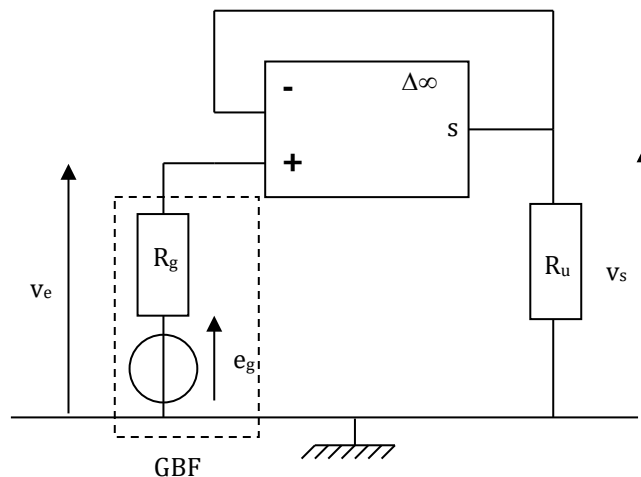


ALI en régime linéaire : Filtres

I. ETUDE DU MONTAGE SUIVEUR.

1. PRESENTATION DU MONTAGE.



Rappels :

- ✓ On utilise un GBF arbitraire d'impédance de sortie 50Ω .
- ✓ On utilise une boîte à décades de résistance en sortie (tolérance constructeur 1%)
- ✓ On visualise les tensions $V_e(t)$ et $V_s(t)$ à l'oscilloscope.

2. FONCTION PRINCIPALE DU MONTAGE.

a. ETUDE THEORIQUE.

- ✓ L'AO fonctionnant en régime linéaire et étant considéré comme idéal, on a : $V_+(t) = V_-(t)$.
 - ✓ D'après le montage, on a : $V_+(t) = V_e(t)$ et $V_-(t) = V_s(t)$
- ⇒ On a donc :

$$V_e(t) = V_s(t)$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = 1$$

Notons que la tension de sortie ne dépend pas du courant de sortie : ceci prouve que l'impédance de sortie du montage suiveur est nulle.

Notons enfin que cette relation est valable tant que :

- La tension de sortie reste inférieure à V_{sat} , en valeur absolue
- Le courant débité en sortie reste inférieur au courant maximal en sortie
- La vitesse de balayage est inférieure à la vitesse de balayage maximale (slew rate)
- La fréquence d'utilisation est dans la bande passante de l'AO

b. ETUDE PRATIQUE.

- ✓ On règle le GBF de manière à obtenir une tension sinusoïdale, de valeur maximale $e_g = 5V$ et de fréquence 500 Hz.
- ✓ On fixe R_u à $10k\Omega$.
- ✓ On visualise à l'oscilloscope les tensions d'entrée et de sortie : elles sont identiques.
- ✓ On fait varier R_u entre $10k\Omega$ et l'infini : les tensions restent identiques. Ceci prouve que l'impédance de sortie du montage suiveur est nulle : la tension de sortie est indépendante de la tension d'entrée.

3. RECHERCHE DES FRONTIERES DU DOMAINE DE LINEARITE.

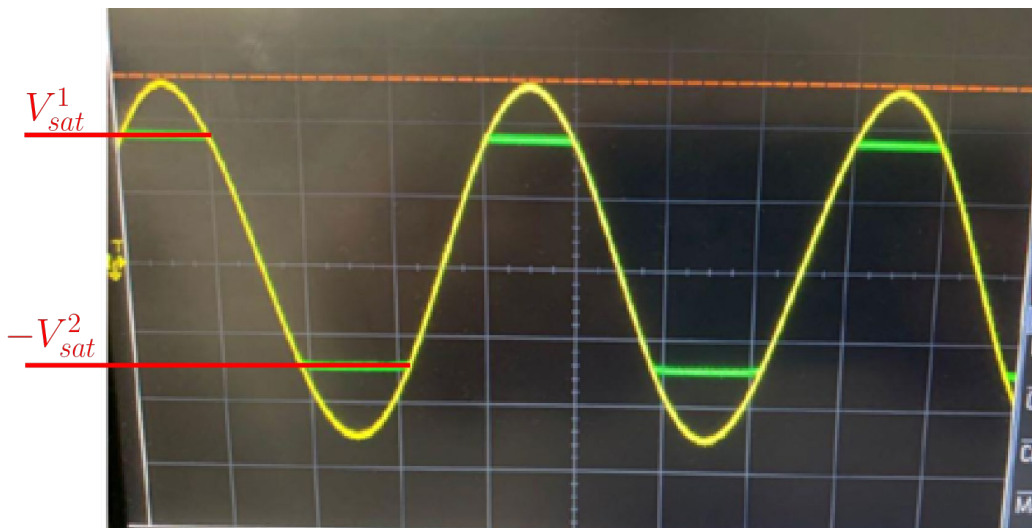
a. SATURATION DE LA TENSION DE SORTIE.

- ✓ On fixe R_u à l'infini (on débranche la résistance) et on impose à nouveau une tension d'entrée sinusoïdale de fréquence 500 Hz en augmentant progressivement e_g à partir de 5V.
- ✓ On visualise à l'oscilloscope les tensions d'entrée et de sortie : elles sont identiques tant que e_g est inférieure à une tension seuil. Au-delà de cette valeur, on observe une saturation de la tension de sortie. On a alors :

$$V_s(t) = V_{sat}$$

- ✓ On mesure la tension des paliers et on peut en déduire une valeur de V_{sat} :
 - Les alimentations de la puce n'étant pas symétriques, on n'observe pas deux paliers symétriques : on va donc déterminer un V_{sat} moyen :

$$V_{sat} = \frac{(V_{sat}^1 + V_{sat}^2)}{2}$$



- On détermine les incertitudes par encadrement à l'aide des curseurs, on en déduit :

$$V_{sat}^1 = \frac{(V_{sat,max}^1 + V_{sat,min}^1)}{2}$$

$$u_{V_{sat}}^1 = \frac{(V_{sat,max}^1 - V_{sat,min}^1)}{2\sqrt{3}}$$

$$V_{sat}^2 = \frac{(V_{sat,max}^2 + V_{sat,min}^2)}{2}$$

$$u_{V_{sat}}^2 = \frac{(V_{sat,max}^2 - V_{sat,min}^2)}{2\sqrt{3}}$$

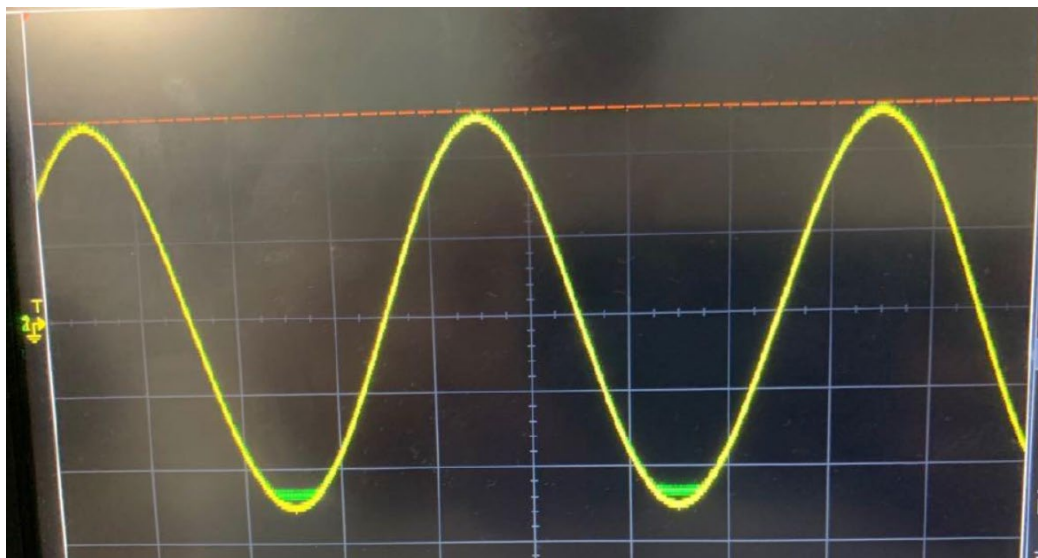
$$V_{sat} = \frac{(V_{sat}^1 + V_{sat}^2)}{2}$$

$$u_{V_{sat}} = \frac{1}{2} \sqrt{(u_{V_{sat}}^1)^2 + (u_{V_{sat}}^2)^2}$$

- ✓ On replace la tension du générateur à 5V et on diminue progressivement la résistance R_u , en partant d'une valeur de 10k Ω : retrouve le phénomène de saturation sur la sortie à partir d'une résistance limite R_o dont on détermine l'incertitude par encadrement. Cette incertitude est d'autant plus importante que le début de la saturation ne se fait pas de manière symétrique (toujours en raison des alimentations non symétriques).

$$R_{o,ex} = \frac{R_{o,max} + R_{o,min}}{2}$$

$$u_{R_{o,ex}} = \frac{R_{o,max} - R_{o,min}}{2\sqrt{3}}$$



Exemple de situation où la saturation n'apparaît pas de manière symétrique.

- ✓ La valeur de R_0 prévue dépend du courant maximal donné dans la datasheet. En considérant que l'on dispose d'un AO LM741, on trouve ce courant maximal dans la data sheet :

**LM741**

www.ti.com

SNOSC25D – MAY 1998 – REVISED OCTOBER 2015

6.5 Electrical Characteristics, LM741⁽¹⁾

PARAMETER	TEST CONDITIONS		MIN	TYP	MAX	UNIT
Input offset voltage	$R_S \leq 10\text{ k}\Omega$	$T_A = 25^\circ\text{C}$		1	5	mV
		$T_{\text{AMIN}} \leq T_A \leq T_{\text{AMAX}}$			6	mV
Input offset voltage adjustment range	$T_A = 25^\circ\text{C}, V_S = \pm 20\text{ V}$			± 15		mV
Input offset current	$T_A = 25^\circ\text{C}$			20	200	nA
	$T_{\text{AMIN}} \leq T_A \leq T_{\text{AMAX}}$			85	500	
Input bias current	$T_A = 25^\circ\text{C}$			80	500	nA
	$T_{\text{AMIN}} \leq T_A \leq T_{\text{AMAX}}$				1.5	μA
Input resistance	$T_A = 25^\circ\text{C}, V_S = \pm 20\text{ V}$		0.3	2		M Ω
Input voltage range	$T_{\text{AMIN}} \leq T_A \leq T_{\text{AMAX}}$		± 12	± 13		V
Large signal voltage gain	$V_S = \pm 15\text{ V}, V_O = \pm 10\text{ V}, R_L \geq 2\text{ k}\Omega$	$T_A = 25^\circ\text{C}$	50	200		V/mV
		$T_{\text{AMIN}} \leq T_A \leq T_{\text{AMAX}}$	25			
Output voltage swing	$V_S = \pm 15\text{ V}$	$R_L \geq 10\text{ k}\Omega$	± 12	± 14		V
		$R_L \geq 2\text{ k}\Omega$	± 10	± 12		
Output short circuit current	$T_A = 25^\circ\text{C}$			25		mA
Common-mode rejection ratio	$R_S \leq 10\text{ }\Omega, V_{\text{CM}} = \pm 12\text{ V}, T_{\text{AMIN}} \leq T_A \leq T_{\text{AMAX}}$		80	95		dB

- ✓ Sachant que la tension pour laquelle on doit observer la saturation est $e_g = 5 \text{ V}$, on en déduit :

$$R_{0,th} = \frac{e_g}{i_{max}} = 200 \Omega$$

L'incertitude sur i_{max} n'étant pas donnée, l'incertitude du $R_{0,th}$ est due à l'incertitude sur e_g (que l'on peut déterminer à l'aide de l'oscilloscope, par encadrement) :

$$\frac{u_{R_{0,th}}}{R_{0,th}} = \frac{u_{e_g}}{e_g}$$

- ✓ On peut alors proposer un Z-score pour valider la mesure de R_0 :

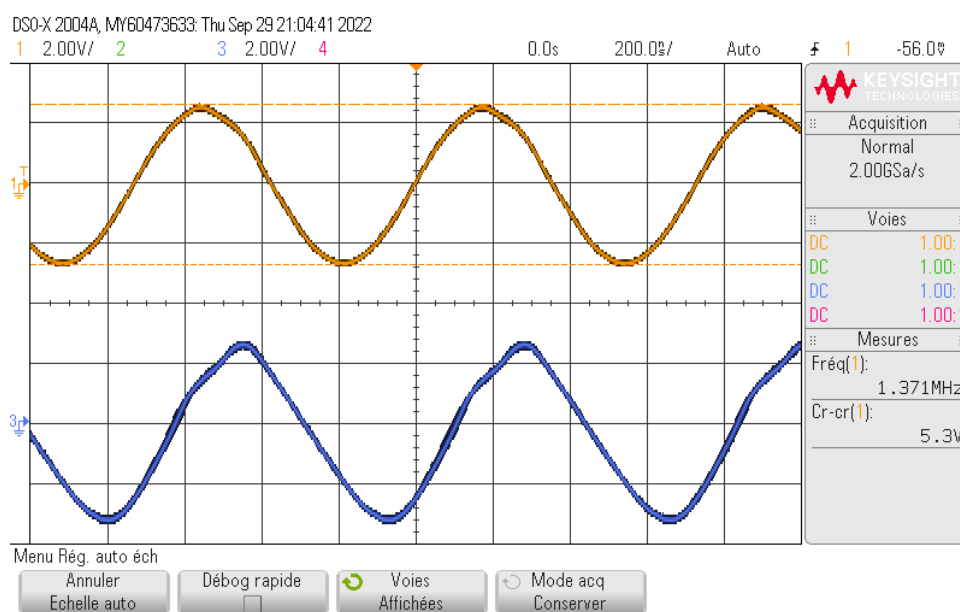
$$Z = \frac{R_{0,ex} - R_{0,th}}{\sqrt{(u_{R_{0,ex}})^2 + (u_{R_{0,th}})^2}}$$

b. VITESSE DE BALAYAGE.

SIGNAL SINUSOÏDAL

- ✓ On reprend R_u infinie et on impose en entrée une tension sinusoïdale de fréquence 500 Hz et de valeur maximale : $e_g = 5V$.
- ✓ On augmente progressivement la fréquence du générateur et on observe que le signal de sortie se triangularise à partir de :

$$f_{ex} \approx 1.4 \pm 0.3 \text{ MHz}$$



Chronogramme montrant l'apparition du Slew rate.

- ✓ En mesurant la pente des parties non linéaires, on peut déterminer σ :
 - Sachant qu'en valeur absolues les pentes ne sont pas les mêmes, on fait une valeur moyenne :

$$\sigma_{ex} = \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2}$$

- On estime les incertitudes sur les pentes et on en déduit l'incertitude type sur σ :

$$\begin{aligned} \sigma_+ &= \frac{\sigma_{+,max} + \sigma_{+,min}}{2} \\ u_{\sigma_+} &= \frac{\sigma_{+,max} - \sigma_{+,min}}{2\sqrt{3}} \\ \sigma_- &= \frac{\sigma_{-,max} + \sigma_{-,min}}{2} \\ u_{\sigma_-} &= \frac{\sigma_{-,max} - \sigma_{-,min}}{2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ex} &= \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} \\ u_{\sigma_{ex}} &= \frac{1}{2} \sqrt{(u_{\sigma_+})^2 + (u_{\sigma_-})^2} \end{aligned}$$

- Les mesures donnent :

$$\sigma = 20.0 \pm 0.1 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1}$$

- ✓ La valeur donnée par la documentation constructeur du LM741 est : $\sigma_{th} = 0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$

Transient response	Rise time	$T_A = 25^\circ\text{C}$, unity gain	0.3	μs	
	Overshoot		5%		
Slew rate		$T_A = 25^\circ\text{C}$, unity gain	0.5	$\text{V}/\mu\text{s}$	
Supply current		$T_A = 25^\circ\text{C}$	1.7	2.8	mA
Power consumption	$V_S = \pm 15 \text{ V}$	$T_A = 25^\circ\text{C}$	50	85	mW
		$T_A = T_{AMIN}$	60	100	
		$T_A = T_{AMAX}$	45	75	

- ✓ On peut de fait proposer un Z-score pour valider la mesure :

$$Z = \frac{|\sigma_{ex} - \sigma_{th}|}{u_{\sigma_{ex}}} = 195$$

La mesure ne peut pas être validée !

- ✓ La fréquence théorique pour laquelle la triangulation apparaît en régime sinusoïdal forcé est :

$$f_{th} = \frac{\sigma_{ex}}{2\pi e_g} = 0.64 \text{ MHz}$$

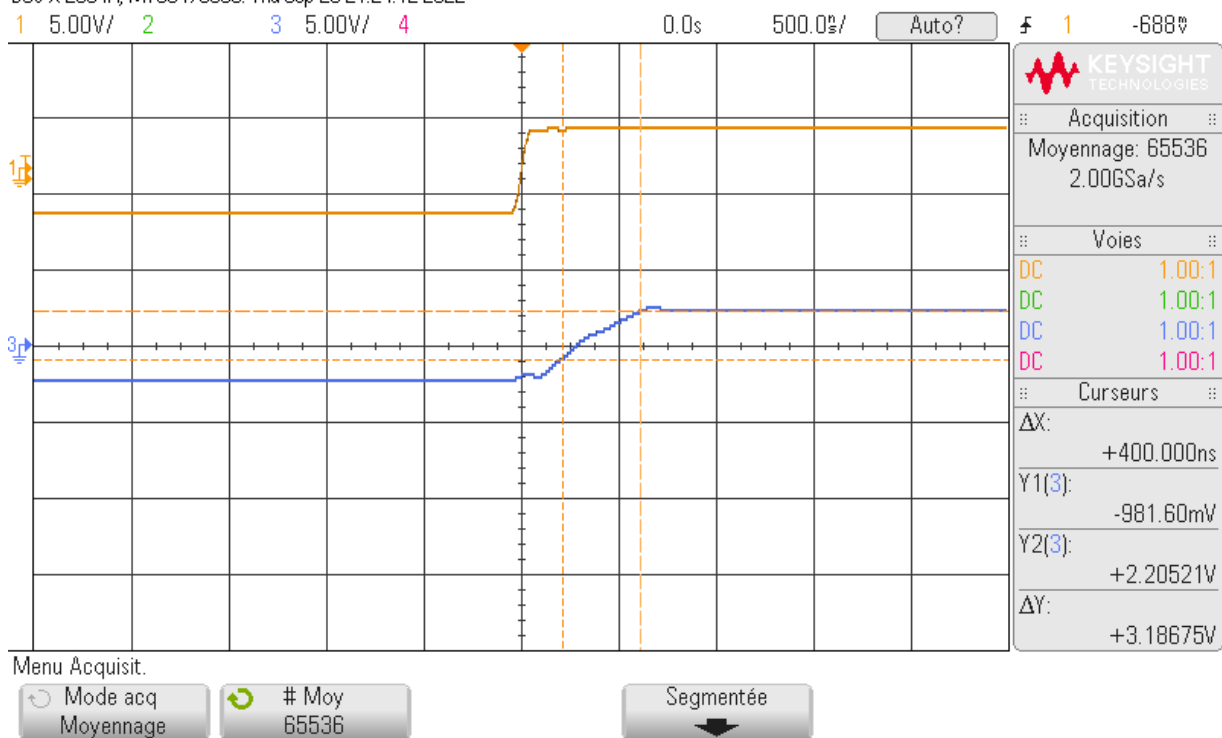
Encore une fois le Z-score n'est pas correct pour pouvoir valider la mesure :

$$Z = \frac{|f_{ex} - f_{th}|}{u_{f_{ex}}} = 2.7 > 2$$

SIGNAL CRENEAU

On refait les mêmes mesures avec un signal créneaux :

DSO-X 2004A, MY60473633: Thu Sep 29 21:24:12 2022



On trouve :

$$\sigma = 8.0 \pm 0.1 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1}$$

$$Z = \frac{|\sigma_{ex} - \sigma_{th}|}{u_{\sigma_{ex}}} = 75$$

La mesure ne peut pas être validée !

C. TENSION DE DECALAGE OU OFFSET.

- ✓ On place la tension d'entrée du générateur à 0 en branchant l'entrée non inverseuse à la masse.
- ✓ On observe la tension de sortie et mesure sa valeur moyenne. On affiche le résultat sous la forme :

$$V_{offset,ex} \pm u_{V_{offset,ex}}$$

- ✓ On compare le résultat obtenu avec la donnée constructeur (25°C) :

$$V_{offset,th} = 5 \text{ mV}$$

- ✓ On peut calculer le Z-score afin de valider la mesure :

$$Z = \frac{|V_{offset,ex} - V_{offset,th}|}{u_{V_{offset,ex}}}$$

4. MESURES DE PARAMETRES LINEAIRES.

a. REPONSE FREQUENTIELLE.

APPROCHE THEORIQUE

Pour comprendre la réponse fréquentielle du montage suiveur, on doit tenir compte de l'amplification finie de l'AO :

$$\underline{V_s} = \underline{A}(\underline{V_+} - \underline{V_-}) = \left(\frac{A_0}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_1}\right)} \right) (\underline{V_e} - \underline{V_s})$$

✓ D'où :

$$\underline{H} = \frac{A'_0}{1 + \frac{j\omega}{Q'\omega'_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega'_0}\right)^2}$$

✓ Avec :

$$\omega'_0 = \sqrt{(1 + A_0)\omega_1\omega_0} \approx \sqrt{A_0\omega_1\omega_0}$$

$$Q = \frac{\omega'_0}{\omega_1 + \omega_0} \approx \frac{\sqrt{A_0\omega_1\omega_0}}{\omega_0 + \omega_1}$$

✓ En utilisant les données constructeur, pour le LM741, on obtient :

$$A_0 = 2 \cdot 10^5 ; f_0 = 10 \text{ Hz et } f_1 \approx 100 \text{ kHz}$$

D'où :

$$\omega'_0 = \sqrt{(1 + A_0)\omega_1\omega_0} \approx \sqrt{A_0\omega_1\omega_0} = 3 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

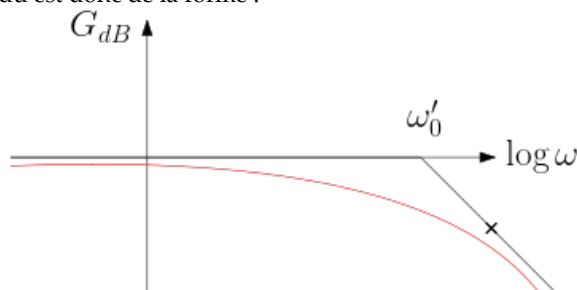
$$Q = \frac{\omega'_0}{\omega_1 + \omega_0} \approx \sqrt{\frac{A_0\omega_0}{\omega_1}} = 5$$

$$\underline{V_s} = \underline{A}(\underline{V_+} - \underline{V_-}) = \left(\frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}} \right) (\underline{V_e} - \underline{V_s})$$

$$\underline{H} = \frac{A'_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega'_0}}$$

$$\text{où : } A'_0 = \frac{A_0}{1 + A_0} \approx 1 \text{ et } \omega'_0 = \omega_0(1 + A_0) \approx 10^6 \text{ rad/s}$$

Le diagramme de Bode attendu est donc de la forme :



Tracé

POUR TRACER LE DIAGRAMME DE BODE, POINT PAR POINT, ON REALISE LE PROTOCOLE SUIVANT :

- ✓ On mesure à l'oscilloscope : la fréquence, les valeurs efficaces de $V_e(t)$ et $V_s(t)$ (Mesures automatiques) et éventuellement le déphasage entre $V_s(t)$ et $V_e(t)$ (Mesure automatique également).
- ✓ On récapitule les résultats dans un tableau de valeurs (régressi)
- ✓ On trace le diagramme de Bode pour le Gain et pour la phase.

RESULTATS :

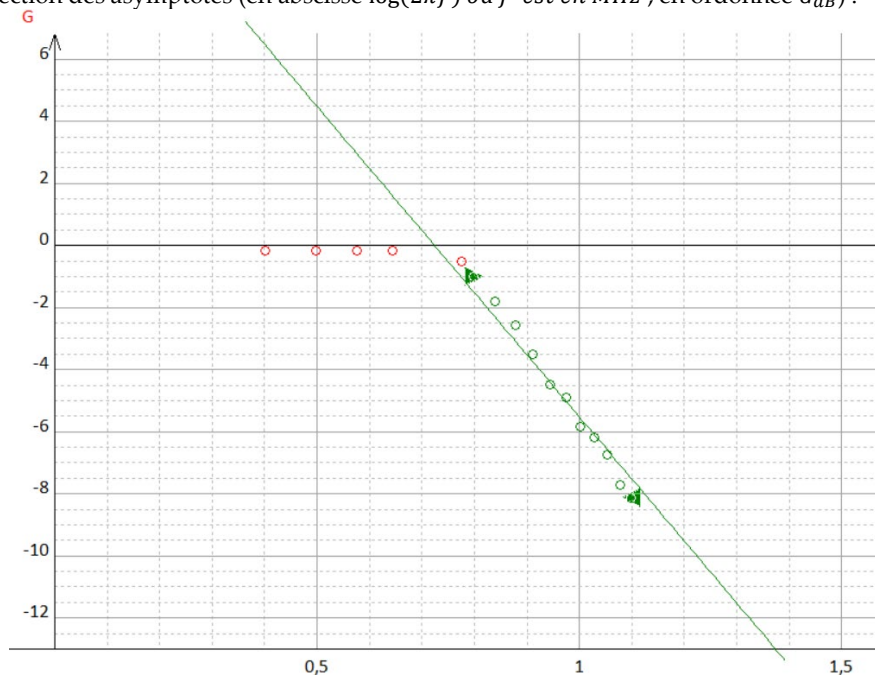
- ✓ Tableau de valeurs :

i	f	$\frac{V_s}{V_e}$	V_e	V_s	logw	G
	MHz		V	V		
0	0,4000	2,550	2,550	2,500	0,4002	-0,1720
1	0,5000	2,550	2,550	2,500	0,4971	-0,1720
2	0,6000	2,550	2,550	2,500	0,5763	-0,1720
3	0,7000	2,550	2,550	2,500	0,6433	-0,1720
4	0,9500	2,550	2,550	2,400	0,7759	-0,5266
5	1,000	2,550	2,550	2,275	0,7982	-0,9912
6	1,100	2,550	2,550	2,075	0,8396	-1,790
7	1,200	2,550	2,550	1,900	0,8774	-2,556
8	1,300	2,550	2,550	1,700	0,9121	-3,522
9	1,400	2,550	2,550	1,525	0,9443	-4,465
10	1,500	2,550	2,550	1,450	0,9743	-4,903
11	1,600	2,550	2,550	1,300	1,002	-5,852
12	1,700	2,550	2,550	1,250	1,029	-6,193
13	1,800	2,550	2,550	1,175	1,053	-6,730
14	1,900	2,550	2,550	1,050	1,077	-7,707
15	2,000	2,550	2,550	1,000	1,099	-8,131
16						

✓ Diagramme de Bode pour le Gain :

EXPLOITATION :

✓ On cherche l'intersection des asymptotes (en abscisse $\log(2\pi f)$ où f est en MHz ; en ordonnée G_{dB}) :



- La modélisation est de la forme : $G = 20 \log 2\pi f + b$.
- On fait varier le résultat de la modélisation (modification de b à l'aide des curseurs pour déterminer une incertitude par encadrement).

$$\log(2\pi \times f_1) = 0,721 \Rightarrow f_1 = 0,83 \text{ MHz}$$

$$\log(2\pi \times f_2) = 0,728 \Rightarrow f_2 = 0,85 \text{ MHz}$$

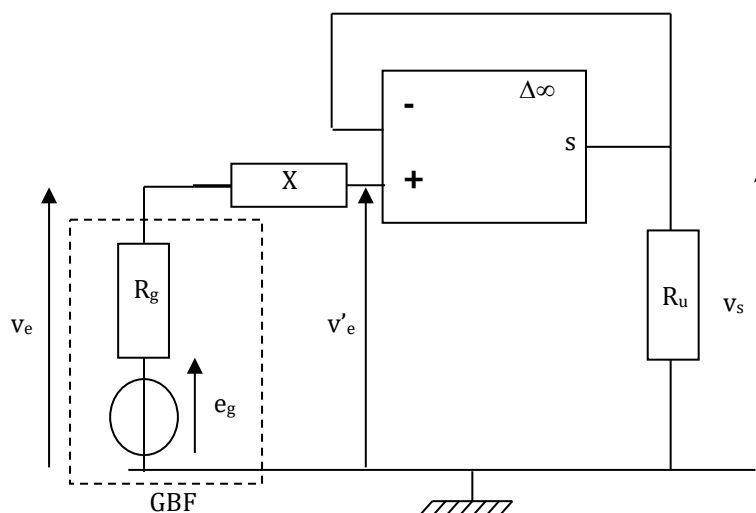
$$f_0 = \frac{f_2 - f_1}{2} = 0.84 \text{ MHz}$$

$$u_{f_0} = \frac{f_2 + f_1}{2\sqrt{3}} = 0.01 \text{ MHz}$$

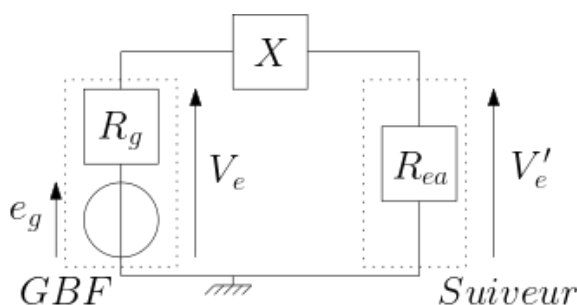
b. MESURE DE LA RESISTANCE D'ENTREE.

ETUDE THEORIQUE

- ✓ On effectue le montage ci-dessous, X étant une résistance variable (boite AOIP), R_u infinie.



- ✓ Le schéma équivalent est :



- ✓ En prenant $R_{ea} = X$, on obtient :

$$V'_e = \frac{R_{ea}}{X + R_{ea}} V_e = \frac{V_e}{2}$$

- ✓ L'incertitude sur R_{ea} est égale à l'incertitude sur X, déterminée elle par encadrement :

$$u_{R_{ea}} = u_X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2\sqrt{3}}$$

- ✓ Si l'on tient compte de la résistance d'entrée du voltmètre (ou de l'oscilloscope), on obtient :

$$V'_e = \frac{V_e}{2} \text{ pour } X = R_{ea} \parallel R_v = \frac{R_{ea} R_v}{R_{ea} + R_v}$$

- ✓ Connaissant les ordres de grandeurs de ces résistances d'entrée (du même odg), on doit tenir compte des deux résistances d'entrée :

$$X = \frac{R_{ea} R_v}{R_{ea} + R_v} \Rightarrow R_{ea} = \frac{R_v X}{R_v - X}$$

- ✓ Connaissant R_v (documentation constructeur du multimètre utilisé) et à partir de la mesure de X (et de son incertitude u_X), on peut ainsi déterminer R_{ea} et $u_{R_{ea}}$:

$$R_{ea} = \frac{R_v X}{R_v - X} \Rightarrow u_{R_{ea}} = \frac{R_v}{R_v - X} \frac{u_X}{X}$$

RESULTATS EXPERIMENTAUX

- ✓ On utilise un multimètre Amprobe : dans la documentation constructeur, la résistance d'entrée du multimètre est $10\text{ M}\Omega$ quel que soit le calibre.
- ✓ On mesure :

$$X = 1.7 \pm 0.1\text{ M}\Omega$$

- ✓ D'où :

$$R_{ea} = 2.1\text{ M}\Omega \text{ et } u_{R_{ea}} = 0.1\text{ M}\Omega$$

- ✓ Sachant que l'AO utilisé est un LM 741, on sait que la résistance d'entrée théorique est :

$$R_{ea,th} = 2\text{ M}\Omega$$

On peut alors calculer le Z-score de la mesure pour valider la mesure :

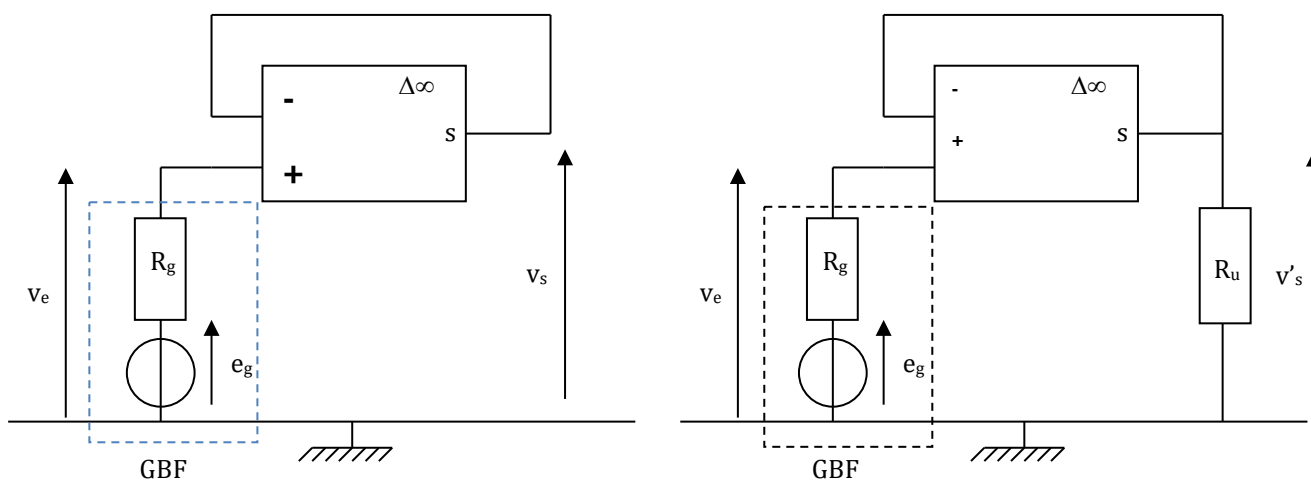
$$Z = \frac{|R_{ea} - R_{ea,th}|}{u_{R_{ea}}} = 1 < 2$$

La mesure est validée.

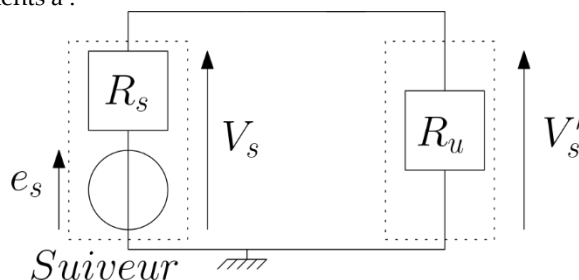
C. MESURE DE LA RESISTANCE DE SORTIE.

APPROCHE THEORIQUE

- ✓ On considère les deux montages ci-dessous, où R_u est formée de boîtes AOIP ($\times 1$, $\times 10$, 100).



- ✓ Les montages sont équivalents à :



- ✓ Dans le cas où R_u est infinie, on n'a pas de courant dans la maille et donc la tension de sortie vaut $V_s = e_s$
- ✓ Dans le cas où R_u est finie, un diviseur de tension donne :

$$V_s' = \frac{R_u}{R_u + R_s} e_s$$

- ✓ Ainsi, on mesure R_u telle que : $V_s' = V_s/2$ et on détermine son incertitude par encadrement. On en déduit R_s :

$$\begin{aligned} R_s &= R_u \\ u_{R_s} &= u_{R_u} \end{aligned}$$

RESULTATS EXPERIMENTAUX

- ✓ On mesure :

$$R_u = 8 \pm 1 \Omega$$

- ✓ On en déduit :

$$R_s = 8 \pm 1 \Omega$$

- ✓ La documentation constructeur indique que la résistance de sortie du LM741 est inférieure à 10Ω : ce critère est validé.

d. ETUDE DU CIRCUIT EN REGIMES NON SINUSOÏDAUX.

APPROCHE THEORIQUE

- ✓ Pour tenir compte des oscillations observées, il faut obligatoirement considérer que la fonction de transfert de l'AO est d'ordre 2 :

$$\underline{V_s} = \underline{A}(\underline{V_+} - \underline{V_-}) = \left(\frac{A_0}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0}\right)\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_1}\right)} \right) (\underline{V_e} - \underline{V_s})$$

- ✓ D'où l'équation différentielle vérifiée par V_s :

$$\frac{d^2 V_s}{dt^2} + \frac{\omega_0'}{Q} \frac{dV_s}{dt} + \omega_0'^2 V_s = \frac{A_0}{1 + A_0} \omega_0'^2 V_e \approx \omega_0'^2 V_e$$

Avec :

$$\omega_0' = \sqrt{(1 + A_0)\omega_1\omega_0} \approx \sqrt{A_0\omega_1\omega_0}$$

$$Q = \frac{\omega_0'}{\omega_1 + \omega_0} \approx \frac{\sqrt{A_0\omega_1\omega_0}}{\omega_0 + \omega_1}$$

- ✓ En utilisant les données constructeur, pour le LM741, on obtient :

$$A_0 = 2 \cdot 10^5 ; f_0 = 10 \text{ Hz et } f_1 \approx 100 \text{ kHz}$$

D'où :

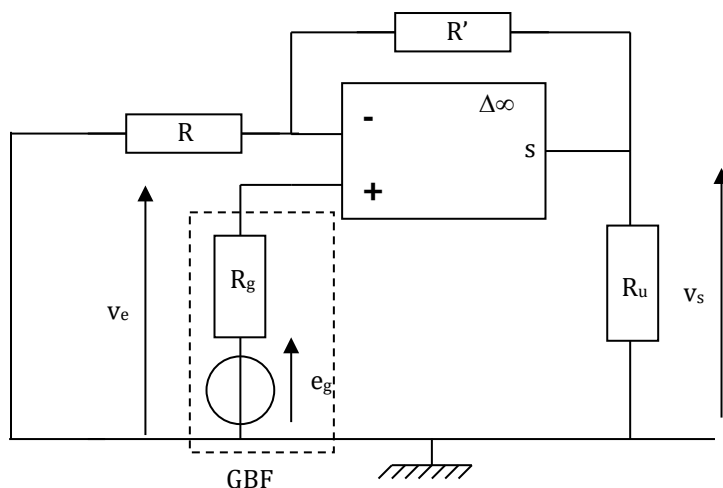
$$\omega_0' = \sqrt{(1 + A_0)\omega_1\omega_0} \approx \sqrt{A_0\omega_1\omega_0} = 3 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

$$Q = \frac{\omega_0'}{\omega_1 + \omega_0} \approx \sqrt{\frac{A_0\omega_0}{\omega_1}} = 5$$

- ✓ Ainsi pour observer les oscillations, il faut que la fréquence de travail soit assez élevée (une fraction de f_0') tout en veillant à ce que l'amplitude reste modérée afin que la triangulation n'apparaisse pas.

II. MONTAGE NON-INVERSEUR.

- ✓ On considère le montage suivant (R_u infinie) :



- ✓ On peut écrire :

$$\underline{V_-} = \frac{\left(\frac{0}{R} + \frac{V_s}{R'}\right)}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}} = \frac{R}{R + R'} V_s$$

$$\underline{V_+} = \underline{V_e}$$

L'AO étant idéal et fonctionnant en régime linéaire, on a $\underline{V_-} = \underline{V_+}$, d'où :

$$\underline{H} = \frac{V_s}{V_e} = 1 + \frac{R'}{R}$$

- ✓ Pour interpréter le diagramme de Bode, il faut tenir compte de la bande passante de l'ALI :

$$\underline{V_s} = \underline{A}(\underline{V_+} - \underline{V_-}) = \left(\frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}\right) \left(V_e - \frac{R}{R + R'} V_s\right)$$

- ✓ On en déduit :

$$\underline{H} = \frac{A'_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega'_0}}$$

Avec :

$$A'_0 = \frac{A_0}{1 + A_0 \left(\frac{R}{R + R'}\right)} \approx 1 + \frac{R'}{R}$$

$$\omega'_0 = \omega_0 \left(1 + A_0 \left(\frac{R}{R + R'}\right)\right) \approx \omega_0 A_0 \left(\frac{R}{R + R'}\right)$$

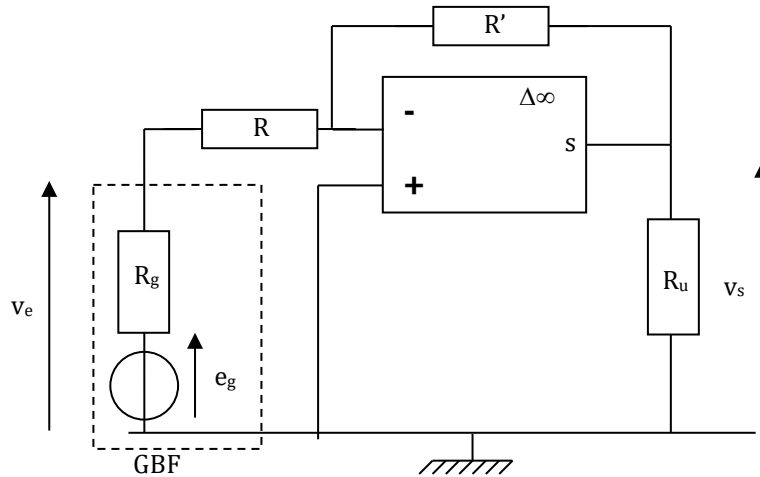
Les données constructeurs, ainsi que les valeurs de R et R' , permettent de déterminer ω'_0 et A'_0 :

$$R = 1 \text{ k}\Omega ; R' = 2 \text{ k}\Omega ; A_0 = 2.10^5 ; f_0 = 10 \text{ Hz}$$

$$A'_0 = 3 ; f'_0 = 0.67 \text{ MHz}$$

III. MONTAGE INVERSEUR.

- ✓ Effectuer le montage ci-dessous (R_u infinie) :



- ✓ On peut écrire :

$$\underline{V_-} = \frac{\left(\frac{V_e}{R} + \frac{V_s}{R'}\right)}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}} = \frac{R'V_e + R V_s}{R + R'}$$

$$\underline{V_-} = V_e$$

L'AO étant idéal et fonctionnant en régime linéaire, on a $\underline{V_-} = \underline{V_+} = 0$, d'où :

$$\underline{H} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = -\frac{R'}{R}$$

- ✓ Pour interpréter le diagramme de Bode, il faut tenir compte de la bande passante de l'ALI :

$$\underline{V_s} = \underline{A}(\underline{V_+} - \underline{V_-}) = \left(\frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}\right)(-\underline{V_-})$$

Avec encore :

$$\underline{V_s} = -\left(\frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}\right) \frac{R'V_e + R V_s}{R + R'}$$

On en déduit :

$$\underline{H} = \frac{A'_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega'_0}}$$

Avec :

$$A'_0 = -\frac{A_0 \left(\frac{R'}{R + R'}\right)}{1 + A_0 \left(\frac{R}{R + R'}\right)} \approx -\frac{R'}{R}$$

$$\omega'_0 = \omega_0 \left(1 + A_0 \left(\frac{R}{R + R'}\right)\right) \approx \omega_0 A_0 \left(\frac{R}{R + R'}\right)$$

Les données constructeurs, ainsi que les valeurs de R et R' , permettent de déterminer ω'_0 et A'_0 :

$$R = 1 \text{ k}\Omega ; R' = 2 \text{ k}\Omega ; A_0 = 2.10^5 ; f_0 = 10 \text{ Hz}$$

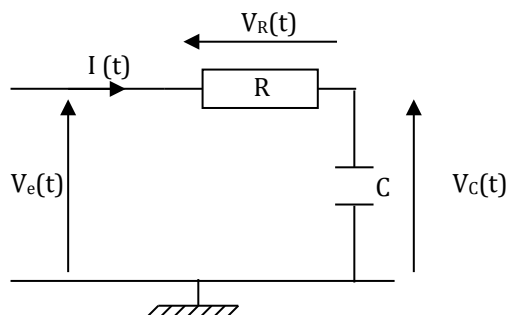
$$A'_0 = -2 ; f'_0 = 0.67 \text{ MHz}$$

- ✓ Tracer le diagramme de Bode du gain du filtre sachant que l'ALI seul se comporte comme un filtre passe bas du premier ordre.

IV. PRINCIPE DU MONTAGE INTEGRATEUR

1. PRINCIPE

- ✓ On considère le montage suivant :



- ✓ La loi des mailles donne :

$$V_e(t) = V_R(t) + V_c(t) \approx V_R(t) = Ri = RC \frac{dV_c}{dt}$$

D'où :

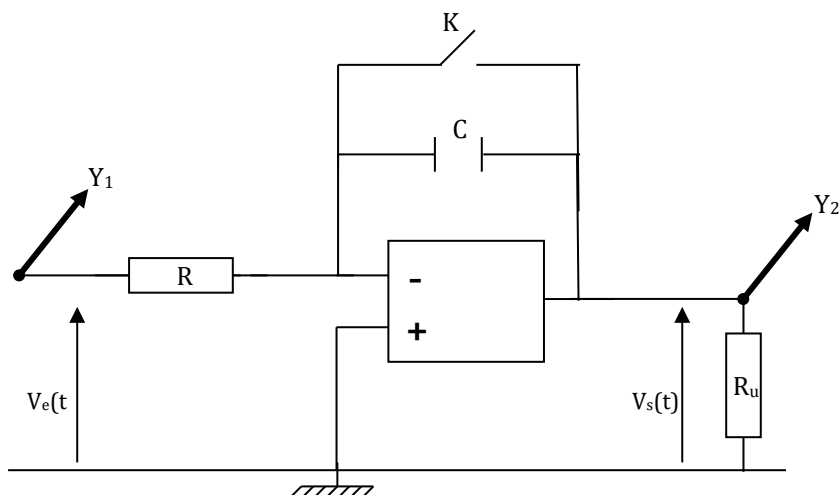
$$V_c(t) - V_c(0) = \frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t) dt$$

- ✓ Notons que la fonction de transfert du montage s'exprime comme suit :

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \approx \frac{1}{jRC\omega} \text{ si } RC\omega \gg 1 \Leftrightarrow RC \gg T$$

2. MONTAGE A UN AO NE FONCTIONNANT PAS...

a. SCHEMA ET PRINCIPE



- ✓ On considère le montage suivant, avec : R boîte AOIP $\times 10^4 \Omega$, $C = 1 \mu F$ et $R_u = 5 k\Omega$
- ✓ On repère un montage inverseur, la fonction de transfert du montage est donc :

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{1}{jRC\omega}$$

D'où :

$$\frac{dV_s}{dt} = -\frac{1}{RC}V_e(t)$$

Soit :

$$V_s(t) - V_s(0) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t) dt$$

L'interrupteur K permet de réaliser une remise à zéro de $V_s(t)$; si on ouvre K à $t = 0$, alors $V_s(0) = 0$ V et donc $V_s(t)$ est proportionnelle à $\int_0^t V_e(t) dt$.

En réalité ce montage ne fonctionne pas correctement car l'intégrateur intègre les dérivées (courant de polarisation et off-set) et la tension de sortie évolue rapidement jusqu'à saturation ($\pm V_{sat}$).

b. OBSERVATION DE LA FONCTION REALISEE

- ✓ On réalise le montage ci-dessus où $V_e(t)$ est une tension sinusoïdale fournie par un GBF de la forme : $V_e(t) = E\sqrt{2} \cos(2\pi\nu t)$ où E est de l'ordre de quelques volts et ν est de l'ordre de 500 Hz. On veille à minimiser la composante continue du signal d'entrée $V_e(t)$ afin de limiter les dérivées et donc la saturation.
- ✓ En négligeant l'intégration des dérivées, on obtient :

$$V_s(t) - V_s(0) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t) dt = \left(\frac{-E}{2\pi\nu RC}\right) \sqrt{2} \sin(2\pi\nu t) = \left(\frac{E}{2\pi\nu RC}\right) \sqrt{2} \cos(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2})$$

Soit, en considérant qu'à $t = 0$, V_s est nulle :

$$V_s(t) = \left(\frac{E}{2\pi\nu RC}\right) \sqrt{2} \cos(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2})$$

- ✓ Protocole :
 - On observe le signal $V_s(t)$ sur la voie Y_2 .
 - On décharge la capacité C à l'aide de K puis on l'ouvre de nouveau.
 - On observe pendant un temps très court le signal $V_s(t)$ qui disparaît ensuite de l'écran.
 - En changeant le calibre de Y_2 , on remarque la saturation de l'AO.
- ✓ Conclusion : ce montage ne fonctionne pas, la tension de sortie arrivant à saturation à cause des dérivées.

3. MONTAGE PRATIQUE A UN AO

a. PRINCIPE

On place une résistance R' en parallèle avec la capacité C afin qu'elle se décharge lentement dans R' , ce qui permet d'éviter la saturation de l'AO.

b. CHOIX DE LA RESISTANCE R'

- ✓ Etude qualitative : Si R' est très grande, le condensateur se décharge trop lentement et on atteint la saturation de l'AO. Si R' est trop faible, le système ne fonctionne plus en intégrateur.
- ✓ Fonction de transfert :

On a toujours un inverseur :

$$\underline{H} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = -\frac{\underline{Z}}{R} \text{ où } \underline{Z} = \frac{R'}{1 + jR'C\omega}$$

$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = -\frac{R'}{R} \cdot \frac{1}{1 + jR'C\omega}$$

- ✓ On retrouve les deux items précédents :
 - Si $R'C\omega \ll 1$: on n'a plus d'intégrateur mais un simple inverseur.
 - Si $R'C\omega \gg 1$: on a un intégrateur non corrigé.

c. OBSERVATION DE LA FONCTION REALISEE

- ✓ On ajoute au montage étudié au paragraphe 2 la résistance $R' = 100 \text{ k}\Omega$ et on observe $V_s(t)$ à l'oscilloscope.

REGIME SINUSOÏDAL

- ✓ Pour une fréquence de 1kHz , on vérifie que le montage fonctionne correctement en intégrateur : signal de même fréquence, déphasé de $\pi/2$.

CRENEAU

- ✓ Pour $V_e(t)$ signal créneau $(-E, E)$, on a :
 - $0 < t < T/2$: $V_e = E$ et $V_s(t) = V_s(0) - \frac{E}{RC}t = -\frac{E}{RC}t$
 - $\frac{T}{2} < t < T$: $V_e = -E$ et $V_s(t) = V_s(T/2) + \frac{E}{RC}\left(t - \frac{T}{2}\right) = \frac{E}{RC}(t - T)$

En considérant que la tension $V_s(t)$ est continue (tension aux bornes de C) et qu'elle est nulle à $t = 0$.

TRIANGLE

- ✓ Pour $V_e(t)$ signal triangle $(-E, E)$, on a :
 - $-T/2 < t < T/2$: $V_e = \frac{2E}{T}t$ et $V_s(t) = V_s(0) - \frac{E}{RC}t^2 = -\frac{E}{RC}t^2$, avec : $V_s(T/2) = -\frac{ET}{4RC}$
 - $\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{2}$: $V_e = E - \frac{2E}{T}\left(t - \frac{T}{2}\right) = 2E - \frac{2E}{T}t$ et :

$$V_s(t) = V_s(T/2) - \frac{2E}{RC}\left(t - \frac{T}{2}\right) + \frac{E}{RC}T\left(t^2 - \left(\frac{T}{2}\right)^2\right) = -\frac{2E}{RC}t + \frac{ET}{RC} + \frac{E}{RC}t^2$$

$V_s(t)$ est bien constitué d'arc de paraboles.

d. ETUDE DU DOMAINE D'UTILISATION EN REGIME SINUSOÏDAL

✓ Fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{R'}{R} \cdot \frac{1}{1 + jR'C\omega} = \frac{H_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_1}}$$

Où :

$$H_0 = \frac{R'}{R} > 1$$

$$\omega_1 = \frac{1}{R'C} < \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

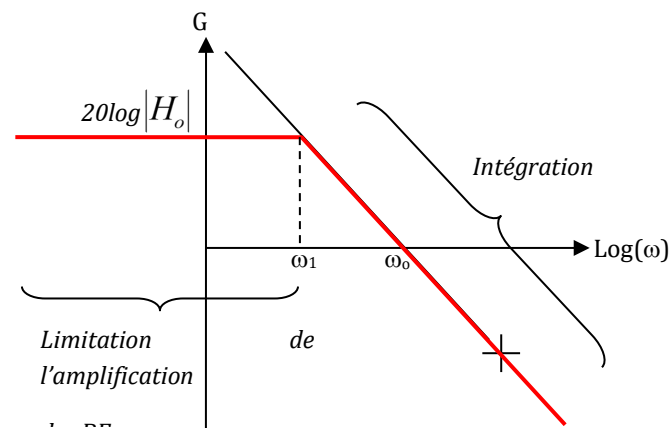
✓ Asymptote BF :

$$\underline{H} = H_0 \Rightarrow G_{dB} = 20 \log H_0 > 1$$

✓ Asymptote HF :

$$\underline{H} = \frac{H_0 \omega_1}{j\omega} = \frac{\omega_0}{j\omega} \Rightarrow G_{dB} = -20 \log \frac{\omega}{\omega_0}$$

✓ Diagramme de Bode :



✓ Le domaine d'utilisation du montage est donc pour :

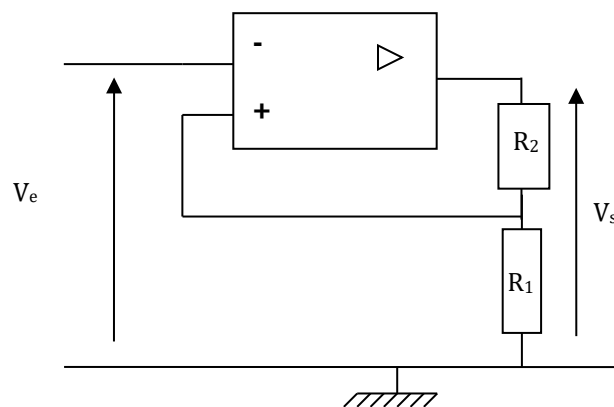
$$\omega > \omega_1$$

L'ALI EN REGIME NON LINEAIRE : LES MULTIVIBRATEURS

COMPAREUR A HYSTERESIS.

- ✓ Il s'agit d'étudier le fonctionnement d'un comparateur à hystérésis en choisissant des valeurs appropriées pour les résistances R_1 et R_2 et de déterminer expérimentalement la valeur de V_0 et la comparer à la valeur prévue par la théorie.

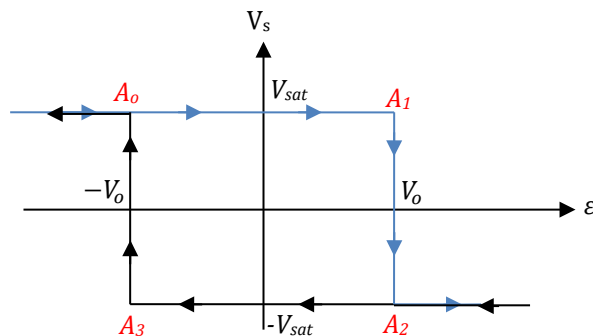
APPROCHE THEORIQUE



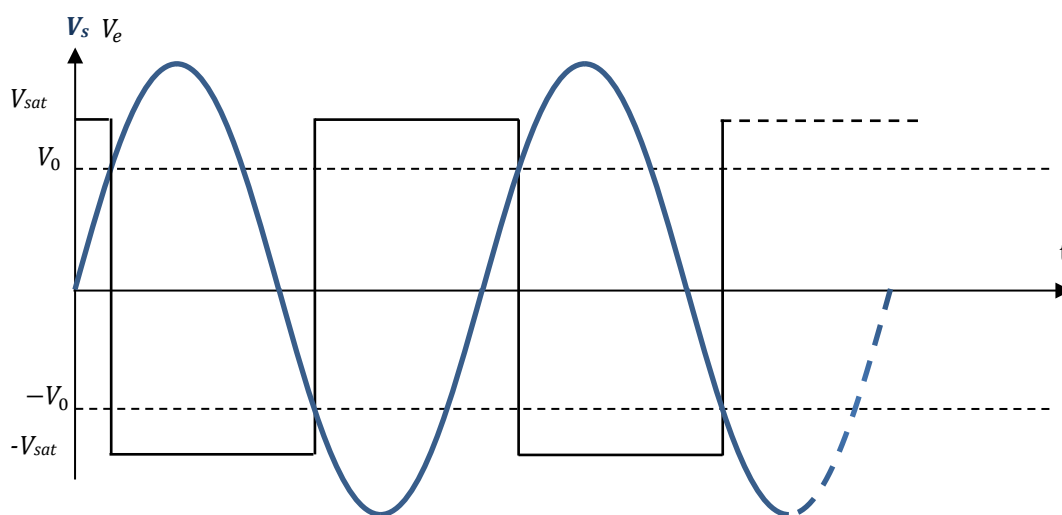
L'AO fonctionnant en régime non linéaire, on a : $V_s = \pm V_{sat}$ suivant la valeur de $\varepsilon = V_+ - V_-$

Le diviseur de tension en V_+ donne : $V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s = \pm V_0$

- Supposons que $V_s = V_{sat}$ alors $V_+ = V_0$
 $\Rightarrow$ Ceci est vrai tant que $V_+ > V_-$ et donc tant que $V_e < V_0$
 $\Rightarrow$ Si l'on part de l'état $V_s = V_{sat}$ avec $V_e < V_0$ et que l'on augmente V_e alors la tension V_s restera égale à V_{sat} tant que V_e n'aura pas atteint V_0 . Lorsque V_e atteint V_0 (point A_1), V_s passe de V_{sat} à $-V_{sat}$: c'est la commutation (passage de A_1 à A_2).
- Supposons maintenant que $V_s = -V_{sat}$ alors $V_+ = -V_0$
 $\Rightarrow$ Ceci est vrai tant que $V_+ < V_-$ et donc tant que $V_e > -V_0$
 $\Rightarrow$ Si l'on part de l'état $V_s = -V_{sat}$ avec $V_e > -V_0$ et que l'on diminue V_e alors la tension V_s restera égale à $-V_{sat}$ tant que V_e n'aura pas atteint $-V_0$. Lorsque V_e atteint $-V_0$ (point A_3), V_s passe de $-V_{sat}$ à V_{sat} : c'est la commutation (passage de A_3 à A_0).



Exemple : dans le cas où $V_e(t) = E \sin \omega t$ on obtient :



RESULTATS EXPERIMENTAUX

- ✓ On prend :

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega \pm 1 \Omega$$

$$R_2 = 6 \text{ k}\Omega \pm 6 \Omega$$

(Les incertitudes sont déterminées à partir la tolérance constructeur)

- ✓ On détermine V_{sat} grâce aux curseurs et pas encadrement :

$$V_{sat}^1 = \frac{(V_{sat,max}^1 + V_{sat,min}^1)}{2}$$

$$u_{V_{sat}}^1 = \frac{(V_{sat,max}^1 - V_{sat,min}^1)}{2\sqrt{3}}$$

$$V_{sat}^2 = \frac{(V_{sat,max}^2 + V_{sat,min}^2)}{2}$$

$$u_{V_{sat}}^2 = \frac{(V_{sat,max}^2 - V_{sat,min}^2)}{2\sqrt{3}}$$

$$V_{sat} = \frac{(V_{sat}^1 + V_{sat}^2)}{2}$$

$$u_{V_{sat}} = \frac{1}{2} \sqrt{(u_{V_{sat}}^1)^2 + (u_{V_{sat}}^2)^2}$$

On trouve :

$$V_{sat} = 13,5 \text{ V} \pm 0,1 \text{ V}$$

- ✓ La valeur attendue pour V_0 est donc :

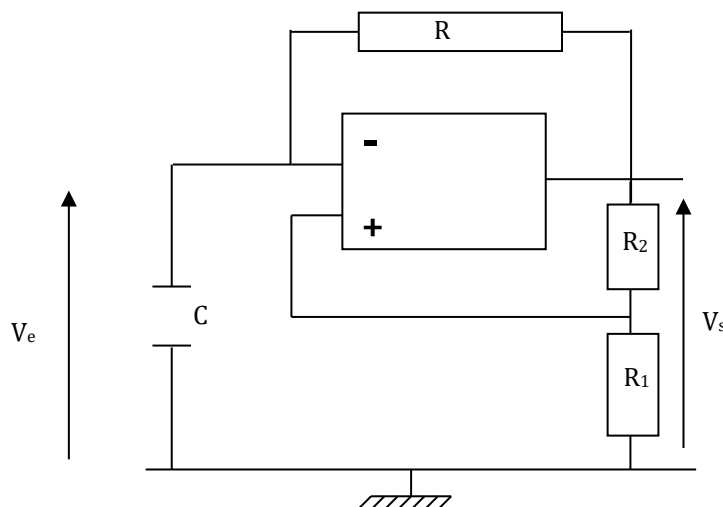
$$V_{0.th} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} = 2.25 \text{ V}$$

$$\frac{u_{V_{0.th}}}{V_{0.th}} = \sqrt{\left(\frac{u_{V_{sat}}}{V_{sat}}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \left(\frac{u_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \left(\frac{u_{R_2}}{R_2}\right)^2}$$



DOCUMENT 2 : MULTIVIBRATEUR ASTABLE A 1 ALI

1. MONTAGE.



2. FONCTIONNEMENT.

On repère tout de suite la présence d'un intégrateur (circuit RC) et d'un comparateur à hystérésis dans le montage.

INTEGRATEUR

Le courant d'entrée dans l'ALI idéal étant nul, on a un circuit RC série.

⇒ L'équation différentielle vérifiée par $V_e(t)$ (tension aux bornes du condensateur, variant donc de manière continue) est :

$$\frac{dV_e}{dt} + \frac{1}{\tau} V_e = \frac{1}{\tau} V_s$$

⇒ Lorsque $V_s = +V_{sat}$, le condensateur se charge sous une tension totale $+V_{sat}$ et quand $V_s = -V_{sat}$, le condensateur se décharge sous une tension totale $-V_{sat}$.

COMPARATEUR A HYSTERESIS.

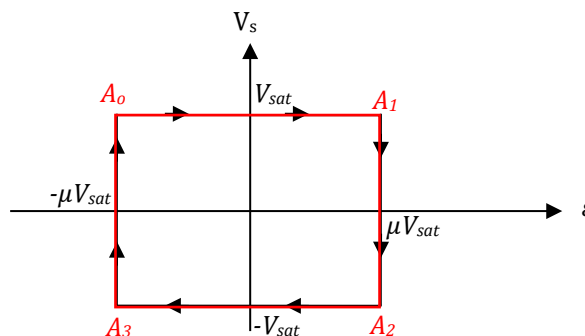
On note $\mu = \frac{V_o}{V_{sat}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Le montage évoluant de manière périodique, le point de fonctionnement, dans la caractéristique de transfert ($V_s, \varepsilon = V_+ - V_-$) évolue périodiquement entre les points A_0, A_1, A_2, A_3 .

Les commutations ont lieu entre les points $(A_1; A_2)$ et $(A_3; A_0)$

Entre A_0 et A_1 , $V_s = +V_{sat}$, le condensateur se charge et donc la tension $V_- = V_e$ augmente jusqu'à atteindre μV_{sat} , on a alors commutation.

Entre A_2 et A_3 , $V_s = -V_{sat}$, le condensateur se décharge et donc la tension $V_- = V_e$ diminue jusqu'à atteindre $-\mu V_{sat}$, on a alors commutation.



Les temps de réponse des intégrateurs étant identiques, on obtiendra des signaux de rapport cyclique égal à 1/2

FONCTIONNEMENT

Supposons qu'à $t = 0$, le système commute de A_3 vers A_0 (le temps de commutation étant négligeable devant la période, on suppose qu'à $t = 0^-$ le point de fonctionnement est en A_3 et à $t = 0^+$ le point de fonctionnement est en A_0)

⇒ A $t = \frac{T^-}{2}$ le point de fonctionnement est en A_1 ; à $t = \frac{T^+}{2}$ le fonctionnement est en A_2 et à $t = T^-$ le point de fonctionnement est en A_3 .

Notons qu'à $t = 0^-$, on a : $V_s(0^-) = -V_{sat}$ et $V_e(0^-) = -\mu V_{sat}$

Et qu'à $t = \frac{T^-}{2}$, on a : $V_s\left(\frac{T^-}{2}\right) = +V_{sat}$ et $V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat}$

- Évolution pour $t \in \left[0, \frac{T}{2}\right]$

$$V_s = +V_{sat} \text{ et donc : } \frac{dV_e}{dt} + \frac{1}{\tau} V_e = \frac{1}{\tau} V_{sat}$$

Sachant que $V_e(0^+) = V_e(0^-) = -\mu V_{sat}$, on en déduit : $V_e(t) = V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp -\frac{t}{\tau}\right)$

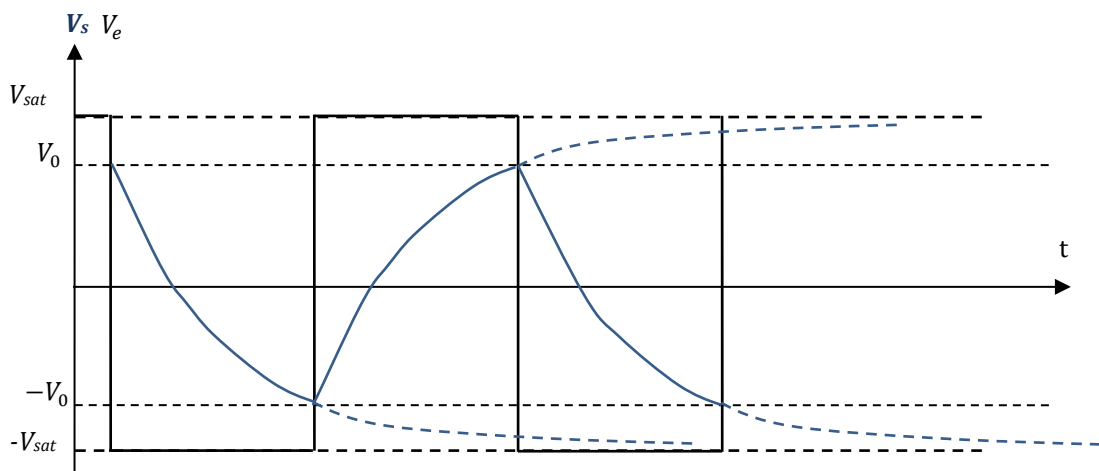
Sachant que $V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat}$, on en déduit la relation : $V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat} = V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau}\right)$

- Évolution pour $t \in \left[\frac{T}{2}, T\right]$

$$V_s = -V_{sat} \text{ et donc : } \frac{dV_e}{dt} + \frac{1}{\tau} V_e = -\frac{1}{\tau} V_{sat}$$

Sachant que $V_e\left(\frac{T^+}{2}\right) = V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat}$, on en déduit : $V_e(t) = -V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp \left(-\frac{t - \frac{T}{2}}{\tau}\right)\right)$

Sachant que $V_e(T^-) = -\mu V_{sat}$, on en déduit la relation : $V_e(T^-) = -\mu V_{sat} = -V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau}\right)$



PERIODE :

Les deux résultats ::

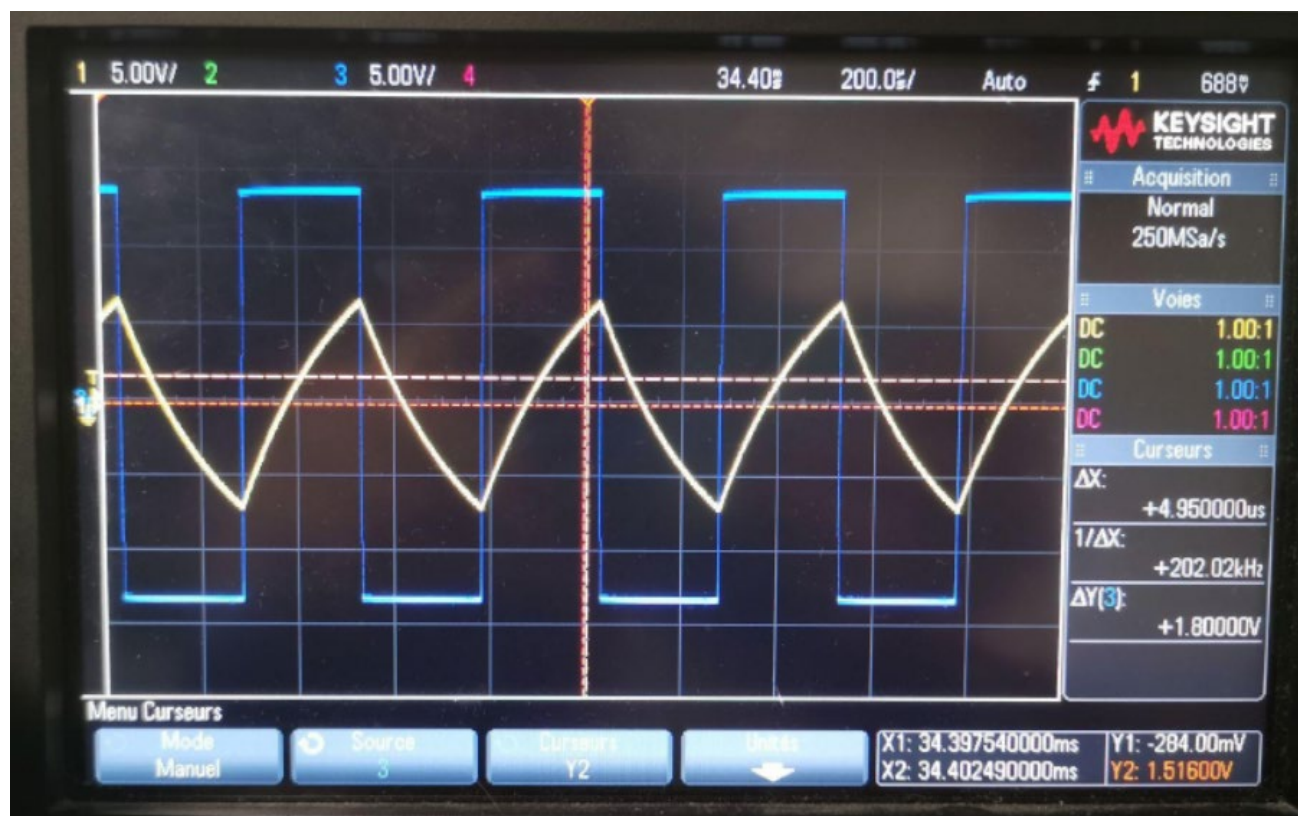
$$V_e\left(\frac{T^-}{2}\right) = +\mu V_{sat} = V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau}\right)$$

et :

$$V_e(T^-) = -\mu V_{sat} = -V_{sat} \left(1 - (1 + \mu) \exp -\frac{T}{2\tau}\right)$$

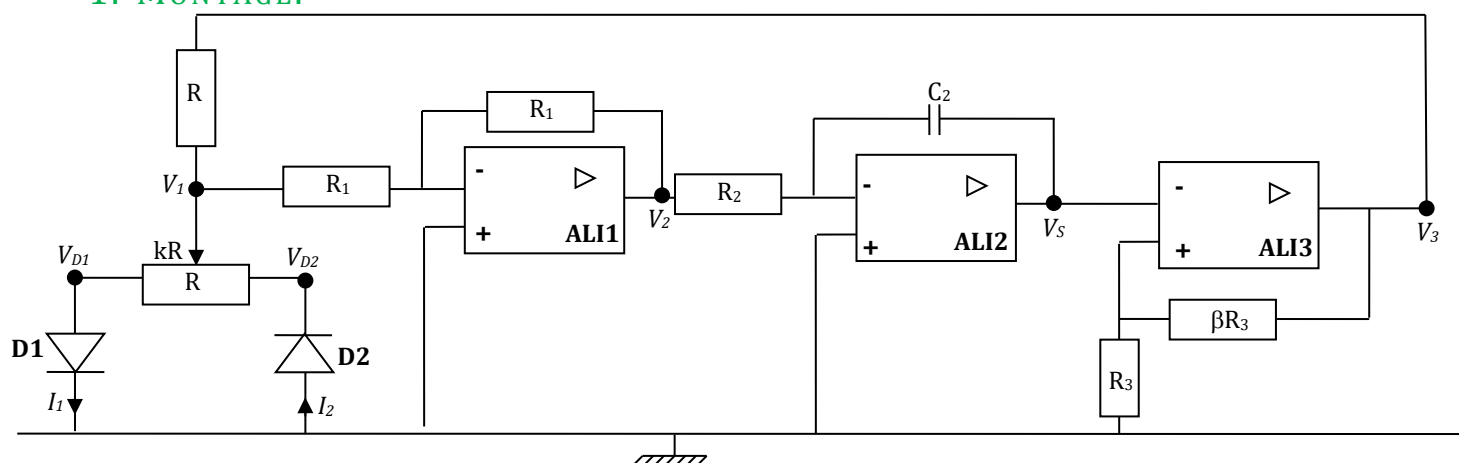
correspondent à la même relation permettant de trouver T :

$$T = 2RC \ln \frac{1 + \mu}{1 - \mu}$$



MULTIVIBRATEUR A 3 ALI ET DIODES.

1. MONTAGE.



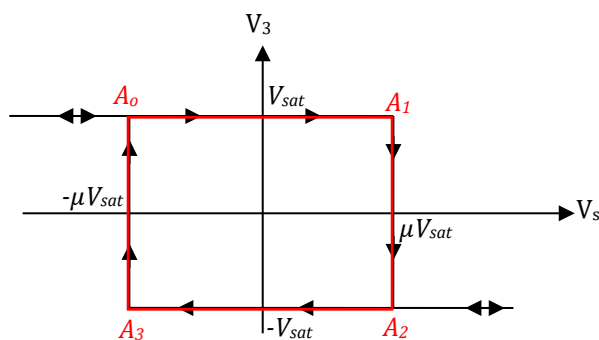
2. FONCTIONNEMENT

FONCTIONNEMENT DES ALI

ALI1 : Montage inverseur $\Rightarrow V_2 = -V_1$

ALI2 : Montage intégrateur $\Rightarrow \frac{dV_s}{dt} = -\frac{V_2}{R_2 C_2}$ soit $V_s(t) = V_s(0^+) - \frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t V_2(t) dt$

ALI3 : Comparateur à hystérésis $\Rightarrow V_s = V_{3+} = \frac{V_3}{\beta + 1} = \mu V_3$ où $V_3 = \pm V_{sat}$



MONTAGE A DIODE :

Supposons la diode D_1 passante ($i_1 > 0$, $V_{D1} = 0$)

$\Rightarrow V_1 = kRi_1$ avec $i_1 > 0$ et donc $\Rightarrow V_1 > 0$

Supposons de plus la diode D_2 passante ($i_2 > 0$, $V_{D2} = 0$)

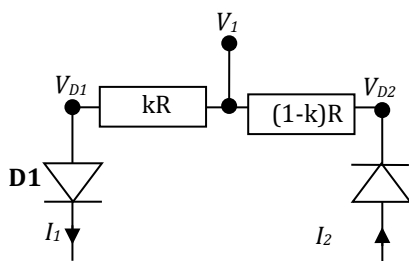
$\Rightarrow V_1 = -(1-k)Ri_2$ avec $i_2 > 0$ et donc : $\Rightarrow V_1 < 0$!

$\Rightarrow$ Incompatible !

Conclusion :

Si $V_1 > 0$ alors D_1 est passante et D_2 est bloquée

Si $V_1 < 0$ alors D_1 est bloquée et D_2 est passante.



ÉVOLUTION DE L'OSCILLATEUR :

Plaçons nous à $t=0^+$ en A_0 :

$$\begin{cases} V_3(0^-) = -V_{sat}; V_3(0^+) = V_{sat} \\ V_s(0^-) = V_s(0^+) = -\mu V_{sat} \\ \left(\frac{dV_s}{dt} \right) > 0 \end{cases}$$

Or $V_1 = -V_2 = R_2 C_2 \underbrace{\frac{dV_s}{dt}}_{>0} > 0 \Rightarrow D_1 \text{ est passante et } D_2 \text{ est bloquée}$

$\Rightarrow$ L'application du théorème de Millman en V_1 donne **(en choisissant $R \ll R_1$, on peut négliger le courant**

passant dans R_1) : $V_1 = \frac{\frac{0}{kR} + \frac{V_3}{R}}{\frac{1}{kR} + \frac{1}{R}} = \frac{k}{k+1} V_{sat}$

D'où : $\frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{R_2 C_2} V_1 = \frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{k}{k+1} V_{sat}$

$\Rightarrow V_s(t) = \underbrace{V_s(0^+)}_{-\mu V_{sat}} + \underbrace{\frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{k}{k+1}}_{k^+} V_{sat} t$

$\Rightarrow V_s(t) = -\mu V_{sat} + k^+ V_{sat} t$

$\Rightarrow V_s$ augmente donc jusqu'à μV_{sat} on a alors commutation (A_1)

Calculons le temps t_1 pour lequel on a commutation :

$V_s(t_1) = -\mu V_{sat} + k^+ V_{sat} t_1 = \mu V_{sat}$

$$t_1 = \frac{2\mu}{k^+} = \frac{2(k+1)}{(1+\beta)k} R_2 C_2$$

Après commutation, le point de fonctionnement de l'oscillateur est en A_2 .

On a alors : $\begin{cases} V_3(t_1^-) = V_{sat}; V_3(t_1^+) = -V_{sat} \\ V_s(t_1^-) = V_s(t_1^+) = \mu V_{sat} \\ \left(\frac{dV_s}{dt} \right) < 0 \end{cases}$

Or $V_1 = -V_2 = R_2 C_2 \underbrace{\frac{dV_s}{dt}}_{<0} < 0 \Rightarrow D_2 \text{ est passante et } D_1 \text{ est bloquée}$

$\Rightarrow$ L'application du théorème de Millman en V_1 donne **(en sachant que $R \ll R_1$, on peut négliger le courant passant dans R_1)** :

$$V_1 = \frac{\frac{0}{(1-k)R} + \frac{V_3}{R}}{\frac{1}{(1-k)R} + \frac{1}{R}} = -\frac{(1-k)}{(2-k)} V_{sat}$$

$$\text{D'où : } \frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{R_2 C_2} V_1 = -\frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{(1-k)}{(2-k)} V_{sat}$$

$$\Rightarrow V_s(t) = \underbrace{V_s(t_1^+)}_{+\mu V_{sat}} - \underbrace{\frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{(1-k)}{(2-k)}}_{k^- > 0} V_{sat} (t - t_1)$$

$$\Rightarrow V_s(t) = +\mu V_{sat} - k^- \cdot V_{sat} (t - t_1)$$

$\Rightarrow V_s$ diminue donc jusqu'à $-\mu V_{sat}$ on a alors commutation (A₃)

Calculons le temps t_2 pour lequel on a commutation :

$$V_s(t_2) = \mu V_{sat} - k^- \cdot V_{sat} (t_2 - t_1) = -\mu V_{sat}$$

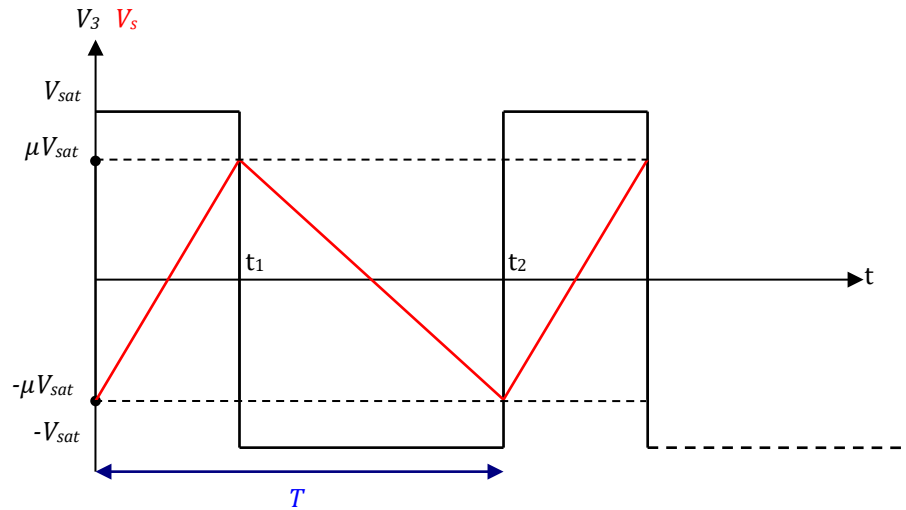
$$t_2 = t_1 + \frac{2\mu}{k^-} = \frac{2(k+1)}{(1+\beta)k} R_2 C_2 + \frac{2(2-k)}{(1+\beta)(1-k)} R_2 C_2$$

Après commutation on est à nouveau en A₀.

PERIODE DES OSCILLATIONS :

$$T = t_2 = \frac{2(k+1)}{(1+\beta)k} R_2 C_2 + \frac{2(2-k)}{(1+\beta)(1-k)} R_2 C_2$$

CHRONOGRAMMES :



Rapport cyclique :

$$\alpha = \frac{t_1}{T_2} = \frac{\frac{2(k+1)}{k}}{\frac{2(k+1)}{k} + \frac{2(2-k)}{(1-k)}} = \frac{(1-k^2)}{(1+2k-2k^2)}$$

(Pour $k=1/2$, on a $\alpha=1/2$)