

Implantation de systèmes hydroliens dans les canalisations urbaines.

Table des matières

Introduction.....	2
I- Présentation du projet.....	3
II- Approche théorique.....	4
1) <i>Les modèles proposés.....</i>	<i>4</i>
2) <i>La turbine Darrieus.....</i>	<i>4</i>
3) <i>La turbine Savonius.....</i>	<i>6</i>
4) <i>Résultats théoriques.....</i>	<i>6</i>
5) <i>Interprétation.....</i>	<i>7</i>
III- Approche numérique.....	7
1) <i>Le logiciel et les modèles utilisés.....</i>	<i>7</i>
2) <i>Résultats numériques.....</i>	<i>7</i>
3) <i>Interprétation.....</i>	<i>8</i>
IV- Première manipulation.....	8
1) <i>Protocole.....</i>	<i>8</i>
2) <i>Résultats.....</i>	<i>9</i>
3) <i>Interprétation.....</i>	<i>9</i>
V- Expérience principale.....	10
1) <i>Protocole.....</i>	<i>10</i>
2) <i>Résultats.....</i>	<i>11</i>
3) <i>Interprétation.....</i>	<i>12</i>
VI- Conclusion.....	12
1) <i>Efficacité du projet.....</i>	<i>12</i>
2) <i>Critique et améliorations.....</i>	<i>12</i>
3) <i>Faisabilité globale du projet.....</i>	<i>13</i>
Annexes.....	14

Introduction

Dans le cadre urbain qui constitue le thème de cette année, les enjeux écologiques sont évidents, notamment au vu de la consommation énergétique dans ces zones. C'est pourquoi l'implantation d'outils de production d'énergie renouvelable semble être une opportunité exploitable en particulier en milieu urbain, proche des lieux de consommation.

Dans un monde où la transition énergétique est désormais un sujet d'importance capitale, la France doit composer avec le besoin de produire plus et celui de produire mieux. C'est pourquoi l'utilisation d'outils innovants de production d'énergie est essentielle dans la perspective d'une production 100% renouvelable. Malgré la présence de plusieurs outils de production renouvelable, l'énergie verte ne représente toujours que 11,6% de la production énergétique française d'après un rapport publié par le gouvernement [1]. Pour augmenter cette proportion, il serait sûrement possible d'exploiter des conditions propices sur de grandes surfaces à l'étranger (comme du photovoltaïque au Sahara par exemple). Cependant, dans le contexte géopolitique actuel, les Etats pourraient avoir tendance à favoriser une production locale plutôt qu'une dépendance envers le pays qui accueille les infrastructures de production. De plus, le coût du transport d'énergie est non négligeable et les pertes, elles, sont considérables tout au long du trajet d'acheminement de l'énergie. Cela ajouté aux contraintes logistiques d'installation et de maintenance des lignes d'acheminement, cette solution perd en attractivité.

Une alternative serait donc de produire à l'endroit même où l'énergie est consommée. Pourtant, il existe très peu d'innovations pour exploiter ces milieux et encore moins dans une optique de production de masse. Pour exploiter le milieu urbain, il faut trouver une source d'énergie répandue dans ce milieu. Les canalisations d'eau de la ville répondent à ce critère. En effet, l'implantation d'hydroliennes dans des canalisations pourrait permettre de convertir l'énergie cinétique de l'eau en énergie électrique.

La problématique du projet est donc la suivante : dans quelle mesure peut-on produire de l'énergie électrique par l'implantation d'hydroliennes dans des canalisations urbaines ? Pour répondre de manière efficace à cette problématique, il nous faut fixer des objectifs. Ceux-ci seront d'établir un cahier des charges que devront respecter les modèles testés pour être validés, puis d'établir une hiérarchie et une validation des modèles testés en dégageant notamment des rendements de puissance.

Ce rapport s'organisera logiquement et chronologiquement selon le déroulé des étapes de recherche et de raisonnement scientifique. En premier lieu, on y trouvera une description du projet, de son intérêt et les critères auxquels il doit répondre. Ensuite, une approche théorique sera proposée avec une description des modèles choisis et les calculs théoriques qui portent sur chacun. Dans un troisième temps seront présentés les résultats de simulations numériques réalisés par l'autre membre du binôme (cette partie sera donc relativement succincte). Les quatrième et cinquième parties sont les deux tests pratiques effectués sur les modèles pour tester leur réponse au cahier des charges précédemment établi. Enfin, une conclusion concise sera proposée sur les performances du projet, ses pistes d'améliorations et sur son bilan de faisabilité.

I- Le projet présenté

L'exploitation d'hydroliennes existant déjà dans les milieux marins dans le cadre de l'utilisation de l'énergie marémotrice, ce projet se veut original en s'appliquant à l'utilisation de l'énergie cinétique de l'eau des canalisations urbaines. L'existence de tests en égouts déjà réalisés par certaines entreprises nous a mené vers une application originale, une application domestique aux canalisations d'une maison. L'application choisie est donc l'implantation d'une hydrolienne dans une arrivée d'eau de douche (qui sera simulée en bassin de laboratoire). Les modèles de turbines choisis seront présentés dans la partie suivante.

L'intérêt du projet est de participer à rendre une douche plus éco-responsable en fournissant l'énergie électrique nécessaire pour éclairer une partie de la salle de bains avec l'hydrolienne lors de la douche. Ce but n'est qu'un premier exemple d'application nécessaire pour savoir si l'application à de plus grandes canalisations, avec de plus grands débits (dans le milieu industriel par exemple) serait possible et suffisamment rentable pour être appliquée.

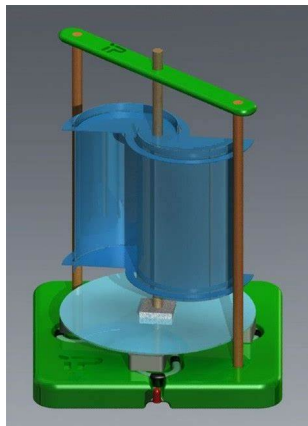
Cette application fixe malgré tout des critères qui constitueront le cahier des charges du projet tout au long de la recherche. Le premier critère de ce cahier est un critère de confort. En effet, l'implantation de la turbine ne doit pas empêcher l'utilisateur de prendre une douche efficace et confortable, c'est-à-dire avec suffisamment de "pression". Une manipulation dans nos douches personnelles nous a permis de déterminer l'écart de débit que l'on pouvait s'autoriser entre le débit d'une douche actuelle et le débit que l'on considérerait comme minimal pour prendre une douche. Malgré des valeurs de débits différentes selon le membre du binôme, l'écart est le même et se situe aux alentours des 50% ce qui constituera donc le premier critère à respecter.

Le deuxième critère est un critère de performance énergétique puisque la turbine doit fournir une puissance suffisamment élevée pour alimenter une LED qui pourra être placée au-dessus de la douche. Après de simples recherches de matériel dans des magasins de ce type de produits, nous avons remarqué que les lampes de salle de bains suivaient des normes de sécurité qui limitent la tension à utiliser dans les pièces humides et donc la puissance. La valeur nominale de cette dernière est 3 W pour une LED "basse tension" utilisée en salle de bains : c'est le deuxième critère à respecter dans notre cahier des charges.

II- Les premières prévisions théoriques des performances

1) Les modèles proposés

Après des recherches dans la littérature des modèles de turbines pouvant être utilisés dans le cadre de l'hydrolien, nous avons choisi deux modèles de turbines à axe vertical. Ce choix simplifie en effet la liaison de l'axe avec la génératrice puisque cette dernière ne peut évidemment pas se trouver dans l'eau (à notre échelle de compétences manuelles). Un axe horizontal aurait donc rendu nécessaire la mise en place d'une chaîne constituée de poulies et de courroies. L'ajout de cette chaîne aurait augmenté les pertes par imperfection des liaisons donc le choix d'axes verticaux s'est imposé. Nous avons alors choisi les turbines Darrieus et Savonius. En faisant nos recherches dans la littérature, nous avons repéré que plusieurs publications prônaient la construction d'une turbine Savonius à deux étages donc nous avons décidé de tester aussi ce modèle. Les études théoriques présentées ci-dessous ont été réalisées en s'inspirant de sujets d'épreuves de Physique de concours mais rédigées entièrement par nous-mêmes sur LaTeX (d'où la police différente pour les formules numériques)



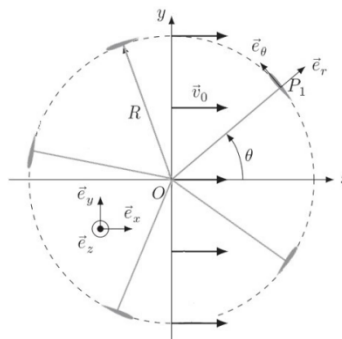
Savonius

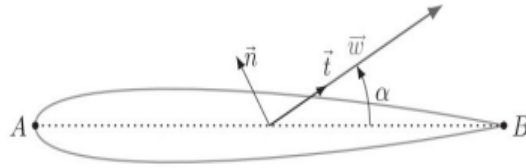


Darrieus

2) Etude de la turbine Darrieus

Commençons par l'étude théorique de la turbine Darrieus (forme hélicoïdale). On paramètre le système grâce aux figures ci-dessous :





Les calculs théoriques s'organisent autour d'une étude mécanique du système et permettent de déterminer le couple et donc la puissance générée par la rotation (cf annexe pour démonstration complète) :

$$\vec{w} = \vec{v}_0 - \vec{u} \text{ la vitesse apparente de l'eau}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_p &= \frac{1}{2} C_p \rho S w^2 \vec{n} \\ \vec{F}_t &= \frac{1}{2} C_t \rho S w^2 \vec{t}\end{aligned}$$

$\lambda_0 = \frac{R\Omega}{v_0}$ le rapport entre la vitesse de rotation de la pale et la vitesse de l'eau au niveau de la pale

$$M_{1pale}^{\rightarrow} = \frac{1}{2} k R S \rho_{eau} v_0^2 (1 + 2\lambda_0 \sin(\theta) + \lambda_0^2) \left(\frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta) + \lambda_0} \right)^2 \vec{e}_z$$

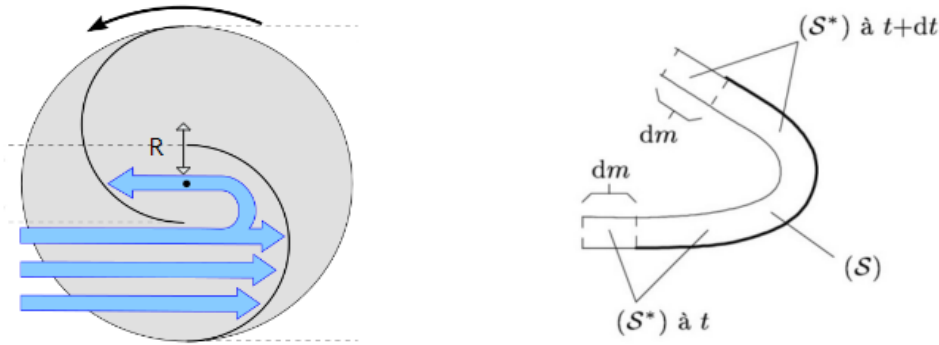
$$P = \langle \Gamma_z \rangle \Omega$$

$$P = 0.504 * 0.17 * v_0^2 * \Omega$$

On utilisera donc cette formule de la puissance pour les calculs théoriques concernant la turbine Darrieus.

3) Etude de la turbine Savonius

Pour l'étude de cette turbine, on se placera en régime stationnaire. Les figures ci-dessous permettent de visualiser le système global étudié ainsi que les systèmes ouvert et fermé qui ont servi dans cette démonstration qui est en fait un bilan de moment cinétique.



Les grandeurs qui vont servir dans les formules suivantes sont :

- V_1 : vitesse d'entrée de l'eau
- U : vitesse tangentielle de la pale
- R : cf schéma
- ρ : masse volumique de l'eau

Après calculs (cf annexe), on obtient des expressions du couple et de la puissance générée par la turbine en rotation en fonction des mêmes grandeurs que pour la Darrieus :

$$\vec{C} = 2\rho R(-U + V_1)^2 \vec{e}_z$$

$$P_m = 2\rho R(-U + V_1)^3$$

Cette formule sera, elle aussi, utilisée dans le cadre des calculs théoriques dont les résultats sont présentés juste après.

4) Résultats théoriques

Ayant testé auparavant nos turbines dans le bassin, nous avons pu estimer la vitesse de rotation maximale que semblaient pouvoir atteindre nos turbines (500 tours/min) avec une vitesse d'entrée de 3 m/s. Ainsi nous avons pu calculer théoriquement les puissances produites par nos turbines avec ces valeurs et les considérer comme les valeurs idéales (transmission axe-génératrice et transmission électrique parfaites). On rassemble les résultats dans le tableau suivant :

	Critère	Darrieus	Savonius
Puissance produite	5 W	40 W	72 W

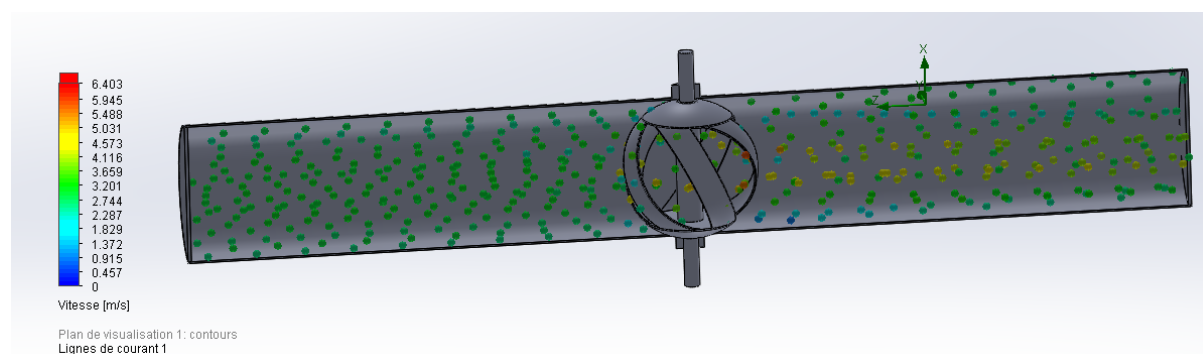
5) Interprétation des résultats

Ces résultats montrent que le critère de puissance est largement rempli pour les deux modèles de turbines avec de meilleures performances prévues pour la Savonius. Il faut cependant se douter que les puissances réellement obtenues seront plus faibles, d'autant plus après la conversion électrique. En effet, toutes les interactions solide-solide ont été considérées parfaites et plusieurs hypothèses simplificatrices ont été réalisées. Il faudra donc voir les écarts que ces hypothèses supposent avec la pratique.

III- La vérification du modèle par simulation numérique

1) Le logiciel et les modèles utilisés

Pour envisager des expériences pratiques, il a fallu modéliser les turbines dans l'optique de les imprimer et de les tester. Le logiciel Solidworks est donc parfaitement adapté. En plus, il permet d'effectuer des simulations de n'importe quelle situation physique donc nous ne sommes pas passés à côté de cette opportunité. Cette partie était propre à mon collègue mais les résultats de ses simulations sont quand même présentés ci-dessous.



L'exploitation du logiciel a permis l'extraction de la vitesse d'écoulement, du rayon de la turbine et de la vitesse de rotation de pales ce qui permet le calcul des puissances fournies par les différentes turbines.

2) Les résultats

Une fois de plus, voici les résultats obtenus rassemblés dans un tableau :

	Critère	Darrieus	Savonius
Ecart de débit	50 %		
Puissance produite	5 W		

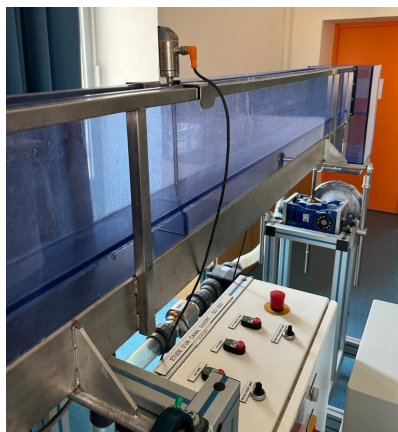
3) Interprétation des résultats

IV- Le premier test de validité

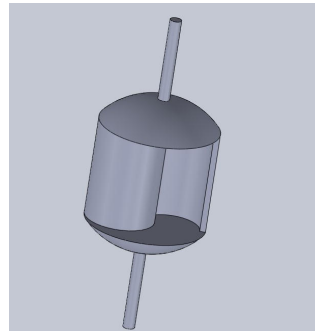
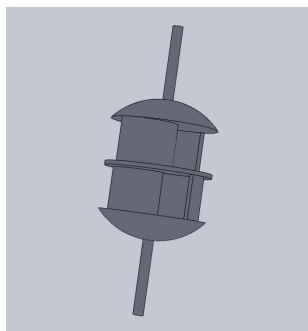
1) Protocole

Le but de la première manipulation est de tester la réduction du débit causée par l'ajout de l'hydrolienne dans les canalisations d'arrivée d'eau. Pour cela, il a fallu mettre à profit le bassin d'écoulement du lycée et les turbines imprimées. Pour se rapprocher au mieux du modèle d'une conduite, nous en avons imprimé une de la taille exacte du bassin. Les mesures consistaient alors à mesurer la vitesse d'écoulement sans hydrolienne et avec, pour une puissance de la pompe constante.

Le bassin d'écoulement :



Les modèles numériques :

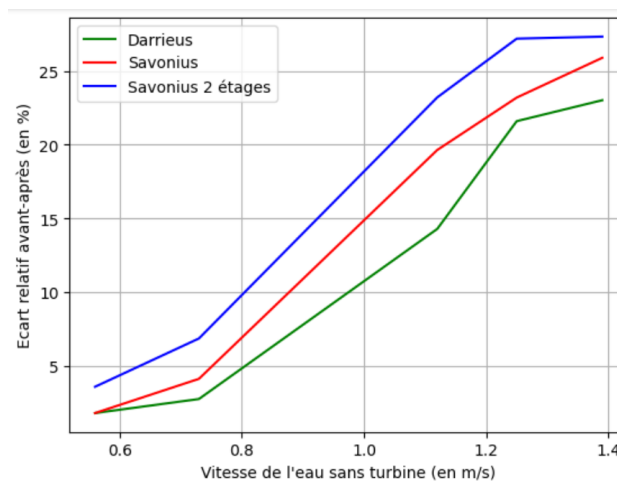


Les modèles imprimés :



2) Résultats

Les résultats obtenus sont les suivants :



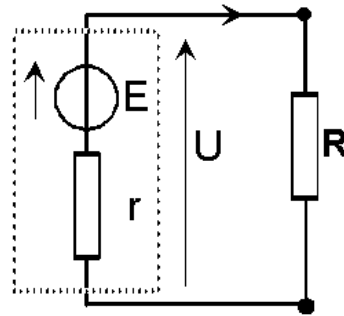
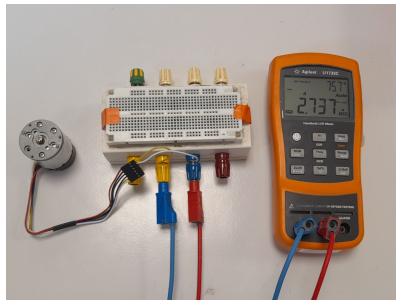
3) Interprétation des résultats

Ces résultats valident le critère pour les trois turbines (écarts inférieurs à 50 %). On peut en dégager une première hiérarchie entre les turbines. La Darrieus permet de conserver le meilleur débit donc elle part avec une longueur d'avance sur les autres pour être choisie comme la turbine du projet.

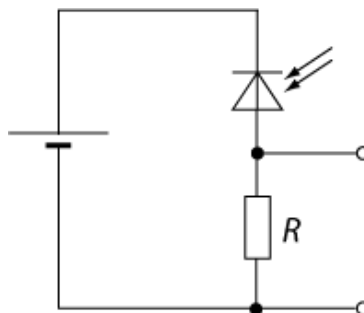
V- Le test décisif

1) Protocole

La deuxième manipulation est celle qui consiste à déterminer si les turbines permettent de fournir la puissance électrique nécessaire pour allumer la LED de la salle de bains. Pour cela, il a fallu cumuler les montages et les calculs. Pour respecter au mieux l'adaptation d'impédance, nous avons choisi la résistance de puissance la plus proche possible de la valeur de l'impédance du moteur (2,7 ohms mesurés au RLC-mètre). Cette valeur étant très faible, les courants circulant dans le circuit étaient donc significatifs et il a fallu utiliser une résistance de puissance.

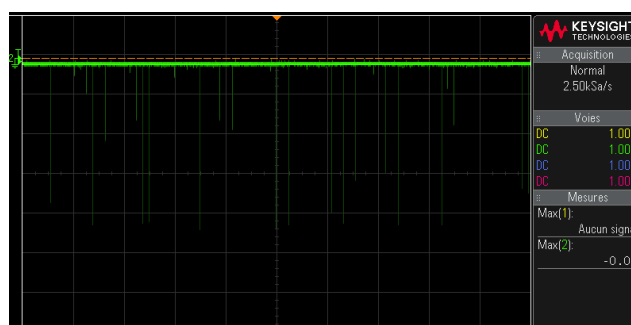


De plus, la vitesse de l'eau était obtenue grâce au même outil que l'expérience d'avant. Pour calculer la puissance, il ne manquait plus qu'à accéder à la vitesse de rotation. Pour cela, nous avons utilisé une méthode de photo-détection (cf schéma). Le laser, une fois réfléchi sur le bout de miroir fixé à l'axe de la turbine, passe devant la photodiode et induit une variation de la tension aux bornes de la résistance.

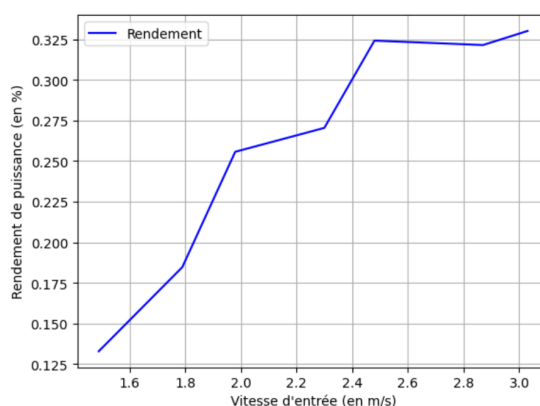
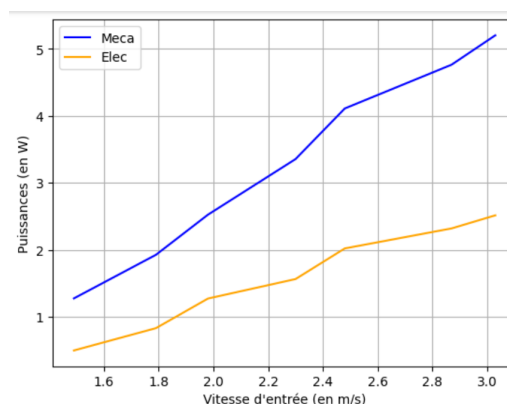
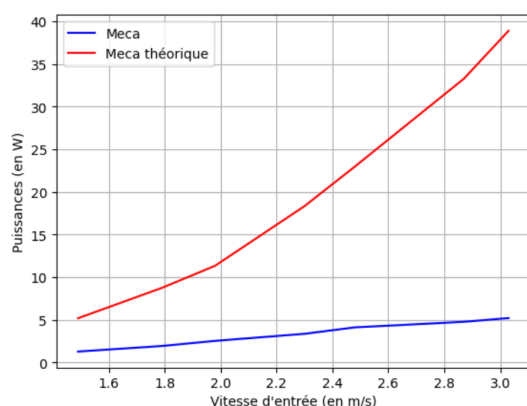


2) Résultats

On obtient le signal suivant à l'oscilloscope pour la photo-détection :



On obtient aussi, grâce à des scripts python ajoutés en annexe, les courbes présentées ci-dessous. Le rendement est défini comme un rendement global c'est-à-dire le quotient de la puissance électrique générée par la puissance cinétique incidente de l'eau. Les courbes présentées sont celles correspondant à la turbine Darrieus : celles des autres turbines ont des allures similaires avec des valeurs légèrement moindres, qui sont rassemblées dans un tableau ci-dessous.



Pour ce qui est des résultats généraux, ils sont rassemblés dans le tableau suivant :

	Seuil	Darrieus	Savonius	Savonius 2
Débit entrée-sortie	50% max.	23%	26%	27%
Marge pratique-seuil		27%	24%	23%
Puissance max.	3 W	2,51 W	2,08 W	2,13 W
Rendement max.		33,0%	30,1%	30,4 %
Ecart relatif théorie		94%	97%	97%
Ecart pratique-seuil		0,5 W	0,92 W	0,87 W

3) Interprétation des résultats

La conclusion de cette expérience est qu'aucune turbine n'atteint la puissance désirée mais la Darrieus s'en approche le plus. L'écart avec le seuil voulu est relativement faible ce qui est encourageant. Finalement, le modèle le plus performant est la Darrieus, que ce soit en termes de réduction du débit qu'en termes de puissance générée.

VI- Conclusion

1) Efficacité du projet

En conclusion, le projet est globalement une réussite malgré la valeur légèrement trop basse de puissance générée. La douche paraît toujours confortable même après l'ajout d'une hydrolienne. Le projet nous donne donc une relative satisfaction, ou du moins il est encourageant.

2) Critiques et améliorations

Pour parfaire le projet et lui permettre de remplir totalement les critères fixés, il faut repérer ses points faibles et en proposer des améliorations. Le premier défaut est la quantité de frottements observés entre les turbines et la conduite. Des turbines légèrement plus petites et plus lisses permettront facilement de remédier à ce problème et d'ainsi faciliter la rotation de l'axe. De plus, la faible puissance générée peut aussi être améliorée en optant pour un matériau plus léger que le plastique classique d'une imprimante 3D de laboratoire de lycée. Dans tous les cas, meilleure et plus rapide sera la rotation, plus la puissance générée sera importante.

3) Faisabilité globale du projet

Globalement, le projet d'implanter des hydroliennes industrialisées dans des canalisations paraît prometteur puisque les améliorations proposées juste avant sont totalement abordables pour une production industrielle. L'étude a permis de déterminer que c'est la turbine Darrieus qui sera la plus performante, malgré la hiérarchie inverse prévue dans l'approche théorique. Pour prolonger l'étude, il faudrait sûrement chercher à comprendre justement cet écart entre pratique et théorie et tester sur des canalisations avec plus de puissance cinétique incidente, notamment dans le domaine de l'industrie ou des égouts publics, ou avec plus de surface de turbine pour produire des puissances beaucoup plus significatives et rentables en termes de production d'énergie verte.

Annexes

1) Turbine Darrieus

1.1 notations

- $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ le repère du bâti(bassin d'écoulement)
- $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ le repère lié à une pale
- $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ la vitesse de l'eau en amont de la turbine .
- $\vec{u}$ la vitesse de la pale dans le référentiel du canal d'écoulement
- $\alpha = (\vec{e}_\theta, -\vec{u})$ l'angle d'attaque.
- $\lambda_0 = \frac{R\Omega}{v_0}$ le rapport entre la vitesse de rotation de la pale et la vitesse de l'eau au niveau de la pale
- $\vec{w} = \vec{v}_0 - \vec{u}$ la vitesse apparente de l'eau

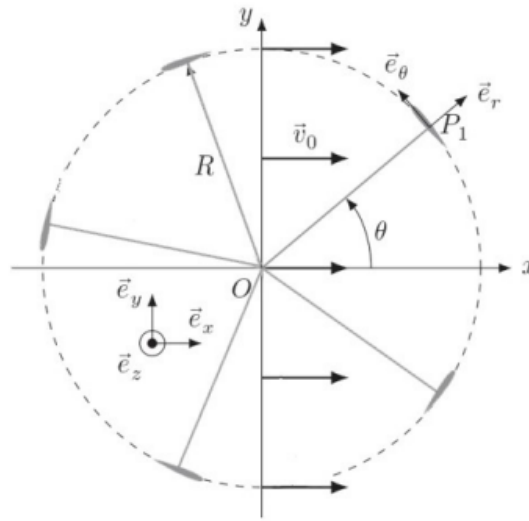


FIGURE 1 – vue de coupe de la turbine darrieus

1.2 relation entre l'angle d'attaque α et l'angle de paramétrage de la pale θ

on projette ω sur $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$:

- On a
 $\vec{w} \cdot \vec{e}_\theta = (v_0 \cdot \vec{e}_x - R\omega \cdot \vec{e}_\theta) \cdot \vec{e}_\theta = v_0(\vec{e}_x - \frac{R\omega}{v_0} \cdot \vec{e}_\theta) \cdot \vec{e}_\theta = v_0(\vec{e}_x - \lambda_0 \cdot \vec{e}_\theta) \cdot \vec{e}_\theta = -v_0(\sin(\theta) + \lambda_0)$

On a aussi en projection directe $\vec{w} \cdot \vec{e}_\theta = -\omega \cos(\alpha)$

- d'un autre côté on a
 $\vec{w} \cdot \vec{e}_r = (v_0 \cdot \vec{e}_x - R\omega \cdot \vec{e}_\theta) \cdot \vec{e}_r = v_0 \cdot \vec{e}_x \cdot \vec{e}_r = v_0 \cos(\theta)$
 en projection directe $\vec{w} \cdot \vec{e}_r = \omega \sin(\alpha)$

D'où $\omega \cos(\alpha) = v_0(\sin(\theta) + \lambda_0)$ et $\omega \sin(\alpha) = v_0 \cos(\theta)$

$$\tan(\alpha) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta) + \lambda_0}$$

1.3 Nouvelle expression de $\vec{w}$

$$\vec{w} = \vec{v}_0 - \vec{u} = v_0 \vec{e}_x - R\Omega \cdot \vec{e}_\theta = (v_0 + R\Omega \sin(\theta)) \vec{e}_x - R\Omega \cos(\theta) \vec{e}_y$$

En passant au module on obtient :

$$w = \sqrt{(v_0 + R\Omega \sin(\theta))^2 + (R\Omega \cos(\theta))^2} = v_0 \sqrt{1 + \frac{2R\Omega \sin(\theta)}{v_0} + (\frac{R\Omega}{v_0})^2}$$

Avec les notations du paragraphe 1.1 on obtient

$$w = v_0 \sqrt{1 + 2\lambda_0 \sin(\theta) + (\lambda_0)^2}$$

1.4 Force exercé par l'eau sur une des pales de la turbine

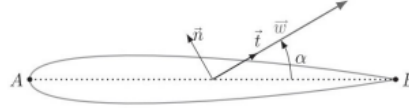


FIGURE 2 – vue de coupe d'une des pales de la turbine

La résultante des forces exercées par le vent sur la pale est notée $\vec{F}$ et se décompose en une force de trainée $\vec{F}_t$ et une force de portance $\vec{F}_p$ dans la direction perpendiculaire à l'écoulement d'où :

$$\vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_t$$

les coefficients aérodynamiques de portance C_p et de trainée C_t $\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_p = \frac{1}{2} C_p \rho S w^2 \vec{n} \\ \vec{F}_t = \frac{1}{2} C_t \rho S w^2 \vec{t} \end{array} \right.$

Calcul du nombre de reynolds pour une des pôle de la turbine darrieus pour obtenir les coefficients aérodynamiques de portance C_p et de trainée C_t :

$$Re = \frac{\rho_{eau} \cdot v_0 l}{\eta_{eau}} = 3 * 10^5$$

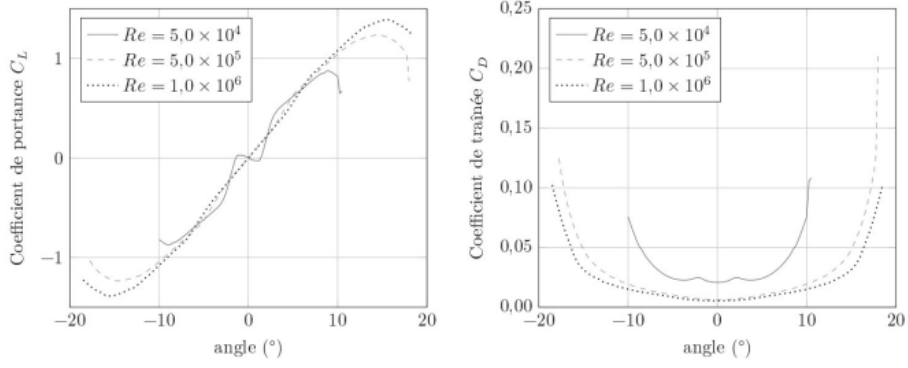


FIGURE 3 – Coefficient de portance (L,Lift) et de trainée (D,drag) en fonction de l'angle d'attaque (en°) pour trois valeurs du nombre de reynolds

En comparant ce résultat avec les grandeurs données dans la figure 3, on se retrouve au plus proche de la valeur $Re = 5.10^5$, de plus pour la plage de valeur de α prise de compte C_p varie linéairement avec α en première approximation et $C_t \ll C_p$ soit graphiquement :

$$C_p = k\alpha$$

avec $k = 6.3 \frac{1}{rad}$

Le bilan des forces appliquées à une pale devient donc :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_p = \frac{1}{2} C_p \rho w^2 \vec{n} = \frac{1}{2} k \alpha S \rho_{eau} w^2 (\sin(\alpha) \vec{e}_\theta + \cos(\alpha) \vec{e}_r)$$

1.5 Expression du moment de la force exercé par l'eau sur 1 pale

$$M_{1pale}^{\vec{}} = \vec{OP} \wedge \vec{F} = Re_r \wedge \frac{1}{2} k \alpha S \rho_{eau} w^2 (\sin(\alpha) \vec{e}_\theta + \cos(\alpha) \vec{e}_r) = R \frac{1}{2} k \alpha S \rho_{eau} w^2 \sin(\alpha) \vec{e}_z$$

En linéarisant pour des petites variations de α on a $\sin(\alpha) = \alpha$ et $\tan(\alpha) = \alpha$ d'où $\sin(\alpha) \alpha = \alpha^2 = \tan(\alpha)^2$

D'après le calcul mené au paragraphe 1.2 on a $\tan(\alpha) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta) + \lambda_0}$

d'où : $\sin(\alpha) \alpha = \left(\frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta) + \lambda_0} \right)^2$

Avec l'expression précédente et celle de ω obtenue au paragraphe 1.3 on obtient :

$$M_{1pale}^{\vec{}} = \frac{1}{2} k R S \rho_{eau} v_0^2 (1 + 2\lambda_0 \sin(\theta) + \lambda_0^2) \left(\frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta) + \lambda_0} \right)^2 \vec{e}_z$$

Pour la suite on pose

$$\begin{aligned}
& \text{--- } f(\theta) = (1 + 2\lambda_0 \sin(\theta) + \lambda_0^2) \left(\frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta) + \lambda_0} \right)^2 \\
& \text{--- une constante 'A' tel que } \underbrace{\frac{1}{2} k R S \rho_{eau} v_0^2}_A = A * v_0^2
\end{aligned}$$

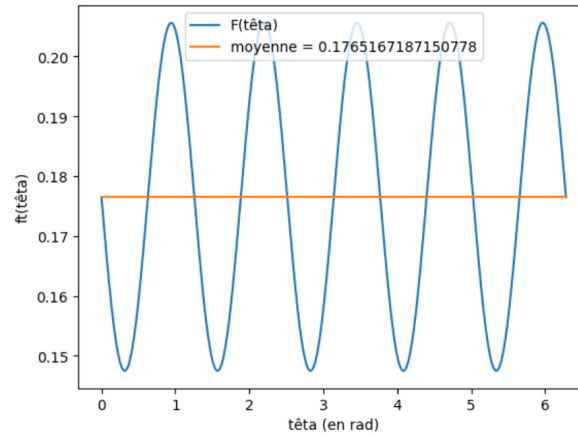
D'où :

$$M_{1pale} = A * v_0^2 * f(\theta)$$

1.6 Expression du couple engendré par les 5 pales sur le rotor de la turbine

$$\begin{aligned}
\Gamma_z &= M_{1\text{ère pale}} + M_{2\text{ème pale}} + \dots + M_{5\text{ème pale}} \\
&= A * v_0^2 * (f(\theta) + f(\theta + \frac{2\pi}{5}) + f(\theta + \frac{4\pi}{5}) + f(\theta + \frac{6\pi}{5}) + f(\theta + \frac{8\pi}{5})) \\
&= A * v_0^2 * \sum_{k=0}^4 f(\theta + k \frac{2\pi}{5})
\end{aligned}$$

$$\text{On note : } F(\theta) = \sum_{k=0}^4 f(\theta + k \frac{2\pi}{5})$$



1.7 Calcul de P la Puissance moyenne du couple transféré au rotor

$$P = \langle \Gamma_z \rangle \Omega = A v_0^2 \Omega \langle F(\theta) \rangle$$

On cherche à évaluer numériquement P , grâce à la figure 4 on obtient la moyenne de $F(\theta)$

$$\langle F(\theta) \rangle = 0.17$$

$$\text{Numériquement on trouve donc } P = \underbrace{0.504}_{\text{valeur de } A} * \underbrace{0.17}_{\text{valeur de } \langle F(\theta) \rangle} * v_0^2 * \Omega$$

2) Turbine Savonius

2.1 notations

- $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ le repère lié à une pale
- $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ le repère du bâti (bassin d'écoulement)
- ω la vitesse angulaire de la turbine
- R le rayon moyen de la turbine au niveau d'une pale
- β l'angle de déviation du jet de l'eau entre l'entrée et la sortie de la pale. On prendra la valeur de π dans notre cas
- $\vec{v}_1$ la vitesse absolue du fluide en entrée de la pale mobile par rapport au sol fixe
- $\vec{v}_2$ la vitesse absolue du fluide en sortie de la pale mobile par rapport au sol fixe
- $\vec{w}_1$ la vitesse relative du fluide en entrée de la pale mobile par rapport à la turbine mobile
- $\vec{w}_2$ la vitesse absolue du fluide en sortie de la pale mobile par rapport à la turbine mobile
- $\vec{U}$ la vitesse tangentielle de la pale
- D_m le débit massique
- Q_v le débit volumique

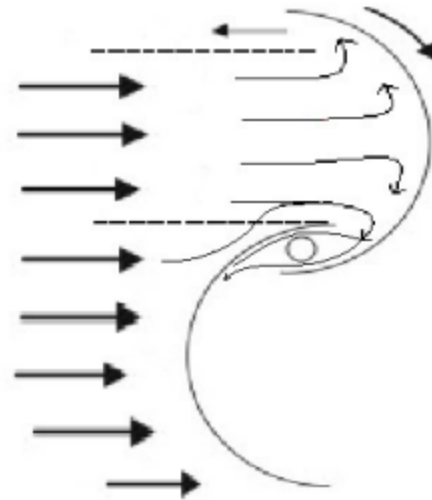


FIGURE 5 – schéma de la turbine savonius à 2 pales

hypothèses :

- étude d'une seule pale de la turbine considéré comme un auget
- l'étude est menée dans le référentiel lié à l'auget.
- régime stationnaire

2.2 loi de composition des vitesses

La loi de composition des vitesses s'écrit sous la forme

$$\vec{V}_{auget} = \vec{V}_{entraînement} + \vec{V}_{relative}$$

Si l'on considère une des pales localement en translation, la vitesse d'entraînement devient $\vec{V}_{entraînement} = \vec{U}$. De plus par définition (voir notations ci dessus) la vitesse relative est $\vec{V}_{relative} = \vec{w}_{1,2}$ et la vitesse absolue est $\vec{V}_{auget} = \vec{v}_{1,2}$. D'où

$$\vec{v}_1 = \vec{U} + \vec{w}_{1,2}$$

et

$$\vec{v}_2 = \vec{U} + \vec{w}_2$$

2.3 Moment cinétique au centre de la turbine de la masse dm d'eau entrante dans la pale

$$\vec{L}_1 = R\vec{e}_r \wedge d\vec{P}_1 = R\vec{e}_r \wedge dm\vec{w}_1$$

d'où

$$\vec{L}_1 = Rdm\vec{e}_r \wedge \vec{w}_1$$

de même, à la sortie de l'auget

$$\vec{L}_2 = Rdm\vec{e}_r \wedge \vec{w}_2$$

2.4 Expression du couple exercé par le fluide sur la turbine

Application du théorème du moment cinétique à un système fermé. Tous les moments cinétiques sont pris par rapport au centre de la roue, dans le référentiel de l'auget.

- Système ouvert S constitué à tout instant du fluide au contact de la turbine. On note $\vec{L}_S$ son moment cinétique à l'instant t
- Système fermé(S^*) constitué l'instant t du fluide au contact de la turbine et de la masse dm de fluide entrante qui va entrer pendant le temps dt dans S .

$$\text{D'où } \vec{L}_{S^*}(t) = \vec{L}_s(t) + \vec{L}_1$$

- Système fermé(S^*) est constitué l'instant $t+dt$ du fluide au contact de la turbine et de la masse dm de fluide sortante qui va entrer pendant le temps dt dans S .

$$\text{D'où } \vec{L}_{S^*}(t+dt) = \vec{L}_s(t+dt) + \vec{L}_1$$

En régime permanent on a $\vec{L}_S(t) = \vec{L}_S(t+dt)$. On a donc :

$$\vec{L}_{S^*}(t+dt) - \vec{L}_{S^*}(t) = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$$

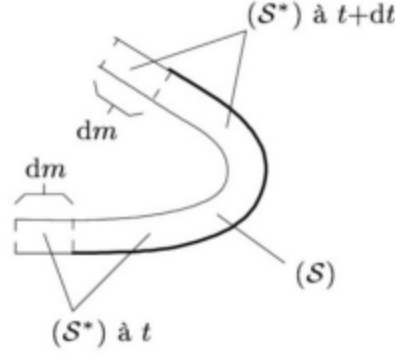


FIGURE 6 – Système fermé sur lequel on applique le théorème du moment cinétique

d'où

$$\frac{D\vec{L}_{S*}}{Dt} = \frac{\vec{L}_2 - \vec{L}_1}{dt}$$

On note $\vec{C}$ le couple exercé par le fluide sur la turbine. On applique le théorème du moment cinétique au système défini précédemment.

$$\frac{D\vec{L}_{S*}}{Dt} = -\vec{C}$$

soit

$$\frac{\vec{L}_2 - \vec{L}_1}{dt} = -\vec{C}$$

En utilisant les résultats de la partie 2.3 et le fait que $\frac{dm}{dt} = D_m = Q_v \rho$ on obtient :

$$\vec{C} = \rho R Q_v \vec{e}_r \wedge (\vec{w}_1 - \vec{w}_2)$$

En régime stationnaire le débit Q_{v1} entrant doit être égal au débit sortant Q_{v2} . Comme l'eau arrivant conserve sa section on a $\|\vec{w}_1\| = \|\vec{w}_2\|$. On a $\vec{w}_1 = (-U + V_1)\vec{x}$ et $\|\vec{w}_1\| = \|\vec{w}_2\|$ et $Q_{v1} = S\|\vec{w}_1\|$. On a de plus $\vec{w}_1 = \|w_1\|\vec{e}_x$ soit $\vec{e}_r \wedge \vec{w}_1 = \|w_1\|\cos(\beta)\vec{e}_x$. Or dans notre cas $\beta = \pi$ d'où

$$\begin{aligned}\vec{C} &= \rho R(-U + V_1)\vec{U}_r \wedge (\vec{w}_1 - \vec{w}_2) \\ \vec{C} &= 2\rho R(-U + V_1)^2 \vec{e}_z\end{aligned}$$

2.5 Expression de la puissance mécanique fournie par l'action de l'eau sur la turbine

la puissance mécanique fournie s'écrit $P_m = \|\vec{C}\|w$ d'où

$$P_m = 2\rho w R(-U + V_1)^2 = 2\rho R(-U + V_1)^3$$

Codes Python :

1) Manipulation 1 (Écart de débits)

```
1  ### Manip 2
2  #import des bibliothèques utiles
3  import matplotlib.pyplot as plt
4  import math
5  import numpy as np
6  import numpy.random as rd
7
8  #Récupération des mesures
9  Ve_D=[0.56,0.73,1.12,1.25,1.39] #m/s
10 Vs_D=[0.55,0.71,0.96,0.98,1.07] #m/s
11
12 Ve_S=[0.56,0.73,1.12,1.25,1.39] #m/s
13 Vs_S=[0.55,0.7,0.9,0.96,1.03] #m/s
14
15 Ve_S2=[0.56,0.73,1.12,1.25,1.39] #m/s
16 Vs_S2=[0.54,0.68,0.86,0.91,1.01] #m/s
17
18 #Calcul de l'écart relatif
19 def ecart(Ve,Vs):
20     return ((Ve-Vs)/Ve*100)
21
22 #Affichage des résultats
23 xD=Ve_D
24 yD=[ecart(Ve_D[i],Vs_D[i]) for i in range(len(Ve_D))]
25 xS=Ve_S
26 yS=[ecart(Ve_S[i],Vs_S[i]) for i in range(len(Ve_S))]
27 xS2=Ve_S2
28 yS2=[ecart(Ve_S2[i],Vs_S2[i]) for i in range(len(Ve_S2))]
29 plt.plot(xD,yD,color='green',label='Darrieus')
30 plt.plot(xS,yS,color='red',label='Savonius')
31 plt.plot(xS2,yS2,color='blue',label='Savonius 2 étages')
32 plt.grid()
33 plt.legend()
34 plt.xlabel("Vitesse de l'eau sans turbine (en m/s)")
35 plt.ylabel('Ecart relatif avant-après (en %)')
36 plt.show()
```

2) Manipulation 2 (Puissances et rendements)

```
1  ###Manip 3 Darrieus
2  #import des bibliothèques utiles
3  import matplotlib.pyplot as plt
4  import math
5  import numpy as np
6  import numpy.random as rd
7
8
9  #Récupération des mesures
10 phi=0.19 #coefficient couple moteur
11 U=[2.02,2.61,3.23,3.58,4.07,4.36,4.54] #tensions obtenues en sortie du moteur
12 v0=[1.49,1.79,1.98,2.30,2.48,2.87,3.03] #vitesses de l'eau
13 Tr=[260,304,322,386,416,450,472] #tours/min
14 R=0.0400 #rayon de la turbine
15
16 #Calcul des grandeurs voulues
17 C=[phi*U[i]/8.2 for i in range(len(U))] #couples
18 W=[Tr[i]*(2*math.pi/60) for i in range(len(Tr))] #vitesses angulaires
19 P_Meca=[C[i]*W[i] for i in range(len(C))] #puissances mécaniques
20 P_Meca_th=[0.504*0.17*W[i]*v0[i]**2 for i in range(len(W))]
21 P_Elec=[U[i]**2/8.2 for i in range(len(U))] #puissances électriques
22 P_incidente=[(1/2)*1000*math.pi*0.04**2*v0[i] for i in range(len(v0))] #puissances incidentes
23 rdt=[P_Elec[i]/P_incidente[i]*100 for i in range(len(P_Elec))] #rendement
```