

I.- a) ✕ Calcul classique du champ crée par un solénoïde infini :

$$\vec{B}(r > R) = \vec{0}$$

$$\vec{B}(r < R) = \mu_0 n I \vec{e}_z$$

Où $n = \frac{N}{d}$ est le nombre de spires par unité de longueur et N est le nombre de spires.

✕ Énergie magnétique :

$$E_m = \iiint_{\text{tout l'espace}} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau = \int_{r=0}^{r=R} \frac{(\mu_0 n I)^2}{2\mu_0} d\tau = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 d \pi R^2 I^2$$

L'inductance propre vérifie alors :

$$L = \frac{2E_m}{I^2} = \mu_0 n^2 d \pi R^2$$

L'application numérique donne :

$$L = 0.65 \mu\text{H}; E_m = 32 \mu\text{J}$$

- b) ✕ Pour retrouver l'expression du champ magnétique crée en tout point situé à l'intérieur d'un solénoïde infini, il faut considérer un point M d'abscisse $z \gg R$. On retrouve alors $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e}_z$.
- Pour retrouver l'expression du champ magnétique crée à l'extérieur du solénoïde, il faut considérer un point situé loin du bord (gauche) du solénoïde c'est à dire vérifiant $z < 0$ et $|z| \gg R$: on retrouve bien un champ nul.
- ✕ Les lignes de champ pour un solénoïde de longueur finie sont représentées figure (1). On constate que par rapport au solénoïde infini, les lignes de champ de $\vec{B}$ s'éloignent les unes des autres sur les bords du solénoïde, ce qui signifie que le champ magnétique dans le solénoïde diminue et donc que l'énergie magnétique stockée dans le solénoïde diminue ainsi que l'inductance propre.

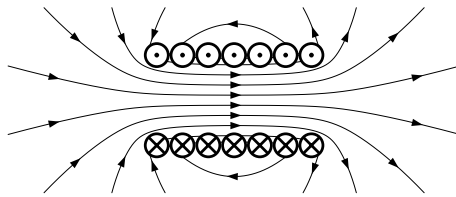


FIGURE 1 – Lignes de champ dans le cas d'un solénoïde de longueur finie

II.- a) $[m] = [IL^2]$ et $\left[\frac{\tau B}{\mu_0} \right] = \left[\frac{\tau \mu_0 n I}{\mu_0} \right] = \left[\frac{L^3 I}{L} \right] = [L^2 I]$

b) Force agissant sur le noyau :

$$\vec{F} = (\vec{m} \cdot \text{grad}) \vec{B}(z) = \tau \frac{B(z)}{\mu_0} \frac{dB}{dz} \vec{e}_z$$

Soit :

$$\vec{F} = \frac{\tau \mu_0 n^2 I^2}{4R} f(u) \vec{e}_z$$

Où $u = \frac{z}{R}$ et f est la fonction définie dans l'énoncé.

- c) ✕ La fonction possède un maximum pour $u \approx 0.25$ et vaut environ 1.15. On en déduit que la force subie par le noyau est maximale lorsque le noyau est à l'intérieur du solénoïde à une distance du bord égale au quart du rayon du solénoïde.
La force maximale vaut alors :

$$\vec{F}_{max} = 1.1 \times \frac{\tau \mu_0 n^2 I^2}{4R} \vec{e}_z$$

- ✕ Cette force ne dépend pas du signe de I et donc pas de son sens : elle est toujours dirigée vers le solénoïde. Le noyau est donc toujours attiré par le solénoïde.
- ✕ $\|\vec{F}\|_{max} = 0.7 \text{ mN}$