

$$\text{Q1} \quad * [I_\nu] = \left[\frac{E_\nu}{L^2 \cdot T \cdot T^{-1}} \right] = [\text{J} / \text{m}^2] = \frac{\text{W} / \text{m}^2 / \text{Hz} / \text{Sr}}{(\text{ou } \text{kg} \cdot \text{s}^{-2})}$$

$$* [n_\nu] = \left[\frac{I_\nu}{c} \right] = \left[\frac{E_\nu}{L^2 \times L \cdot T^{-1}} \right] = \left[\frac{E_\nu}{L^3 \cdot T} \right] = \frac{\text{J} / \text{m}^3 / \text{Hz}}{(\text{ou } \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1})}$$

$$* [F_\nu] = [I_\nu] = \frac{\text{W} / \text{m}^2 / \text{Hz}}{(\text{ou } \text{kg} / \text{s})}$$

$$\text{Q2} \quad * dE_\nu = (h\nu) \times (N_\nu(\theta, \phi) d\nu d\Omega) \underbrace{(\vec{n} \cdot d\vec{A})}_{d\vec{z}} c dt$$

* A comparer à :

$$= I_\nu (\vec{n} \cdot d\vec{A}) dt d\Omega d\nu$$

$$\Rightarrow \underline{h\nu c N_\nu = I_\nu}$$

Q3

$$* dN_\nu = N_\nu(\theta, \phi) d\nu d\Omega = n_\nu d\tau / \text{m}^3$$

$$\Rightarrow n_\nu = \frac{dN_\nu}{d\nu} = \frac{1}{d\nu} \int_{\Omega} d^2 N_\nu = \int_{\Omega} N_\nu(\theta, \phi) d\Omega = 4\pi N_\nu$$

↑ isotropie

$$* I_\nu = hc\nu n_\nu$$

$$\Rightarrow \underline{I_\nu = \frac{hc\nu n_\nu}{4\pi}}$$

Q4

$$* u_\nu = \frac{1}{c} \int_{\Omega} I_\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} I_\nu = \underline{u_\nu h\nu}$$

D'où :

$$* P_\nu = \frac{1}{c} \int_{\Omega} I_\nu \cos^2 \theta d\Omega = \frac{I_\nu}{c} \int_{\Omega} \cos^2 \theta (\sin \theta d\theta d\varphi)$$

$$= \frac{2\pi I_\nu}{c} \int_{\theta} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{4\pi I_\nu}{3c}$$

[-1/3 cos^3 θ]_0^π

Q5

$$* F_\nu^+ = \int I_\nu \cos \theta d\Omega$$

$$= I_\nu \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi I_\nu \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{\sin 2\theta}{2} d\theta$$

$$\Rightarrow F_2^+ = \pi I_2 \left[\frac{-\cos 2\theta}{2} \right]_0^{\pi/2} = \underline{\underline{\pi I_2}}$$

• De même $F_2^- = \pi I_2 \left[\frac{-\cos 2\theta}{2} \right]_{\pi/2}^{\pi} = \underline{\underline{-\pi I_2}}$

• La somme de ces 2 densités spectrales de flux est donc nulle : c'est le propre d'un rayonnement isotrope

Q6 • $I_\nu = \epsilon_2 B_2(T) = \frac{2h}{c^2} \times \nu^{3+\beta} \times \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$

• on pose $x = \frac{h\nu}{k_B T} \Rightarrow \nu = x \left(\frac{k_B T}{h} \right) \Rightarrow$ remplacer ν

$$\Rightarrow I_\nu(x) = \underbrace{\frac{2h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^{3+\beta}}_{\text{Cste} = \underline{\underline{C}}} \times \underbrace{\frac{x^{3+\beta}}{e^x - 1}}_{f(x)} \quad \left. \vphantom{\frac{2h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^{3+\beta}} \right\} \nu \text{ n'apparaît plus}$$

• on cherche donc les extrema de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3+\beta)x^{2+\beta}}{e^x - 1} - \frac{x^{3+\beta} e^x}{(e^x - 1)^2} \\ &= \frac{x^{2+\beta}}{e^x - 1} \left((3+\beta)(e^x - 1) - x e^x \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{e^x = \frac{\beta+3}{(\beta+3)-x} = f_\beta(x)}$$

Q7 • $x = (\beta+3) - \epsilon \quad (\epsilon > 0)$

$$\Rightarrow \text{on cherche } \epsilon / \underbrace{e^{\beta+3}}_{\approx 1} e^{-\epsilon} = \frac{\beta+3}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow \epsilon = (\beta+3) e^{-(\beta+3)}$$

• On en déduit x , puis ν_m, β :

$$v_{m,\beta} = \frac{k_B T}{h} (3+\beta) \left[1 - e^{-(\beta+3)} \right]$$

* $\beta > 0 \Rightarrow e^{-(3+\beta)} \ll 1$

\Rightarrow $v_{m,\beta}$ est \approx fct affine de β

* $\begin{cases} \Lambda = 1 \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{m,0}}{T} = \frac{3k_B}{h} (1 - e^{-3}) \sim \frac{3k_B}{h}$

AN: $\frac{v_{m,0}}{T} = 5,94 \cdot 10^{10} \text{ Hz/K} = 59,4 \text{ GHz/K}$

Q8

* $F = \int_0^\infty F_\nu^+ d\nu = \int_0^\infty \pi I_\nu d\nu \rightarrow \frac{k_B T}{h} dx$

$\varrho = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^{3+\beta} \Lambda$

$$= \pi \mathcal{L} \left(\frac{k_B T}{h} \right) \int_0^\infty \frac{x^{3+\beta}}{e^x - 1} dx$$

$$\frac{2\pi h \Lambda}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^{4+\beta} Q(3+\beta)$$

$$\Rightarrow F = \underbrace{\frac{2\pi h \Lambda}{c^2} \left(\frac{k_B}{h} \right)^{4+\beta} Q(3+\beta)}_{\sigma_{\Lambda\beta}} T^{4+\beta}$$

Q9

* $CN \Rightarrow \Lambda = 1; \beta = 0$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{k_B}{h} \right)^4 Q(3) = \frac{2\pi k_B^4}{c^2 h^3} Q(3)$$

$\frac{\pi^4}{15}$

AN: $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 / \text{K}^4$

Q10

* $u = \int_0^\infty u_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty I_\nu d\nu = \frac{4F}{c} = \frac{4\sigma}{c} T^4$

$\underbrace{\int_0^\infty I_\nu d\nu}_{F/\pi}$

\Rightarrow $P = \frac{u}{3}$

Q12

Q11

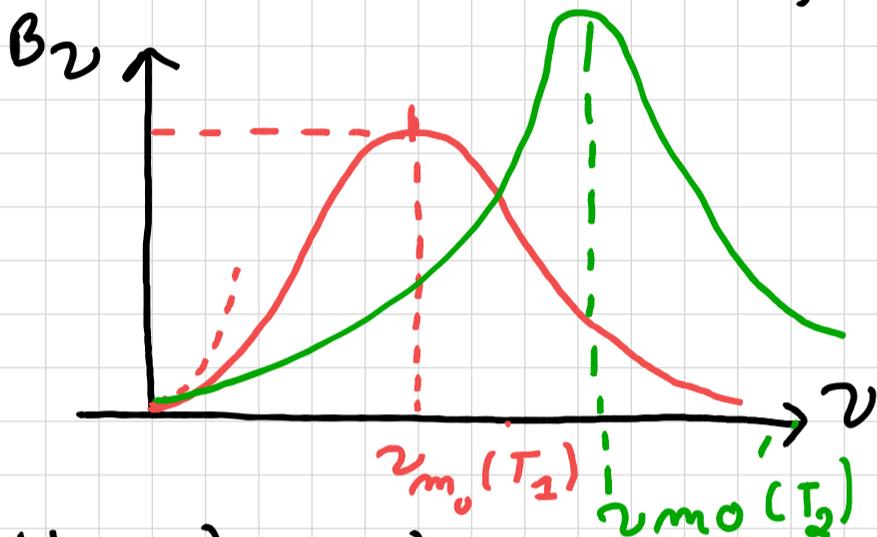
* $B_2(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \times \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1}$

$$\bullet \text{ BF } B_2(T) \sim \frac{2h\nu^3}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h\nu} \right) \sim \frac{2k_B T \nu^2}{c^2}$$

(Loi de Rayleigh-Jeans)

$$\bullet \text{ HF } B_2(T) \sim \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/k_B T}$$

(Loi de Wien)



$$\nu_{m,0} = \frac{3k_B T}{h}$$

Q13

$$U(T, V) = u(T) \times V$$

Q14

$$\bullet dU = \delta Q + \delta W$$

$$\Rightarrow \underbrace{du}_{\frac{du}{dT} dT} V + u dV = C_V dT + l dV - P dV$$

$$= C_V dT + \left(l - \frac{u}{3} \right) dV$$

* Par identification, on trouve :

$$\underline{C_V = V \frac{du}{dT}} \quad \text{et} \quad \underline{l = \frac{4}{3} u}$$

$$\bullet dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C_V}{T} dT + \frac{l}{T} dV = \frac{V}{T} \frac{du}{dT} dT + \frac{4}{3} \frac{u}{T} dV$$

Q15

$$\bullet u = \frac{4\sigma}{c} T^4 \Rightarrow \frac{du}{dT} = \frac{16\sigma}{c} T^3$$

$$\Rightarrow dS = \frac{V}{T} \times \frac{16\sigma T^3}{c} dT + \frac{16\sigma T^4}{3T} dV$$

$$= \frac{16\sigma}{c} \left[V T^2 dT + \frac{T^3}{3} dV \right]$$

$$= \frac{16\sigma}{3c} \left[3V T^2 dT + T^3 dV \right]$$

$$= \frac{16\sigma}{3c} d(V T^3)$$

$$D'o\grave{u} : S(T) - \underbrace{S(0)}_0 = \frac{16 \sigma V T^3}{3c}$$

Q16

* Evolution adiabatique reversible du syst\eme {univers} :

$$S = \text{cte} \Rightarrow T^3 V = \text{cte} \Rightarrow TV^{1/3} = \text{cte}$$

* Or, pour un GP $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$

$$D'o\grave{u} : \gamma - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \gamma = \frac{4}{3}$$

Q17

$$R(t) = \left[\frac{\sinh\left(\frac{bt}{t_0}\right)}{\sinh(b)} \right]^{\frac{2}{3}}$$

$$V(t) = \frac{4}{3} \pi R(t)^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\sinh\left(\frac{bt}{t_0}\right)}{\sinh(b)} \right)^2$$

$$T_{LSS}^4 V_{LSS} = T_{CMB}^4 V_{CMB}$$

$$\Rightarrow T_{CMB} = T_{LSS} \left(\frac{V_{LSS}}{V_{CMB}} \right)^{\frac{1}{4}} = T_{LSS} \left(\frac{\sinh\left(\frac{bt_{LSS}}{t_0}\right)}{\sinh\left(\frac{bt_{CMB}}{t_0}\right)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Arc } \underline{t_{CMB} = t_0}$$

$$\Rightarrow T_{CMB} = T_{LSS} \left(\frac{\sinh\left(\frac{bt_{LSS}}{t_0}\right)}{\sinh(b)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\underline{AN} : T_{CMB} = \underline{2,358K} \quad (\text{pr la suite } \underline{2,725K})$$

Q18

D'apr\es la question 7), on a :

$$\frac{\nu_{mo}}{T} = 59,4 \text{ GHz/K}$$

$$\Rightarrow \text{on a donc : } \nu_{max} = \nu_{mo}(T_{CMB}) = \underline{161,2 \text{ GHz}}$$

Q19

Les bandes de fr\equences choisies sont bien r\eparties de part et d'autre de la fr\equance max pour enregistrer le spectre complet

du corps noir cosmologique.

Q20 * Q2) : $I_2 = h\nu c \mathcal{N}_2$

\Rightarrow Ici, on a donc : $I_0(\nu) = h\nu_0 c \mathcal{N}_0$

$\Rightarrow I_0(\nu) = h\nu_0 c \mathcal{N}_e \left(\frac{\nu_0}{\nu_e}\right)^2 = \underbrace{h\nu_e c \mathcal{N}_e}_{I_e(\nu)} \left(\frac{\nu_0}{\nu_e}\right)^3$

* Sachant que $I_e = B_\nu(T_{\text{CMB}})$, on obtient :

$$I_0(\nu) = \left(\frac{\nu_0}{\nu_e}\right)^3 \times \frac{2h\nu_e^3}{c^2} \times \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu_e}{k_B T_{\text{CMB}}}\right) - 1}$$

soit :

$$I_0(\nu) = \frac{2h\nu_0^3}{c^2} \times \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu_0}{k_B T(\nu)}\right) - 1} \quad \leftarrow \text{par analogie}$$

où $T(\nu) = T_{\text{CMB}} \left(\frac{\nu_0}{\nu_e}\right) = T_{\text{CMB}} \frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{(c - v \cos \theta)}$

Q21 * $v \ll c \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{c^2 - v^2} = c \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) \\ (c - v \cos \theta)^{-1} = \frac{1}{c} \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right) \end{cases}$

* soit, à l'ordre 1 :

$$T(\nu) = T_{\text{CMB}} \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right)$$

* Dénomination dipolaire ? par analogie avec le DL pour le potentiel crée par un dipôle ?

Q22 * $\Delta T = 2 T_{\text{CMB}} \frac{v}{c} \Rightarrow v = c \frac{\Delta T}{2 T_{\text{CMB}}}$

* AN : $v = 3,68 \times 10^5 \text{ m/s}$

Q23 * $v_{\text{TS}} = \sqrt{\frac{GM_\odot}{D_\tau}} = 29,5 \text{ km/s}$

* $v_{\text{SG}} = 2\pi D_\odot / T_\odot = 225 \text{ km/s}$

Q24

$$B_\nu(T_{\text{CMB}}) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \times \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}}\right) - 1}$$

$$\frac{dB_\nu}{\nu} = - \frac{d\left(e^{\frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}}} - 1\right)}{e^{\frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}}} - 1}$$

$$= \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}}} - 1} \times \frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}} \times e^{\frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}}} \times \frac{dT_{\text{CMB}}}{T_{\text{CMB}}}$$

$$\parallel g\left(\frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}}\right)$$

* Avec $\nu = 143 \text{ GHz}$, et donc $x = 2,51$, on trouve $g = 2,74$ et donc $\frac{\delta B_\nu}{B_\nu} = \underline{2,74 \times 10^{-5}}$

Q25

x σ_ν est une surface (m^2)

Q26

$$x \frac{dI_\nu}{I_\nu} = -\sigma_\nu n_d dS \Rightarrow I_\nu(s) = I_\nu(0) e^{-\overbrace{\sigma_\nu n_d s}^{\tau_\nu(s)}}$$

Q27

x Les fréquences choisies pour Planck vont de 30 GHz à 857 GHz , ce qui correspond à des longueurs d'onde allant de $0,35 \text{ mm}$ ($f = 857 \text{ GHz}$) à 1 cm ($f = 30 \text{ GHz}$)
 \Rightarrow Les longueurs sont bien supérieures à $100 \mu\text{m}$.

Q28

$$x \text{ Q7) : } \nu_{\text{mp}} = \frac{k_B T}{h} (\beta + 3) \left[1 - e^{-(\beta + 3)} \right]$$

$$x T = T_0 = 17 \text{ K et } \beta = 1 \Rightarrow \nu_{m1} = 1,31 \text{ THz}$$

$$x T = T_0 = 17 \text{ K et } \beta = 2 \Rightarrow \nu_{m2} = 1,76 \text{ THz}$$

Q29

Pour un grain de poussière, on a :

$$\times I_\nu = \epsilon_0 a^{-\beta} B_\nu(T_d) \quad (\text{W/m}^2/\text{Hz/sr})$$

$$\times F_\nu = \pi I_\nu \quad (\text{W/m}^2/\text{Hz})$$

$$\times \frac{dP_e}{d\nu} = \iint_{\text{grain}} F_\nu dS = F_\nu \times 4\pi a^2 \quad (\text{W/Hz})$$

$$\Rightarrow \underline{dP_e = 4\pi^2 a^3 \epsilon_0 \nu^\beta B_\nu(T_d) d\nu} \quad (\text{W})$$

Q30

$$\times P_e = \int_0^\infty 4\pi^2 a^3 \epsilon_0 \nu^\beta B_\nu(T_d) d\nu$$

$$= 4\pi^2 a^3 \epsilon_0 \times \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^{\beta+3}}{e^{\frac{h\nu}{k_B T_d}} - 1} d\nu$$

$$= 4\pi^2 a^3 \epsilon_0 \times \frac{2h}{c^2} \left(\frac{k_B T_d}{h} \right)^{\beta+4} \underbrace{\int_0^\infty \frac{x^{\beta+3}}{e^x - 1} dx}_{Q(\beta+3)}$$

\Rightarrow D'où l'expression demandée.

Q31

$$P_{\text{tot}} = 4\pi R_*^2 \times \sigma T_*^4$$

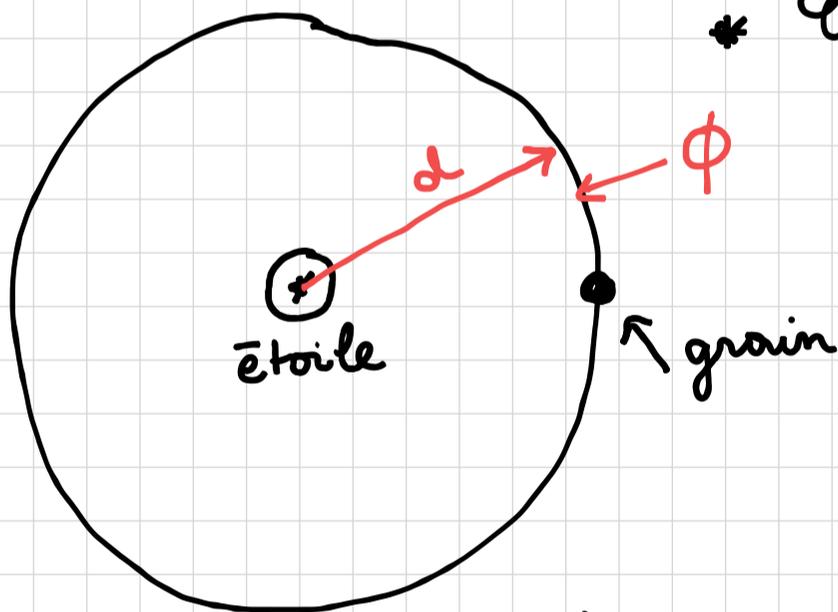
* Conservation de la puissance émise par l'étoile:

$$P_{\text{tot}} = 4\pi R_*^2 \sigma T_*^4$$

$$= 4\pi d^2 \Phi$$

$$\Rightarrow \Phi = \left(\frac{R_*}{d} \right)^2 \sigma T_*^4$$

Q32



* puissance absorbée par le grain:

$$P_g = \sigma_\nu \Phi = \underbrace{Q_\nu}_{\approx 1} \times \pi a^2 \times \Phi = \pi a^2 \left(\frac{R_*}{d} \right)^2 \sigma T_*^4$$

Q33

* A l'équilibre thermique, du grain, on a:

$$P_e = P_g$$

$$\Rightarrow \pi a^2 \left(\frac{R_k}{d} \right)^2 T_*^4 = \frac{8 \pi a^3 \epsilon_0 k_B^{4+\beta} Q(\beta+3) T_d^{4+\beta}}{c^2 h^{3+\beta}}$$

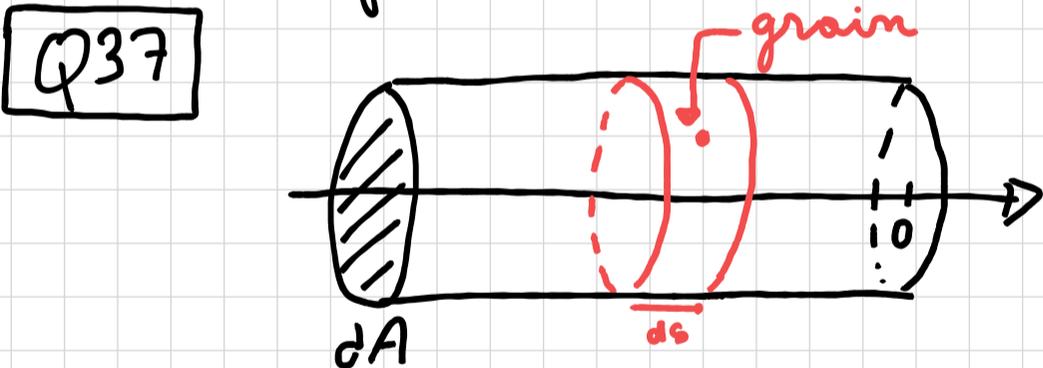
⇒ D'où l'expression demandée avec:

$$C_\beta = \left(\frac{\sigma c^2 h^{3+\beta}}{8 \pi \epsilon_0 Q(\beta+3) k_B^{4+\beta}} \right)^{\frac{1}{4+\beta}}$$

Q34 $\left\{ \begin{array}{l} C_g = 5,57 \times 10^{-1} \\ T_d = 359 \text{ K} \end{array} \right.$

Q35 x T_d est bien plus élevée que celle annoncée!
 x Les grains ne reçoivent pas la totalité du rayonnement prévu ⇒ ils doivent se faire "de l'ombre"

Q36 x Dans le cas des agrégats, la remarque précédente est encore plus pertinente.



On utilise la puissance rayonnée ds toutes les directions de l'espace

⇒ $d^2 P_e = \pi a^3 \epsilon_0 \nu^\beta B_\nu(T_d) d\nu d\Omega$ en la multipliant par $\frac{d\Omega}{4\pi}$ (Q29)

Q38 x Nombre de grains ds la mésentanche :

$d^3 N = n_d dA ds$ ↪ longueur!

x Puissance rayonnée par les grains :

$d^5 P_{Ne} = d^2 P_e \times d^3 N$

$$\Rightarrow dI_\nu^+ = \frac{d^5 P_{ne}}{dA d\Omega d\nu}$$

$$\underline{dI_\nu^+ = \pi a^2 x a \epsilon_0 \nu^\beta B_\nu(T_d) n_d ds}$$

$$Q_{\nu \rightarrow 1} \Rightarrow \sigma_\nu \quad \epsilon_\nu = 1 \text{ (C.N.)}$$

Q39

x En tenant compte de l'émission l'équation de la question (26) devient :

$$dI_\nu = -I_\nu d\tau_\nu + B_\nu(T_d) \sigma_\nu n_d ds$$

$$\Rightarrow \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + B_\nu(T_d)$$

Q40

$$x I_\nu(\tau_\nu) = A e^{-\tau_\nu} + B_\nu(T_d)$$

$$x I_\nu(0) = A + B_\nu(T_d) = B_\nu(T_{CMB})$$

$$\Rightarrow I_\nu(\tau_\nu) = (I_\nu(0) - B_\nu(T_d)) e^{-\tau_\nu} + B_\nu(T_d)$$

$$x \underline{\text{Cas où } \tau_\nu(L) \gg 1} : I_\nu = B_\nu(T_d)$$

→ Dans le cas d'un nuage épais, on perçoit juste le rayonnement du nuage!

$$x \underline{\text{Cas où } \tau_\nu(L) \ll 1} : \text{(nuage mince)}$$

$$I_\nu = [B_\nu(T_{CMB}) - B_\nu(T_d)] (1 - \tau_\nu) + B_\nu(T_d)$$

→ Les 2 rayonnements sont perçus.

Q41

$$x \underline{\frac{\Delta I_\nu}{I_\nu} = \frac{B_\nu(T_{CMB}) - B_\nu(T_d)}{B_\nu(T_{CMB})} \tau_\nu(L)}$$

$$x \underline{AN} \quad \nu = 143 \text{ GHz}, T_d = 17 \text{ K}, T_{CMB} = 2,725 \text{ K}$$

$$\bullet \text{ Cas où } \tau_\nu(L) = 2 \times 10^{-8} \ll 1 \text{ (2ème cas)}$$

$$\Rightarrow \text{on trouve } \frac{\Delta I_2}{I_2} = 4,5 \times 10^{-5} \%$$

$$\bullet \text{ Cas où } \gamma_2(L) = \frac{I_2}{10^{-3}} \ll 1 \quad (2^{\text{ème}} \text{ cas})$$

$$\Rightarrow \text{on trouve } \frac{\Delta I_2}{I_2} = 2,3 \%$$

- Q42**
- x Pour les mesures ds le plan galactique où (2,3% non négligeables devant les fluctuations de B_z)
 - x Pour les mesures en dehors du plan galactique c'est inutile (les $4,5 \times 10^{-5} \%$ sont très inférieurs devant les fluctuations de B_z).

$$(Q24, \frac{\delta B_z}{B_z} = 2,7 \times 10^{-3} \%)$$

- Q43**
- x 1^{er} principe appliqué à l'absorbant pour $P=0$:
- $$C \frac{dT}{dt} = \Phi_R = (T_s - T)G \Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{G}{C} T = \frac{G}{C} T_s$$

x En RS, on a donc $T = T_s$

- Q44**
- x 1^{er} principe appliqué à l'absorbant pour $P=P_0 = \text{cte}$
- $$C \frac{dT}{dt} = \Phi_R + P_0 \Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{G}{C} T = \frac{G T_s}{C} + \frac{P_0}{C}$$

x En RS, on a donc $T_e = T_s + \frac{P_0}{G}$

x Solution: $T = A e^{-t/\tau} + T_e \quad (\tau = \frac{C}{G})$

or: $T(0) = T_s = A + T_e$

D'où:
$$\begin{cases} T = (T_s - T_e) e^{-t/\tau} + T_e \\ T_e = T_s + \frac{P_0}{G} \end{cases}$$

x $T(t < 0) = T_e = T_s + \frac{P_0}{G}$

x $T(t > 0) = A e^{-t/\tau} + T_s$

or $T(0) = T_e = A + T_s \Rightarrow T(t > 0) = (T_e - T_s) e^{-t/\tau} + T_s$

$$\boxed{Q46} \quad \times \quad I(\theta) = I_0 \mathcal{J}\left(\frac{\pi D \nu \sin \theta}{c}\right)$$

\Rightarrow Largeur à mi-hauteur :

$$I_{\max} = I(0) = I_0$$

$$\Rightarrow \frac{I_0}{2} = I_0 \mathcal{J}\left(\frac{\pi D \nu \sin \theta}{c}\right)$$

$$\Rightarrow \mathcal{J}\left(\frac{\pi D \nu \sin \theta}{c}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi D \nu \sin \theta}{c} = \pm 1,616$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1,616}{\pi} \times \frac{c}{D \nu} \approx \theta$$

$$\Rightarrow \psi(\nu) = \underbrace{2 \times \frac{1,616}{\pi}}_{b=1,03} \times \frac{c}{D \nu}$$

$$\times \quad D = 1,5 \text{ m}, \quad \nu = 143 \text{ GHz} \Rightarrow \underline{\psi(\nu) = 1,43 \times 10^{-3} \text{ rad}} \\ = 5'$$

$$\boxed{Q47} \quad \times \quad \psi(\nu) = \frac{bc}{D\nu} \Rightarrow \frac{d\psi}{\psi} = -\frac{d\nu}{\nu} \Rightarrow \frac{\Delta\psi}{\psi} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \underline{30\%}$$

$$\times \quad \text{pour } \nu = 143 \text{ GHz}, \text{ on obtient } \underline{\Delta\psi = 4,4 \times 10^{-4} \text{ rad}}$$

$\boxed{Q48} \quad \times$ Angle solide d'un cône de révolution de ± 12 angle au sommet θ : $\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta)$

\times pour $\theta \ll 1$, on obtient : $\Omega \approx \pi\theta^2$

\times OR $\psi(\nu) = 2\theta$

$$\text{D'où : } \underline{\Omega(\nu) = \frac{\pi\psi^2}{4}}$$

$\boxed{Q49} \quad \times$ Le pas angulaire est $\omega_s \delta t$

\Rightarrow on doit donc avoir : $\underline{\omega_s \delta t < \psi(\nu)/2}$

x Sachant que le régime permanent est atteint pour $\delta t = 58$, on en déduit :

$$\omega_s \times 58 < \psi(\nu)/2 \quad (\text{pare même en RP})$$

D'où la valeur max de τ :

$$\tau_{\max} = \frac{\psi(\nu)}{10 \omega_s}$$

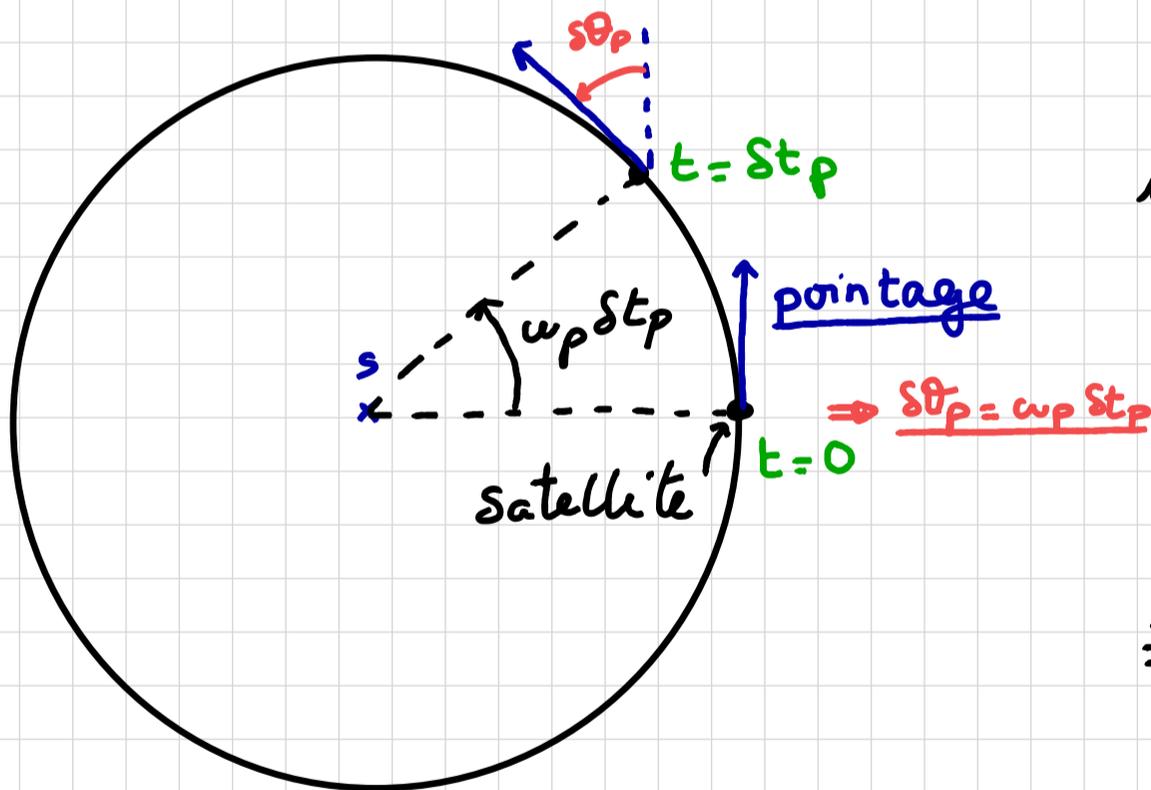
Q50

x AN { x $\psi(\nu)$ (pour $\nu = 143 \text{ GHz}$) a déjà été calculé :
 $\psi(\nu) = 1,43 \times 10^{-3} \text{ rad}$
 x $\omega_s = \frac{2\pi}{T} \text{ où } T = 1 \text{ Hz}$
 $\Rightarrow \tau_{\max} = 1,40 \times 10^{-3} \text{ s}$

Q51

x $\omega_p = \omega_r = \frac{2\pi}{T_r} \text{ où } T_r = 1 \text{ an} \Rightarrow \omega_p = 2 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$

Q52



on veut :

$$\delta \theta_p < \frac{\psi(\nu)}{2}$$

$$\Rightarrow \delta t_p < \frac{\psi(\nu)}{2 \omega_p}$$

AN $\delta t_{p, \min} = 3575 \text{ s}$
 ($\approx 1 \text{ h}$)

Q53

x sachant que le satellite a une rotation propre, il fait un relevé complet du ciel en 6 mois
 x En 2 ans 1/2, le satellite a donc couvert le ciel complet 5 fois.

Q54

x On reprend le bilan thermique de la question 44

en ajoutant la puissance reçue par effet

Joule :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{G}{C} T = \frac{G T_s}{C} + \frac{P(t)}{C} + \frac{R}{C} i_0^2$$

soit $\frac{C}{G} \frac{dT}{dt} + T = T_s + \frac{P(t)}{G} + \frac{R}{G} i_0^2$

x Sachant que $P = P_0 + \delta P$ et que $T_e = T_s + \frac{P_0}{G}$

on obtient : $\forall \frac{dT}{dt} + T = T_e + \frac{\delta P}{G} + \frac{R}{G} i_0^2$

x En RG et en l'absence de perturbations, on a :

$$T = T_e + \frac{R(T) i_0^2}{G}$$

Q55

x On linéarise $R(T)$: $R(T) = R(T_0 + \delta T) = R(T_0) + \frac{dR}{dT} \delta T$

et on remplace T par $T_0 + \delta T$ ds l'équation

différentielle trouvée à la question précédente :

$$\forall \frac{d\delta T}{dt} + T_0 + \delta T = T_e + \frac{1}{G} \left[\delta P + R(T_0) i_0^2 + \frac{dR}{dT} \delta T i_0^2 \right]$$

$$\Rightarrow \forall \frac{d\delta T}{dt} + \delta T \left(1 - \frac{1}{G} R'(T_0) i_0^2 \right) = T_e - T_0 + \frac{1}{G} \left[\delta P + R(T_0) i_0^2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{d\delta T}{dt} + \delta T \left[\frac{G - R'(T_0) i_0^2}{C} \right] = \frac{G}{C} (T_e - T_0) + \frac{1}{C} \left[\delta P + R(T_0) i_0^2 \right]$$

$\uparrow \forall \tau_e$

Q56

x $R(T) = R_0 \exp \sqrt{\frac{T_g}{T}} \Rightarrow \frac{dR}{dT} = R_0 \sqrt{\frac{T_g}{T}} \left(-\frac{1}{2} T^{-3/2} \right) e^{\sqrt{\frac{T_g}{T}}}$

$$\Rightarrow R'(T_0) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_g}{T_0^3}} \exp \sqrt{\frac{T_g}{T_0}}$$

x $\forall \tau_e = \frac{C}{G + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_g}{T_0^3}} \exp \left(\sqrt{\frac{T_g}{T_0}} \right)} > 0 \Rightarrow$ comportement stable.

x AN : $R(T_0) = 7,38 \text{ M}\Omega$

Q57

x Partons de $V = R i_0 \Rightarrow \delta V = \delta R i_0$

$\Rightarrow \delta V = R'(T_0) \delta T i_0$

x En remplaçant δT par $\frac{\delta V}{R'(T_0) i_0}$ dans l'équation différentielle de la question 55, on trouve:

$$\frac{d(\delta V)}{dt} + \frac{\delta V}{\tau_e} = R'(T_0) i_0 \left[\frac{G}{C} (T_e - T_0) + \frac{1}{C} (\delta P + R(T_0) i_0^2) \right]$$

$$= \frac{R'(T_0) i_0 \delta P}{C} + \text{cte}$$

x on ne s'intéresse qu'aux variations

harmoniques de δP \Rightarrow on ne prend pas en compte

"cte" dans l'équation différentielle et on passe

en représentation Φ :

$$\Rightarrow \underline{\delta V} [j\omega + \frac{1}{\tau_e}] = \frac{R'(T_0) i_0}{C} \underline{\delta P}$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{\delta V}}{\underline{\delta P}} = \frac{R'(T_0) i_0 \tau_e}{C (1 + j\tau_e \omega)} \Rightarrow \frac{\delta V}{\delta P} = \left| \frac{\underline{\delta V}}{\underline{\delta P}} \right| = \frac{|R'(T_0) i_0 \tau_e|}{C \sqrt{1 + \tau_e^2 \omega^2}}$$

\Rightarrow par identification, on a:

$$S_0 = \left| \frac{R'(T_0) i_0 \tau_e}{C} \right| = \left| \frac{R'(T_0) i_0}{G - R'(T_0) i_0^2} \right|$$

Q58

$T = 0,1k$

- x $R'(T_0) = -4,95 \times 10^9 \Omega/k$
- x $\tau_e = 2,37ms$
- x $S_0 = 1,17 \times 10^3 V/W$

$T = 4k$

- x $R'(T_0) = -24,3 \Omega/k$
- x $\tau_e = 13,5ms$
- x $S_0 = 329 V/W$

$\tau_e > \tau_{max}?$

Q59 x Partons de $dP_\nu = \frac{dE_\nu}{dt} \Rightarrow$ ici, il faut modifier cette expression pour tenir compte de la transmittance $T(\nu)$ et de la probabilité d'absorption η :

$$dP_\nu = \eta T(\nu) \frac{dE_\nu}{dt}$$

$$\Rightarrow dP_\nu = \eta T(\nu) (I_\nu \cos\theta dA d\Omega d\nu)$$

x Avec $dA = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$; $d\Omega = \frac{\pi \psi(\nu)^2}{4} = \frac{\pi b^2 c^2}{4D^2 \nu^2}$ et $\cos\theta \approx 1$
Q47 Q46

on obtient :

$$dP_\nu = \eta T(\nu) I_\nu \frac{\pi^2 b^2 c^2}{16 \nu^2} d\nu$$

$$\Rightarrow P_0 = \eta \left(\frac{\pi bc}{4}\right)^2 \int_0^\infty \frac{T(\nu) I_\nu}{\nu^2} d\nu$$

Q60

$$x P_0 = \eta \left(\frac{\pi bc}{4}\right)^2 \int_{\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}} \frac{I(\nu)}{\nu^2} d\nu$$

car $I(\nu)$ varie peu sur cette plage.

$$\Rightarrow P_0 = \eta \left(\frac{\pi bc}{4}\right)^2 I(\nu_0) \left[\frac{1}{\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}} - \frac{1}{\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}} \right]$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0^2 - \frac{\Delta\nu^2}{4}}$$

x Sachant que $\eta = 1$ (Le bolomètre absorbe toute la puissance incidente), on obtient :

$$P_0 = \left(\frac{\pi bc}{4}\right)^2 I(\nu_0) \frac{\Delta\nu}{\nu_0^2 - \Delta\nu^2/4}$$

Q61

x Pour le CMB: $I(\nu_0) = B_\nu(T_{\text{CMB}})$

\Rightarrow on trouve $P_0 = 5,1 \times 10^{13} \text{ W}$

Q62

x Partons de $\frac{\delta V}{\delta P} = \frac{S_0}{\sqrt{1 + (\omega \tau_c)^2}}$

x Régime continu $\Rightarrow \frac{\delta V}{\delta P} = S_0$

$\Rightarrow \frac{\delta P}{P_0} = \frac{\delta V}{P_0 S_0}$ AN x pour $T = 0,1 \text{ K}$, $\frac{\delta P}{P_0} = 1,67 \times 10^{-5}$
x pour $T = 4 \text{ K}$, $\frac{\delta P}{P_0} = 59,6$

\Rightarrow il faut faire fonctionner le bolomètre à $0,1 \text{ K}$

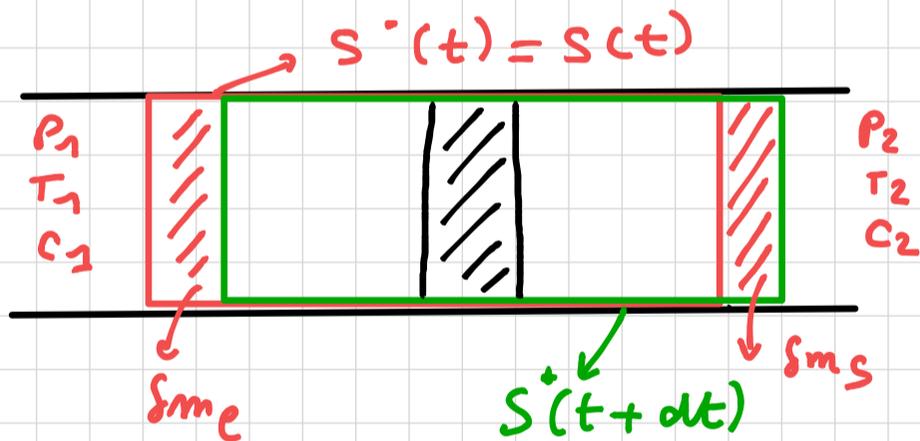
Q63

x Les fluctuations du fond diffus étaient de $2,7 \times 10^{-5} \Rightarrow$ Le bolomètre semble adapté pour mesurer ces fluctuations.

Q64

x Défente de Joule - Thomson :

Démo avec les grandeurs molaires



S^* = système fermé

S = système ouvert

x Bilan d'énergie totale :

$$- \dot{E}^*(t) = E(t)$$

$$- \dot{E}^*(t+dt) = E(t+dt) - \delta n_e e_e + \delta n_s e_s$$

$$\Rightarrow \frac{DE^*}{Dt} = \frac{dE}{dt} - \frac{\delta n_e}{dt} e_e + \frac{\delta n_s}{dt} e_s$$

$$x \underline{RS} : \begin{cases} D_m = \frac{\delta n_e}{dt} = \frac{\delta n_s}{dt} \Rightarrow \frac{DE^*}{Dt} = D_m (e_s - e_e) \\ dE/dt = 0 \end{cases}$$

$D_m \rightarrow$ débit molaire

$$* e = u + \underbrace{(e_c + e_p)}_{\text{négligées}} \Rightarrow \frac{DE^*}{Dt} = D_m (\mu_s - \mu_e) \quad \leftarrow \text{molaire}$$

$$* 1^{\text{er}} \text{ principe appliqué à } (s^*) : \frac{DE^*}{Dt} = \dot{W} + \dot{Q}$$

$$- \dot{Q} = 0 \text{ (tuyau calorifugé)}$$

$$- \dot{W} = \underbrace{\dot{W}_{\text{pression}}}_{\frac{P_e v_e \delta n_e - P_s v_s \delta n_s}{dt}} + \underbrace{\dot{W}_k}_0 \text{ car pas de pièces mobiles.}$$

$$RS \Rightarrow \frac{DE^*}{Dt} = D_m (P_e v_e - P_s v_s) \quad (v \rightarrow \text{volume molaire})$$

$$* \text{ on obtient donc : } D_m (\mu_s + P_s v_s - (\mu_e + P_e v_e)) = 0$$

soit avec les notations de l'énoncé

$$\mu_2 + P_2 v_2 = \mu_1 + P_1 v_1$$

$$\Rightarrow h_2 = h_1$$

$$\Rightarrow \Delta h = 0$$

Q65

* On part de l'identité thermodynamique

$$\underline{dh = T ds + v dP}$$

$$\text{Avec } T ds = \delta Q_{rev} = c_p dT - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dP$$

$$\text{D'où : } dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right] dP$$

* sachant que $dh = 0$, on a :

$$\frac{dT}{dP} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_h = \frac{1}{c_p} \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - v \right] = \frac{Tv}{c_p} \left[\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - \frac{1}{T} \right]$$

Q66

* pour un GP, on trouve $\mu_{ST} = 0$

\Rightarrow c'est la 2nd loi de Joule.

Q67

* on va calculer $\left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T$ et $\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2} \right)_T$ pour le gaz de VDW \Rightarrow l'isotherme T_c est la seule pour

laquelle ces 2 dérivées sont nulles.

$$* P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial v} \right|_T = -\frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} \Rightarrow \frac{RT_c}{(v_c-b)^2} = \frac{2a}{v_c^3}$$

$$\left. \frac{\partial^2 P}{\partial v^2} \right|_T = \frac{2RT}{(v-b)^3} + \frac{6a}{v^4} \Rightarrow \frac{2RT_c}{(v_c-b)^3} = \frac{6a}{v_c^4}$$

* En faisant le rapport de ces 2 équations, on

trouve : $\frac{v_c-b}{2} = \frac{v_c}{3} \Rightarrow v_c = 3b$

D'où : $RT_c = \frac{8a}{27b}$ et $P_c = \frac{a}{27b^2}$

Q68

* on remplace $\left\{ \begin{array}{l} P \text{ par } P_c \times P_r \\ T \text{ par } T_c \times T_r \\ v \text{ par } v_c \times v_r \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{27b^2} P_r + \frac{a}{9b^2 v_r^2} \right) (3b v_r - b) = \frac{8a}{27b} T_r$$

$$\Rightarrow \left(P_r + \frac{3}{v_r^2} \right) \left(v_r - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} T_r$$

\Rightarrow Cette écriture est adimensionnelle et universelle

Q69

$$* \mu_{JT} = \frac{Tv}{c_p} \left[\frac{1}{v} \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P - \frac{1}{T} \right]$$

$$= \frac{1}{c_p} \left(\frac{8a}{27b} T_r \right) (3b v_r) \left[\frac{1}{v_r} \left. \frac{\partial v_r}{\partial T_r} \right|_P - \frac{1}{T_r} \right] \times \frac{27b}{8a}$$

$$\mu_{JT} = \frac{3b}{c_p} T_r v_r \left[\frac{1}{v_r} \left. \frac{\partial v_r}{\partial T_r} \right|_P - 1 \right] \quad (\mu_{JT} \text{ en coordonnées réduites})$$

x Le coefficient s'annule pour

$$\left. \frac{\partial T_r}{\partial v_r} \right|_r = \frac{v_r}{T_r}$$

OR $T_r = \frac{3}{8} \left(P_r + \frac{3}{v_r^2} \right) \left(v_r - \frac{1}{3} \right)$

$$\Rightarrow \frac{\partial T_r}{\partial v_r} = \frac{3}{8} \left[-\frac{6}{v_r^3} \left(v_r - \frac{1}{3} \right) + P_r + \frac{3}{v_r^2} \right]$$

$$\frac{\frac{8}{3} T_r}{\left(v_r - \frac{1}{3} \right)}$$

$$\frac{\partial T_r}{\partial v_r} = \frac{6}{8} \left[-\frac{3}{v_r^3} \left(v_r - \frac{1}{3} \right) + \frac{4}{3} \frac{T_r}{v_r - \frac{1}{3}} \right]$$

x On cherche donc $T_r /$

$$\frac{T_r}{v_r} = \frac{\partial T_r}{\partial v_r} \Rightarrow T_r \left[1 - \frac{v_r}{v_r - \frac{1}{3}} \right] = -\frac{9}{4v_r^2} \left(v_r - \frac{1}{3} \right)$$

$$\Rightarrow T_r \left(\frac{-1}{3v_r - 1} \right) = -\frac{3}{4v_r^2} (3v_r - 1)$$

$$\Rightarrow T_{r_i} = \frac{3}{4v_r^2} (3v_r - 1)^2 = \frac{27}{4} \left(1 - \frac{1}{3v_r} \right)^2$$

Q70

x En remplaçant T_r par T_{r_i} dans l'équation réduite de VDW, on obtient la relation entre $P_r = P_{r_i}$ et v_r :

$$P_{r_i} = \frac{9}{v_r^2} (2v_r - 1)$$

x La courbe obtenue est donc la courbe correspondant aux équations paramétrées:

$$\begin{cases} P_r = P_{r_i} = \frac{9}{v_r^2} (2v_r - 1) \\ T_r = T_{r_i} = \frac{27}{4} \left(1 - \frac{1}{3v_r} \right)^2 \end{cases}$$

Q71

x Avec $dP < 0$, si l'on souhaite que $dT < 0$, il faut que $\left. \frac{dP}{dT} \right|_h = \mu_{JT} < 0$ et donc il faut rester dans le domaine fermé de la courbe d'inversion.

Q72

x Les températures max/min de la courbe d'inversion sont :

$$\begin{cases} \bullet T_{rmin} = \frac{3}{4} (v_r = 0,5; P_r = 0) \Rightarrow T_{min} = T_c \times \frac{3}{4} \\ \bullet T_{rmax} = \frac{27}{4} (v_r = \infty, P_r = 0) \Rightarrow T_{max} = T_c \times \frac{27}{4} \end{cases}$$

x $\left\{ \begin{array}{l} \text{pour l'hydrogène, on obtient : } \begin{cases} T_{min} = 24,9 \text{ K} \\ T_{max} = 224,1 \text{ K} \end{cases} \\ \text{pour l'hélium, on obtient : } \begin{cases} T_{min} = 3,9 \text{ K} \\ T_{max} = 35,0 \text{ K} \end{cases} \end{array} \right.$

Q73

x $L_v(T) = \Delta H_v = h_v(T) - h_g(T)$

x $L_v(T) = T (s_v(T) - s_g(T))$

Q74

x égalité des enthalpies libres molaires : $g_e = g_g$

Q75

x Entre 2 pts voisins de la courbe de saturation les variations élémentaires dg_e et dg_g sont égales :

$$\underline{dg_e = dg_g}$$

OR : $dg = s dT + v dP$ (identité thermo)

D'où : $s_e dT + v_e dP = s_g dT + v_g dP$

$$\Rightarrow \underbrace{(s_g - s_e)}_{\frac{L_v(T)}{T}} dT = (v_g - v_e) dP$$

$$\Rightarrow L_v(T) = T(v_g - v_e) \frac{dP}{dT} \quad \rightarrow P_s$$

Q76

x loin du point critique, on a $L_v(T) \approx cste$ et

$$v_g \gg v_e \quad \text{avec} \quad v_g = \frac{RT}{P} \quad (GP)$$

Δ volume molaire

$$\Rightarrow L_v = \frac{RT^2}{P_s} \frac{dP_s}{dT}$$

$$\Rightarrow \frac{dP_s}{P_s} = \frac{L_v}{R} \times \frac{dT}{T^2}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{P_s(T)}{P_a}\right) = \frac{L_v}{R} \left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T}\right)$$

$$\Rightarrow P_s(T) = P_a \exp\left[\frac{L_v}{R} \left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T}\right)\right]$$

Q77

x 1^{ere} phase : détente adiabatique du gaz pompé

jusqu'à obtenir l'équilibre de température et de pression du changement d'état. $P_s = f(T)$

x 2^{eme} phase : évaporation du liquide à P et T constantes. le transfert thermique nécessaire à l'évaporation est prélevé au composant qui se refroidit

x 3^{eme} étape : Le composant refroidit le liquide et donc déplace l'équilibre du corps pur sous 2 phases vers les zones de basses températures et basses pressions

Q78

x Puissance de refroidissement :

$$\dot{q}_E = \dot{m} L_v \quad (\Delta q_e = dn L_v) \quad \rightarrow \text{Tolaine}$$

x on, $\dot{m} \propto P_S \Rightarrow \dot{m} = C P_S$

$\Rightarrow \dot{q}_E(T) = C P_S(T) \cdot L_v(T)$

x On a donc : $\dot{q}_E(T) = C L_v P_a e^{\frac{L_v}{R}(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T})}$
(on suppose $L_v \sim \text{cte}$)

$\Rightarrow q \propto T \downarrow \dot{q}_E \downarrow$

\Rightarrow Le procédé perd de son efficacité aux très basses températures.

Q79

x Sachant que l'on reste sur la courbe de vaporisation pendant le pompage, on peut écrire :

$$\frac{1}{T_{\min}} = \frac{1}{T_a} + \frac{R}{L_v} \ln\left(\frac{P_a}{P_{\min}}\right)$$

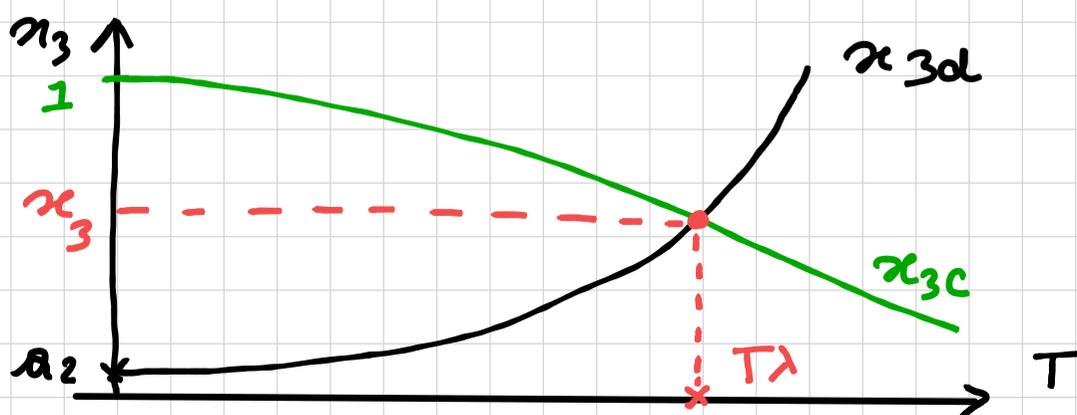
Q80

x AN $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ pour l'hélium 4, } T_{\min} = \underline{1,075 \text{ K}} \\ \bullet \text{ pour l'hélium 3, } T_{\min} = \underline{0,396 \text{ K}} \end{array} \right.$

Q81

$$x \begin{cases} \alpha_{3,c}(T) = 1 - a_0 T^{2/3} e^{-a_1/T} \\ \alpha_{3,d}(T) = a_2 + a_3 T^2 \end{cases}$$

x Allure des courbes :



$$\begin{cases} \alpha_{3d}(0) = a_2 \\ \alpha_{3c}(0) = 1 \end{cases}$$

$$x \begin{cases} x_{3d}(T_0) = 0,0715 \approx x_{3c}(0) \\ x_{3c}(T_0) = 1 - 6,88 \times 10^{-4} \approx x_{3c}(0) \end{cases}$$

x valeurs de T_λ ?

$$x_{3c}(T_\lambda) = x_{3d}(T_\lambda)$$

$$\Rightarrow 1 - a_0 T^{213} e^{-a_1/T} = a_2 + a_3(T^2)$$

$$\Rightarrow \text{Résolution numérique : } \begin{cases} T_\lambda = 0,939 \text{ K} \\ x_3 = 0,55 \end{cases}$$

Q82

x D'après Q65 :

$$dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dP$$

négligé

$$\Rightarrow dh_{3c} = c_{3c}(T) dT \Rightarrow h_{3c}(T) = \frac{b_c T^2}{2} + h_{3c}(0)$$

$$= b_c T dT$$

Q83

x de même :

$$ds_{3c} = \frac{c_{3c}(T) dT}{T} = b_c dT \Rightarrow s_{3c}(T) = b_c T$$

x de même $s_{3d} = b_d T$

(3^{ème} principe: $s(0)=0$)

Q84

x Equilibre entre les 2 phases :

$$g_{3c} = g_{3d}$$

$$h_{3c} - T s_{3c} = h_{3d} - T s_{3d}$$

$$\Rightarrow h_{3d}(T) = h_{3c}(T) - T(s_{3c} - s_{3d})$$

$$= \frac{b_c T^2}{2} + h_{3c}(0) - T(b_c T - b_d T)$$

$$\Rightarrow h_{3d}(T) = h_{3c}(0) + T^2 \left(b_d - \frac{b_c}{2} \right)$$

Q85

x puissance de refroidissement :

$$\dot{q}_D = \dot{m}_3 (h_{3d}(T) - h_{3c}(T)) = \dot{m}_3 (b_d - b_c) T^2$$

Q86

x AN $\dot{q}_D = 5,88 \times 10^{-6} \text{ W} = \underline{5,88 \mu\text{W}}$

$\dot{q}_E \ll 1 \mu\text{W}$

x On a donc $\dot{q}_D \gg \dot{q}_E$
 \Rightarrow bcp plus interessant

* _____ *