Fonctionnement du montage :

- ✓ La loi des nuds en A donne :
$$\frac{ku_s(t)u_0(t) - V_A(t)}{R_x} + \frac{u_0(t) - V_A(t)}{R_e} = 0$$
Soit :
$$V_A(t) = \frac{R_e}{R_x + R_e} \times ku_0(t)u_s(t) + \frac{R_x}{R_x + R_e}u_0(t)$$
La tension à la sortie du montage M donne alors :
$$u_m(t) = ku_0(t)\left(\frac{R_e}{R_x + R_e} \times ku_0(t)u_s(t) + \frac{R_x}{R_x + R_e}u_0(t)\right)$$
- ✓ Sachant que la tension $u_s(t)$ est constituée de basses fréquences et que la tension $u_0(t)$ est sinusoïdale de fréquence plus élevée (de la forme : $u_0(t) = U\cos(\omega t)$), on en déduit, qu'à la sortie du filtre passe bas (de pulsation de coupure $\omega_c << \omega$), le signal $u_f(t)$ est de la forme :
$$u_f(t) = \frac{k^2}{2} \times \frac{R_e}{R_e + R_x}U^2u_s(t) + \frac{k}{2} \times \frac{R_x}{R_x + R_e}U^2$$
- ✓ Le filtre I étant un filtre intégrateur, la tension $U_s(t)$ vérifie :
$$\frac{du_s}{dt} = au_f(t)$$
Soit :
$$\frac{du_s}{dt} = \frac{ak}{2} \times U^2 \times \frac{1}{R_x + R_e}\left(kR_eu_s(t) + R_x\right)$$
⇒ On remarque tout de suite que pour que la solution de cette équation différentielle converge, il faut que l'intégrateur soit inverseur i.e. le coefficient a doit être négatif.
- ✓ Cette dernière condition étant vérifiée, la solution en régime permanent de cette équation différentielle est :
$$U_s = -\frac{R_x}{kR_e}$$
Et le temps caractéristique de ce système d'ordre 1 est :
$$\tau = \frac{2\left(R_e + R_x\right)}{k^2|a|R_eU^2}$$
- ✓ Conclusion : la tension lue au voltmètre correspond à la tension $u_s(t)$ en régime permanent, elle est proportionnelle à R_x et le coefficient de proportionnalité est fonction de R_e uniquement :
$$U_s = -10\frac{R_x}{R_e}$$

Cahier des charges

- ✓ Pour que la tension lue soit de l'ordre du volt, la résistance R_e doit être choisie dans la décade supérieure à R_x.
- ✓ Le temps de réponse du dispositif est celui de l'équation différentielle vérifiée par $u_s(t)$: il dépend de R_x, R_e, k et U qui sont fixés, seul le coefficient a est réglable. On choisira donc le coefficient a de façon à ce que :
$$\tau = \frac{2\left(R_e + R_x\right)}{k^2|a|R_eU^2} < 0.1\text{ s}$$
- ✓ L'incertitude type sur R_x est :
$$u_{R_x} = R_x\sqrt{\left(\frac{u_{R_e}}{R_e}\right)^2 + \left(\frac{u_{U_s}}{U_s}\right)^2}$$