

- I. Sans revenir à la Grèce antique, on peut attendre surtout les derniers modèles (sans que cela soit trop précis non plus), à savoir :
- modèle de Thomson, dans lequel les charges positives forment un volume plein dans lequel circulent les électrons,
 - modèle de Rutherford, dans lequel la charge positive est concentrée dans le noyau autour duquel gravitent les électrons,
 - modèle de Bohr.

II. La particule α portent deux charges positives. L'objectif de l'expérience est de faire diffuser ces particules sur le noyau qui est lui même chargé positivement. L'interaction entrant en jeu est l'interaction coulombienne qui est ici **répulsive** : le système est dans un **état de diffusion**.

III. 1. Le système est isolé, ainsi en appliquant le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel lié au laboratoire, on a :

$$m \frac{d\vec{v}(G)}{dt} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}(G) = \vec{C}t\vec{e}$$

La vitesse du centre de masse est une constante, le référentiel du centre de masse est en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen : \mathcal{R}^* est un référentiel galiléen.

2. Si on suppose que la masse du noyau de l'atome d'or ($M \approx 3.10^{-25}$ kg) a une masse importante devant la masse de la particule α ($m \approx 6.7.10^{-27}$ kg) alors on peut supposer que le référentiel \mathcal{R}^* est confondu avec le référentiel \mathcal{R} lié à l'atome cible d'or.

IV. Nous avons effectivement affaire à un mouvement à force centrale car la seule force qui agit sur la particule α est la force d'interaction coulombienne :

$$\vec{F} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

Pour montrer que le mouvement est plan, on applique le TMC :

$$\frac{d\vec{L}_G}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = \vec{GM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$$

car \vec{GM} et \vec{F} sont colinéaires, on a donc

$$\vec{L}_G = \vec{C}t\vec{e} = mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z = mC\vec{e}_z$$

avec $C = r^2\dot{\theta}$ la constante des aires. Le moment cinétique est constant et le mouvement est plan. On utilise alors la "constance" de C pour déterminer r_m .

C étant une constante, elle l'est en particulier à l'infini et au point I . On a donc :

$$C = \|\vec{GM} \wedge \vec{v}\|$$

À l'infini, on a $\vec{GM} = -R\vec{e}_x + b\vec{e}_y$ et $\vec{v} = v_0\vec{e}_x$, d'où $C = bv_0$.

Au point I , on a $\vec{GM} = r_m\vec{e}_r$ et $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$. Or au point I , on a $\dot{r} = 0$ car on arrive au minimum de r . On a donc $r\dot{\theta}\vec{e}_\theta = -v_I\vec{e}_\theta$ et donc $C = v_I r_m$.

D'où

$$v_0 b = v_I r_m$$

Le système n'étant soumis qu'à des forces conservatives, l'énergie mécanique est constante. On a donc en particulier entre l'infini et le point I :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_0^2 &= \frac{1}{2}mv_I^2 + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_m} \\ \frac{1}{2}mv_0^2 &= \frac{1}{2}m\frac{b^2}{r_m^2}v_0^2 + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_m} \\ \frac{1}{2}mv_0^2 r_m^2 - \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0} r_m - \frac{1}{2}mb^2 v_0^2 &= 0 \end{aligned}$$

On garde la racine positive

$$r_m = \frac{\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0} + \sqrt{\left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 + m^2 v_0^4 b^2}}{mv_0^2} = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 m v_0^2} + \sqrt{\left(\frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 m v_0^2}\right)^2 + b^2}$$

V. L'angle β correspond à l'angle θ quand r tend vers $+\infty$.

On part du principe fondamental de la dynamique :

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{p}}{dt} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2} \vec{e}_r \\ d\vec{p} &= \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{dt}{r^2} \vec{e}_r \\ \int_{\vec{p}_i}^{\vec{p}_f} d\vec{p} &= \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0} \int_{t_i}^{t_f} \frac{dt}{r^2} \vec{e}_r\end{aligned}$$

L'intégrale se fait à l'infini avant la diffusion et à l'infini après la diffusion. On utilise l'expression de la constante des aires $C = r^2 \frac{d\theta}{dt}$:

$$\begin{aligned}\vec{p}_f - \vec{p}_i &= \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0} \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{d\theta}{C} \vec{e}_r \\ m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) &= \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0} \int_{\pi}^{\beta} \frac{d\theta}{C} (\cos\theta \vec{e}_x + \sin\theta \vec{e}_y) \\ m(v_0(\cos\beta \vec{e}_x + \sin\beta \vec{e}_y) - v_0 \vec{e}_x) &= \frac{Ze^2}{2\pi C \epsilon_0} (-\sin\beta \vec{e}_x + (1 + \cos\beta) \vec{e}_y)\end{aligned}$$

On projette sur \vec{e}_y :

$$\begin{aligned}mv_0 \sin\beta &= \frac{Ze^2}{2C\epsilon_0} (1 + \cos\beta) \\ 2mv_0 \sin\frac{\beta}{2} \cos\frac{\beta}{2} &= 2 \frac{Ze^2}{2C\pi\epsilon_0} \cos^2\frac{\beta}{2} \\ \tan\frac{\beta}{2} &= \frac{Ze^2}{2C\pi\epsilon_0 mv_0} \\ &= \boxed{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 b E_\alpha}}\end{aligned}$$

En remplaçant C par bv_0 .

VI. On prend la valeur particulière de $\beta = \frac{\pi}{2}$ pour laquelle le modèle fonctionne encore :

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 b E_\alpha} \Leftrightarrow \boxed{b = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha}}$$

On remplace dans la distance minimale d'approche :

$$r_m = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha} + \sqrt{\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha}\right)^2 + \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha}\right)^2} = (1 + \sqrt{2}) \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha}$$

On fait l'application numérique :

$$r_m = (1 + \sqrt{2}) \frac{79 \times (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{5,10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \times 9,10^9 = 5,5 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

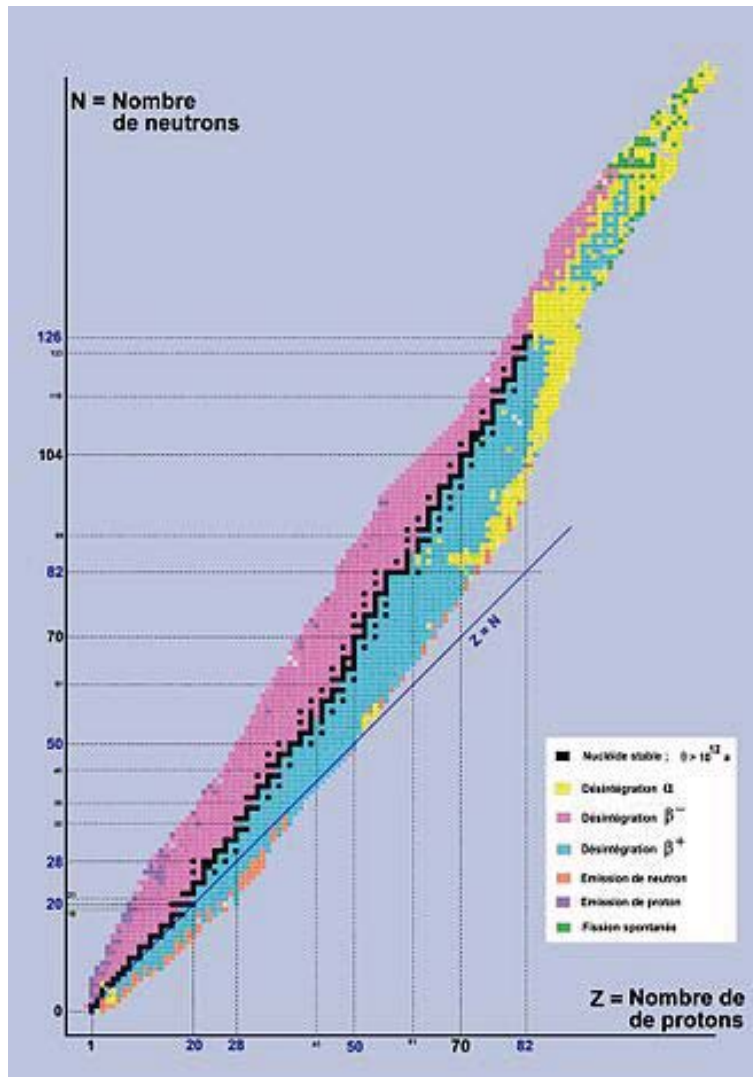
Cette distance est bien plus petite que la taille de l'atome de Thomson d'environ 10^{-10} m. Cela implique que l'entité positive est confiné dans un espace au moins plus petit que 10^{-14} m.

Question supplémentaire 1 : Pour des angles de diffusion plus important que 90° , le modèle ne fonctionne plus. Pourquoi ?

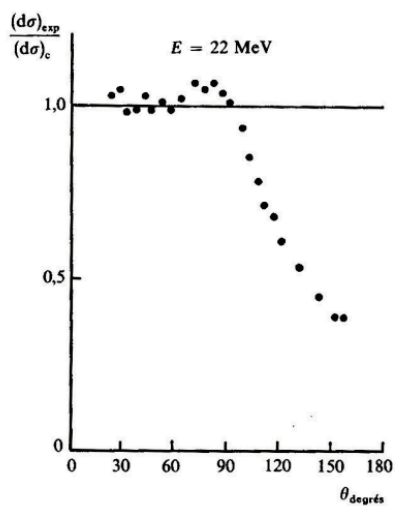
Lorsque les particules α arrivent plus frontalement sur les noyaux d'or, il faut considérer l'interaction forte. La distance r_m diminuant quand b diminue, on peut se douter que l'interaction forte est une force qui agit sur des distances faibles.

Si nous faisons cette même expérience de diffusion avec des neutrons ou des protons, nous obtenons des résultats similaires pour b faible ce qui indique que l'interaction forte ne dépend pas de la charge des particules.

L'existence de l'interaction forte peut également être intuitif en observant la ligne de stabilité (figure ci-dessous). On voit que pour de petit numéro atomique, On a sensiblement le même nombre de protons que de neutrons, mais plus le nombre de protons augmentent plus la ligne de stabilité s'éloigne de la droite $Z = N$. On peut justifier cela par l'interaction forte qui est de trop courte portée pour agir lorsque le noyau est trop gros ce qui implique $N > Z$.



L'application numérique de la distance d'approche ne nous permet pas de nous rendre compte que le modèle de Rutherford ne fonctionne plus lorsque les angles de diffusion sont grands. Pour s'en rendre compte, on peut regarder le rapport des sections efficaces expérimentales et théoriques (Valentin - physique subatomique) :



Rapport de la section efficace mesurée à la section efficace coulombienne en fonction de l'angle de diffusion dans le cas de la diffusion élastique des α de 22 MeV sur le plomb.