## FILIERE PC : ENS (PARIS) - ENS LYON - ENS CACHAN PAGE DE GARDE DU RAPPORT DE TIPE 2013 NOM : CLARON Prénoms : Julien, Pierre, Marcel Lycée : Lycée Joffre Classe : PC\* Ville : Montpellier Concours auxquels vous êtes admissible dans la banque inter-ENS : (Mettre une croix très visible dans la ou les case(s) vous concernant) **ENS** Cachan PC - option Physique PC - Option Chimie Х ENS Lyon PC X ENS (Paris) PC - option Physique PC - Option Chimie Titre du TIPE : Nombre de pages (à porter dans les cases ci-dessous) : 4 1 6 T Illustrations I Bibliographie B Texte Résumé imprimé (6 lignes) : L'objectif de mon TIPE a été l'étude de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Cette instabilité se manifeste à l' interface de deux fluides mis en mouvement. Dans le cadre de mon étude, j'ai réalisé l'expérience avec deux. fluides non miscibles , de l'eau et de l'huile. J'ai aussi réalisé la mesure de la tension superficielle entre l'eau et l'huile, et finalement, i'ai comparé mes résultats expérimentaux aux résultats théoriques attendus. Un grand écart entre les deux est observé, ce qui remet en cause les hypothèses sur lesquelles la théorie est fondée par rapport à la réalité expérimentale.

A Montpellier ..., le 8/06/13. Signature du (de la) candidat(e)

here

Signature du professeur responsable de la classe préparatoire dans la discipline

fott

Cachet de l'établissement

LYCÉE RÉGIONAL JOFFRE 150, Allée de la Citadelle 34080 MONTPELLIER CEDEX 2 Tél, 04 67 14 04 34

# Instabilité de Kelvin-Helmholtz

## Table des matières

| 1        | Introduction                                                                      | <b>2</b>      |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>2</b> | Matériel et dispositif expérimental         2.1       Dispositif expérimental     | <b>2</b><br>2 |
|          | <ul> <li>2.2 Schéma du dipositif, acquisition et traitement des données</li></ul> | 3<br>3        |
| 3        | Étude théorique                                                                   | 3             |
|          | 3.1 Présence de l'instabilité, hypothèses de travail                              | 3             |
|          | 3.2 Facteurs déstabilisants et stabilisants, équations du mouvement               | 4             |
|          | 3.3 Développement de l'instabilité                                                | 5             |
| 4        | Résultats expérimentaux                                                           | 6             |
|          | 4.1 Mesure de la tension superficielle                                            | 6             |
|          | 4.2 Temps d'apparition de l'instabilité                                           | 7             |
|          | 4.3 Longueur d'onde la plus instable                                              | 8             |
| <b>5</b> | Conclusion                                                                        | 9             |

### A Annexes



11

FIGURE 1 – Manifestation de l'IKH - Météo France

## 1 Introduction

Il est très courant de voir des vagues se former lorsque le vent souffle sur un lac calme, ou bien, avec plus de chance, de voir des nuages avec des formes de vagues régulières dans le ciel. (Fig.1) Ce phénomène physique se retrouve aussi sur la surface de Saturne. Il trouve son origine dans l'Instabilité de Kelvin-Helmholtz, qui, à cause des cisaillements à l'interface entre deux fluides, tend à déstabiliser celle-ci.

L'objectif de ce TIPE est de s'intéresser à ce phénomène physique, d'essayer de comprendre comment il se crée, de proposer un dispositif expérimental permettant de visualiser ce phénomène, et d'essayer de le caractériser au mieux.

## 2 Matériel et dispositif expérimental

## 2.1 Dispositif expérimental

Afin de pouvoir visualiser les Instabilités de Kelvin-Helmholtz (IKH)(FIG.2), je me suis inspiré d'expériences historiques comme celle de O.Pouliquen. C'est donc à l'aide d'un tube basculant, d'un trépied et de fluides non miscibles (pour facilier l'étude, même si ce cas ne correspond pas alors à la réalité des IKH observées dans la nature), ainsi que d'une caméra et d'un logiciel de traitement d'images (ImageJ) que l'on est capable d'observer les IKH.

Cette instabilité se manifeste lorsqu'il existe des contraintes de cisallements à l'interface des deux liquides, c'est-à-dire lorsque la différence de vitesse entre eux est non nulle. Pour cela, le trépied est monté avec un axe de rotation (trépied d'appareil photo renforcé pour soutenir le poids) qui permet de faire varier l'angle d'inclinaison et donc la vitesse.



FIGURE 2 – Instabilité de Kelvin-Helmholtz, générée au lycée.

#### 2.2 Schéma du dipositif, acquisition et traitement des données

Un des problèmes majeurs pour l'acquisition des données a été de visualiser au mieux l'interface entre nos deux fluides, pour cela, j'ai testé plusieurs méthodes en discutant avec mon contact. La première a été de colorer l'un des deux fluides (ici l'eau) avec de la fluorescéine, de travailler en salle noire sous un rayonnement UV afin de visualiser l'interface en vert. Cependant, je n'avais pas de lampe UV assez étendue pour réaliser cette manipulation et la fluorescéine du lycée n'était pas assez concentrée. Une seconde idée a été de colorer un des fluides avec des colorants alimentaires mais une expérience annexe a montré que le colorant étant aussi soluble dans l'huile, et les fluides se mélangeant, cette possibilité était non envisageable.

Finalement, aucune méthode n'a été utilisée pour améliorer l'interface, et l'acquisition des données s'est faite avec une caméra numérique (25 ips) et le traitement avec le logiciel ImageJ.

La mesure de la tension superficielle se fait à l'aide de l'expérience de la pesée de la goutte, qui est plus facile à mettre en oeuvre que celle de la goutte pendante.



FIGURE 3 – Schéma montage

#### 2.3 Paramètres annexes

J'ai utilisé un tube de 2 m de long, afin que l'instabilité ait le temps de se développer. Les 6 cm de diamètre permettent de considérer qu'en première approximation, les bords du tube sont à "l'infini" de l'interface.

L'angle d'inclinaison peut varier entre 0 deg et 23 deg.

Les fluides utilisés sont de l'eau et de l'huile du commerce, fluides non miscibles, qui rendent plus facile l'étude de l'instabilité, et peu cher. Après en avoir discuté avec mon contact, il m'a assuré que l'on pouvait sans problème observer l'instabilité avec ces deux fluides.

## 3 Étude théorique

#### 3.1 Présence de l'instabilité, hypothèses de travail

On se place dans le modèle des fluides parfaits, incompressibles, non miscibles on tient compte de la présence d'une tension de surface  $\gamma$ , ainsi que du champ de pesanteur, en première approximation,



FIGURE 4 – Profil des vitesses

on considère les bords du tube à l'infini de l'interface.

Le théorème de Squire<sup>1</sup> permet de se placer en 2D, ce qui facilite les calculs.

On considère une *nappe de vorticité* c'est-à-dire que les vitesses sont parfaitement discontinues (FIG.3) à la traversée de l'interface.

En se plaçant dans un référentiel adapté, on peut alors dire que le champ de vitesse est de la forme :

$$U_1 = -U_2 = U\overline{e_x}$$

Dans une hypothèse simplificatrice, on considère que l'interface est modélisable comme une fonction :

$$y = \eta(x, t)$$

Au départ, l'interface eau/huile est parfaitement plane.

#### 3.2 Facteurs déstabilisants et stabilisants, équations du mouvement

Pour stabiliser l'interface, plusieurs mécanismes sont présents au sein de notre système. La *tension superficielle* tend à stabiliser l'interface, ainsi que la *gravité*.

La tension de surface se manifeste selon la loi de LAPLACE, reliant ainsi le rayon de courbure à un gradient de pression selon l'équation :

$$P_b - P_a = \gamma C$$

avec C la courbure au point considéré. Ce gradient de pression déstabilise l'interface du milieu des zones de hautes pressions vers les zones de faibles pressions, donc à travers l'interface, ce qui amplifie l'instabilité à cause du transport des fluides de la zone de haute pression vers la zone de basse pression.

Les mécanismes déstabilisant l'interface sont les *mécanismes de cisaillements*, dus à la différence de vitesse sur l'interface.

Les équations du mouvement sont des équations d'Euler pour chacun des deux fluides :

$$\rho(\frac{\partial \overrightarrow{U}}{\partial t} + (\overrightarrow{U}.\overrightarrow{grad})\overrightarrow{U}) = -\overrightarrow{grad}(P) + \rho \overrightarrow{g}$$

En considérant les conditions aux limites suivantes :

 $\mathbf{u} \to U_1 \mbox{ si } \mathbf{y} \to -\infty$  et  $\mathbf{u} \to U_2 \mbox{ si } \mathbf{y} \to \infty$ 

<sup>1.</sup> Le théroème de Squire assure que le mode le plus instable sera un mode 2D

#### 3.3 Développement de l'instabilité

On considère l'équation de BERNOULLI



FIGURE 5 – Gradient de pression

Comme le fluide est incompressible, nous avons la conservation du débit massique à travers chaque surface (FIG.5). Or, à cause de la présence de vagues à l'interface, la surface n'est pas constante. Le débit se conservant, la loi de Bernoulli assure que la vitesse est modifiée, et donc on observe un gradient de pression à travers l'interface, qui tend à déstabilier celle-ci.

On commence par considérer une petite perturbation de l'interface  $U = U_0 + u$  et  $P = P_0 + p$ L'incompressibilité du fluide donne alors :

$$div(u) = 0$$

En linéarisant l'équation d'Euler et en développant les solutions en modes normaux  $^2$  on trouve une condition sur la différence des vitesses à l'interface entre deux fluides, qui donne

$$U_c = \Delta U = \sqrt[4]{\frac{(\rho_1 + \rho_2)^2(\rho_1 - \rho_2)\gamma g}{4(\rho_1 \rho_2)^2}}$$

Le nombre d'onde correspondant à cette vitesse critique est la longueur d'onde la plus instable, c'est celle qui se manifeste en premier lorsque l'on observe l'écoulement. Ce nombre d'onde répond à la relation

$$k_c = \sqrt{\frac{g(\rho_1 - \rho_2)}{\gamma}}$$

<sup>2.</sup> Un mode normal est une des fréquences à laquelle un système peut vibrer après avoir été écarté de son état d'équilibre.

### 4 Résultats expérimentaux

#### 4.1 Mesure de la tension superficielle

Il existe différentes méthodes pour mesurer la tension superficielle, l'une d'elles est très précise, mais complexe à mettre en oeuvre, il s'agit de la *méthode de la goutte pendante*.

J'ai préféré pour notre expérience, mettre en oeuvre une autre méthode, certes moins précise, mais beaucoup plus simple dans sa réalisation, il s'agit de la méthode de la pesée de la goutte, à laquelle on appliquera la loi de TATE permettant la mise en relation de la masse d'une goutte m et la tension superficielle  $\gamma$  selon la loi suivante :

$$\gamma = \frac{\left(1 - \frac{\rho_{huile}}{\rho_{eau}}\right)mg}{\pi fa}$$

Où le facteur f est un facteur géométrique obtenu par extrapolation de tables données et a le rayon de la burette utilisée.



FIGURE 6 – Expérience de la pesée de la goutte

Expérimentalement, la précision de la balance est de  $\pm$  0.01 g, on trouve un facteur f=1.57, a=1,5 mm ( $\pm$ 0.05 mm)(mesure au pied à coulisse).

De même, on mesure la masse volumique de l'huile en mesurant un volume de 100 mL exactement (fiole jaugée tarée) pour obtenir la masse de l'huile et donc sa masse volumique. On trouve  $\rho_{huile} = 892 kg.m^{-3}$ 

On prend  $\rho_{eau} = 1000 kg.m^{-3}$ 

Le principe de la mesure repose sur la pesée de la masse d'une goutte d'eau se formant dans de l'huile, pour ça, on crée à l'aide d'une burette ayant un débit faible, afin que l'on puisse considéré à tout instant que la goutte est à l'équilibre, des gouttes d'eau dans l'huile (10 gouttes formées pour l'expérience), puis on détermine le poids moyen d'une goutte.

A partir de là, on détermine le rayon de la burette à l'aide d'un pied à coulisse, puis on applique la formule de TATE afin de déterminer  $\gamma$ 

En appliquant alors la Loi de Tate donnée plus haut, on en déduit la tension superficielle

$$\gamma = 27.10^{-3} N.m^{-1}$$

#### 4.2 Temps d'apparition de l'instabilité

Nous considérons que la phase d'inclinaison du tube par l'opérateur est très courte comparée au temps de déclanchement de l'instabilité. Chaque fluide est soumis à une accélération uniforme directement proportionnelle à  $\sin(\alpha)$ . Ainsi la différence de vitesse entre les deux fluides au niveau de l'interface s'écrit  $v(t)=g\sin(\alpha)t$ 

Donc le temps d'apparition de l'instabilité est proportionnel à  $\frac{1}{\sin(\alpha)}$ 

Expérimentalement, j'ai filmé l'IKH pour différents angles d'inclinaison, variant entre 0 et 23 degrés, pour obtenir la courbe du temps d'apparition de l'instabilité suivante :

On a tracé T en fonction de  $1/\sin(\alpha)$ 



FIGURE 7 – Temps d'apparition de l'instabilité

La théorie prévoit donc une droite, expérimentalement, on a une droite (écart relatif 7,9%). On a donc bien, conformement à la théorie, que le temps d'appartition de l'IKH est proportionelle à  $1/\sin(\alpha)$ .

Les mesures sont effectuées à partir de la caméra et d'un logiciel de traitement qui permet de passer les images au ralenti pour déterminer le moment où l'on observe l'instabilité. On commence à décompter le temps à partir de la moitié de l'angle d'inclinaison final jusqu'au moment où l'on observe la première instabilité se developper sur l'interface eau-huile.

Ainsi, le temps d'apparition de l'instabilité correspond à la théorie. Pour les angles faibles, l'instabilité peut mettre plusieurs secondes à se manifester au niveau de l'interface, rendant légitime le fait que l'on néglige le temps de basculement du tube. Cependant, lorsque l'on tend vers des valeurs d'angles plus importantes, on remarque que le temps d'apparition de l'instabilité est très court (environ 0.8 seconde) ce qui rend difficile la mesure et remet en question l'hypothèse faite sur le temps de basculement du tube.

### 4.3 Longueur d'onde la plus instable

En utilisant le logiciel ImageJ et en me positionnant sur la première longueur d'onde observée, on peut mesurer, à l'aide d'un étalon mis sur le tube (ici deux traits séparés de 15cm), la longueur d'onde la plus instable de l'écoulement. La longueur d'onde ne dépend pas, selon l'étude théorique de l'angle d'inclinaison. On devrait trouver la même à chaque fois.

Un problème expérimental majeur réside dans le fait que, si au début, le régime peut être considéré comme laminaire, on passe rapidement en régime turbulant, et l'instabilité vient s'enrouler sur ellemême, ce qui rend très difficile la mesure de la longueur d'onde la plus instable.

De plus, le tube étant rond, il induit un grossissement, donc la longeur d'onde mesurée n'est pas exactement la longueur d'onde réelle.

Expérimentalement, on observe un très grand écart des longueurs d'ondes, réparties autour de  $6.4cm \pm 1.4cm$ . Théoriquement, on a une longueur d'onde  $\lambda = 6.4cm$ 

Un écart important est observé, mais on reste néanmoins autour d'une longueur d'onde moyenne, comme le prévoit la théorie.



FIGURE 8 – Longueur d'onde la plus instable



FIGURE 9 – Instabilité s'enroulant sur elle-même

## 5 Conclusion

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz se manifeste lorsque l'interface entre deux fluides est perturbée à cause d'une différence des vitesses d'écoulement de chaque fluide. Ce phénomène est, par exemple, très présent jusque dans la création des vagues. L'eau et l'air étant deux fluides, l'instabilité est susceptible de se développer à cette interface.

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz répond néanmoins assez mal au modèle utilisé, le régime réel n'étant pas forcément toujours linéaire.

Entre deux fluides non miscibles, l'obtention des IKH est aisée, mais ce cas ne correspond pas à la réalité, on aurait pu faire l'expérience entre de la saumure et de l'eau douce pour observer l'IKH dans un cas plus réaliste, mais cette manipulation est beaucoup plus délicate que celle réalisée ici. Et elle permet de modéliser l'IKH jusque dans ses manifestations les plus impressionnantes comme à la surface de Saturne. (FIG.10)



FIGURE 10 – Saturne - Wikipédia

#### BIBLIOGRAPHIE

(1)-Hydrodynamique Physique - Hulin, Petit

(2)-Instabilité de Kelvin-Helmholtz - ENSEEIHT

(3)-Cours de DEA de Mécanique Filière 2, UPMC -Introduction à l'Instabilité Hydrodynamique par P.-Y. Lagrée et M. Rossi.

(4)-Expérience du tube basculant- Instabilité de Kelvin-Helmholtz par

http://yakari.polytechnique.fr/people/ramiro/modex/modexKH.pdf

(5)-*Tensiométrie* par http://www.meca.u-psud.fr/cours/L3\_TP\_Tensiometrie.pdf

#### Contact

Olivier Praud

Institut de mécanique des fluides de Toulouse, Département Hydraulique et Mécanique des Fluides mail : Olivier.Praud@imft.fr

REMERCIMENT Jérome Lecou - Météo France

#### Α Annexes

Loi de Tate Système : Goutte

- Poids apparent :  $(\rho_{eau} \rho_{huile})V\overrightarrow{g}$  Tension superficielle  $\gamma$ . Force :  $\gamma 2\pi r \overrightarrow{e_z}$
- force due à la surpression de Laplace :  $-\gamma(\frac{1}{r}-\frac{1}{R})2\pi r \overrightarrow{e_z}$

Ainsi, à l'équilibre, on a

$$(\rho_e - \rho_h)Vg - \gamma 2\pi r + \gamma (\frac{1}{r} - \frac{1}{R})2\pi r = 0$$

Si on considère alors que r « R et que on pose  $m = \rho_e V$  la masse d'une goutte, il vient alors

$$\gamma = \frac{(1 - \frac{\rho_{huile}}{\rho_{eau}})mg}{\pi r}$$

En appliquant un facteur correctif géométrique, qui permet de tenir compte du fait que la goutte laisse une fraction de liquide en se détachant, et en assimilant r au rayon de la burette, on a finalement :

$$\gamma = \frac{(1 - \frac{\rho_{huile}}{\rho_{eau}})mg}{\pi fa}$$

EXPRESSION DE  $\Delta(U)$ 

1 - On commence par se placer dans le référentiel lié à  $\frac{U_1+U_2}{2}$ . L'écoulement est alors tel que le milieu 1 soit à la vitesse +U et le milieu 2 à la vitesse -U

On modélise l'interface par une fonction  $(x, t) \rightarrow \xi(x, t)$ 

On réalise les hypothèses suivantes : Fluides incompressibles, écoulement irrotationnel et parfait. 2-

On introduit  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  tels que

$$\overrightarrow{u_1} = \frac{grad}{\Phi_1}(\Phi_1)$$
$$\overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{grad}(\Phi_2)$$

Et on a donc aussi

$$\Delta \Phi_1 = 0$$
$$\Delta \Phi_2 = 0$$

3-

L'équation de BERNOULLI en régime instationnaire s'écrit donc :

$$\frac{\forall i \in \{1, 2\}}{\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + \frac{(\overline{grad}(\Phi_i))^2}{2} + gz + \frac{p_i}{\rho_i} = cte}$$

4-

Nous avons dans ce problème, deux types de conditions aux limites, les conditions cinématiques et les dynamiques.

a-Conditions cinématiques

Les deux fluides à l'interface ne décollent pas, ce qui nous permet d'avoir les conditions suivantes :

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}$$
$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = \frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial y}$$

b-Condition dynamique Loi de Laplace :

$$p_2 - p_1 = \gamma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

5-Linéarisation des instabilités

On pose des petites perturbations à l'équilibre, soit

$$\begin{split} \Phi_1 &= U_1 x + \phi_1 \\ \Phi_1 &= U_2 x + \phi_2 \\ p_1 &= p_1 0 + \pi_1 \\ p_2 &= p_2 0 + \pi_2 \end{split}$$

De plus, comme on considère  $\xi$  très petit devant la longueur d'onde, alors on peut prendre les conditions aux limites en y=0.

La linéarisation des conditions cinématiques donne :

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + (U_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial x}) \frac{\partial \xi}{\partial x}$$
$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + (U_2 + \frac{\partial \phi_2}{\partial x}) \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

Si on considère que la pertubation est petite devant l'écoulement de notre système, on peut écrire que :

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + (U_1) \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + (U_2) \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

Ce qui permet d'obtenir, grace aux équations de Bernoulli et la la Loi de Laplace :

$$\rho_1(\frac{\partial\phi_1}{\partial t} + U_1\frac{\partial\phi_1}{\partial x} + g\xi) = \rho_2(\frac{\partial\phi_2}{\partial t} + U_2\frac{\partial\phi_2}{\partial x} + g\xi) + \gamma\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$$

5-Développement en modes normaux

Par invariance du problème en x et t, on peut proposer des solutions de la forme :

Du fait des équations de Laplace linéarisées, nous pouvons alors écrire :

$$\frac{\frac{d^2 A_1}{dy^2} - k^2 A_1 = 0}{\frac{d^2 A_2}{dy^2} - k^2 A_2 = 0}$$

Ce qui nous permet d'écrire les solutions sous la forme suivante :

$$\phi_1 = A_1 e^{ky} e^{jkx+st}$$
  

$$\phi_2 = A_2 e^{-ky} e^{jkx+st}$$
  

$$\xi = B e^{jkx+st}$$

En réinjectant ces formes de solutions dans les équations cinématiques linéarisées, nous obtenons :

$$A_1 = \frac{B(s+jkU_1)}{k}$$
$$A_2 = -\frac{B(s+jkU_2)}{k}$$

En réinjectant dans l'équation obtenues à l'aide de Bernoulli, nous avons :

$$\rho_1(gB + sA_1 + ikU_1A_1) - \rho_2(gB + sA_2 + jkU_2A_2) + k^2B\gamma = 0$$

Et en utilisant les relations obtenues précédement, nous avons finalement l'équation suivante :

$$s^{2} + 2jk(\frac{\rho_{1}}{\rho_{1} + \rho_{2}}U_{1} + \frac{\rho_{2}}{\rho_{1} + \rho_{2}}U_{2})s - k^{2}(\frac{\rho_{1}}{\rho_{1} + \rho_{2}}U_{1}^{2} + \frac{\rho_{2}}{\rho_{1} + \rho_{2}}U_{2}^{2}) + \frac{k^{2}}{\rho_{1} + \rho_{2}}(\frac{g(\rho_{1} - \rho_{2})}{k} + k\gamma)$$

Dont le discriminant s'écrit :

$$\Delta = 4\left(\frac{k^2\rho_1\rho_2(U_1^2 - U_2^2)^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} - \frac{k^2}{\rho_1 + \rho_2}\left(\frac{g(\rho_1 - \rho_2)}{k} + k\gamma\right)\right)$$

En cherchant le minimum de l'équation reliant  $(U_1^2 - U_2^2)$  à k pour  $\Delta = 0$ , on trouve alors

$$U_c = \Delta U = \sqrt[4]{\frac{(\rho_1 + \rho_2)^2(\rho_1 - \rho_2)\gamma g}{4(\rho_1 \rho_2)^2}}$$

Théorème de Squire

Énoncé :

Si une perturbation 3D instable, de nombre d'onde  $k,\beta$  et un taux d'amplification  $\omega_i$ , alors il existe une perturbation 2D de nombre d'onde =  $\sqrt{(k^2 + \beta^2)}$  et de taux d'amplification :  $\omega_i(K,0) = \omega_i(k,\beta)\frac{K}{k} > \omega_i(k,\beta)$ . Le mode le plus instable sera donc un mode 2D.