\right) = \phi_{II}\left(\frac{a}{2}\right)</math> et <math>\frac{d\phi_I}{dx}\Big _{x=\frac{a}{2}} = \frac{d\phi_{II}}{dx}\Big _{x=\frac{a}{2}}</math>                  En <math>x = -\frac{a}{2}</math> : <math>\phi_{III}\left(-\frac{a}{2}\right) = \phi_{II}\left(-\frac{a}{2}\right)</math> et <math>\frac{d\phi_{III}}{dx}\Big _{x=-\frac{a}{2}} = \frac{d\phi_{II}}{dx}\Big _{x=-\frac{a}{2}}</math></p>
<p>Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas d'un quantum d'énergie <math>E &gt; U_0</math> arrivant vers le puits de potentiel</p>	<p>On considère un quantum arrivant depuis <math>-\infty</math> :                  En <math>x = 0</math>, le quantum est en partie transmis et réfléchi.                  En <math>x = L</math>, le quantum est en partie transmis et réfléchi                  Les états du quantum sont des états de diffusion, les niveaux d'énergie ne sont pas quantifiés.</p>

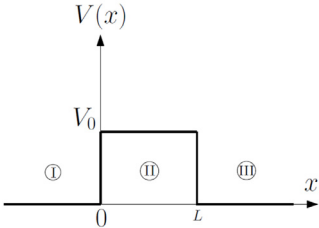
	$\phi_I(x) = \underline{A}e^{ik_Ix} + \underline{B}e^{-ik_Ix} \text{ où } k_I = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}$ $\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{ik_{II}x} + \underline{D}e^{-ik_{II}x} \text{ où } k_{II} = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\phi_{III}(x) = \underline{E}e^{ik_Ix}$
<p>Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas d'un quantum d'énergie <math>E &lt; U_0</math> initialement dans le puits.</p>	<p>Le quanton ne reste pas totalement confiné dans le puits : en <math>x = L</math> et en <math>x = 0</math>, il existe une onde de probabilité évanescente. Les états du quanton sont liés, les niveaux d'énergie sont quantifiés.</p> $\phi_I(x) = \underline{A}e^{\alpha x} \text{ où } \alpha = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$ $\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{ikx} + \underline{D}e^{-ikx} \text{ où } k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\phi_{III}(x) = \underline{E}e^{-\alpha x}$
<p><math>E &lt; U_0</math> et solutions symétriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Donner la forme générale des solutions.</li> <li>- Donner les deux équations permettant de déterminer les relations de dispersions.</li> <li>- Justifier par une construction graphique que les états du quanton sont quantifiés</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Forme générale des solutions : <math>\phi_I(x) = \underline{A}e^{\alpha x}</math> ; <math>\phi_{II}(x) = \underline{A}_{II} \cos(kx)</math> ; <math>\phi_{III}(x) = \underline{A}e^{-\alpha x}</math></li> <li>- Conditions limites : <math>\underline{A}e^{-\frac{\alpha a}{2}} = \underline{A}_{II} \cos\left(\frac{ka}{2}\right)</math> ; <math>\alpha \underline{A}e^{-\frac{\alpha a}{2}} = -k \underline{A}_{II} \cos\left(\frac{ka}{2}\right)</math></li> <li>- Deux équations :  <math display="block">\begin{cases} \frac{\alpha L}{2} = \frac{kL}{2} \tan\left(\frac{kL}{2}\right) \\ \left(\frac{\alpha L}{2}\right)^2 + \left(\frac{kL}{2}\right)^2 = \frac{mL^2 V_0}{2\hbar^2} \end{cases}</math> </li> </ul>
<p><math>E &lt; U_0</math> et solutions antisymétriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Donner la forme générale des solutions.</li> <li>- Donner les deux équations permettant de déterminer les relations de dispersions.</li> <li>- Justifier par une construction graphique que les états du quanton sont quantifiés</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Forme générale des solutions : <math>\phi_I(x) = \underline{A}e^{\alpha x}</math> ; <math>\phi_{II}(x) = \underline{A}_{II} \sin(kx)</math> ; <math>\phi_{III}(x) = -\underline{A}e^{-\alpha x}</math></li> <li>- Conditions limites : <math>\underline{A}e^{-\frac{\alpha a}{2}} = \underline{A}_{II} \sin\left(\frac{ka}{2}\right)</math> ; <math>\alpha \underline{A}e^{-\frac{\alpha a}{2}} = k \underline{A}_{II} \sin\left(\frac{ka}{2}\right)</math></li> <li>- Deux équations :  <math display="block">\begin{cases} \frac{\alpha L}{2} = -\frac{kL}{2} \cotan\left(\frac{kL}{2}\right) \\ \left(\frac{\alpha L}{2}\right)^2 + \left(\frac{kL}{2}\right)^2 = \frac{mL^2 V_0}{2\hbar^2} \end{cases}</math> </li> </ul>  <p style="text-align: center;">Solutions symétriques : • Solutions antisymétriques : •</p>
<p>Quel est l'intérêt d'étudier des solutions symétriques et antisymétriques ?</p>	<p>Il n'existe pas d'autres modes propres que les solutions symétriques (paires) et antisymétriques (impaires) : toute fonction d'onde peut se décomposer en somme de fonctions d'onde paires et impaires.</p>

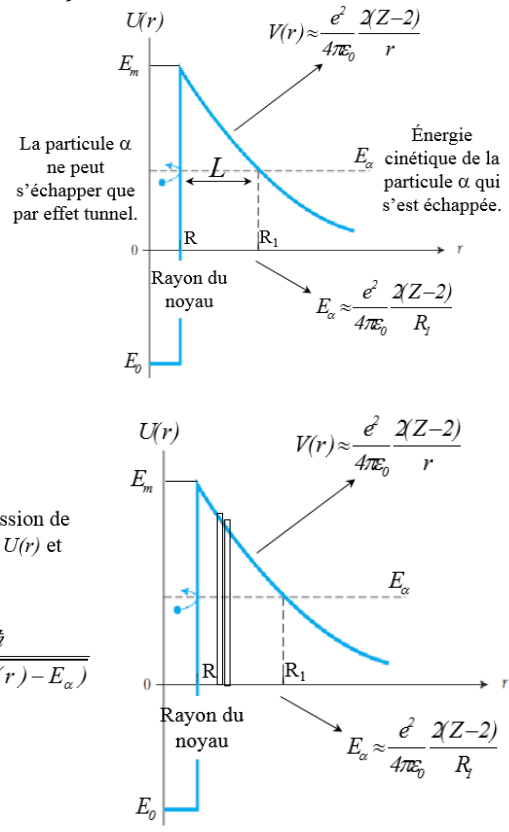
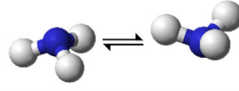
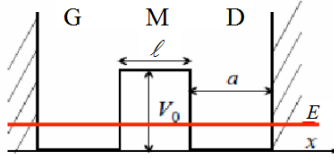
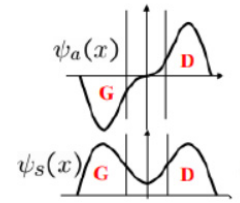


## IX. LA MARCHÉ DE POTENTIEL

Représenter la marche de potentiel	
Donner les relations de continuité	En $x = 0$ : $\phi_I(0) = \phi_{II}(0)$ et $\left. \frac{d\phi_I}{dx} \right _{x=0} = \left. \frac{d\phi_{II}}{dx} \right _{x=0}$
Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas d'un quantum d'énergie $E > U_0$ arrivant de $-\infty$	<p>On considère un quanton arrivant depuis <math>-\infty</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- En <math>x = 0</math>, le quanton est en partie transmis et réfléchi.</li> <li>- Les états du quanton sont des états de diffusion, les niveaux d'énergie ne sont pas quantifiés.</li> <li>- Pour <math>x &lt; 0</math>, on a interférences entre les amplitudes de probabilités incidentes et réfléchies.</li> </ul>
<p>Cas où <math>E &gt; U_0</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Donner la forme générale des solutions</li> <li>- Déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude.</li> <li>- Déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en probabilité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Forme des solutions :           <math display="block">\phi_I(x) = \underline{A}e^{ik_I x} + \underline{B}e^{-ik_I x} \text{ où } k_I = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}</math> <math display="block">\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{ik_{II} x} \text{ où } k_{II} = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}</math> </li> <li>- Conditions aux limites :           <math display="block">\underline{A} + \underline{B} = \underline{C} ; ik_I(\underline{A} - \underline{B}) = ik_{II}\underline{C}</math> </li> <li>- Coefficient de réflexion et transmission en amplitude :           <math display="block">r = \frac{k_I - k_{II}}{k_I + k_{II}} ; t = \frac{2k_I}{k_I + k_{II}}</math> </li> <li>- Probabilité de réflexion et de transmission :           <math display="block">R = \left( \frac{k_I - k_{II}}{k_I + k_{II}} \right)^2 ; T = \frac{4k_I k_{II}}{(k_I + k_{II})^2}</math> </li> </ul>
Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas d'un quantum d'énergie $E < U_0$ arrivant de $-\infty$	<p>On considère un quanton arrivant depuis <math>-\infty</math> :</p> <p>Le quanton arrivant sur la marche est réfléchi. L'amplitude de probabilité pour <math>x &gt; 0</math> n'est pas nulle : il existe une onde évanescence. Les états du quanton sont des états de diffusion, les niveaux d'énergie ne sont pas quantifiés.</p> $\phi_I(x) = \underline{A}e^{ikx} + \underline{B}e^{-ikx} \text{ où } k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{-\alpha x} \text{ où } \alpha = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$

## X. LA BARRIÈRE DE POTENTIEL ET L'EFFET TUNNEL

Représenter la barrière de potentiel	
Donner les relations de continuité	<p>En <math>x = 0</math> : <math>\phi_I(0) = \phi_{II}(0)</math> et <math>\frac{d\phi_I}{dx}\Big _{x=0} = \frac{d\phi_{II}}{dx}\Big _{x=0}</math></p> <p>En <math>x = L</math> : <math>\phi_{III}(L) = \phi_{II}(L)</math> et <math>\frac{d\phi_{III}}{dx}\Big _{x=L} = \frac{d\phi_{II}}{dx}\Big _{x=L}</math></p>
Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas d'un quantum d'énergie $E > U_0$ arrivant de $-\infty$	<p>On considère un quantum arrivant depuis <math>-\infty</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- En <math>x = 0</math>, le quantum est en partie transmis et réfléchi (Pour <math>x &lt; 0</math>, on a interférences entre les amplitudes de probabilités incidentes et réfléchies).</li> <li>- En <math>x = L</math>, le quantum est à nouveau en partie transmis et réfléchi (Pour <math>0 &lt; x &lt; L</math>, on a interférences entre les amplitudes de probabilités incidentes et réfléchies).</li> <li>- Les états du quantum sont des états de diffusion, les niveaux d'énergie ne sont pas quantifiés.</li> </ul> $\phi_I(x) = \underline{A}e^{ik_Ix} + \underline{B}e^{-ik_Ix} \text{ où } k_I = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{ik_{II}x} + \underline{D}e^{-ik_{II}x} \text{ où } k_{II} = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}$ $\phi_{III}(x) = \underline{E}e^{ik_Ix}$
Décrire qualitativement ce qui se passe dans le cas d'un quantum d'énergie $E < U_0$ arrivant de $-\infty$	<p>La probabilité de transmission du quantum à travers la barrière de potentielle n'est pas nulle : plus l'épaisseur de la barrière diminue plus la probabilité de transmission augmente.</p>
Cas où $E < U_0$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Donner la forme générale des solutions</li> <li>- Le coefficient de transmission en amplitude est proportionnel à <math>e^{-\frac{L}{\delta}}</math> : donner l'expression de <math>\delta</math>.</li> <li>- Comment évolue la probabilité de transmission ?</li> </ul> <p>Forme des solutions :</p> $\phi_I(x) = \underline{A}e^{ikx} + \underline{B}e^{-ikx} \text{ où } k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ $\phi_{II}(x) = \underline{C}e^{-\alpha x} + \underline{D}e^{\alpha x} \text{ où } \alpha = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$ $\phi_{III}(x) = \underline{E}e^{ikx}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>- Expression de <math>\delta</math> : <math>\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{\hbar^2}{\sqrt{2m(V_0 - E)}}</math></li> <li>- Probabilité de transmission : <math>T \propto e^{-\frac{2L}{\delta}}</math></li> </ul>
A l'aide des inégalités d'Heisenberg retrouver l'expression de $\delta$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- On considère que le quantum a une énergie <math>E + \Delta E &gt; V_0</math> pendant une durée <math>\Delta t</math> telle que <math>\Delta E \times \Delta t \approx \frac{\hbar}{2}</math></li> <li>- Le quantum passe alors au-dessus de la barrière avec une vitesse :</li> </ul> $v = \sqrt{\frac{2(E + \Delta E - V_0)}{m}}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pendant le temps <math>\Delta t = \frac{\hbar}{2\Delta E}</math>, le quantum parcourt la distance : <math>l = v\Delta t = \frac{\hbar}{2\Delta E} \sqrt{\frac{2(E + \Delta E - V_0)}{m}}</math></li> <li>- Cette distance est maximale pour <math>\Delta E = 2(V_0 - E)</math> et on obtient :</li> </ul> $l_{max} = \delta = \frac{\hbar}{4\sqrt{2m(V_0 - E)}}$

<p>Décrire le principe d'un microscope à effet tunnel</p>	<p>Une sonde (pointe conductrice très fine) balaie la surface que l'on souhaite étudier. Un ordinateur ajuste (via un système d'asservissement) en temps réel la hauteur de la pointe pour maintenir un courant constant (courant dû aux électrons de la surface arrachés par effet tunnel) et enregistre cette hauteur qui permet de reconstituer la surface.</p>
<p>Qu'est-ce que la radioactivité <math>\alpha</math>, comment la modélise-t-on ?</p>	<p>- Emission radioactive vérifiant :  <math display="block">{}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He</math></p> <p>- Première modélisation (incorrecte) :</p> <p>Largeur de la barrière de potentiel :  <math display="block">L = R_1 - R</math></p> <p>Avec :  <math display="block">R_1 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)}{E_\alpha}</math></p> <p>On assimile la barrière coulombienne à une barrière rectangulaire de largeur <math>L</math> et de hauteur <math>E_m</math>.</p> <p>- Deuxième modélisation :</p> <p>On approche le profil coulombien par une succession de barrières rectangulaires élémentaires de hauteur <math>U(r)</math> et d'épaisseur <math>dr</math>.          En supposant ces barrières épaisses, on a :  <math display="block">\frac{dT}{T} = -(2/\delta) dr \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_\alpha(U(r) - E_\alpha)}}</math></p> 
<p>Quel est le rôle de l'effet tunnel dans les deux configurations de la molécule d'ammoniaque ?</p>	<p>Les atomes d'hydrogène sont aux sommets d'un triangle équilatéral : Il existe deux positions d'équilibre « stable » de l'atome d'azote, de part et d'autre de la barrière de potentiel.</p>  <p>Il y a superposition des deux états quantiques, couplés par effet tunnel.</p> 
<p>Représenter les deux premiers modes propres (symétrique et antisymétrique)</p>	
<p>Fonction d'onde correspondant à : la particule est dans le puits de gauche (resp. droite) à <math>t = 0</math></p>	$\phi_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_s(x) - \phi_a(x))$ $\phi_D(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_s(x) + \phi_a(x))$

Pulsation des oscillations de la molécule d'ammoniaque entre les deux puits (initialement dans le puits de droite)

$$\Psi(0, x) = \phi_D(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_s(x) + \phi_a(x))$$

$$\Psi(t, x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_s(x) \exp\left(-j\frac{E_s}{\hbar}t\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_a(x) \exp\left(-j\frac{E_a}{\hbar}t\right)$$

$$|\Psi(t, x)|^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\phi_s(x)\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\phi_a(x)\right)^2 + \phi_s(x)\phi_a(x) \cos \omega t$$

$$\omega = \frac{|E_s - E_a|}{\hbar}$$

## Lois de conservation

	Diffusion électrique	Diffusion moléculaire	Diffusion thermique	Diffusion des champs	Diffusion de masse	Diffusion de Qmvt	MQ
Vecteur densité de courant $\vec{j}$	$\vec{j}_{el} = \rho_m \vec{V}$	$\vec{j}_m = n_m \vec{V}$		$\vec{H} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$	$\vec{j}_m = \mu \vec{V}$	$\vec{j}_{diff} = -\eta \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \vec{e}_x$	$\vec{j} = \frac{ \psi ^2 \vec{p}}{m}$
Flux du vecteur $\vec{j}$	$I = \frac{dQ}{dt}$ $= \iint_S \vec{j}_{el} \cdot \vec{dS} \text{ (A)}$	$\Phi = \frac{dN}{dt}$ $= \iint_S \vec{j}_m \cdot \vec{dS} \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$P = \Phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$ $= \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS} \text{ (W)}$	$P = \iint_S \vec{H} \cdot \vec{dS} \text{ (W)}$	$D_m = \frac{dm}{dt}$ $= \iint_S \vec{j}_m \cdot \vec{dS} \text{ (s}^{-1}\text{)}$		
Loi de conservation	$div(\vec{j}_{el}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ Conservation de la charge	$div(\vec{j}_m) + \frac{\partial n_m}{\partial t} = 0$ Conservation de la quantité de matière	$div(\vec{j}_{th}) + \mu c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ 1 <sup>er</sup> principe de la thermo	$div(\vec{H}) + \frac{\partial u_{em}}{\partial t} = \vec{j} \cdot \vec{E}$ Théorème de Poynting	$div(\vec{j}_m) + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$ Equation de continuité		$div(\vec{j}) + \frac{\partial  \psi ^2}{\partial t} = 0$ Conservation de la probabilité
Loi phénoménologique	$\vec{j}_{el} = \gamma \vec{E}$ RP : $\vec{j}_{el} = -\gamma \overrightarrow{grad}(V)$ Loi d'Ohm	$\vec{j}_m = -D_m \overrightarrow{grad}(n_m)$ Loi de Fourier	$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)$ Loi de Fick				
Equation de diffusion		$\frac{\partial n_m}{\partial t} = D_m \Delta n_m$	$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th} \Delta T$ $D_{th} = \frac{\lambda}{\mu c}$	Equation de diffusion des champs dans les conducteurs (ARQS) $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \gamma \Delta \vec{E}$		Navier Stokes + $R_e \ll 1$ + pas d'autres forces volumiques que les contraintes visqueuses : $\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \nu \Delta \vec{V}$	
Régime permanent + absence de puits ou de source	$V_2 - V_1 = RI$ $R = \frac{L}{\gamma S}$	$\Delta n_m = 0$ $n_{m1} - n_{m2} = R_m \Phi$ $R_m = \frac{L}{D_m S}$	$\Delta T = 0$ $T_1 - T_2 = R_{th} \Phi_{th}$ $R_{th} = \frac{L}{D_{th} S}$				

## QUELQUES ORDRES DE GRANDEURS.

### AIR

Hauteur de l'atmosphère	100 km
Masse molaire de l'air	$M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$
Masse volumique de l'air	$\rho = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$
Coefficient $\gamma$ de l'air	GP diatomique $\Rightarrow 1,4$
Pression atmosphérique au sol	1atm ou 1Bar
Densité particulaire	$\frac{P}{k_B T} \approx 2,5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$
Vitesse quadratique moyenne	$v_q = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 500 \text{ m.s}^{-1}$
Section efficace de collision et libre parcours moyen	$\sigma = \pi(2r)^2 \approx 10^{-19} \text{ m}^2$ et $l = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} \approx 0,2 \mu\text{m}$
Temps moyen entre deux chocs	$\tau = \frac{l}{v_q} \approx 0,5 \text{ ns}$
Compressibilité de l'air (sous 1 bar)	$\chi_T \approx 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$
Hauteur d'échelle (atmosphère isotherme à 20°C)	$H = \frac{RT}{Mg} \approx 8,6 \text{ km}$
Gradient de température troposphère	$a \approx -6,5^\circ\text{C.km}^{-1}$
Coefficient de diffusion thermique de l'air	$D \approx 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
Pourcentage dioxygène	21%
Pourcentage diazote	78%
Pourcentage dioxyde de carbone	0.03%
Pourcentage eau	De 1% (Sibérie) à 5% (zones maritimes équatoriales)
Indice	$1 + 2,7 \times 10^{-4}$ (1 bar, air sec)
Conductivité thermique	$2,5 \times 10^{-2} \text{ W/m/K}$ (298K)
Viscosité cinématique	$1,85 \times 10^{-5} \text{ kg/m/s}$

### LA TERRE ET L'ESPACE

Champ de pesanteur terrestre	$g \approx 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
Rayon de la terre	$R_T \approx 6400 \text{ km}$
Périmètre terrestre	$\approx 4 \times 10^4 \text{ km}$
Masse de la terre	$M_T = \frac{g \cdot R_T^2}{G} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Densité terrestre	$\approx 5,5$
Altitude satellite géostationnaire	$h = \left( \frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R_T \approx 36 \cdot 10^3 \text{ km}$
Vitesse de libération terrestre	$v_l = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \approx 11 \text{ km.s}^{-1}$
Champ disruptif de l'air	$E_{dis} \approx 3,6 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}$
Champ magnétique terrestre (composante horizontale)	$B_o \approx 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
Vitesse de la terre sur son orbite (dans $R_K$ )	$v_T \cong \sqrt{\frac{GM_s}{d_{TS}}} \approx 30 \cdot 10^3 \text{ km.s}^{-1}$
Masse du soleil	$M_s \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Rayon du soleil	$R_s \approx 7 \cdot 10^8 \text{ m}$
Température à la surface du soleil	$T_s \approx 5000 \text{ K}$
Distance terre-soleil	$d_{TS} \approx 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 1 \text{ UA}$

## Ordres de grandeurs

Masse de la lune	$M_L \approx \frac{M_T}{81}$
Distance terre-lune	$d_{TL} = 3.8 \times 10^5 \text{ km}$
Vitesse de la terre sur son orbite (dans $R_K$ )	$v_T \approx \sqrt{\frac{GM_s}{d_{TS}}} \approx 30.10^3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

## L'OPTIQUE ET LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Indice du vide	$n_{vide} = 1$
Indice de l'air	$n_{air} \approx 1$
Indice d'un verre	$n_{verre} = 1,5 \text{ à } 1,6$
Indice de l'eau	$n_{eau} \approx 1,33$
Spectre de la lumière blanche	$400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 800 \text{ nm}$
Fréquence du violet	$\lambda_v \approx 420 \text{ nm}$
Fréquence du bleu	$\lambda_B \approx 470 \text{ nm}$
Fréquence du jaune	$\lambda_j \approx 580 \text{ nm}$
Fréquence du rouge	$620 \text{ nm} \leq \lambda_R \leq 800 \text{ nm}$
Doublet jaune du sodium	$\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$
Puissance d'un laser utilisé en optique	$\approx \text{ mW}$
Vitesse de la lumière dans le vide	$c = 3.10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Fréquences des micro-ondes / radar	$3 \text{ GHz} \leq f \leq 300 \text{ GHz}$
Fréquences des ondes radio	$150 \text{ kHz} \leq f \leq 3 \text{ GHz}$
Fréquences des RX, Ry	$0,01 \text{ nm} \leq \lambda_{RX} \leq 10 \text{ nm}$ et $\lambda_{RY} \leq 0,01 \text{ nm}$
Densité de plasma dans une lampe à décharge	$n \approx 10^{20} \text{ m}^{-3}$
Densité de plasma dans l'ionosphère	$n \approx 10^{12} \text{ m}^{-3}$
Pulsation de plasma dans l'ionosphère	$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m}} \approx 10 \text{ MHz}$

## LES ONDES ACOUSTIQUES

Vitesse du son dans l'air	$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \approx 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Vitesse du son dans l'eau	$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_o \chi_o}} \approx 1400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Vitesse du son dans les solides	$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \approx 5000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Impédance acoustique de l'air	$430 \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$
Impédance acoustique de l'eau	$1,5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$
Fréquence d'un diapason (La)	$440 \text{ Hz}$
Limites de l'oreille humaine	$0 \leq I_{dB} \leq 120 \text{ dB}$ et $20 \text{ Hz} \leq f \leq 20000 \text{ Hz}$

## L'ELECTRONIQUE AU LABO

Conductivité électrique du cuivre	$\gamma = 6.10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Densité d'électrons libres dans le cuivre	$n = 10^{29} \cdot \text{m}^{-3}$
Temps moyen entre deux chocs	$\tau \approx 10^{-14} \text{ s}$
Epaisseur de peau du cuivre (50Hz et 50 MHz)	$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_o \omega \gamma}} \approx 1 \text{ cm}$ à 50Hz et $10 \mu\text{m}$ à 50MHz
Fréquences utilisées en TP d'électronique	$f \approx \text{ kHz}$
Inductances utilisées en TP d'électronique	$qq$ dizaines de $\text{ mH}$
Capacités utilisées en TP d'électronique	$qq$ centaines de $\mu\text{F}$
Tension seuil d'une diode (silicium)	$V_s \approx 0,6 \text{ V}$
Gain statique d'un AO	$\mu_o = 10^5$

## PHYSIQUE ATOMIQUE

Masse d'un électron	$m_e = 9,1.10^{-31} kg$
Masse d'un nucléon	$m \approx 1,7.10^{-27} kg$
Charge élémentaire	$e = 1,9.10^{-19} C$
Dimensions du noyau	$1 fm = 10^{-15} m$
Dimensions d'un atome	$1A^\circ = 10^{-10} m$
Magnéton de Bohr	$9.28 \times 10^{-24} J/T$
Rayon de Bohr	53 pm
Energie du fondamental atome H	-13.6 eV
Constante de Planck	$6.62 \times 10^{-34} J.s$

## L'EAU

Masse molaire de l'eau	$M_e = 18g.mol^{-1}$
Masse volumique de l'eau (liquide)	$\rho_e = 10^3 kg.m^{-3}$
Masse volumique de la glace	$\rho_g \approx 0,9.10^3 kg.m^{-3}$
Point triple de l'eau	$P_T = 610 Pa$ et $T_T = 273,16 K$
Point critique de l'eau	$P_C = 220 Bar$ et $T_C = 370 K$
Chaleur latente de vaporisation de l'eau à 100°C	$L_v = 2260 kJ.kg^{-1}$
Chaleur latente de fusion de la glace à 0°C	$L_f = 334 kJ.kg^{-1}$
Chaleur massique de l'eau liquide	$c_e = 4,18 kJ.kg^{-1}.K^{-1}$
Conductivité thermique de l'eau	$\lambda_e = 0,6 W.m^{-1}.K^{-1}$
Coefficient de diffusion thermique de l'eau	$D_e = 1,4.10^{-7} m^2.s^{-1}$
Conductivité électrique de l'eau	$\gamma_e = 5.10^{-3} S.m^{-1}$
Compressibilité de l'eau (sous 1 bar)	$\chi_T = 10^{-10} Pa^{-1}$
Augmentation de pression dans l'eau	$\approx 1Bar$ tous les 10 m