

DM3

Le sujet comporte 11 exercices indépendants. Il porte sur des révisions d'électrocinétique et de mécanique.

1 Oscillateur quasi-sinusoidal (CCS)

L'oscillateur est réalisé à l'aide d'un circuit $(R + r, L, C)$ série, d'une source de tension continue de f.e.m E réglable et d'un multiplieur de constante multiplicative k . Les résistances d'entrée du multiplieur sont infinies, sa résistance de sortie est nulle et sa tension de saturation est V_{sat} .

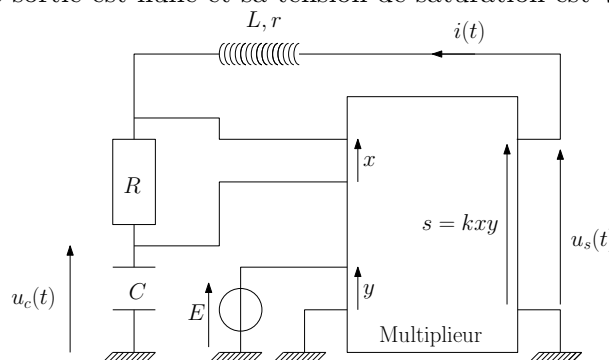


Figure 1

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. Pour quelle valeur théorique E_{th} de la f.e.m E , le circuit réalise-t-il un oscillateur sinusoïdal ? Quelle est alors la fréquence des oscillations ?
2. Le condensateur étant initialement déchargé et l'inductance n'étant parcourue par aucun courant, analyser le mécanisme d'amorçage des oscillations puis le mécanisme limitant leur amplitude. Conclure qu'il est impossible de réaliser un oscillateur rigoureusement sinusoïdal. Quelle valeur convient-il de donner effectivement à la f.e.m E pour réaliser un oscillateur quasi-sinusoidal ?
3. (**) En déduire l'amplitude u_{sm} de la tension $u_s(t)$ à la sortie du multiplieur puis celle u_{cm} de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.
4. On donne $C = 1 \mu\text{F}$; $L = 100 \text{ mH}$; $r = 0.1 \text{ k}\Omega$; $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $V_{sat} = 14.6 \text{ V}$. Calculer la fréquence des oscillations quasi-sinusoidales et les amplitudes u_{sm} et u_{cm} des tensions $u_s(t)$ et $u_c(t)$.
5. On désire alimenter un circuit d'utilisation avec cet oscillateur. En quel point doit-on prélever le signal pour ne pas modifier le fonctionnement de l'oscillateur ?

2 Ligne en continu (CCS)

Des questions ont été rajoutées pour faciliter la résolution

Préliminaires

Un générateur de fem $e(t) = E$ de résistance interne R_0 alimente un réseau linéaire de résistance équivalente R_u .

1. Faire un schéma de la situation.
2. Déterminer la puissance reçue par la résistance R_u en fonction de E , R_0 et R_u .
3. Les caractéristiques du générateur étant imposées, quelle est la condition sur R_u pour que la puissance reçue par R_u soit maximale ?

Modélisation d'une ligne bifilaire en régime continu

Un générateur équivalent à une source de tension V_0 en série avec une résistance R_0 est branché à l'entrée (à l'abscisse $x = 0$) d'une ligne de longueur X . Lorsque cette ligne présente **par unité de longueur**, une résistance longitudinale r et une conductance transversale g , elle est modélisable selon le réseau en échelle dessiné sur la figure (2), chaque maillon correspondant à une section d'épaisseur infiniment petite dx .

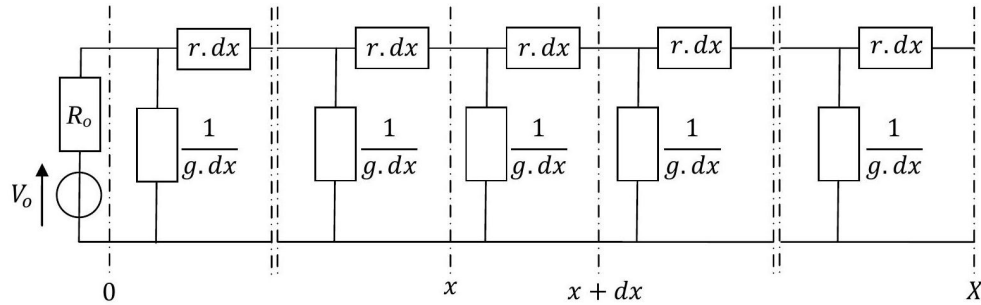


Figure 2

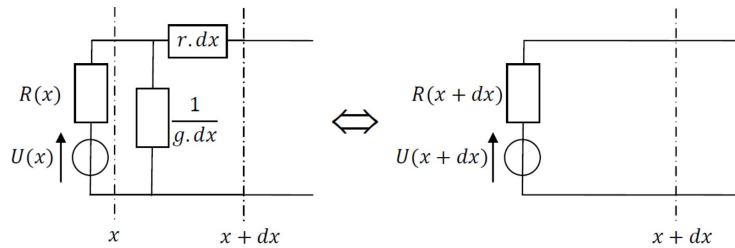


Figure 3

4. On désire établir le modèle équivalent de Thévenin du montage de la figure (3), en regard vers la source, à l'abscisse $x + dx$, en fonction de celui correspondant à l'abscisse x . En utilisant les lois d'associations des générateurs et l'équivalence entre les représentations de Thévenin et Norton données en annexe, exprimer :
 - (a) La fem $U(x + dx)$ en fonction de $U(x)$, $R(x)$, g et dx
 - (b) La résistance interne $R(x + dx)$ en fonction de $R(x)$, g , r et dx .
5. Détermination de la résistance interne $R(x)$.
 - (a) En effectuant un développement limité au 1^{er} ordre en dx , montrer que l'équation différentielle vérifiée par $R(x)$ est de la forme :

$$\frac{dR}{R(x)^2 - R_c^2} = -g \cdot dx \text{ où } R_c = \sqrt{\frac{r}{g}}$$

- (b) Montrer alors que $R(x)$ peut s'écrire :

$$R(x) = R_c \frac{a_1 e^{bx} + a_2 e^{-bx}}{a_1 e^{bx} - a_2 e^{-bx}}$$

Où a_1, a_2 et b sont des constantes que l'on exprimera en fonction de R_0 et R_c

On donne :

$$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u - a}{u + a} \right|$$

6. Détermination de la fem $U(x)$.

- (a) En effectuant un développement limité au 1^{er} ordre en dx , montrer que l'équation différentielle vérifiée par $U(x)$ est de la forme :

$$\frac{dU}{U(x)} = -g \cdot R(x) \cdot dx$$

- (b) Montrer alors que $U(x)$ peut s'écrire :

$$U(x) = \frac{\alpha}{(a_1 e^{bx} - a_2 e^{-bx})}$$

Où α est une constante que l'on exprimera en fonction de V_0 , a_1 et a_2

On donne :

$$\int \frac{a_1 e^{bu} + a_2 e^{-bu}}{a_1 e^{bu} - a_2 e^{-bu}} du = \frac{1}{b} \ln |a_1 e^{bu} - a_2 e^{-bu}|$$

7. On adapte la résistance du générateur de manière à rendre la résistance $R(x)$ indépendante de la longueur de la ligne. Exprimer dans ce cas R_0 et R en fonction de R_c puis exprimer $U(x)$.

Adaptation de la charge au maximum de puissance

8. La condition suivante étant réalisée, de sorte que $R(x)$ soit bien indépendante de x , quelle résistance doit-on brancher à l'extrémité X de la ligne pour en extraire le maximum de puissance ?

3 Projet Méga-Gauss (CCS)

La génération de champs magnétiques intenses (de l'ordre de 100 T) est un enjeu important pour les progrès de la physique quantique notamment. La France, les États-Unis et le Japon se sont dotés de dispositifs performants pour produire de tels champs. En France, le fonctionnement de principe du projet "Méga-Gauss" est représenté sur la figure 4.

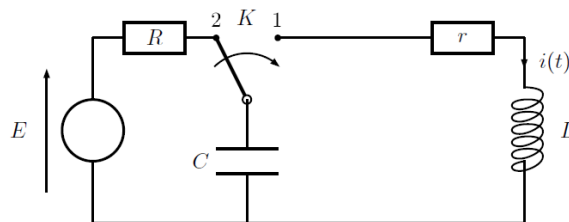


Figure 4

Le générateur a pour force électromotrice $E = 30 \text{ kV}$. Le condensateur de capacité C est réalisé par la mise en parallèle de 20 condensateurs de capacité $6.0 \mu\text{F}$ chacun. La bobine qui crée le champ magnétique (proportionnel à l'intensité du courant $i(t)$ la traversant) a pour inductance $L = 10 \text{ nH}$ et pour résistance $r = 10 \text{ m}\Omega$.

1. Le condensateur est déchargé et on place l'interrupteur (K) en position 2 jusqu'à sa charge complète. Existe-t-il une valeur de la résistance R qui optimise le rapport de l'énergie stockée par le condensateur sur l'énergie fournie par le générateur ? Proposer une valeur de R .
2. Lorsque le condensateur est chargé, on bascule l'interrupteur (K) en position 1.
 - (a) Déterminer le courant $i(t)$ dans la bobine. En déduire la valeur i_{max} de cette intensité.
 - (b) La technologie employée fait intervenir une *bobine monospire* de diamètre $D = 20 \text{ mm}$, le champ magnétique maximal créée vaut alors :

$$B_{max} = \frac{\mu_0 i_{max}}{D}$$

Déterminer le champ magnétique maximal B_{max} qui peut être produit et donner un ordre de grandeur de sa durée de vie.

3. Le dispositif réel (représente sur la figure 5) fait intervenir un dipôle supplémentaire (D) dont le fonctionnement est celui-ci : si $u_D > 0$ alors $i_D = 0$; si $i_D > 0$ alors $u_D = 0$.

- (a) Quelle est la nature de ce dipôle et quel peut être son intérêt ?
 (b) Préciser le sens de branchement du dipôle.
 (c) Étudier précisément l'effet du dipôle (D).

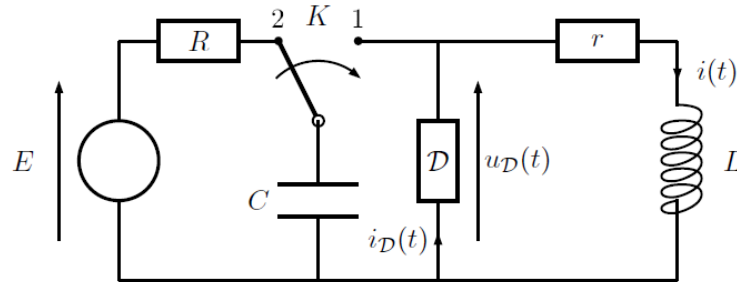


Figure 5

4 Étude de filtres (CCS)

On considère les filtres 1, 2 et 3 suivants :

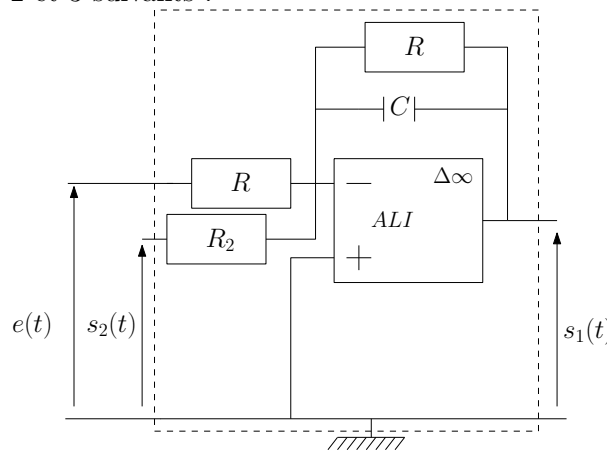


Figure 6 – Filtre 1

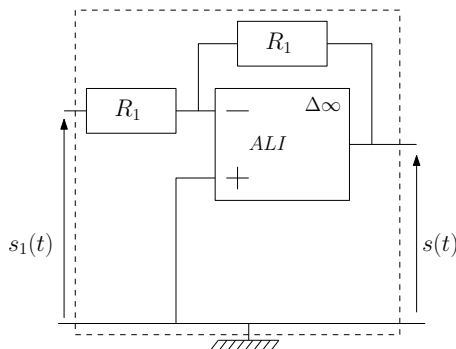


Figure 7 – Filtre 2

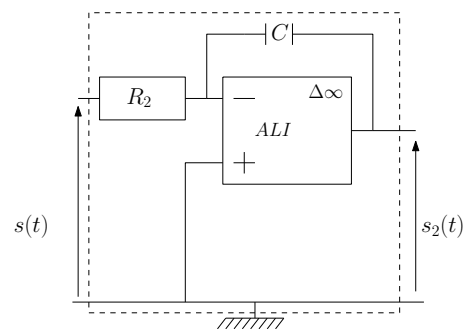


Figure 8 – Filtre 3

1. Établir les fonctions de transferts des filtres 2 et 3 (notées respectivement $\underline{H}_2 = \frac{s}{s_1}$ et $\underline{H}_3 = \frac{s_2}{s}$).

2. Établir la relation entre $\underline{e}$, $\underline{s}_2$ et $\underline{s}_1$ pour le filtre 1.
3. En déduire que la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ du filtre 4, dont le schéma bifilaire est donné figure (9), est de la forme :

$$\underline{H} = H_0 \frac{\frac{1}{Q} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)}{1 + \frac{1}{Q} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

On donnera les expressions de H_0 , ω_0 et Q . Quelle est la nature du filtre ?

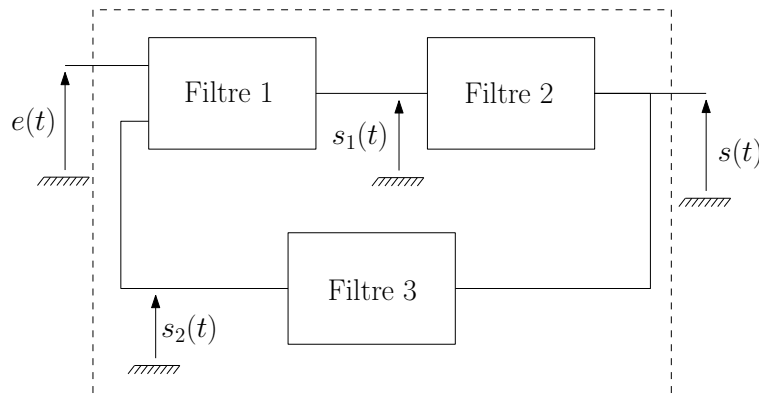


Figure 9 – Filtre 4

4. On donne : $C = 680 \text{ nF}$, $R = 6.8 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 47 \Omega$. Tracer le diagramme de Bode du filtre 4.
5. On alimente le filtre 4 par une tension $e(t)$ correspondant à un signal créneau d'amplitude $E = 10 \text{ V}$ et de fréquence $f = 1650 \text{ Hz}$ comme représenté figure (10). Donner l'allure de $s(t)$. On s'aidera des résultats fournis en annexe.

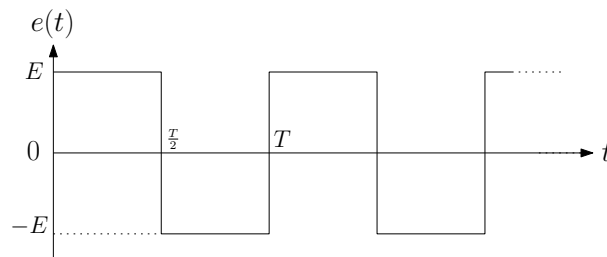
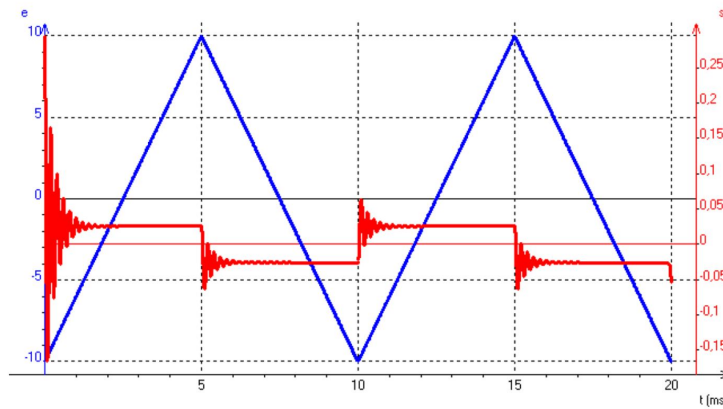
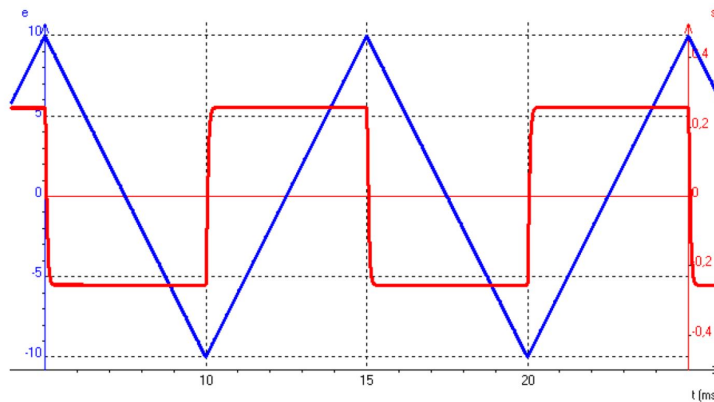


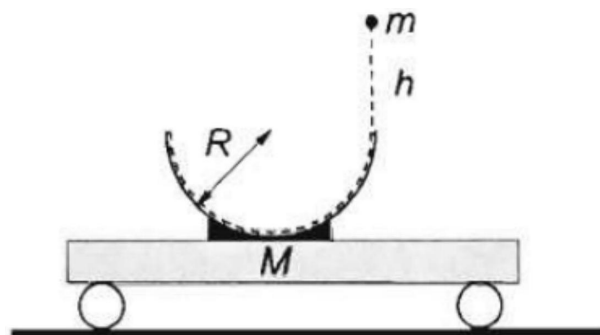
Figure 10 – Chronogramme de $e(t)$

6. On alimente maintenant le filtre 4 par une tension $e(t)$ correspondant à un signal triangulaire de fréquence 100 Hz pour différentes valeurs de Q ¹. On obtient les chronogrammes représentés figures (11) et (12). Interpréter l'allure de $s(t)$ et calculer le facteur de qualité Q pour chaque courbe.

1. Les valeurs de C , R , r_1 et R_2 ont à priori changé

Figure 11 – Chronogramme de $e(t)$ Figure 12 – Chronogramme de $e(t)$

5 Bille sur un Chariot (X)



La bille de masse m est lâchée sans vitesse à une hauteur h au dessus d'un bol hémisphérique de rayon R posé sur un chariot le tout de masse M . On considère que lorsque la bille rejoint l'hémisphère sur son extrémité elle glisse parfaitement. On pourra aussi supposer que le chariot roule sans glisser. Décrire le mouvement de la bille et du chariot, on se posera notamment la question de la position de la bille à son altitude la plus élevée.

6 Méthode inverse (X)

Pour déterminer le profil de densité d'une planète gazeuse (hydrogène) à symétrie sphérique, une sonde est envoyée dans la planète sur une orbite piégée. La trajectoire de la sonde est observée. On néglige la

friction liée au gaz.

1. Que peut on dire à priori sur la trajectoire
2. on observe que la trajectoire est plane et que son équation polaire s'écrit

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + a \cos k\theta},$$

avec $k > 1$. Déterminer le profil de densité dans la planète. En déduire le profil de la pression et de la température.

7 Condition de décollement (CCINP 2021)

Un VTTiste sur une hémisphère de rayon $R = 4m$ part du sommet sans vitesse initiale. Où décolle-t-il ? avec quelle vitesse ?

8 Masse accrochée à deux ressorts (CCINP 2019)

Deux poteaux verticaux de hauteur 30 m , espacés de 20 m . Deux ressorts sont accrochés au sommet des poteaux, de raideur k , longueur à vide l_0 . Ils sont reliés entre eux par une masse M (analogie avec un dispositif dans un parc d'attractions)

On place la boule au sol, puis on la lâche

1. Quelle est l'altitude maximale atteinte par la boule ?
2. Quelle est la vitesse maximale de la boule ?

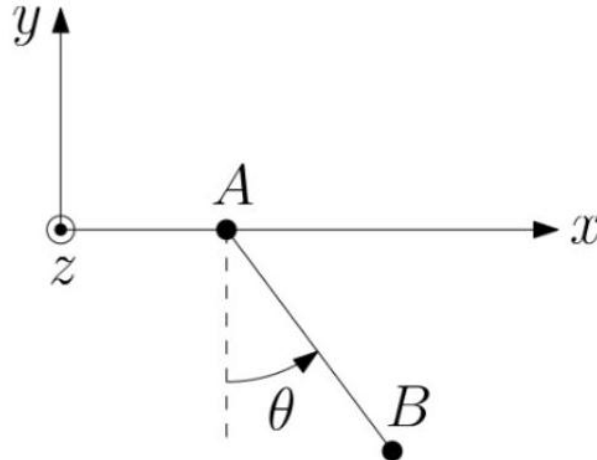
9 Chocs (Mines 2021)

On projette une particule de masse M à une vitesse V_0 sur des particules de masse $m = \epsilon M$ avec $\epsilon \ll 1$. Le problème est unidimensionnel dans la direction x , les petites particules sont distantes de a .

On s'intéresse au choc entre la particule de masse M et la première particule de la chaîne.

1. Comment varient la quantité de mouvement et l'énergie du système des 2 particules au moment du choc ? Calculer V_1 en fonction de V_0 et ϵ (questions sur la démonstration de la puissance cinétique, comment peut-on négliger le poids ?)
2. Pourquoi y aura-t-il une infinité de chocs entre M et la première particule avant le choc avec la deuxième ?
3. Montrer que $V_n = V_{n-1}(1 - k\epsilon)$ où k est un réel à déterminer.
4. On considère a assez petit devant la distance caractéristique des variations de V pour faire l'approximation des milieux continus. Calculer la force qu'exerce l'ensemble des particules sur M . Question sur la différence de description eulérienne et lagrangienne
5. En déduire V en fonction du temps.

10 Mines 2024



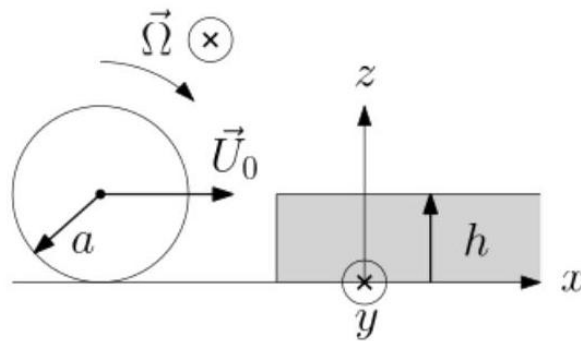
Les points A et B ont pour masses m_A et m_B . A a un mvt de translation suivant (Ox) . On néglige les frottements.

At $t = 0$, on a $x_A(0) = 0; \dot{x}_A = 0; \theta(0) = \theta_0 > 0; \dot{\theta}(0) = 0$.

1. Étudier le mouvement de G ne centre d'inertie du système.
2. Déterminer l'énergie cinétique du système. On fera intervenir la masse réduite μ .
3. Déterminer l'énergie potentielle du système.
4. En déduire le système d'équations différentielles vérifiées par le système.

11 Condition pour passer une marche (Mines 2024)

On considère un cylindre de rayon a , de masse m , de moment d'inertie par rapport à son axe $J = \frac{1}{2}ma^2$, qui arrive sur une marche de hauteur h avec une vitesse $\vec{U}_0$.



Décrire ce qui se passe. A quelle condition le cylindre « passe-t-il » la marche ?

12 ANNEXE

12.1 Générateurs de Thévenin et de Norton

12.1.1 Définitions

- ✗ Un générateur idéal de tension est un dipôle actif délivrant une tension à ses bornes e indépendante du courant qui le traverse.

- ✗ Un générateur idéal de courant est un dipôle actif délivrant un courant I indépendant de la tension à ses bornes.
- ✗ Les générateurs de Thévenin et de Norton sont des **dipôles linéaires actifs** : le générateur de Thévenin est l'association en série d'un générateur idéal de tension et d'une résistance tandis que le générateur de Norton est l'association en parallèle d'un générateur idéal de courant et d'une conductance. Ces deux représentations sont équivalentes, comme représenté figure (13).
- ✗ Attention : cette équivalence ne fonctionne que si les générateurs ne sont pas idéaux (i.e. r doit être non nulle et non infinie)

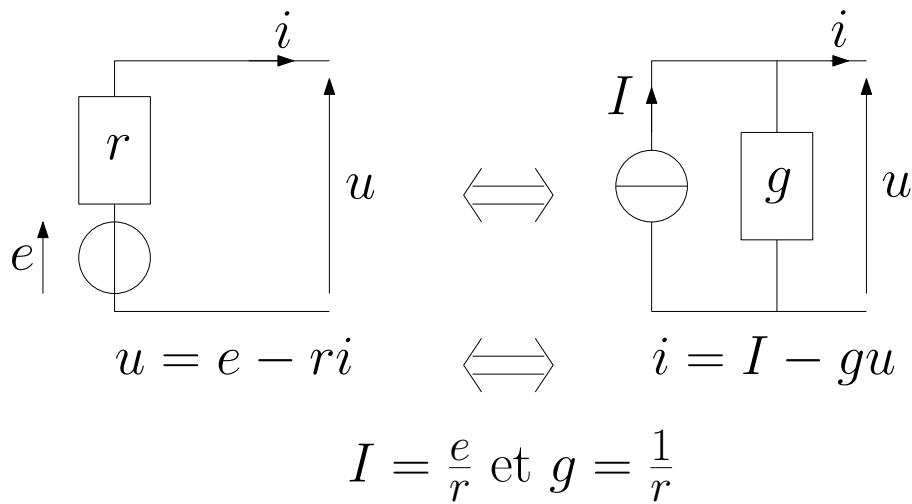


Figure 13 – équivalence Thévenin - Norton

12.1.2 Associations

- ✗ On peut associer des générateurs de Thévenin **en série uniquement** comme représenté figure (14).

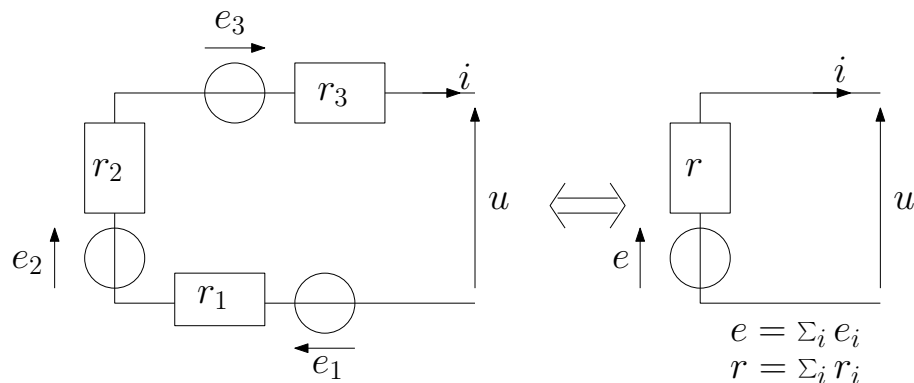


Figure 14 – Loi d'association de générateurs de Thévenin

- ✗ On peut associer des générateurs de Norton **en parallèle uniquement** comme représenté figure (15).

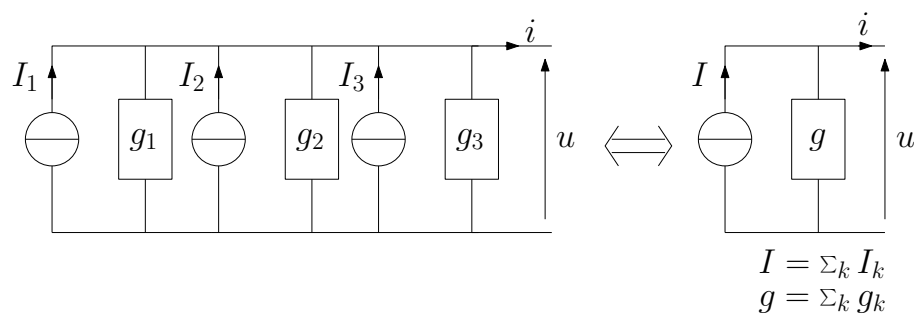


Figure 15 – Loi d'association de générateurs de Norton

✗ Attention : on ne peut pas faire d'autres associations ! si les générateurs ne sont ni en série ni en parallèle, il faut utiliser judicieusement les lois d'association et l'équivalence Thévenin/Norton pour simplifier le montage.

12.2 Décomposition en série de Fourier

La décomposition en série de Fourier du signal représenté $e(t)$ figure (16) est :

$$e(t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)$$

Avec :

$$E_0 = 0$$

$$a_k = 0$$

$$b_k = \frac{2E}{k\pi} (1 - (-1)^k)$$

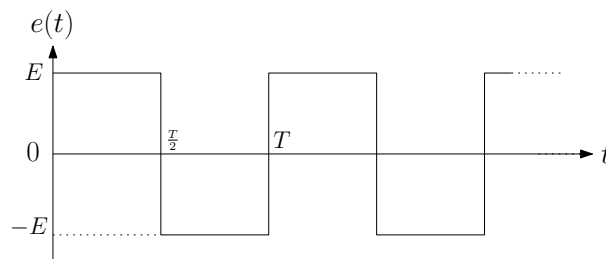


Figure 16 – Chronogramme de $e(t)$