

TD : Ondes acoustiques

1 Tuyau d'orgue

Un tuyau d'orgue est assimilable à un tuyau de longueur $L = 1$ m fermé à l'une de ses extrémités et ouvert à l'autre. Les pression, température, et masse volumique moyennes de l'air contenu dans le tuyau sont : $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa; $T_0 = 290$ K et $\mu_0 = 1,22$ kg/m³.

1. Déterminer les fréquences ν_0 du fondamental et ν_1 de la première harmonique. L'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,40$.
2. A la fréquence ν_1 on a mesuré une amplitude maximale des elongations de l'air égale à $a_0 = 1$ mm. En déduire l'amplitude maximale correspondante P_0 pour la surpression et T_0 pour la température.

2 Impédances acoustiques

Pour l'eau, l'air et le verre, on donne les impédances acoustiques respectives :

✕ $Z_{\text{eau}} = 1,5 \cdot 10^6$ kg/m²/s;

✕ $Z_{\text{air}} = 425$ kg/m²/s;

✕ $Z_{\text{verre}} = 1,0 \cdot 10^7$ kg/m²/s

1. Calculer le coefficient de transmission en puissance pour l'interface air-eau.
2. Quand on met la tête dans l'eau à la piscine, entend-on distinctement les sons extérieurs ?
3. Calculer le coefficient de transmission en puissance pour l'interface air-verre.
4. Estimer ce coefficient pour une vitre, et un double vitrage.

3 Production d'un son avec une bouteille

On considère la bouteille schématisée ci-contre dont les dimensions sont :

✕ $h = 8$ cm

✕ $H = 23$ cm

✕ $r = 1$ cm

✕ $R = 2.7$ cm

✕ $V = 375$ cm³

Cette bouteille est remplie d'air de masse volumique $\rho_0 = 1,3$ kg · m⁻³. La célérité du son dans l'air est $c = 340$ m · s⁻¹. Déterminer la fréquence du son émis lorsque l'on souffle parallèlement à l'embouchure.

4 Onde acoustique isotherme

On considère une onde acoustique se propageant dans un fluide assimilé à un gaz parfait de masse molaire M .

L'évolution du fluide est considérée comme isotherme, à la température T_0 .

1. Comment modifier les équations de l'acoustique linéaire pour prendre en compte l'évolution isotherme du fluide ?
2. Établir l'équation d'onde vérifiée par la surpression P_1 et en déduire l'expression de la célérité c_T des ondes.
3. Calculer numériquement c_T dans le cas de l'air, de masse molaire $m = 29$ g/mol à la température $T_0 = 300$ K. On donne $R = 8,314$ J/K/mol.

5 Interférences

On s'intéresse aux interférences des ondes sonores planes produites par deux haut-parleurs identiques, placés face à face et alimentés par la même tension sinusoïdale de fréquence f . Le phénomène de réflexion des ondes sonores sera négligé.

Un microphone M de faibles dimensions, sensible aux surpressions, relié à un oscilloscope permet de visualiser l'état vibratoire des points situés entre deux sources sonores.

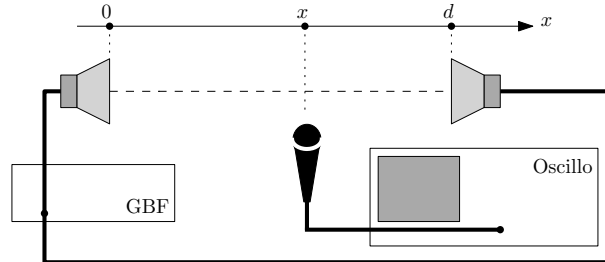


Figure 1

On suppose que la distance d est très supérieure à la longueur d'onde λ des ondes sonores émises. Les surpressions générées par les membranes A_1 et A_2 sont notées respectivement $P_1(x, t)$ et $P_2(x, t)$.

1. Préciser les conditions d'obtention d'interférences sur l'axe (xx') entre A_1 et A_2 .
2. Qu'observe-t-on sur l'écran de l'oscilloscope lorsque l'on déplace le microphone sur l'axe (xx') ?
3. Sachant que $P_1(0, t) = P_2(d, t) = P_0 \sin(2\pi ft)$ où P_0 est l'amplitude de la vibration, donner les expressions de $P_1(x, t)$ et $P_2(x, t)$.
4. Déterminer $P(M, t)$ définissant l'état vibratoire en un point M du segment A_1A_2 .
5. Montrer qu'il existe de familles de points dont l'état vibratoire est particulier. Préciser leur nature.
6. On désigne par e la distance séparant deux points consécutifs ayant le même état vibratoire. Sachant que $f = 1250$ Hz et $e = 13,8$ cm, déterminer la valeur de la célérité du son.

6 Onde acoustique émise par une sphère pulsante

La surface d'une sphère, de rayon moyen $r_0 \ll \lambda$, effectue un petit mouvement radial harmonique $a \cdot \exp(j\omega t)$ d'amplitude $a \ll r_0$.

Déterminer l'amplitude a avec laquelle doit vibrer une membrane de haut-parleur en forme de calotte sphérique de rayon $r_0 = 5$ cm pour produire un son grave de fréquence $f = 50$ Hz et de forte intensité $I_{dB} = 90$ dB à une distance de 1 m. Conclure.

7 Impédance acoustique

On définit l'impédance acoustique par le rapport surpression sur vitesse particulaire :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{P}}{\underline{V}}$$

1. Justifier cette appellation. Que vaut-elle pour une onde plane progressive sinusoïdale se propageant suivant les x positifs ? les x négatifs ?

AN :

- ✗ Pour l'air $\rho = 1,2$ kg/m³; $c = 340$ m/s
- ✗ Pour l'eau $\rho = 10^3$ kg/m³; $c = 1400$ m/s

2. Le tuyau sonore est fermé en $x = L$ par un matériau d'impédance acoustique :

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{P}(L)}{\underline{V}(L)}$$

appelée impédance de charge. Une onde incidente :

$$\underline{P}_i = P_0 e^{j(\omega t - kx)}$$

, donne alors naissance à une onde réfléchie $\underline{P}_r$.

- Déterminer $\underline{r}$ en fonction de $\underline{r}$ le coefficient de réflexion en amplitude en $x = L$.
 - Déterminer $\underline{r}$ en fonction de $\frac{\underline{Z}_c}{\rho c}$.
 - Interpréter la valeur de $\underline{r}$ pour $\underline{Z}_c = \rho c$.
3. Calculer l'impédance ramenée :

$$\underline{Z}(x) = \frac{\underline{P}(x)}{\underline{V}(x)}$$

en fonction de ρc , $\frac{\underline{Z}_c}{\rho c}$ et $\tan(k(L - x))$ et discuter les trois cas suivants :

- ✕ $\underline{Z}_c = 0$
- ✕ $\underline{Z}_c = \infty$
- ✕ $\underline{Z}_c = \rho c$

, en exprimant dans chacun des trois cas les expressions réelles de $P(x, t)$ et $V(x, t)$. A quels phénomènes classiques se réfèrent-ils ? Peut-on envisager des vérifications expérimentales simples ?

4. Le tube cylindrique de longueur $L = 1$ m est fermé par une paroi rigide en $x = L$. Il contient un mélange de CO_2 et H_2 (respectivement 75% et 25% en volume). Une source sonore (haut parleur) est placée en $x = 0$; sa fréquence est $N = 2000$ Hz. On suppose que le haut-parleur se comporte comme un nœud de vibration. En déduire la température T la plus raisonnable pour laquelle il y a résonance.

8 Échographie

On considère une onde acoustique provenant d'un milieu 1 et atteignant l'interface $x = 0$ avec un milieu 2.

On suppose que l'interface entre les deux milieux est perpendiculaire à la direction de propagation. Les deux milieux sont supposés s'étendre jusqu'à l'infini.

Z_{m1} et Z_{m2} sont les impédances caractéristiques des deux milieux.

- Rappeler les conditions aux limites vérifiées par la vitesse u et la surpression p à l'interface entre les deux milieux. En déduire les coefficients de réflexion et de transmission t relatifs aux vitesses. Les exprimer en fonction de Z_{m1} et Z_{m2} .
- En déduire les coefficients R et T en puissance.
- Lors d'une échographie, un émetteur ultra sonore, appliqué sur la peau du patient émet une onde qui doit être transmise le mieux possible à l'intérieur du corps. On supposera qu'il s'agit d'une onde plane. Les caractéristiques des matériaux sont les suivantes :

- ✕ $Z_{\text{air}} = 430 \text{ kg/m}^2/\text{s}$;
- ✕ $Z_{\text{corps}} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2/\text{s}$
- ✕ $Z_{\text{gel}} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2/\text{s}$
- ✕ $Z_{\text{émetteur}} = 10^7 \text{ kg/m}^2/\text{s}$

Que vaut le coefficient T_{ea} à l'interface émetteur/air ? Que vaut le coefficient à l'interface air/corps ?

4. On utilise maintenant un gel appliqué au préalable sur la peau : même questions mais pour les coefficients émetteur/gel et gel/corps. Quel est l'intérêt d'utiliser du gel ? Évaluer le rapport :

$$\frac{I_c}{I_0}$$

, I_c étant l'intensité sonore incidente et I_c l'intensité sonore qui pénètre dans le corps.

9 Isolation acoustique

Le plan $x = 0$ coïncide avec un plateau mince (une membrane, une vitre en verre...) de masse surfacique μ .

La région $x < 0$ est occupée par un fluide de paramètres acoustiques ρ_1 et c_1 et la région $x > 0$ est remplie par un fluide de paramètres acoustiques ρ_2 et c_2 . Une onde progressive harmonique, décrite par :

$$v_i = v_{0i} e^{j(\omega t - k_i x)}$$

, arrive de la région 1 sur le plateau. L'amplitude de la vitesse transmise, supposées sans harmonique et de même pulsation, s'écrit :

$$v_{0t} = \underline{t} \cdot v_{0i}$$

1. Indiquer, en les justifiant, les relations permettant d'établir la relation :

$$\underline{t}_v = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2 + j\omega\mu}$$

Que représente Z_1 et Z_2 .

2. Les milieux de part et d'autre du plateau sont identiques. Calculer le rapport T de l'intensité moyenne transmise sur l'intensité incidente.
3. Tracer l'allure de la courbe $G_{dB} = 20 \log(T(\omega))$ en fonction de $\log \omega$. Préciser la fréquence de coupure et la bande passante à -3 dB.
4. Soit a l'épaisseur du matériau, ρ sa masse volumique et soit ρ_0 la masse volumique de l'air ; montrer que la longueur d'onde de coupure est :

$$\lambda_c = \frac{\pi a \rho}{\rho_0}$$

5. Le milieu de part et d'autre du plateau est l'air à température ambiante et pression standard. On souhaite un affaiblissement de 50 dB à 300 Hz. Calculer l'épaisseur de la plaque, supposée en béton, de masse volumique $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$. Quels sont, en dB, les affaiblissements à 100 Hz et à 500 Hz ?
6. Conclure sur l'atténuation du son entre deux logements voisins, pour une voix grave ou pour une voix aiguë ; quels sont les facteurs permettant d'améliorer l'isolation ? Commenter la coexistence du modèle surfacique et du modèle volumique.

10 Pavillon Acoustique

On considère un pavillon acoustique de révolution à section circulaire variable notée $S(x)$.

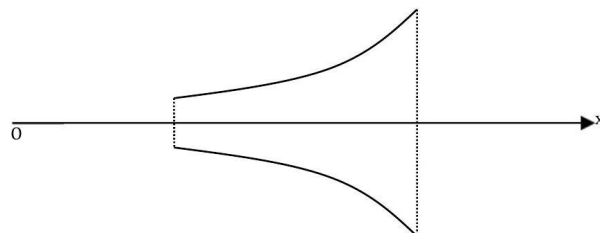


Figure 2

On considère la tranche de fluide qui à l'équilibre est entre x et $x + dx$ de masse volumique μ_0 et de pression P_0 . A un instant t , cette tranche est alors comprise entre $x + \xi(x, t)$ et $x + dx + \xi(x + dx, t)$.

On se place dans la condition : $\frac{\partial \xi}{\partial x} \ll 1$ et on néglige les termes d'ordre 2.

Le fluide est supposé parfait et on supposera notamment que les compressions et détentes subies par le fluide sont adiabatiques réversibles.

1. Déterminer les équations différentielles vérifiées par $\xi(x, t)$ et $P(x, t)$
2. On considère à présent un pavillon acoustique exponentiel :

$$S(x) = S_0 e^{ax}$$

(a et S_0) sont positifs.

Quelles sont les nouvelles équations différentielles vérifiées par $\xi(x, t)$ et $P(x, t)$?

3. On cherche les solutions sous forme d'onde plane progressives. Déterminer l'équation de dispersion.
4. Aucune propagation n'est possible pour $\omega < \omega_c$. Déterminer ω_c .
5. Dans le cas où $\omega > \omega_c$, calculer la vitesse de phase et la vitesse de groupe de l'onde acoustique en fonction de c , ω et ω_c .

11 Rebond d'une onde acoustique sur un piston élastique

Une OPPM, de pulsation ω , arrive sur un piston (système masse ressort, de raideur k , de masse m) : l'onde acoustique se réfléchit et déplace aussi le piston. De plus, le piston est soumis à une force de frottement visqueux :

$$\vec{f} = -\lambda \frac{d\xi}{dt} \vec{e}_x$$

On note $\xi(t)$ le déplacement du piston ($\xi(t) = 0$ en l'absence d'onde acoustique).

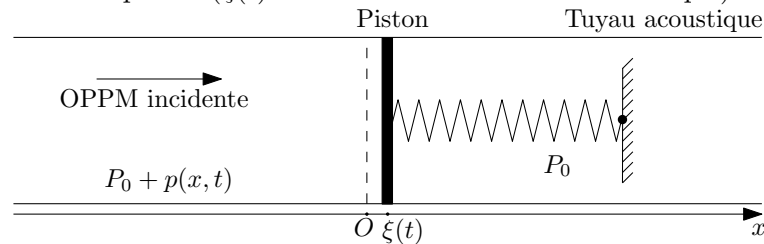


Figure 3

- ✕ Établir l'équation différentielle vérifiée par $\xi(t)$.
- ✕ Résoudre cette équation en considérant uniquement le régime forcé. Etudier quelques cas particuliers.

12 Tuyau acoustique déformable

Un tuyau acoustique, d'axe (Ox) , de section circulaire S et d'épaisseur $e \ll \sqrt{S}$, contient un fluide de masse volumique ρ_0 et de coefficient de compressibilité χ_0 . En l'absence d'onde dans le fluide la pression dans le tuyau et à l'extérieur du tuyau est P_0 .

Lorsqu'une onde se propage dans le fluide, elle induit localement une surpression pression $p(x, t)$ dans le tuyau qui provoque une variation $s(x, t)$ de sa section du tuyau suivant la loi :

$$\frac{s(x, t)}{S} = \frac{D}{eE} p_1(x, t)$$

E étant un coefficient traduisant la rigidité du matériau.

Déterminer la vitesse de propagation de la déformation du tuyau.

13 Résonateurs d'Helmholtz

On considère le système constitué d'une succession de cavités de volume V_0 reliées entre elles par des tubes de section S et de longueur ℓ . On étudie la propagation d'une onde acoustique au sein du système. On suppose que les dimensions caractéristiques des cavités et des tubes sont faibles devant la longueur d'onde λ :

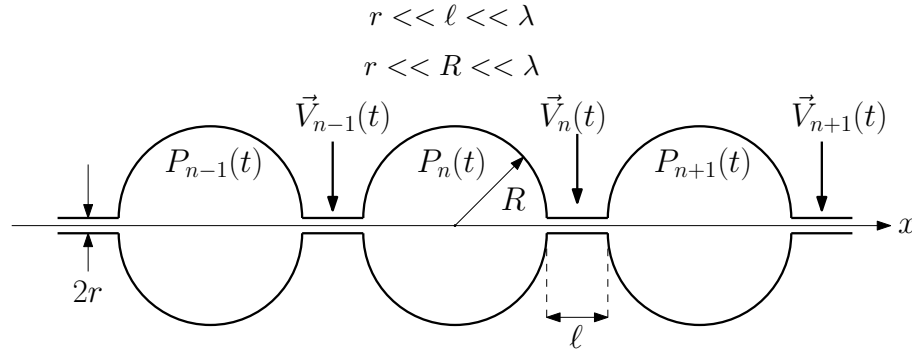


Figure 4

1. Montrer que l'ensemble { Cavité + tube } est analogue à un système masse-ressort de pulsation ω_0 . Donner l'expression de ω_0 en fonction de ρ_0 , χ_0 , ℓ , S et V_0 .
2. On note $p_n(t)$ la surpression dans la nième cavité et $V_n(t)$ la vitesse du fluide dans le nième tube. Établir les équations différentielles reliant les grandeurs $V_n(t)$, $V_{n+1}(t)$, $V_{n-1}(t)$, $p_n(t)$, $p_{n+1}(t)$, $p_{n-1}(t)$.
3. Les centres des cavités sont distants de a avec $a \ll \lambda$. On pose alors :

$$p_n(t) = p(x = na, t)$$

En vous plaçant dans l'approximation des milieux continus, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $p(x, t)$.

4. En déduire la célérité des ondes se propageant dans la chaîne formée par les cavités et les tubes.

14 Comment coincer une bulle ?

On crée dans un récipient d'eau sur une hauteur H (de $z = 0$ au fond à $z = H$ en surface), une onde acoustique stationnaire verticale dont la surpression acoustique est :

$$p(z, t) = p_m \cos(\omega t + \phi) \cos(kz + \psi)$$

1. Quel est le champ des vitesses correspondant ? Quelles sont les conditions limites ? En déduire la valeur de ψ et les valeurs possibles de k . Montrer que l'on peut choisir $\phi = 0$ sans nuire à la généralité du problème. Comment générer une telle onde ?
2. Une bille de rayon a , petit devant la longueur d'onde, est placée dans l'eau. Quelle est la résultante des forces de pression et sa moyenne temporelle ? peut-elle compenser la pesanteur ?
3. On remplace la bille par une bulle de gaz.
 - (a) La bulle se met instantanément à l'équilibre de pression avec l'eau. Justifier que, dans une bonne approximation, cela se fait de manière adiabatique réversible.
 - (b) Calculer le volume de la bulle en fonction de la pression acoustique. On donnera le résultat par son développement limité à l'ordre un.
 - (c) Quelle est la résultante des forces de pression et quelle est la valeur moyenne ? Expliquer comment coincer la bulle.
 - (d) Discuter de la stabilité de l'équilibre ainsi obtenu.