

# PC Joffe - dm4 - Corrigé

- IA** •  $\left[ \frac{d^2V}{dt^2} \right] = \left[ \frac{V}{t} \right] = \left[ \omega^2 V \right] \Rightarrow \omega$  est en  $s^{-1}$   
 $\triangle$  La notation  $\omega$  n'est pas une preuve de dimension !!
- $\left[ \frac{d^2V}{dt^2} \right] = \left[ b\omega \frac{V}{t} \right] = \left[ \frac{bV}{t^2} \right] \Rightarrow b$  est sans dimensions

**IB1** • Courbe  $\rightarrow$  régime pseudo-periodique croissant ou divergent.

- Equation caractéristique :  $r^2 + b\omega r + \omega^2 = 0$   
 $\Rightarrow \Delta = b^2\omega^2 - 4\omega^2 = (b^2 - 4)\omega^2 < 0$  (oscillations)  
 $\Rightarrow |b| < 2$

- Instabilité du système  $\Rightarrow b < 0$  ( $\omega > 0$ )  
 $\Rightarrow -2 < b < 0$

- C-I :  $v(0) = 0$  (graphes)

$\Rightarrow$  Les oscillations démarrent grâce au bruit électronique

- forme des solutions :  $r = -\frac{b\omega}{2} \pm j\omega \sqrt{1 - \frac{b^2}{4}}$

$$\Rightarrow v(t) = e^{-\frac{b\omega t}{2}} (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

Sachant que  $v(0) = 0$ , on obtient :  $A = 0$

$$\Rightarrow v(t) = B e^{-\frac{b\omega t}{2}} \cos \omega t$$

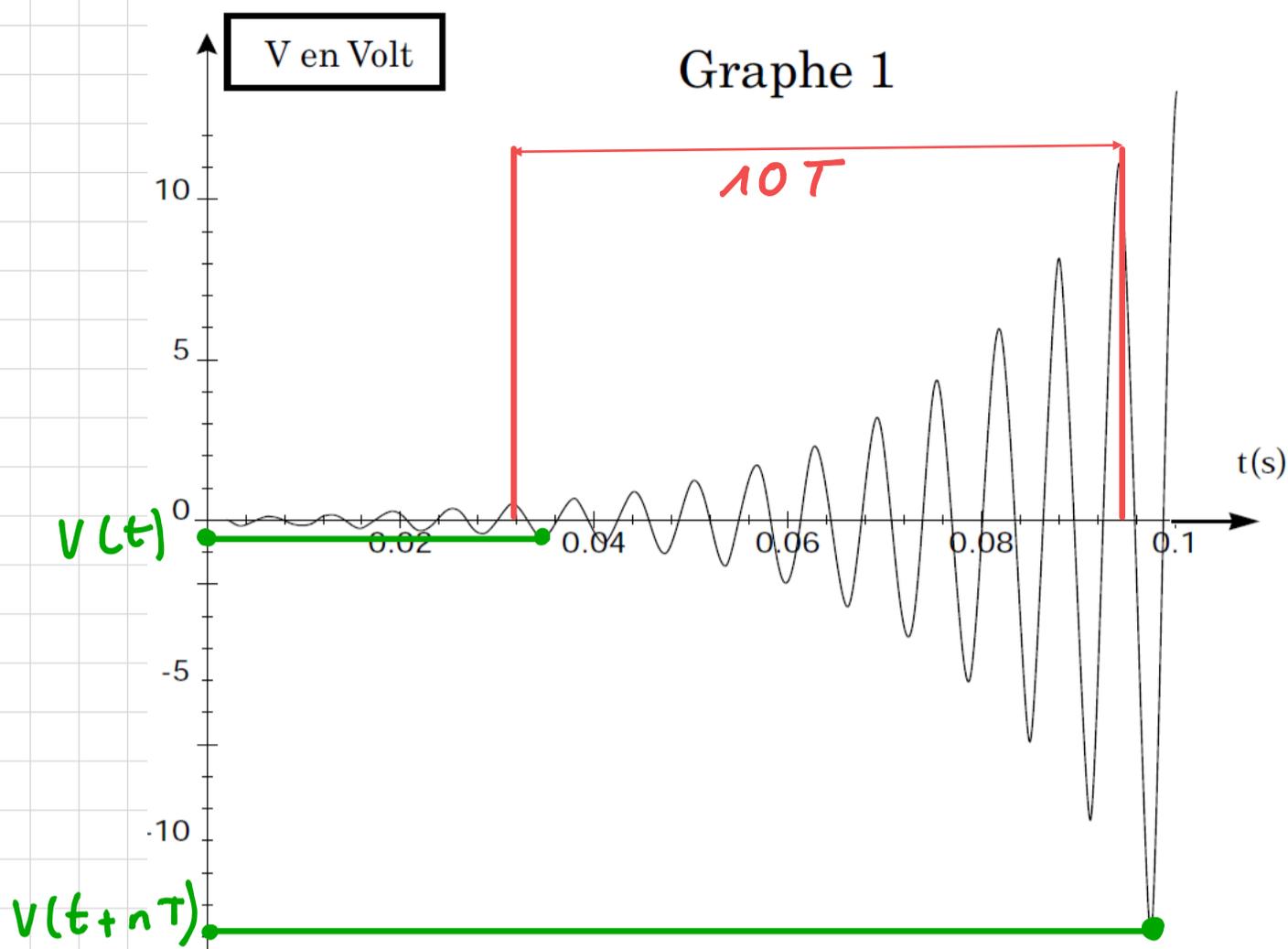
**IB2** • Sur le graphe on mesure la pseudo-période  $T$ , en prenant 10 oscillations par exemple.

$$\Rightarrow \text{on trouve } T = 6,2 \text{ ms} \Rightarrow \omega = 1,0 \text{ krads}$$

- Dévirement logarithmique :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{v(t)}{v(t+nT)} \right) = \frac{bT\omega}{2} = \frac{\pi b\omega}{\Omega} = \frac{\pi b}{\sqrt{1 - \frac{b^2}{4}}}$$

$\Rightarrow$  En mesurant  $\delta$ , on détermine  $b$



⇒ On trouve  $b = 7,6 \times 10^{-2}$

**IC**

x graphe: régime aperiodique croissant (instable)

x instabilité ⇒  $b < 0$

x Régime aperiodique  $\Delta = (b^2 - 4)\omega^2 > 0$

⇒  $b < -2$

x forme des solutions:  $r = -\frac{b\omega}{2} \pm \omega \sqrt{\frac{b^2}{4} - 1}$

⇒  $v(t) = e^{-\frac{\omega b t}{2}} (A \cosh \omega' t + B \sinh \omega' t)$

Sachant que  $v(0) = 0$ , on obtient:

$$v(t) = B e^{-\frac{\omega b t}{2}} \sinh \omega' t$$

**ID**

x graphe: régime critique (1 maximum, pas d'oscillations), stabilité  $b > 0$

x  $\Delta = 0 \Rightarrow b = +2$

x forme des solutions:  $r = -\omega$

$$\Rightarrow v(t) = (A + Bt) e^{-\omega t}$$

**II A1** x Amplificateur non inverseur (à démontrer)

$$G = \frac{V_2}{V_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

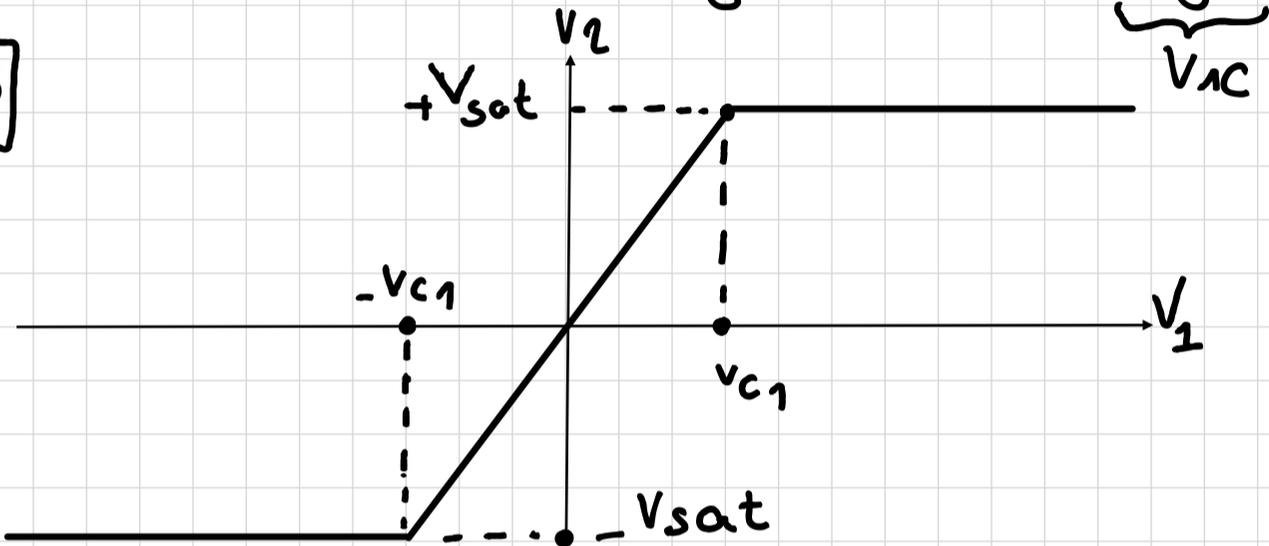
**II A2** x Saturation de l'AO :  $V_2 = \pm V_{sat}$

$$\Rightarrow V_1 = \pm \frac{V_{sat}}{G}$$

$\Rightarrow$  Pour que l'AO fonctionne en RL, il faut que

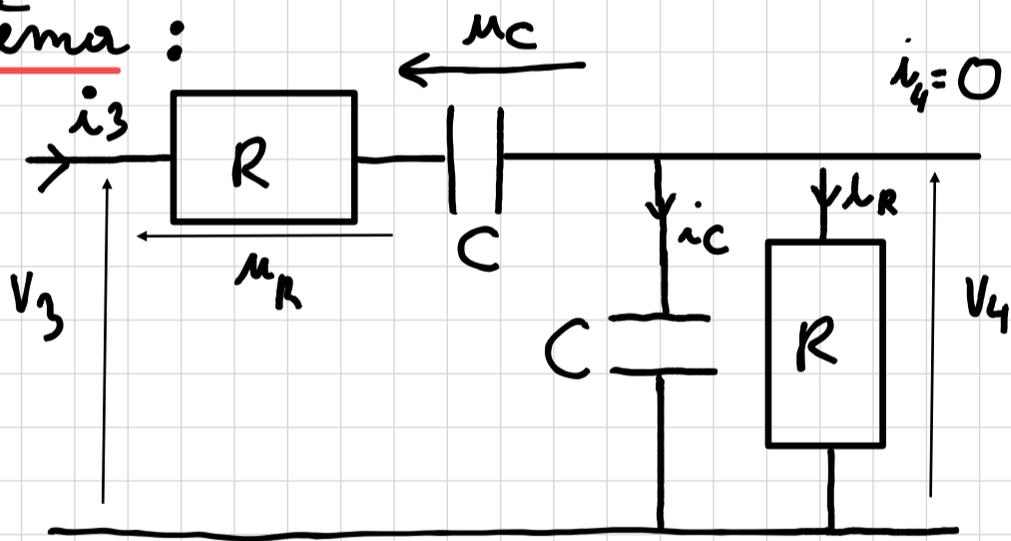
$$-\frac{V_{sat}}{G} < V_1 < + \frac{V_{sat}}{G}$$

**II A3**



**II B1**

x schéma :



x Loi des mailles :  $V_3 = u_R + u_C + V_4$

x Loi des nœuds :  $i_3 = i_C + i_R$

x Relation courant / tension pour les  $\neq$  dipôles

$$u_R = R i_3$$

$$i_C = C \frac{dV_4}{dt}$$

$$i_3 = C \frac{d u_C}{dt}$$

$$V_4 = R i_R \Rightarrow i_R = \frac{V_4}{R}$$

$\Rightarrow$  En remplaçant  $i_C$  et  $i_R$  dans la loi des mailles, on obtient :

Bien écrire tous les équations!

Enoncé :

Φ non

autorisés !!

$$i_3 = C \frac{dv_4}{dt} + \frac{v_4}{R}$$

**II B2**

x on dérive la loi des mailles

$$\frac{dv_3}{dt} = \frac{du_R}{dt} + \frac{duc}{dt} + \frac{dv_4}{dt}$$

x on remplace  $u_R = R i_3$  et  $\frac{duc}{dt} = \frac{i_3}{C}$

$$\Rightarrow \frac{dv_3}{dt} = R \frac{di_3}{dt} + \frac{i_3}{C} + \frac{dv_4}{dt}$$

x on remplace  $i_3$  par l'expression établie

à la question précédente :

$$\frac{dU_3}{dt} = RC \frac{d^2v_4}{dt^2} + \frac{dv_4}{dt} + \frac{dv_4}{dt} + \frac{v_4}{RC} + \frac{dv_4}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2v_4}{dt^2} + \frac{3}{RC} \frac{dv_4}{dt} + \frac{1}{(RC)^2} v_4 = \frac{1}{RC} \frac{dU_3}{dt}$$

de la forme :

$$\frac{d^2v_4}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dv_4}{dt} + \omega_0^2 v_4 = \omega_0 \frac{dU_3}{dt}$$

$$\text{où } \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ et } a = 3$$

**II C1**

x le courant  $i_4$  reste nul car  $i_+ = i_4 = 0$  } Attendu!

x En remplaçant  $v_4$  par  $v_1$  et  $v_3$  par  $v_2$ , on obtient :

$$\frac{d^2v_1}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dv_1}{dt} + \omega_0^2 v_1 = \omega_0 \frac{dU_2}{dt}$$

AO en RL : L'impédance de sortie du non inverseur étant nulle, on a  $v_2 = G v_1$   $\forall$  le courant de l'entrée ( $i_3$  du montage précédent)

$$\Rightarrow \text{on a donc } v_2 = G v_1$$

AO en RNL :  $v_2 = \pm v_{sat}$

### II C2

En combinant les résultats précédents on distingue 2 cas :

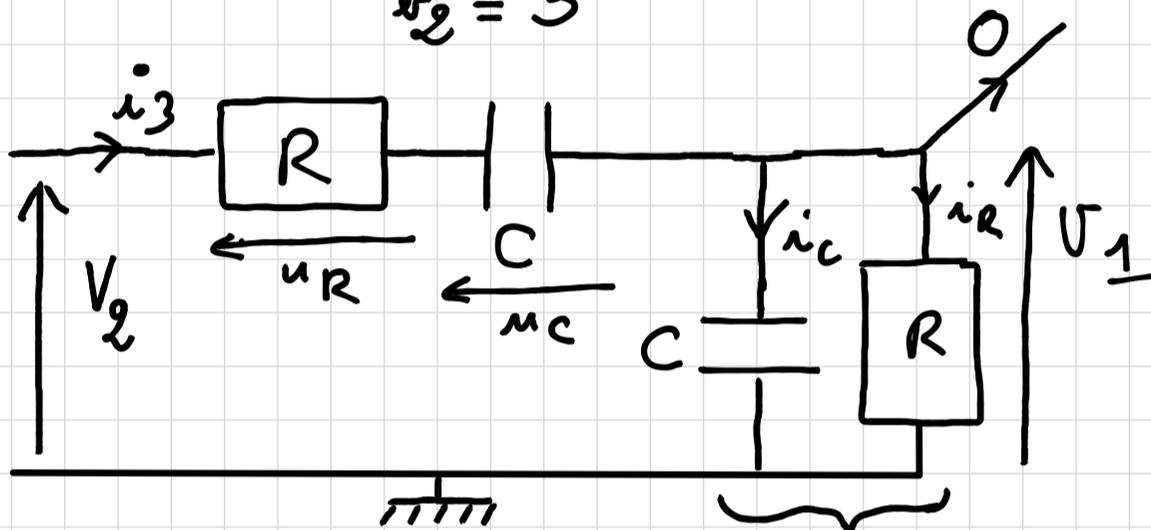
x AO en RL ( $|V_1| \leq V_{1c}$ )

$$\frac{d^2 v_1}{dt^2} + \underbrace{(a - G)}_{\nu_1 = 3 - G} \omega_0 \frac{dv_1}{dt} + \omega_0^2 v_1 = 0 \quad [1]$$

x AO en RNL ( $|V_1| > V_{1c}$ )

$$\frac{d^2 v_1}{dt^2} + \underbrace{a}_{\nu_2 = 3} \omega_0 \frac{dv_1}{dt} + \omega_0^2 v_1 = 0 \quad [2]$$

### II C3



La tension aux bornes de ce condensateur est  $V_1$   
 $\Rightarrow V_1$  est continue

x 1<sup>er</sup> cas AO en RL

$$\bullet V_2 = G V_1 \Rightarrow G V_1 = \mu R + \mu C + V_1$$

$\Rightarrow V_1$  et  $\mu C$  étant continues, on en déduit que  $\mu R$  (et de  $i_3$ ) varient de manière continue.

• Sachant que:  $i_3 = i_C + i_R = C \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1}{R}$  / et sachant que  $i_3$  et  $V_1$  sont continues, on peut affirmer que  $dv_1/dt$  est continue

x 2<sup>eme</sup> cas AO en RNL

•  $V_2 = \pm V_{sat} = s t_e \Rightarrow$  En reprenant exactement le même raisonnement, on obtient que  $dv_1/dt$

est continue.

**IC4**

x pour que l'oscillateur fonctionne, il faut que les oscillations puissent démarrer à partir d'une tension  $v_1$  faible (bruit)

$\Rightarrow$  il faut donc que  $b_1 < 0$  (équation 1)

$\Rightarrow$  soit :  **$G > 3$**  ( $G_0 = 3$ )

**IO1**

x 1<sup>ère</sup> partie du graphe : régime pseudo périodique croissant.

L'AO fonctionne en RL,  $v_1$  vérifie l'équation

1 avec  $-2 < b_1 < 0$  ( $3 < G < 5$ ), compatible avec  $G = 3,1$  et donc  $b_1 = -0,1$ . l'enveloppe des oscillations est  $e^{-b_1 \omega t / 2}$

La fin de cette partie est quand  $|v_1|$  atteint  $v_{1c}$ .

x 2<sup>ème</sup> partie du graphe : L'AO fonctionne

en RNL, la tension  $v_1$  vérifie l'équation

2 avec  $b_2 = a = 3$  ( $Q_2 = \frac{1}{b_2} = \frac{1}{3}$ )

$\Rightarrow$  régime aperiodique décroissant

Dès que  $|v_1|$  passe sous la valeur  $v_{1c}$ , le

régime pseudo-périodique croissant

recommence  $\Rightarrow$  l'amplitude de  $v_1$

oscille donc autour de  $v_{1c}$ . Sur le

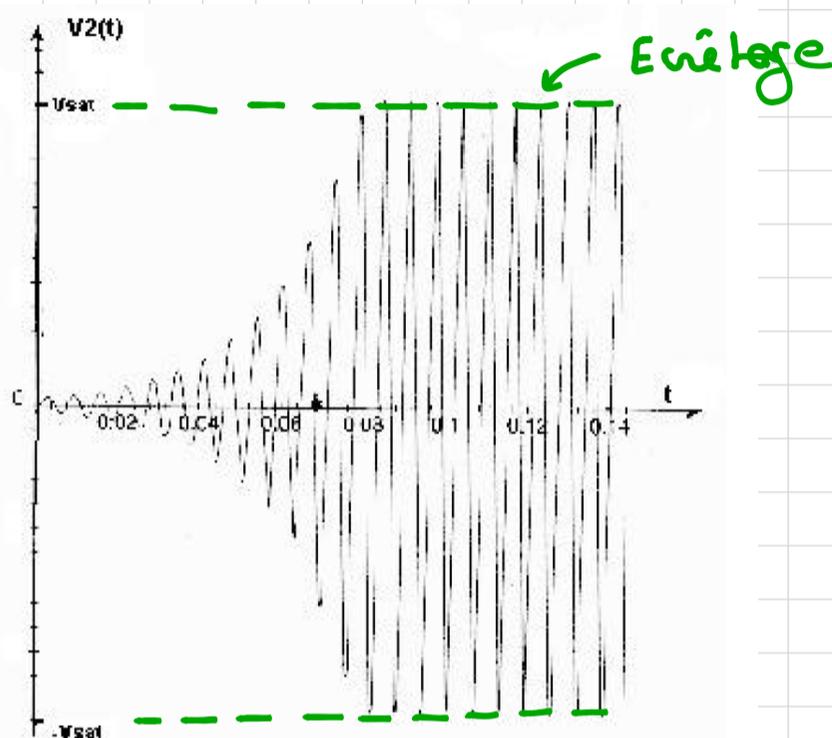
graphe, l'amplitude moyenne des

oscillations vaut  $v_{1c} \approx 4,5V$  /  $\bar{a}$

comparer à  $V_{1c} = \frac{V_{sat}}{G_1} \approx 4,5V$ )

**II 02**

x Le graphe représentant  $V_2$  en fct du tps a la même allure que celui de  $V_1$  à ceci près que l'amplitude des oscillations en RNL est  $V_{sat}$ .



**II 03**

x on mesure une période  $T = 7,1 \text{ ms}$

$$\Rightarrow \omega_{exp} = \frac{2\pi}{T} = \underline{8,8 \times 10^2 \text{ rad/s}}$$

x A comparer à  $\omega_0 = \frac{1}{RC} = \underline{1,0 \times 10^3 \text{ rad/s}}$

x Interprétation: la période expérimentale est plus grande que la période attendue. Cela est dû au fonctionnement non linéaire de l'AO qui génère de nombreuses fréquences, le filtre de Wien étant un piège filtre, il laisse passer de nombreuses autres fréquences que  $f_0$ .  
qualitativement, on peut noter que la durée de la saturation augmente la

période des oscillations.

II E 1

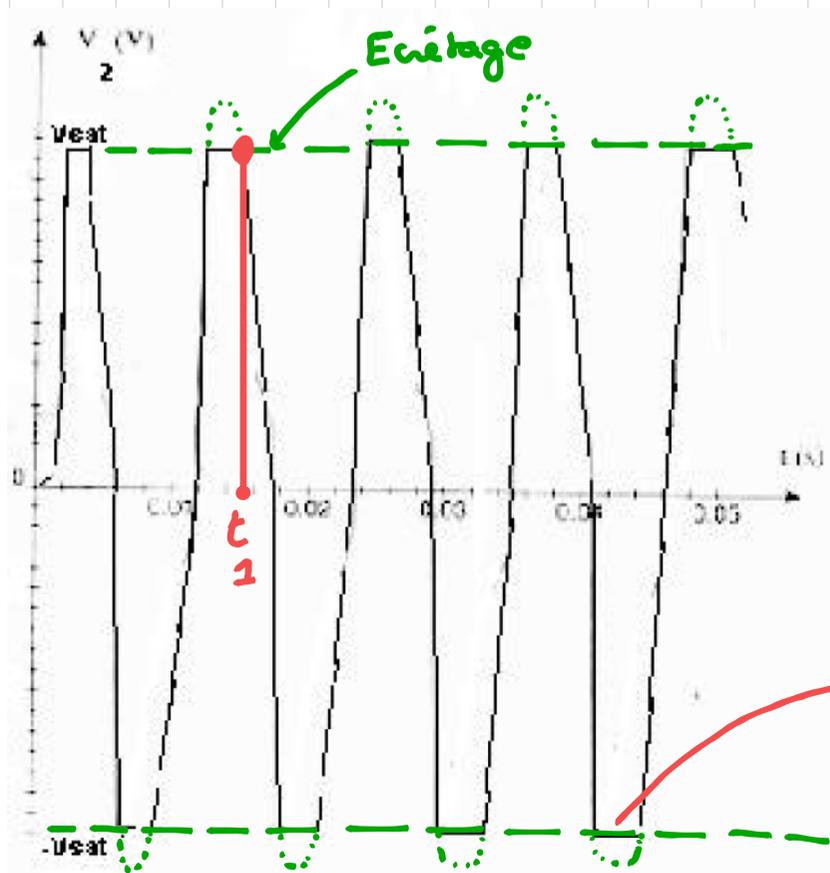
$\times G_2 = 10 \Rightarrow b_1 = -7 \Rightarrow$  dans la partie linéaire, on a une croissance aperiodique de  $V_1(t)$ , le régime transitoire est très court car  $V_1$  atteint très rapidement

$$V_{1c} = \frac{V_{sat}}{G_2} = 1,4 \text{ V}$$

- $\times$  Les oscillations ne sont plus sinusoïdales (le filtre de Wien laisse passer de nombreuses harmoniques).
- $\times$  La période des oscillations est nettement plus grande que  $T_0$  (pour les mêmes raisons que précédemment).
- $\times$  Notons enfin que l'amplitude des oscillations (en régime établi) ne correspond pas à ce qui est attendu : Le modèle développé dans les premières questions ne convient plus.

II E 2

$$\underline{V_2(t_2) = V_{c1}}$$



la durée de saturation de l'AO  $\uparrow$   
 $\Rightarrow T \uparrow$ .

II E3

On mesure  $T = 11,7 \text{ ms} > T_0 = 6,28 \text{ ms}$   
 $\Rightarrow$  La période est effectivement bien supérieure à  $T_0$ , ce qui confirme qu'en régime saturé la période augmente car la durée de saturation augmente.

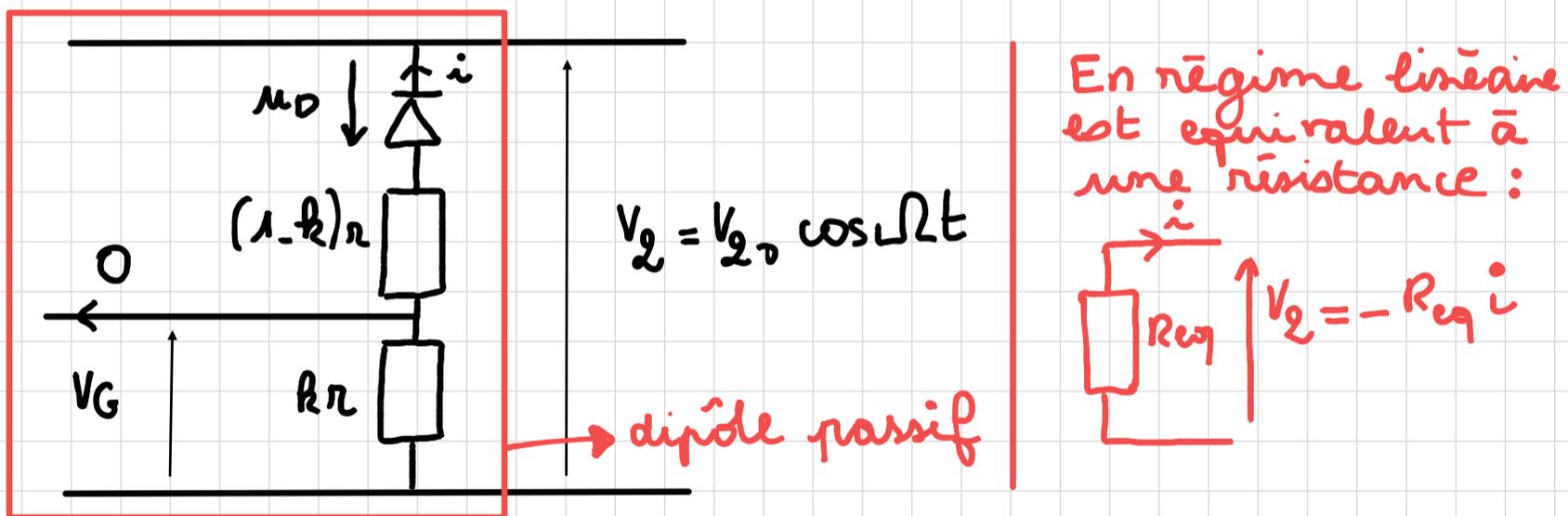
II E4

Sur le graphe, on observe qualitativement les non linéarités lorsque  $v_2$  décroît et atteint  $V_{c_1} \approx 1,4 \text{ V} \Rightarrow$  En utilisant  $V_{c_1} = \frac{V_{\text{sat}}}{G_2}$ , on retrouve bien  $G_2 \approx 10$

II F

Sans dispositif dédié, on ne peut pas à la fois choisir l'amplitude des oscillations et conserver un signal quasi-sinusoidal.

III A1

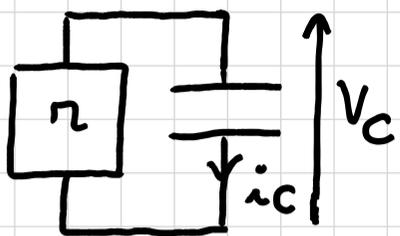


- $V_2 < 0 \Rightarrow i > 0 \Rightarrow$  diode passante  $\Rightarrow \mu_D = 0$   
 $\Rightarrow$  diviseur de tension :  $V_G = \frac{kr}{(1-k)r + kr} V_2$   
 $\Rightarrow V_G = k V_2$
- $V_2 > 0 \Rightarrow$  diode bloquée  $\Rightarrow i = 0 \Rightarrow V_G = 0$
- On en déduit l'allure des graphes :



- Supposons Di bloquée :  $i = 0$

⇒ Le condensateur se recharge dans  $r$ :



$$V_c = -r i_c = -r C_0 \frac{dV_c}{dt}$$

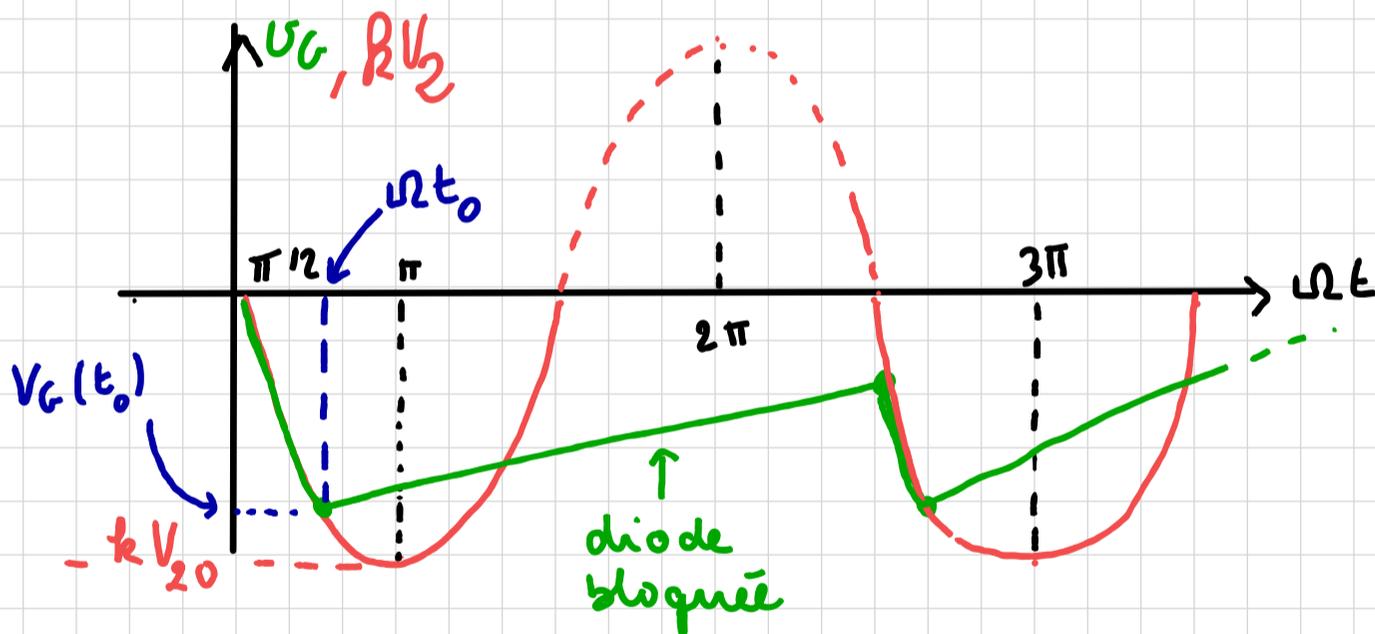
$$\Rightarrow \frac{dV_c}{dt} + \underbrace{\frac{1}{r C_0}}_{1/\tau} V_c = 0$$

$$\Rightarrow \underline{V_c(t) = V_c(t_0) e^{-t/\tau}}$$

Sachant que  $r C_0 \omega \gg 1 \Rightarrow r C_0 \gg T \Rightarrow \frac{t}{\tau} \ll 1$

$$\Rightarrow \underline{V_c(t) = V_c(t_0) \left[ 1 - \frac{(t-t_0)}{\tau} \right]}$$

$$\Rightarrow i_c = -\frac{V_c}{r} = -\frac{V_c(t_0)}{r} \left[ 1 - \frac{(t-t_0)}{\tau} \right]$$



• Evolution de  $V_G(t)$ :

\* Diode passante:  $V_G = k V_2$

\* Diode bloquée:  $V_G = -k r i_c = + k V_c(t_0) \left[ 1 - \frac{t-t_0}{\tau} \right]$

\* La diode cesse d'être passante à  $t_0$ , avec:

$$V_G(t_0) \simeq -k V_{20}$$

\* La diode redevient passante à  $t_1 = t_0 + T$  avec

$$V_G(t_1) = -k V_{20} \left( 1 - \frac{t_1 - t_0}{\tau} \right)$$

\* La variation linéaire de  $V_G(t)$ , lorsque la diode est bloquée, est donc :

$$\Delta V_G = V_G(t_1) - V_G(t_0) = \frac{k V_{20} T}{\tau}$$

\* La valeur moyenne de  $V_G(t)$  est :

$$V_{G0} = \frac{-k V_{20} - k V_{20} \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)}{2} \approx \underline{-k V_2}$$

\*  $\frac{\Delta V_G}{V_{G0}} = \frac{\tau}{T} \ll 1$

III A4 \*  $\frac{\Delta V_G}{V_{G0}} = \frac{\tau}{T} = \frac{\tau}{RC_0} < 0,01 \Rightarrow C_0 > \frac{\tau}{0,01 R} \Rightarrow \underline{C_0 > 7 \mu F}$

III B1 \* Amplificateur non inverseur :  $G' = 1 + \frac{R_2}{R_{0S}}$

III B2 \*  $G' = 1 + \frac{R_2}{R_0} \left(1 + \frac{V_{G0}}{V_P}\right) = 1 + \frac{R_2}{R_0} \left(1 - \frac{k V_{20}}{V_P}\right)$

III B3 \*  $\frac{R_2}{R_0} = 3 \Rightarrow G' = 4 - 3 \frac{V_{G0}}{V_P}$

or  $\frac{V_{G0}}{V_P} = \frac{V_{GS}}{V_P}$  et  $-1 \leq \frac{V_{GS}}{V_P} \leq 0 \Rightarrow G' > 0 \Rightarrow V_1$  et  $V$  st en phase

III B4 \*  $V_{20} = G' V_{10} = \left(1 + \frac{R_2}{R_0} \left(1 - \frac{k V_{20}}{V_P}\right)\right) V_{10}$

$$\Rightarrow V_{20} = V_{10} \frac{1 + \frac{R_2}{R_0}}{\left(1 + \frac{R_2}{R_0} \frac{k V_{10}}{V_P}\right)}$$

III C1 \* course

$$H = H_0 \frac{\frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{on } \begin{cases} Q = \frac{1}{3} \\ H_0 = \frac{1}{3} \\ \omega_0 = \frac{1}{RC} \end{cases}$$

**III C2** • filtre passe-bande avec  $H_0 > 0$

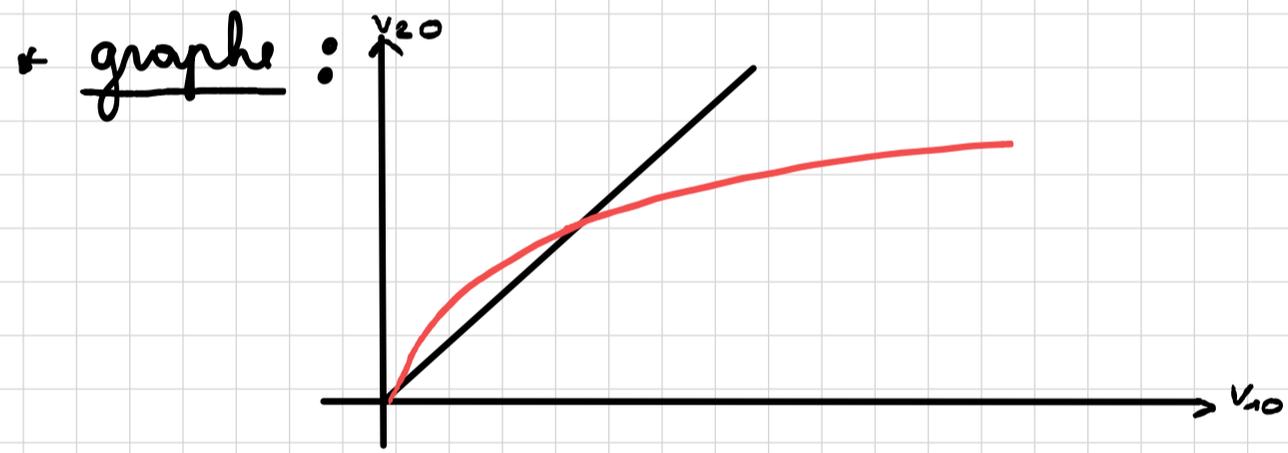
$\Rightarrow v_3$  et  $v_4$  et en phase pour  $\omega = \omega_0$   
 $\Rightarrow$  on a alors :  $v_4 = H_0 v_3 \Rightarrow v_{40} = \frac{1}{3} v_{30}$

**III D1** • D'après ce qui précède,  $v_1 = v_4$  et  $v_2 = v_3$  sont en phase  
 $\Rightarrow$  il faut donc que  $\omega = \omega_0$

**III D2**

$$v_{10} = \frac{1}{3} v_{20}$$

$$v_{20} = v_{10} \left( \frac{1 + \frac{R_2}{R_0}}{1 + \frac{R_2}{R_0} + k \frac{v_{10}}{V_p}} \right)$$



$$* 3 = \frac{v_{20}}{v_{10}} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_0}}{1 + \frac{R_2}{R_0} + k \frac{v_{10}}{V_p}} \Leftrightarrow \begin{cases} v_{20} = 3v_{10} \\ v_{10} = \left( \frac{R_2 - 2R_0}{3k R_2} \right) V_p \end{cases}$$

\* on a supposé depuis le début que  $v_{20}$  et  $v_{10}$  étaient positives (amplitudes)  $\Rightarrow R_2 > 2R_0$

**III D3** •  $R_2 = 600 \Omega$  et  $R_0 = 200 \Omega \Rightarrow v_{10} = \frac{1}{3k}$  et  $v_{20} = \frac{1}{k}$

•  $V_{OS} = v_1 \Rightarrow -1 \leq \frac{1}{3k} \leq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{3}$

$$* -V_{20} \leq V_{GS} \leq 0 \Rightarrow V_{20} \leq V_P \Rightarrow \frac{1}{k} \leq 3 \Rightarrow k \geq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{finalement : } \boxed{\frac{1}{3} \leq k \leq 1}$$

$$* \text{ D'où } \frac{1}{3} \leq V_{10} \leq 1 \text{ et } 1 \leq V_{20} \leq 3$$

$\Rightarrow$  l'AO fonctionne en RL

$$* V_{20} = 2V \Rightarrow \boxed{k = 1/2}$$

III 04

III 05

\* Supposons que  $V_{10}$  prenne une valeur  $\neq$  de la valeur déterminée à la question III 02 (point 1) à la sortie du filtre.

Alors la réponse de l'AO, va conduire au pt 2

puis au pt 3 ... pour finir au pt d'équilibre

\* Une variation de  $V_{20}$  dans l'autre sens ou une variation de  $V_{10}$  conduirait au même résultat :

l'oscillateur est stable.

