

Équation mécanique

En considérant que la bobine est constituée de N spires identiques circulaires de rayon a , on calcule la force de Laplace exercée sur la bobine :

$$\vec{F}_L = \int_{N \text{ spires}} i(t) d\vec{l} \wedge \vec{B} = N \int_{1 \text{ spire}} i(t) d\vec{l} \wedge \vec{B}.$$

Sachant que $d\vec{l} = a d\theta \vec{e}_\theta$ et que $\vec{B} = B \vec{e}_r$, on obtient :

$$\vec{F}_L = Ni(t)aB \left(\int_0^{2\pi} d\theta \right) \vec{e}_z = -i(t)lB \vec{e}_z,$$

où $l = 2\pi aN$ et la longueur totale du bobinage. Le bilan des actions mécaniques ayant été fait, on applique le principe fondamental de la dynamique à la bobine et on le projette sur l'axe (Oz) :

$$m\ddot{z}(t) = -kz(t) - \lambda\dot{z}(t) - i(t)lB,$$

soit :

$$\ddot{z}(t) + \frac{\omega_0}{Q}\dot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) = -\frac{i(t)lB}{m},$$

où : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ est la pulsation propre et où $Q = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$ est le facteur de qualité de l'oscillateur mécanique.

Équation électrique

Le schéma électrique équivalent du circuit est donné figure 1.

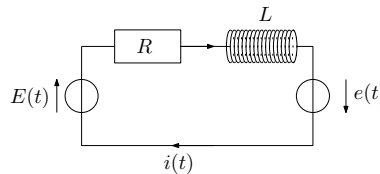


FIGURE 1

La loi des mailles nous donne :

$$E(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} - e(t).$$

La force électromotrice induite $e(t)$ ne peut pas être déterminée avec la loi de Faraday car il n'est pas possible de calculer le flux du champ magnétique à travers la bobine. En effet, ce champ n'est pas connu en tout point. Il n'est égal au champ radial de l'aimant annulaire qu'à l'extérieur de la bobine et à la limite, aux bords d'une surface s'appuyant sur ses spires. Pour déterminer $e(t)$, on utilise la relation de conversion électromécanique :

$$\mathcal{P}_L + \mathcal{P}_e = F_L \dot{z}(t) + e(t) i(t) = 0.$$

Soit :

$$e(t) = -\frac{F_L \dot{z}(t)}{i(t)} = l\dot{z}(t)B.$$

L'équation électrique est donc

$$E(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} - l\dot{z}(t)B.$$

Le spectre de la tension $E(t)$, représentative du son que l'on souhaite émettre, comprend de nombreuses fréquences (comprises entre 20 Hz et 20 kHz) : pour apprendre à trouver la réponse du haut-parleur à ces différentes composantes fréquentielles, on considère d'abord que $E(t)$ est une tension sinusoïdale de pulsation ω et on étudie les caractéristiques du haut-parleur pour cette pulsation ω . Dans la suite, on utilisera la représentation complexe.

Impédance motionnelle

Les équations mécanique et électrique, en notation complexe, s'écrivent :

$$E_0 = (R + jL\omega) \underline{I} - j\omega B l \underline{Z},$$

$$\underline{Z} \left((j\omega)^2 + \frac{j\omega\omega_0}{Q} + \omega_0^2 \right) = -\frac{lB}{m} \underline{I}.$$

On introduit $\underline{Z}_e = R + jL\omega$, l'impédance électrique de la bobine et on calcule le rapport $\frac{E}{I}$:

$$\underline{Z}_{(HP)} = \underline{Z}_e + \frac{B^2 l^2}{\lambda} \cdot \underbrace{\frac{\frac{1}{Q} \frac{j\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{1}{Q} \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}}_{\underline{Z}_m = \text{impédance motionnelle}}.$$