

# AMPLIFICATEUR LINEAIRE INTEGRE

## Prérequis :

- ✓ Lois de l'électrocinétique.
- ✓ Représentation complexe, représentation opérationnelle.
- ✓ Réponse fréquentielle et indicielle d'un système linéaire.
- ✓ Diagramme de Bode.

## A savoir :

- ✓ Fonction de transfert d'un amplificateur de tension avec charge et sans charge.
- ✓ Impédance d'entrée et de sortie d'un quadripôle.
- ✓ Caractéristiques d'un amplificateur de tension idéal.
- ✓ Fonctionnement d'un ALI idéal en régime linéaire.
- ✓ Montages de base de l'ALI : suiveur, inverseur, non-inverseur, intégrateur, intégrateur corrigé, dérivateur, dérivateur corrigé
- ✓ Limitations de l'ALI : saturations, slew rate.
- ✓ Montages de base de l'ALI idéal en régime non linéaire : comparateur simple, comparateur à hystérésis, multivibrateur à un ALI.

## A savoir-faire :

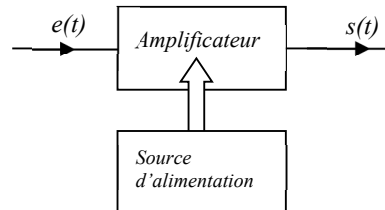
- ✓ Savoir déterminer la fonction de transfert d'un amplificateur.
- ✓ Savoir déterminer l'impédance d'entrée et de sortie d'un amplificateur.
- ✓ Savoir interpréter l'influence des limitations d'un amplificateur sur les signaux mesurés expérimentalement.
- ✓ Savoir reconnaître dans un diagramme de Bode, l'amplification, l'atténuation, l'intégration, la dérivation d'un signal
- ✓ Savoir reconnaître un filtre passif et un filtre actif.
- ✓ Savoir identifier dans un montage les montages de base de l'ALI.
- ✓ Savoir repérer le fonctionnement linéaire ou non linéaire d'un ALI.
- ✓ Savoir étudier un montage donné avec un ALI fonctionnant en régime non linéaire

## I. Amplificateur de tension.

### 1. Généralités.

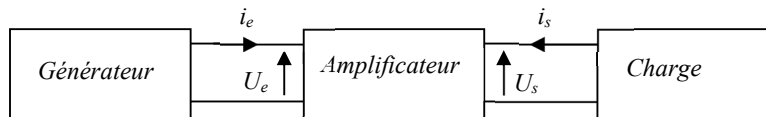
En électronique, il est souvent nécessaire d'amplifier en puissance le signal dont on dispose. Ainsi, on cherche à reproduire, en augmentant leurs amplitudes, les signaux dont on dispose.

La puissance électrique nécessaire à l'amplification est fournie par une source d'alimentation extérieure à l'amplificateur :



Notons, qu'en général, les sources d'alimentation ne sont pas représentées.

On représente les amplificateurs par des quadripôles :



Les amplificateurs peuvent être destinés à amplifier en continu ou en régime variable. Pour chaque cas, le diagramme de Bode du quadripôle correspondant nous renseigne sur le domaine des fréquences qui sont amplifiées.

### 2. Amplification en régime variable.

#### a) Fonction de transfert.

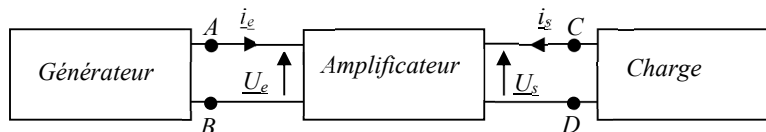
La fonction de transfert de l'amplificateur vaut :  $H = \frac{U_s}{U_e}$

#### b) Impédance.

##### (i) Impédance d'entrée de l'amplificateur.

Par définition l'impédance d'entrée de l'amplificateur est l'impédance vue du générateur, c'est à dire l'impédance équivalente de tout

ce qu'il y a à droite de (AB) :  $Z_e = \frac{U_e}{I_e}$

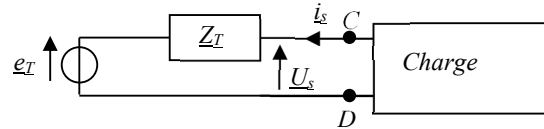


⇒ Le calcul de  $Z_e$  ne doit faire intervenir en aucun cas les paramètres du générateur.

##### (ii) Impédance de sortie de l'amplificateur.

Par définition l'impédance de sortie de l'amplificateur est l'impédance interne du générateur de Thévenin équivalent à tout ce qu'il y

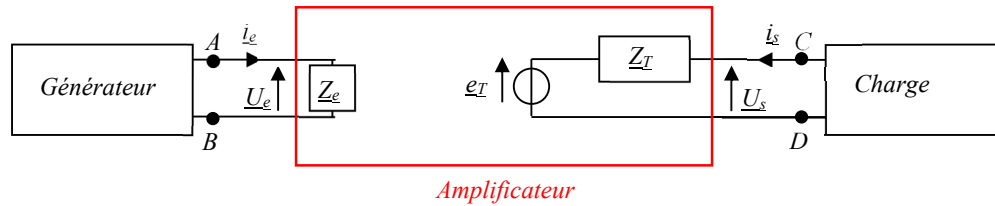
a à gauche de (CD) :  $Z_s = Z_T$



Ainsi :  $Z_s = \frac{U_s}{I_s}$  lorsque toutes les sources indépendantes, dans tout ce qu'il y a à gauche de (CD), sont éteintes ( $e_T=0$ )

⇒ Le calcul de  $Z_s$  ne doit faire intervenir en aucun cas les paramètres de la charge.

**(iii) Schéma récapitulatif :**



**c) Amplification en tension.**

L'amplification en tension est donnée par la fonction de transfert :  $H = \frac{U_s}{U_e}$ .

**(i) Amplification à vide :**

A vide, l'intensité  $i_s$  est nulle et la tension  $U_s$  est égale à  $e_T$  :  $H_{\text{à vide}} = H_o = \frac{e_T}{U_e}$

Ainsi, le générateur de Thévenin est commandé :  $e_T = H_o U_e$

**(ii) Amplification avec charge :**

En introduisant une charge d'impédance  $Z_c$ , on obtient une tension de sortie :  $U_s = \frac{Z_c}{Z_c + Z_s} e_T = \frac{Z_c}{Z_c + Z_s} H_o U_e$  d'où :

$$H = \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_c}{Z_c + Z_s} H_o$$

Notons que si  $|Z_c| \gg |Z_s|$  alors  $H = H_o$

**d) Amplificateur idéal.**

Par définition un amplificateur de tension idéal vérifie :

$$Z_s = 0 \ (\Leftrightarrow H = H_o)$$

$$Z_e = \infty$$

Bande passante infinie (temps de réponse nul)

**e) Filtre passif / Filtre actif**

**Les filtres passifs** font appels essentiellement à des inductances de haute qualité et des condensateurs. Ils sont actuellement utilisés pour les hautes fréquences. (Utilisation de quartz).

**Les filtres actifs** sont constitués de condensateurs, de résistances et d'**éléments actifs qui sont essentiellement des ALI**. Ils sont moins encombrants, faciles à concevoir et moins coûteux que les filtres passifs mais restent limités en fréquence (< 1MHz à cause de l'ALI). Ils nécessitent une source d'alimentation.

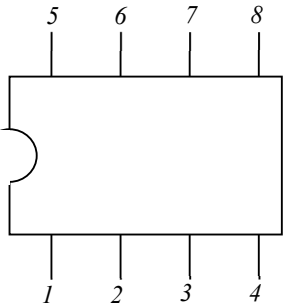
### 3. Amplificateur linéaire intégré (ALI) ou amplificateur linéaire intégré (ALI).

#### a) Description et représentation.

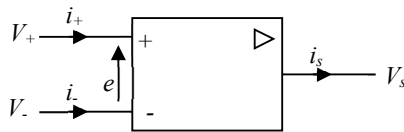
▪ Description

L'ALI est un composant électronique présentant 8 bornes de connexion :

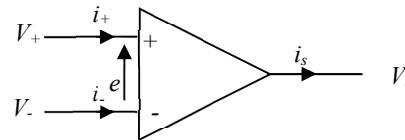
▪ Représentation :



Bornes (1,8)	bornes permettant le réglage de l'offset
Bornes (2,3)	entrée de l'ALI : (2) étant l'entrée inverseuse (notée $V_-$ ) (3) étant l'entrée non-inverseuse (notée $V_+$ )
Bornes (4,6)	tensions d'alimentation de l'ALI : (4) étant l'entrée $V_{cc-} = -15V$ (6) étant l'entrée $V_{cc+} = 15V$
Borne (5)	borne non connectée
Borne (7)	borne de sortie



Représentation européenne



Représentation anglo-saxonne

#### b) Relation fondamentale.

Dans le modèle choisi, on suppose que l'ALI, fonctionnant en **régime linéaire**, n'amplifie que  $e = V_+ - V_-$ .

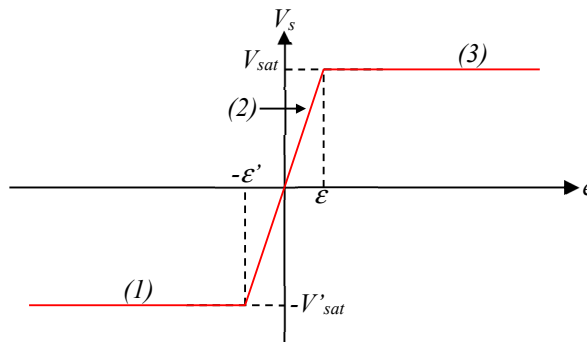
On a alors la relation :

$$V_s = A_d \cdot e = A_d \cdot (V_+ - V_-) \quad A_d \text{ étant l'amplification différentielle.}$$

Attention : Cette relation, appelée relation fondamentale de l'ALI, n'est valable que si l'ALI fonctionne en régime linéaire.

#### c) Caractéristique de transfert.

La caractéristique de transfert est la courbe représentative de la fonction  $V_s(e)$  :



Etude des différents domaines :

- Domaine (2) : Domaine à forte pente correspondant au **régime linéaire** :  $V_s = A_d \cdot e = A_d \cdot (V_+ - V_-)$ .  $A_d$  étant la pente du tronçon (2). Notons qu'en régime continu, ou à basse fréquence,  $A_d$  est notée  $\mu_o$  et vaut environ  $10^5$ .
- Domaine (3) : Domaine où  $V_s = cste = V_{sat} \Rightarrow$  Ce domaine correspond à un régime non linéaire ( $V_s$  et  $e$  ne sont plus proportionnelles). On dit que l'ALI est en saturation haute.
- Domaine (1) : Domaine où  $V_s = cste = -V'_{sat} \Rightarrow$  Ce domaine correspond aussi à un régime non linéaire. On dit que l'ALI est en saturation basse.

Notons qu'en pratique  $V_{sat}$  et  $V'_{sat}$  sont égales et valent environ 12 V.

En prenant  $\mu_o=10^5$  et  $V_{sat}=V'_{sat}=12$  V, on obtient  $\varepsilon=\varepsilon'=120$   $\mu$ V  $\Rightarrow$  La moindre perturbation sur  $e$  à partir du régime linéaire conduit à un régime non linéaire (saturation haute ou basse). Ainsi, en pratique, l'ALI ne sera jamais utilisé seul (en boucle ouverte) sauf si l'on souhaite l'utiliser en régime non linéaire.

## II. Amplificateur linéaire intégré idéal.

### 1. Définition.

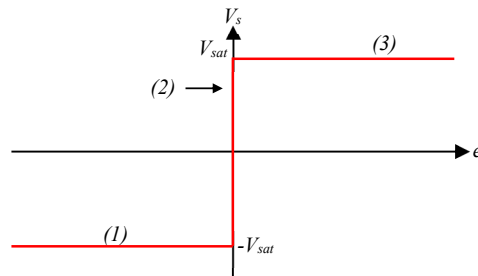
L'amplificateur linéaire intégré idéal est par définition un amplificateur vérifiant :

$A_d = \mu_o = \infty$  et ceci quelque soit la fréquence (bande passante infinie).

$Z_e = \infty$  et  $Z_s = 0$

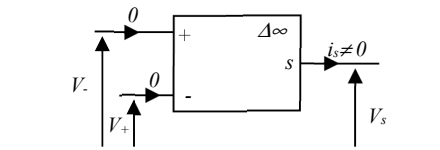
### 2. Conséquences.

- En régime linéaire, sachant que  $V_s$  est une grandeur finie, on a :  $e=0$  et donc  $V_+ = V_-$ .
- La caractéristique de transfert a alors l'allure suivante :



- Les courants entrant dans les entrées inverseuse ( $i_-$ ) et non-inverseuse ( $i_+$ ) sont nuls ( $Z_e = \infty$ )

**Attention : l'intensité de sortie  $i_s$  est non nulle !!**



### III. L'amplificateur réel.

#### 1. Défauts de l'ALI.

##### a) Amplification, impédance d'entrée, impédance de sortie.

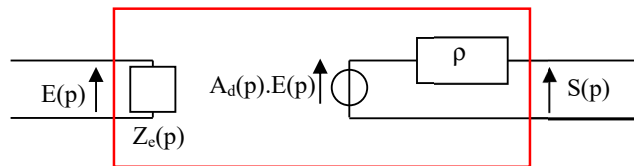
- à TBF, en régime petits signaux :

- $A_d \approx 10^5$
- $Z_e = r_d$  et  $10^5 < r_d < 10^{10} \Omega$
- $Z_s = \rho$  et  $\rho$  comprise entre quelque dizaine et quelques centaines d'ohms.

- à BF, en régime petits signaux :

- $A_d$  devient complexe :  $\underline{A}_d = \frac{A_o}{1 + j \frac{\omega}{\omega_o}}$  (passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre) où  $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$ .
- $Z_e$  devient complexe et est modélisée par l'association d'un condensateur en parallèle avec la résistance  $r_d$ .

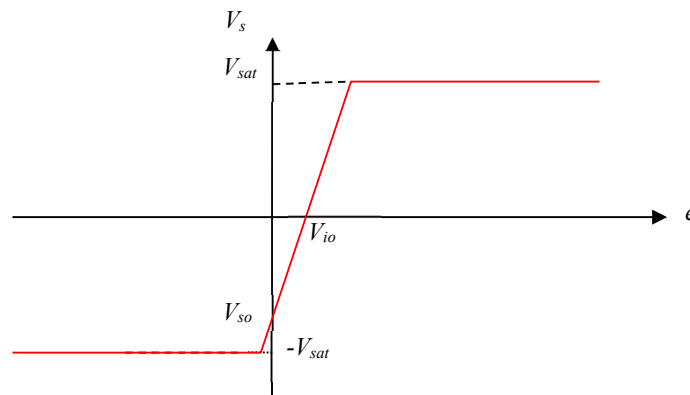
On peut ainsi modéliser l'ALI réel de la manière suivante :



##### b) Dérives.

###### (i) Tension de décalage (ou offset)

La caractéristique de transfert de l'ALI ne passe pas exactement par l'origine :



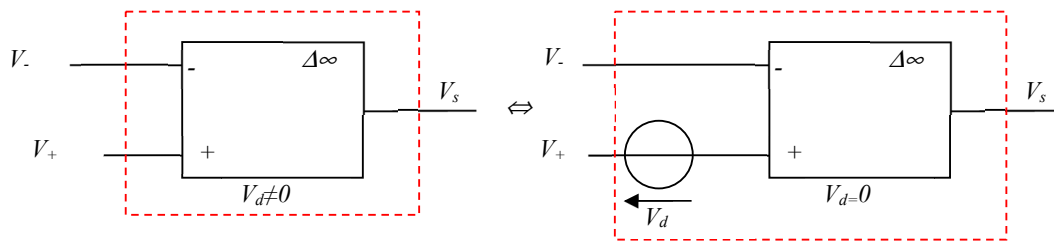
Définition :

Par définition, on appelle tension de décalage en entrée ( notée  $V_{io}$ ) la valeur de  $e$  pour laquelle  $V_s=0$ .

Par définition, on appelle tension de décalage en sortie ( notée  $V_{so}$ ) la valeur de  $V_s$  pour laquelle  $e=0$ .

Modélisation :

On modélise cette tension (en entrée ou en sortie) en intercalant une source idéale de fem  $V_d$  égale à la tension de décalage. En général on l'intercale au niveau de l'entrée non-inverseuse (On a alors  $V_d = V_{so}$ )



Ordre de grandeur

TL081  $V_d = 3\text{mV}$

LN 741  $V_d = 1\text{mV}$

Relation entre  $V_{io}$  et  $V_{so}$

$$V_s = A_d e + V_{so} \quad \text{et} \quad e = \frac{V_s}{A_d} + V_{io} \quad \text{d'où : } V_{io} = -\frac{V_{so}}{A_d}$$

$$\Rightarrow e = \frac{V_s}{A_d} - \frac{V_{so}}{A_d}$$

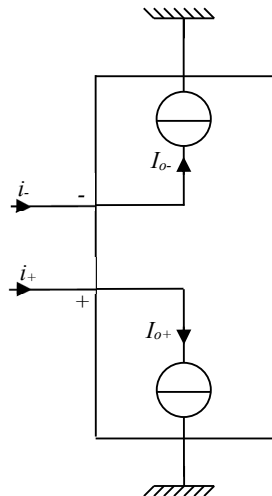
**(ii) Courants de polarisation**

Les courants d'entrée  $i_+$  et  $i_-$  sont non nuls et peuvent être différents.

On appelle courant de polarisation la moyenne de ces 2 courants :  $I_p = \frac{(I_{o-} + I_{o+})}{2}$

Modélisation :

On intercale des sources idéales de courant sur les entrées inverseuse et non-inverseuse.



Ordre de grandeur

TL081  $I_p = 30\text{pA}$

LN 741  $I_p = 80\text{nA}$

**c) Limitations de l'ALI**

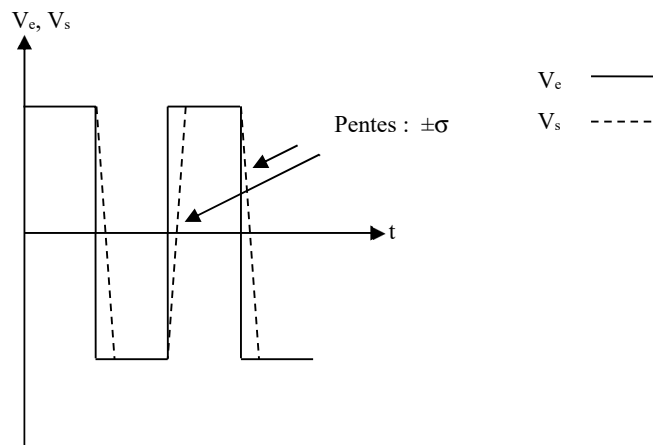
- La tension de sortie est limitée à  $\pm V_{sat}$ .
- Le courant de sortie est limité : on note  $i_{smax}$  la valeur maximale du courant de sortie. A 20°C,  $i_{smax}$  est de l'ordre de quelques dizaines de mA.
- Les semi-conducteurs qui constituent l'ALI sont détruits si la température interne de l'ALI dépasse 150°C à 200°C.
- Limitation non linéaire en régime grands signaux : Les variations de  $V_s$  en fonction du temps sont limitées. On définit alors  $\sigma$ , appelée vitesse de balayage ou slew-rate, vérifiant :

$$\sigma = \left( \frac{dV_s}{dt} \right)_{\max} \quad (\sigma \text{ est de l'ordre de quelques volts par } \mu\text{s})$$

**Mise en évidence du Slew-rate :**

On utilise un montage suiveur (Cf paragraphe suivant :  $V_e = V_s$ )

On utilise en entrée une tension créneaux : En régime grands signaux (fréquence élevée et amplitude élevée), on constate que le signal de sortie se triangularise :



**IV. Principaux montages utilisant l'ALI IDÉAL en régime linéaire.**

Pour qu'un ALI fonctionne en régime linéaire il faut que l'entrée inverseuse soit bouclée, par l'intermédiaire d'un fil ou d'une impédance, sur la sortie. Notons que cette condition est suffisante lorsqu'il n'y a pas de bouclage de l'entrée non-inverseuse sur la sortie.

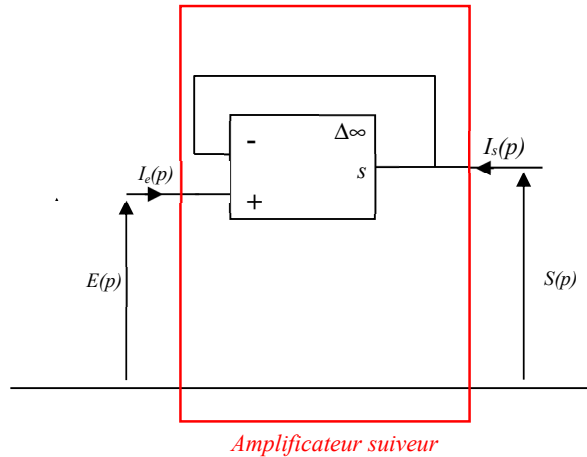
Les montages suivants sont présentés en régime sinusoïdal (notation complexe).

**1. Montage suiveur.**

**a) ALI IDÉAL**

l'ALI IDÉAL fonctionnant en régime linéaire, on a :  $V_+ = V_-$  Sachant que  $V_+ = E(p)$  et  $V_- = S(p)$  on en déduit que :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = 1$$



Impédances :

- $Z_e(p) = \infty$  car  $I_e(p) = 0$  (ALI IDÉAL)
- $Z_s(p) = 0$  car  $S(p)$  ne dépend pas de  $I_s(p)$

**b) Réponse fréquentielle.**

On considère un ALI présentant toutes les caractéristiques de l'ALI idéal sauf l'amplification infinie. On introduit donc l'amplification :

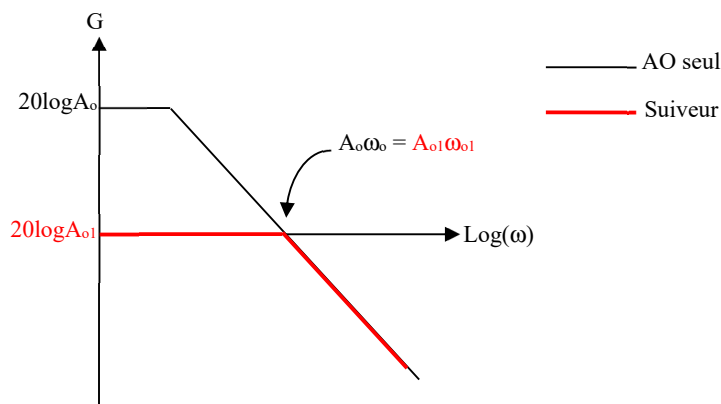
$$A_d = \frac{A_o}{1 + \frac{p}{\omega_o}}$$

On a donc :  $S(p) = A_d(V_+(p) - V_-(p))$  avec  $V_+(p) = E(p)$  et  $V_-(p) = S(p)$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{A_d}{1 + A_d} E(p)$$

Avec  $A_d = \frac{A_o}{1 + \frac{p}{\omega_o}}$ , on obtient :  $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_{o1}}{1 + \frac{p}{\omega_{o1}}}$  où  $\begin{cases} \omega_{o1} = \omega_o(1 + A_o) \approx \omega_o(A_o) \\ A_{o1} = \frac{A_o}{1 + A_o} \approx 1 \end{cases}$

Notons que  $\omega_o \text{ALI} = \omega_{o1} \text{ALI}_1$  : On a conservation du produit gain×bande passante.



**c) Stabilité du montage.**

Etablissons l'équation différentielle reliant  $V_e$  et  $V_s$  à partir de la transmittance :

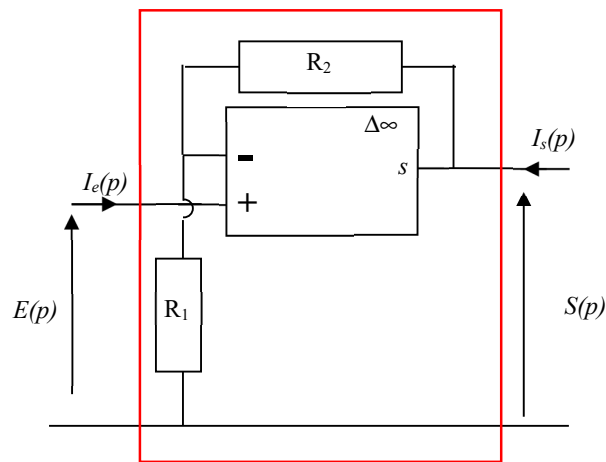
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_{o1}}{1 + \frac{p}{\omega_{o1}}} \Rightarrow S(p) = \frac{A_{o1}}{1 + \frac{p}{\omega_{o1}}} E(p)$$

$$\Rightarrow V_s + \frac{1}{\omega_{o1}} \frac{dV_s}{dt} = A_{o1} V_e \Rightarrow \frac{dV_s}{dt} + \omega_{o1} V_s = \omega_{o1} A_{o1} V_e$$

⇒ Cette équation est l'équation différentielle d'un SL1 stable ( $\omega_{o1} = \omega_o(1 + A_o) > 0$ )

⇒ Le montage suiveur est un montage stable.

## 2. Montage non-inverseur.



*Amplificateur non inverseur*

### a) ALI idéal:

L'ALI IDÉAL fonctionnant en régime linéaire, on a :  $V_+ = V_-$ . Sachant que  $V_+ = E(p)$  et  $V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} S(p)$  on en déduit que :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Impédances :

- $Z_e(p) = \infty$  car  $I_e(p) = 0$  (ALI IDÉAL)
- $Z_s(p) = 0$  car  $S(p)$  ne dépend pas de  $I_s(p)$

Remarque : On aurait pu prendre pour le montage non-inverseur, le montage dans lequel  $R_1$  et  $R_2$  sont remplacées par des impédances  $Z_1(p)$  et  $Z_2(p)$  quelconques.

### b) Etude fréquentielle.

On considère un ALI présentant toutes les caractéristiques de l'ALI idéal sauf l'amplification infinie. On introduit donc l'amplification :

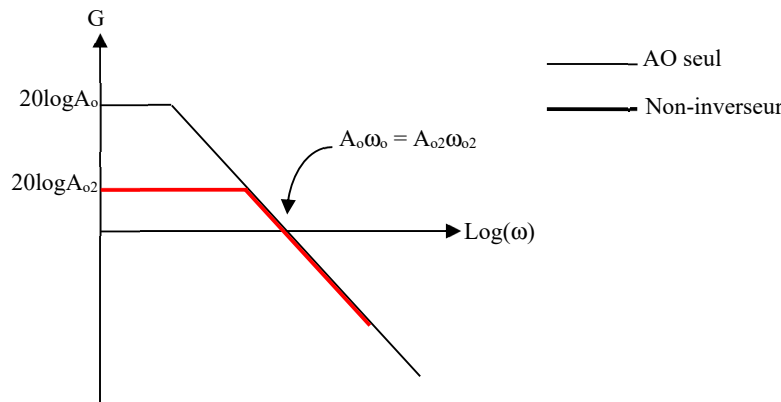
$$A_d = \frac{A_o}{1 + \frac{p}{\omega_o}}$$

On a donc :  $S(p) = A_d(V_+(p) - V_-(p))$  avec  $V_+(p) = V_e(p)$  et  $V_-(p) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} S(p)$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{A_d}{1 + A_d \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)} E(p)$$

Avec  $A_d = \frac{A_o}{1 + \frac{p}{\omega_o}}$ , on obtient :  $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_{o2}}{1 + \frac{p}{\omega_{o2}}}$  où

$$\begin{cases} \omega_{o2} = \omega_o \left( 1 + A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \right) \approx \omega_o A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \\ A_{o2} = \frac{A_o}{\left( 1 + A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \right)} \approx \frac{R_2 + R_1}{R_1} \end{cases}$$



Notons que  $\omega_o \text{ALI}_1 = \omega_{o2} \text{ALI}_2$  : On a conservation du produit gain×bande passante.

**c) Stabilité du montage.**

Etablissons l'équation différentielle reliant  $V_e$  et  $V_s$  à partir de la transmittance :

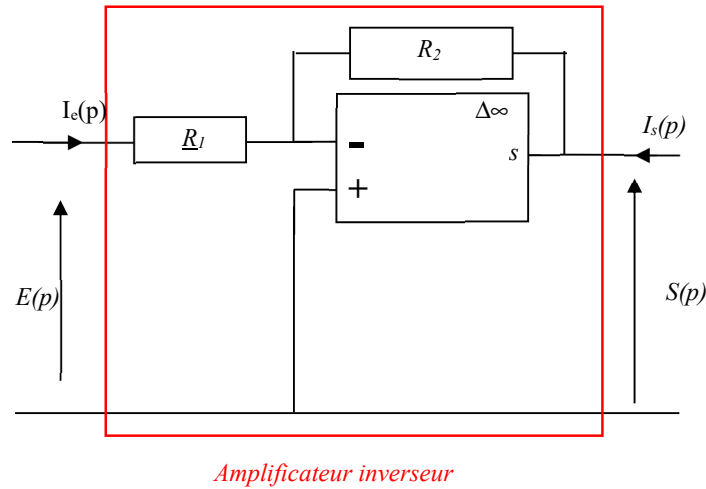
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_{o2}}{1 + \frac{p}{\omega_{o2}}} \Rightarrow S(p) = \frac{A_{o2}}{1 + \frac{p}{\omega_{o2}}} E(p)$$

$$\Rightarrow V_s + \frac{1}{\omega_{o2}} \frac{dV_s}{dt} = A_{o2} V_e \Rightarrow \frac{dV_s}{dt} + \omega_{o2} V_s = \omega_{o2} A_{o2} V_e$$

$\Rightarrow$  Cette équation est l'équation différentielle d'un SL1 stable ( $\omega_{o2} = \omega_o \left( 1 + A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \right) > 0$ )  $\Rightarrow$

Le montage non-inverseur est un montage stable.

### 3. Montage inverseur.



#### a) Fonction de transfert :

l'ALI IDÉAL fonctionnant en régime linéaire, on a :  $V_+ = V_-$ . Sachant que  $V_+ = 0$  et  $V_- = \frac{S(p)/R_2 + E(p)/R_1}{1/R_1 + 1/R_2}$ , on en déduit que :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Impédances :

- $Z_e = R_1$  car  $E(p) = R_1 \cdot I_e(p)$
- $Z_s = 0$  car  $S(p)$  ne dépend pas de  $I_s(p)$

Remarque : On aurait pu prendre pour le montage inverseur, le montage dans lequel  $R_1$  et  $R_2$  sont remplacées par des impédances  $Z_1(p)$  et  $Z_2(p)$  quelconques.

#### b) Etude fréquentielle.

On considère un ALI présentant toutes les caractéristiques de l'ALI idéal sauf l'amplification infinie. On introduit donc l'amplification :

$$A_d = \frac{A_o}{1 + \frac{p}{\omega_o}}$$

On a donc :  $S(p) = A_d(V_+(p) - V_-(p))$  avec  $V_+(p) = 0$  et  $V_-(p) = \frac{R_1 \cdot S(p) + R_2 \cdot E(p)}{R_1 + R_2}$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{A_d \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)}{1 + A_d \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)} E(p)$$

Avec  $A_d = \frac{A_o}{1 + \frac{p}{\omega_o}}$ , on obtient :  $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_{o3}}{1 + \frac{p}{\omega_{o3}}}$  où

$$\begin{cases} \omega_{o3} = \omega_o \left( 1 + A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \right) \approx \omega_o A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \\ A_{o3} = \frac{-A_o \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)}{\left( 1 + A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \right)} \approx \frac{-R_2}{R_1} \end{cases}$$

Notons que  $\omega_o \text{ALI} \neq \omega_{o3} \text{ALI}_3$  : On n'a pas conservation du produit gain×bande passante.

**c) Stabilité du montage.**

Etablissons l'équation différentielle reliant  $V_e$  et  $V_s$  à partir de la transmittance :

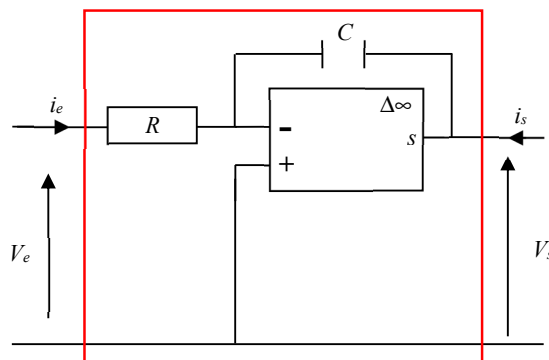
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_{o3}}{1 + \frac{p}{\omega_{o3}}} \Rightarrow S(p) = \frac{A_{o3}}{1 + \frac{p}{\omega_{o3}}} E(p)$$

$$\Rightarrow V_s + \frac{1}{\omega_{o3}} \frac{dV_s}{dt} = A_{o3} V_e \Rightarrow \frac{dV_s}{dt} + \omega_{o3} V_s = \omega_{o3} A_{o3} V_e$$

⇒ Cette équation est l'équation différentielle d'un SL1 stable ( $\omega_{o3} = \omega_o \left( 1 + A_o \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \right) > 0$ )

⇒ Le montage inverseur est un montage stable.

**4. Montage intégrateur.**



Amplificateur intégrateur

**a) ALLIDÉAL:**

Le montage est un montage inverseur tel que :

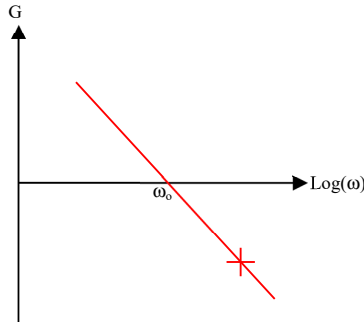
$$Z_1(p) = R \text{ et } Z_2(p) = 1/(Cp)$$

D'où : 
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = -\frac{1}{RCp} = \frac{-\omega_o}{p} \quad \text{Où } \omega_o = \frac{1}{RC}$$

$$\Rightarrow V_s(t) = V_s(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t) dt$$

⇒ Montage intégrateur.

D'où le diagramme de Bode suivant :



Généralisation : Fonction intégration dans un filtre

On peut généraliser le résultat suivant :

Un filtre présente un caractère intégrateur si sa fonction de transfert est de la forme :  $H(p) = \frac{\alpha}{p}$

⇒ Le diagramme asymptotique de Bode correspondant présente, pour le gain une pente à -20dB/dec et un déphasage de  $\pm \frac{\pi}{2}$

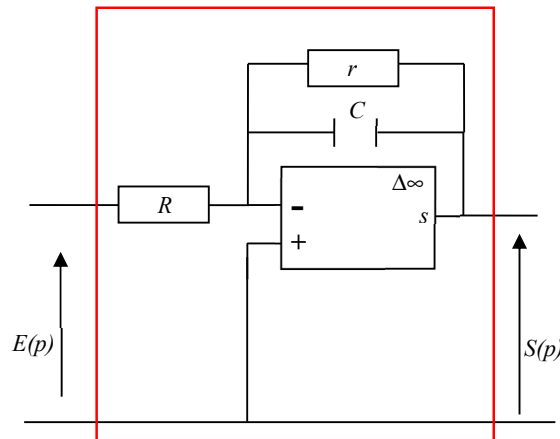
Exemple de filtres réalisant une intégration :

Filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre pour  $\omega \gg \omega_c$

Filtre passe-bande du 2<sup>nd</sup> ordre pour  $\omega \gg \omega_{c2}$

**b) Montage pratique.**

Notons, qu'en pratique, ce montage ne fonctionne pas. En effet, le montage amplifie fortement les basses fréquences et notamment les dérives (tension de décalage, courants de polarisation). Ainsi, la tension  $V_s(t)$  arrivera rapidement à saturation ( $\pm V_{sat}$ ).



*Amplificateur intégrateur corrigé*

Pour réaliser un montage intégrateur fonctionnant en pratique, on dispose une résistance (grande devant R) en parallèle avec le condensateur C : On limite alors l'amplification à basse fréquence.

La fonction de transfert du filtre vaut maintenant :  $H(p) = \frac{-Z_2}{Z_1}$  où  $Z_1 = R$  et  $Z_2 = \frac{r}{1+rCp}$

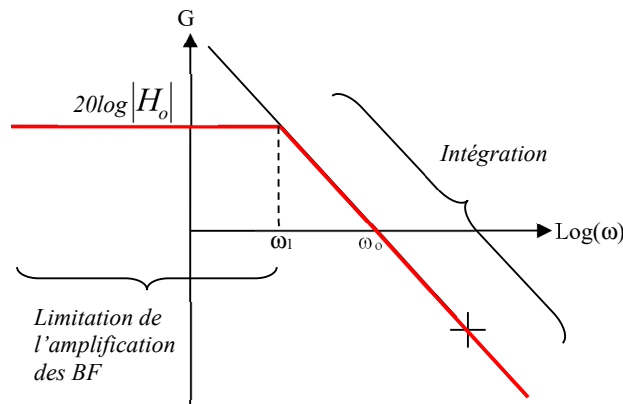
$$\Rightarrow H(p) = \frac{-r}{R(1+rCp)} = \frac{H_o}{1 + \frac{p}{\omega_1}} \text{ où : } H_o = \frac{-r}{R} \text{ et } \omega_1 = \frac{1}{rC}$$

Sachant que  $r \gg R$ , on a :  $|H_o| = \frac{r}{R} \gg 1$  et  $\omega_1 = \frac{1}{rC} \ll \omega_o$

Diagramme de Bode :

$$H(p) = \frac{H_o}{1 + \frac{p}{\omega_1}} \Rightarrow H(p) \underset{0}{\approx} H_o \text{ et } H(p) \underset{\infty}{\approx} \frac{H_o \omega_1}{p} = \frac{-\omega_o}{p}$$

D'où :  $G_{dB} \underset{0}{\approx} 20 \log |H_o|$  et  $G_{dB} \underset{\infty}{\approx} -20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)$



**c) Etude fréquentielle.**

On se place dans le cas d'un intégrateur non corrigé et on considère un ALI présentant toutes les caractéristiques de l'ALI idéal sauf

l'amplification infinie. On introduit donc l'amplification :  $A_d = \frac{A_o}{1 + \frac{p}{\omega_o}}$

Attention !  $\omega_o$  correspond ici à la pulsation de coupure de l'ALI et non à  $1/RC$  !

$$\Rightarrow H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A_{o3}}{1 + \frac{p}{\omega_{o3}}} \text{ où } \begin{cases} \omega_{o3} = \omega_o \left( 1 + A_o \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right) \right) \\ A_{o3} = \frac{-A_o \left( \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)}{\left( 1 + A_o \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right) \right)} \end{cases} \text{ où } Z_1 = R \text{ et } Z_2 = \frac{1}{Cp}$$

⇒ Après calculs, on trouve : 
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{-A_o}{1 + \left( RC(1 + A_o) + \frac{1}{\omega_o} \right) p + \frac{RC}{\omega_o} p^2}$$

⇒ La fonction de transfert trouvée est celle d'un filtre du 2<sup>nd</sup> ordre : A haute fréquence le montage ne fonctionne plus comme un intégrateur. Notons de plus que les trois termes du dénominateur sont tous de même signe : le montage intégrateur est stable.

Ordre de grandeur :

La fonction de transfert est de la forme :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_o}{1 + \left( \frac{2\sigma}{\omega_o'} \right) p + \left( \frac{p}{\omega_o'} \right)^2} \text{ où } \omega_o' = \sqrt{\frac{\omega_o}{RC}} \text{ et } \sigma = \frac{1}{2} \omega_o' \left( RC(1 + A_o) + \frac{1}{\omega_o} \right)$$

Pour un intégrateur de constante de temps  $\tau=RC=10^{-3}$  s et en prenant pour l'ALI :  $\omega_o = 2\pi f_o$  avec  $f_o = 10$  Hz et  $ALI = 10^5$ , on trouve :  $\omega_o' = 251$  rad/s et  $\sigma = 12,5 \cdot 10^3 \gg 1$

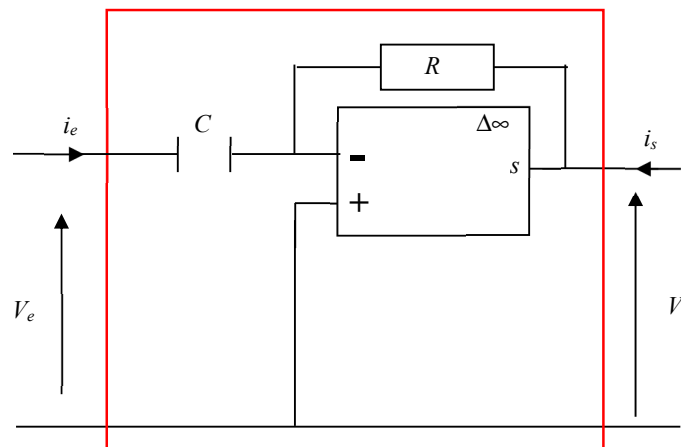
⇒ Le second ordre est décomposable et les deux pulsations issues de cette décomposition sont, après DL sachant que  $\sigma \gg 1$ ,

$$\omega_1 = \frac{\omega_o'}{2\sigma} \text{ et } \omega_2 = 2\sigma\omega_o'$$

⇒ Avec les valeurs numériques, on obtient :  $f_1 \approx 10^{-3}$  Hz et  $f_2 \approx 1$  MHz

⇒ Sachant que ce filtre fonctionne en intégrateur pour des fréquences comprises entre  $f_1$  et  $f_2$ , on en déduit que le montage ne fonctionne plus en intégrateur pour des fréquences de l'ordre du MHz.

**5. Montage dérivateur.**



**a) ALI IDÉAL**

Le montage est un montage inverseur tel que :

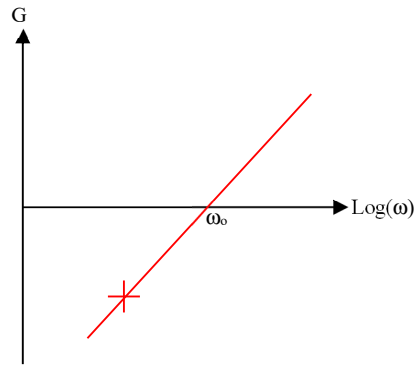
$Z_2 = R$  et  $Z_1 = 1/(Cp)$ . D'où :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = -RCp = \frac{-p}{\omega_o}$$

$$\Rightarrow V_s(t) = -RC \frac{dV_e(t)}{dt}$$

⇒ Montage dérivateur.

D'où le diagramme de Bode suivant :



Généralisation : Fonction dérivation dans un filtre

On peut généraliser le résultat suivant :

Un filtre présente un caractère dérivateur si sa fonction de transfert est de la forme :  $H(p) = \alpha.p$

⇒ Le diagramme asymptotique de Bode correspondant présente, pour le gain une pente à 20dB/dec et un déphasage de  $\pm \frac{\pi}{2}$

Exemple de filtres réalisant une dérivation :

Filtre passe-haut du 1<sup>er</sup> ordre pour  $\omega \ll \omega_c$

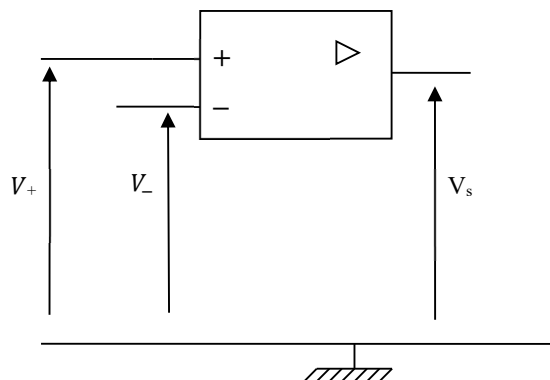
Filtre passe-bande du 2<sup>nd</sup> ordre pour  $\omega \ll \omega_{c1}$

### b) Montage pratique.

Notons, qu'en pratique, ce montage ne fonctionne pas. En effet, le montage amplifie fortement les hautes fréquences et notamment le bruit. Ainsi, la tension  $V_s(t)$  arrivera rapidement à saturation ( $\pm V_{sat}$ ). Pour réaliser un montage dérivateur fonctionnant en pratique, on dispose une résistance  $r$  (petite devant  $R$ ) en série avec le condensateur  $C$  : On limite alors l'amplification à haute fréquence.

## V. Principaux montages utilisant l'ALI idéal en régime non linéaire

### 1. Comparateur simple



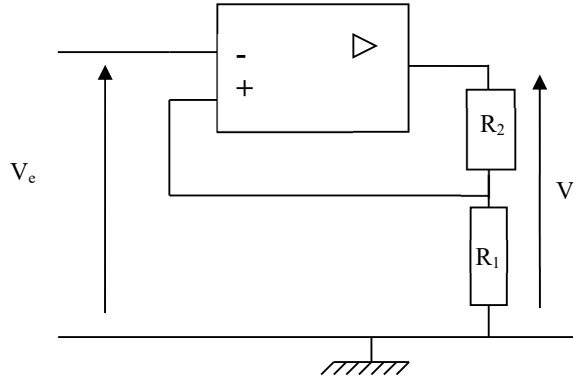
Ainsi :

- Si  $V_+ > V_-$  alors  $V_s = +V_{sat}$
- Si  $V_+ < V_-$  alors  $V_s = -V_{sat}$

⇒ Ce montage permet de comparer les deux tensions  $V_+$  et  $V_-$

## 2. Comparateur à hystérésis.

### a) Schéma.



### b) Fonctionnement.

L'AO fonctionnant en régime non linéaire, on a :  $V_s = \pm V_{sat}$  suivant la valeur de  $\varepsilon = V_+ - V_-$

Le diviseur de tension en  $V_+$  donne :  $V_+ = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_s = \pm V_0$

- Supposons que  $V_s = V_{sat}$  alors  $V_+ = V_0$

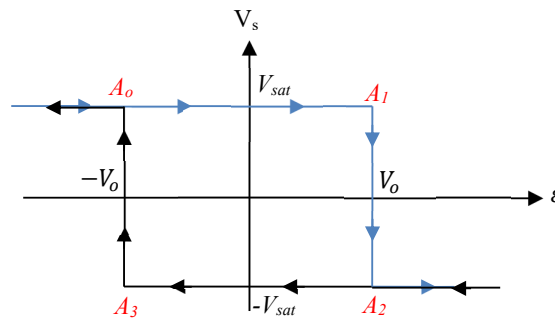
⇒ Ceci est vrai tant que  $V_+ > V_-$  et donc tant que  $V_e < V_0$

⇒ Si l'on part de l'état  $V_s = V_{sat}$  avec  $V_e < V_0$  et que l'on augmente  $V_e$  alors la tension  $V_s$  restera égale à  $V_{sat}$  tant que  $V_e$  n'aura pas atteint  $V_0$ . Lorsque  $V_e$  atteint  $V_0$  (point  $A_1$ ),  $V_s$  passe de  $V_{sat}$  à  $-V_{sat}$  : c'est la commutation (passage de  $A_1$  à  $A_2$ ).

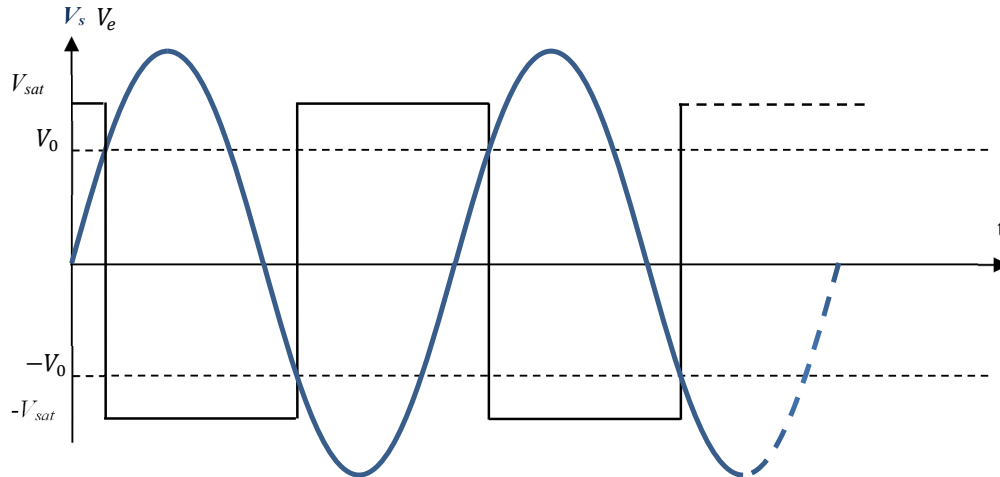
- Supposons maintenant que  $V_s = -V_{sat}$  alors  $V_+ = -V_0$

⇒ Ceci est vrai tant que  $V_+ < V_-$  et donc tant que  $V_e > -V_0$

⇒ Si l'on part de l'état  $V_s = -V_{sat}$  avec  $V_e > -V_0$  et que l'on diminue  $V_e$  alors la tension  $V_s$  restera égale à  $-V_{sat}$  tant que  $V_e$  n'aura pas atteint  $-V_0$ . Lorsque  $V_e$  atteint  $-V_0$  (point  $A_3$ ),  $V_s$  passe de  $-V_{sat}$  à  $V_{sat}$  : c'est la commutation (passage de  $A_3$  à  $A_0$ ).

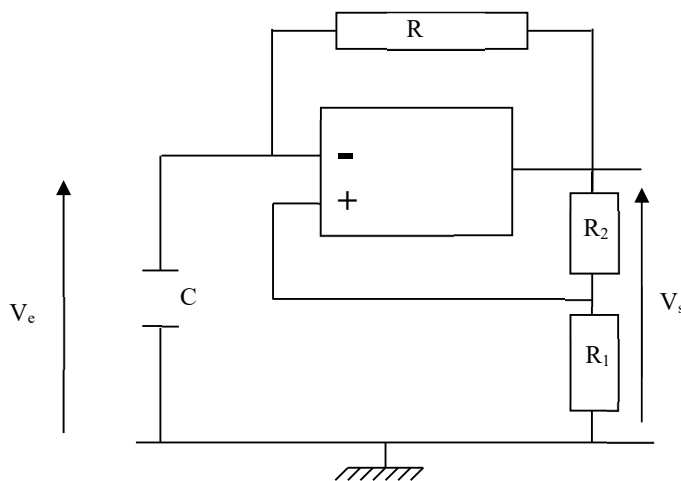


Exemple : dans le cas où  $V_e(t) = E \sin \omega t$  on obtient :



### 3. Multivibrateur astable a 1 ALI

#### a) Montage.



#### b) Fonctionnement.

On repère tout de suite la présence d'un intégrateur (circuit RC) et d'un comparateur à hystérésis dans le montage.

#### INTEGRATEUR

Le courant d'entrée dans l'ALI idéal étant nul, on a un circuit RC série.

⇒ L'équation différentielle vérifiée par  $V_e(t)$  (tension aux bornes du condensateur, variant donc de manière continue) est :

$$\frac{dV_e}{dt} + \frac{1}{\tau} V_e = \frac{1}{\tau} V_s$$

⇒ Lorsque  $V_s = +V_{sat}$ , le condensateur se charge sous une tension totale  $+V_{sat}$  et quand  $V_s = -V_{sat}$ , le condensateur se décharge sous une tension totale  $-V_{sat}$ .

#### COMPARATEUR A HYSTERESIS.

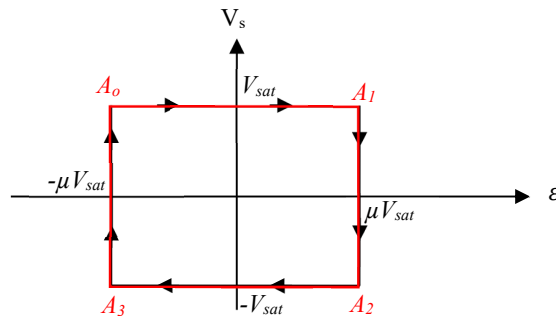
On note  $\mu = \frac{V_0}{V_{sat}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Le montage évoluant de manière périodique, le point de fonctionnement, dans la caractéristique de transfert ( $V_s, \varepsilon = V_+ - V_-$ ) évolue périodiquement entre les points  $A_0, A_1, A_2, A_3$ .

Les commutations ont lieu entre les points ( $A_1; A_2$ ) et ( $A_3; A_0$ )

Entre  $A_0$  et  $A_1$ ,  $V_s = +V_{sat}$ , le condensateur se charge et donc la tension  $V_- = V_e$  augmente jusqu'à atteindre  $\mu V_{sat}$ , on a alors commutation.

Entre  $A_2$  et  $A_3$ ,  $V_s = -V_{sat}$ , le condensateur se décharge et donc la tension  $V_- = V_e$  diminue jusqu'à atteindre  $-\mu V_{sat}$ , on a alors commutation.



Les temps de réponse des intégrateurs étant identiques, on obtiendra des signaux de rapport cyclique égal à 1/2

#### FUNCTIONNEMENT

Supposons qu'à  $t = 0$ , le système commute de  $A_3$  vers  $A_0$  ( le temps de commutation étant négligeable devant la période, on suppose qu'à  $t = 0^-$  le point de fonctionnement est en  $A_3$  et à  $t = 0^+$  le point de fonctionnement est en  $A_0$ )

$\Rightarrow$  A  $t = \frac{T^-}{2}$  le point de fonctionnement est en  $A_1$ ; à  $t = \frac{T^+}{2}$  le fonctionnement est en  $A_2$  et à  $t = T^-$  le point de fonctionnement est en  $A_3$ .

Notons qu'à  $t = 0^-$ , on a :  $V_s(0^-) = -V_{sat}$  et  $V_e(0^-) = -\mu V_{sat}$

Et qu'à  $t = \frac{T^-}{2}$ , on a :  $V_s(\frac{T^-}{2}) = +V_{sat}$  et  $V_e(\frac{T^-}{2}) = +\mu V_{sat}$

- Évolution pour  $t \in [0, \frac{T}{2}]$

$$V_s = +V_{sat} \text{ et donc : } \frac{dV_e}{dt} + \frac{1}{\tau} V_e = \frac{1}{\tau} V_{sat}$$

$$\text{Sachant que } V_e(0^+) = V_e(0^-) = -\mu V_{sat}, \text{ on en déduit : } V_e(t) = V_{sat} \left( 1 - (1 + \mu) \exp -\frac{t}{\tau} \right)$$

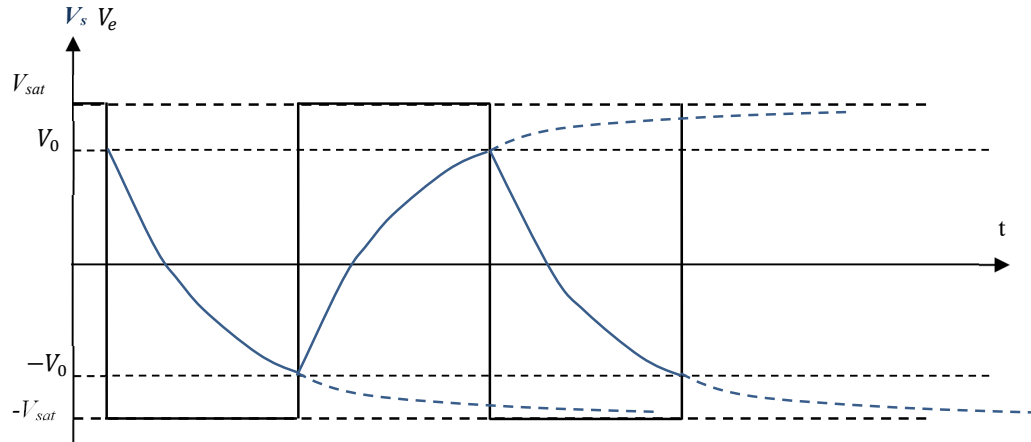
$$\text{Sachant que } V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat}, \text{ on en déduit la relation : } V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat} = V_{sat} \left( 1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau} \right)$$

- Évolution pour  $t \in [\frac{T}{2}, T]$

$$V_s = -V_{sat} \text{ et donc : } \frac{dV_e}{dt} + \frac{1}{\tau} V_e = -\frac{1}{\tau} V_{sat}$$

$$\text{Sachant que } V_e\left(\frac{T^+}{2}\right) = V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat}, \text{ on en déduit : } V_e(t) = -V_{sat} \left( 1 - (1 + \mu) \exp \left( -\frac{t - \frac{T}{2}}{\tau} \right) \right)$$

$$\text{Sachant que } V_e(T^-) = -\mu V_{sat}, \text{ on en déduit la relation : } V_e(T^-) = -\mu V_{sat} = -V_{sat} \left( 1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau} \right)$$



PERIODE :

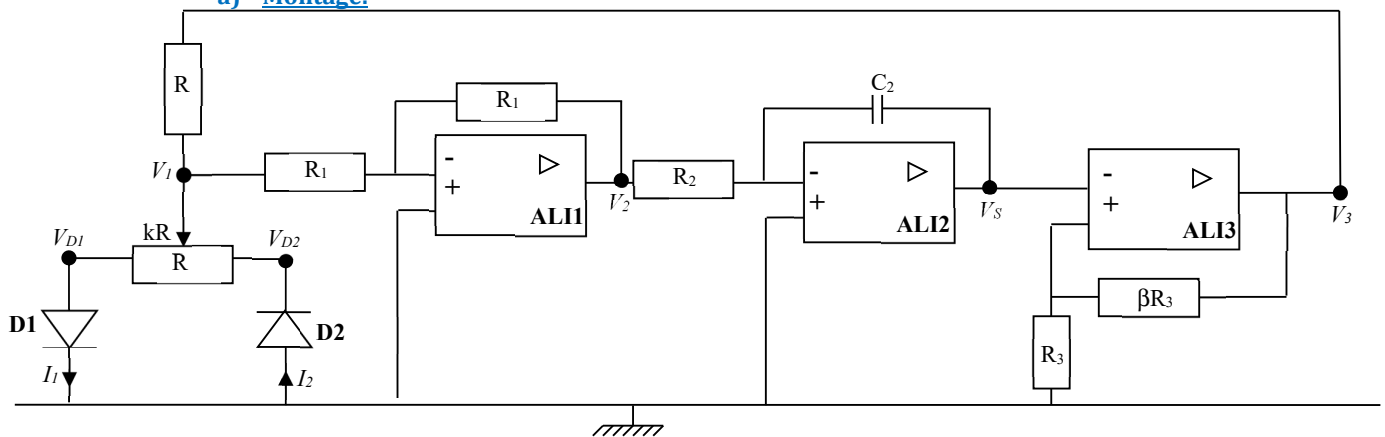
Les deux résultats :  $V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat} = V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau}\right)$  et  $V_e(T^-) = -\mu V_{sat} = -V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau}\right)$

correspondent à la même relation permettant de trouver T :

$$T = 2RC \ln \frac{1 + \mu}{1 - \mu}$$

4. Multivibrateur à 3 ALI et diodes.

a) Montage.



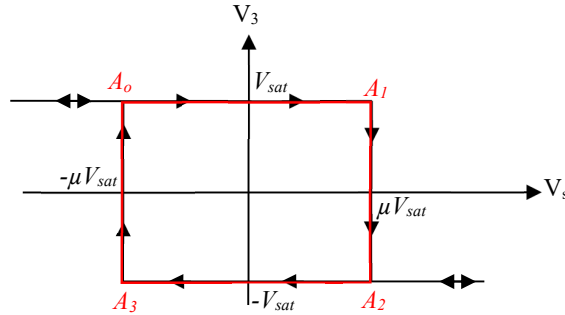
b) Fonctionnement

FONCTIONNEMENT DES ALI

**ALI1** : Montage inverseur  $\Rightarrow V_2 = -V_1$

**ALI2** : Montage intégrateur  $\Rightarrow \frac{dV_s}{dt} = -\frac{V_2}{R_2 C_2}$  soit  $V_s(t) = V_s(0^+) - \frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t V_2(t) dt$

**ALI3** : Comparateur à hystérésis  $\Rightarrow V_s = V_{3+} = \frac{V_3}{\beta + 1} = \mu V_3$  où  $V_3 = \pm V_{sat}$



**MONTAGE A DIODE :**

Supposons la diode D1 passante (  $i_1 > 0, V_{D1} = 0$  )

$$\Rightarrow V_1 = kRi_1 \text{ avec } i_1 > 0 \text{ et donc } \Rightarrow V_1 > 0$$

Supposons de plus la diode D2 passante (  $i_2 > 0, V_{D2} = 0$  )

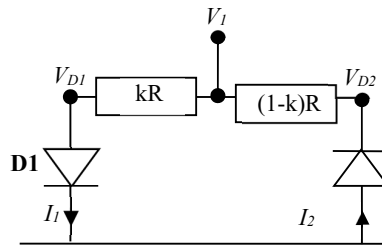
$$\Rightarrow V_1 = - (1-k).R.i_2 \text{ avec } i_2 > 0 \text{ et donc : } \Rightarrow V_1 < 0 !$$

$\Rightarrow$  Incompatible !

**Conclusion :**

**Si  $V_1 > 0$  alors D1 est passante et D2 est bloquée**

**Si  $V_1 < 0$  alors D1 est bloquée et D2 est passante.**



**ÉVOLUTION DE L'OSCILLATEUR :**

Plaçons nous à  $t=0^+$  en  $A_0$  (

$$\begin{cases} V_3(0^-) = -V_{sat}; V_3(0^+) = V_{sat} \\ V_s(0^-) = V_s(0^+) = -\mu V_{sat} \\ \left( \frac{dV_s}{dt} \right) > 0 \end{cases}$$

Or  $V_1 = -V_2 = R_2 C_2 \frac{dV_s}{dt} > 0 \Rightarrow$  D1 est passante et D2 est bloquée

$\Rightarrow$  L'application du théorème de Millman en  $V_1$  donne (en choisissant  $R \ll R_1$ , on peut négliger le courant passant dans  $R_1$ ) :

$$V_1 = \frac{\frac{0}{kR} + \frac{V_3}{R}}{\frac{1}{kR} + \frac{1}{R}} = \frac{k}{k+1} V_{sat}$$

$$\text{D'où : } \frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{R_2 C_2} V_1 = \frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{k}{k+1} V_{sat}$$

$$\Rightarrow V_s(t) = \underbrace{V_s(0^+)}_{-\mu V_{sat}} + \underbrace{\frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{k}{k+1} V_{sat} t}_{k^+}$$

$$\Rightarrow V_s(t) = -\mu V_{sat} + k^+ \cdot V_{sat} t$$

$\Rightarrow V_s$  augmente donc jusqu'à  $\mu V_{sat}$  on a alors commutation (A<sub>1</sub>)

Calculons le temps  $t_1$  pour lequel on a commutation :

$$V_s(t_1) = -\mu V_{sat} + k^+ \cdot V_{sat} t_1 = \mu V_{sat}$$

$$t_1 = \frac{2\mu}{k^+} = \frac{2(k+1)}{(1+\beta)k} R_2 C_2$$

Après commutation, le point de fonctionnement de l'oscillateur est en A<sub>2</sub>.

$$\text{On a alors : } \begin{cases} V_3(t_1^-) = V_{sat}; V_3(t_1^+) = -V_{sat} \\ V_s(t_1^-) = V_s(t_1^+) = \mu V_{sat} \\ \left( \frac{dV_s}{dt} \right) < 0 \end{cases}$$

$$\text{Or } V_1 = -V_2 = R_2 C_2 \underbrace{\frac{dV_s}{dt}}_{<0} < 0 \Rightarrow D_2 \text{ est passante et } D_1 \text{ est bloquée}$$

$\Rightarrow$  L'application du théorème de Millman en  $V_1$  donne **(en sachant que  $R \ll R_1$ , on peut négliger le courant passant dans  $R_1$ )** :

$$V_1 = \frac{0}{(1-k)R} + \frac{V_3}{R} = -\frac{(1-k)}{(2-k)} V_{sat}$$

$$\text{D'où : } \frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{R_2 C_2} V_1 = -\frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{(1-k)}{(2-k)} V_{sat}$$

$$\Rightarrow V_s(t) = \underbrace{V_s(t_1^+)}_{+\mu V_{sat}} - \underbrace{\frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{(1-k)}{(2-k)} V_{sat} (t-t_1)}_{k^- > 0}$$

$$\Rightarrow V_s(t) = +\mu V_{sat} - k^- \cdot V_{sat} (t-t_1)$$

$\Rightarrow V_s$  diminue donc jusqu'à  $-\mu V_{sat}$  on a alors commutation (A<sub>3</sub>)

Calculons le temps  $t_2$  pour lequel on a commutation :

$$V_s(t_2) = \mu V_{sat} - k^- \cdot V_{sat} (t_2 - t_1) = -\mu V_{sat}$$

$$t_2 = t_1 + \frac{2\mu}{k^-} = \frac{2(k+1)}{(1+\beta)k} R_2 C_2 + \frac{2(2-k)}{(1+\beta)(1-k)} R_2 C_2$$

Après commutation on est à nouveau en A<sub>0</sub>.

PERIODE DES OSCILLATIONS :

$$T = t_2 = \frac{2(k+1)}{(1+\beta)k} R_2 C_2 + \frac{2(2-k)}{(1+\beta)(1-k)} R_2 C_2$$

RAPPORT CYCLIQUE :

$$\alpha = \frac{t_1}{T_2} = \frac{\frac{2(k+1)}{k}}{\frac{2(k+1)}{k} + \frac{2(2-k)}{(1-k)}} = \frac{(1-k^2)}{(1+2k-2k^2)} \text{ (Pour } k=1/2, \text{ on a } \alpha=1/2)$$

CHRONOGRAMME :

