

# MODELE SCALAIRE DE LA LUMIERE



*Le modèle scalaire de la lumière permet d'interpréter facilement le phénomène d'interférences*

## I. MODELE SCALAIRE DE LA LUMIERE.

### 1. LES DIFFERENTES NATURES DE LA LUMIERE.

#### a. LE MODELE CORPUSCULAIRE.

Au XX<sup>ème</sup> siècle, Einstein propose le modèle du photon pour interpréter les phénomènes tels que l'effet photoélectrique ou le rayonnement du corps noir<sup>1</sup> :

Une radiation monochromatique transporte l'énergie sous forme quantifiée : Chaque grain d'énergie, ou photon, a une énergie  $E = h\nu$  où  $\nu$  est la fréquence de la radiation monochromatique et  $h = 6,64.10^{-30}J.s$  est la constante de Planck et a une quantité de mouvement  $\vec{P} = \hbar\vec{k}$  où  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde de la radiation (vecteur de direction :  $\vec{u}$  la direction de propagation de la radiation et de norme :  $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ )

#### b. MODELE ONDULATOIRE.

- Une radiation monochromatique est une onde électromagnétique de fréquence  $\nu$ . Ce modèle permet d'interpréter les expériences comme les expériences de diffraction et d'interférences.
- La théorie scalaire de la lumière développée dans ce chapitre s'appuie sur ce modèle.

#### c. QUEL MODELE UTILISER ?

- De manière générale, on peut dire que lorsque le nombre de photons intervenant dans le phénomène étudié est faible, on doit utiliser le modèle corpusculaire.
- Inversement, lorsque le nombre de photons intervenant est important (fortes intensités), on doit utiliser le modèle ondulatoire de la lumière.

<sup>1</sup> Voir annexe et complément de cours

- Notons que si les dimensions des obstacles rencontrés par la lumière sont grandes devant la longueur d'onde  $\lambda$ , l'approximation de l'optique géométrique suffit.
- Si par contre, les dimensions des obstacles rencontrés par la lumière sont de l'ordre de grandeur de  $\lambda$ , on doit utiliser le modèle ondulatoire.

## 2. VIBRATION LUMINEUSE.

### a. DEFINITIONS.

- La lumière est une onde électromagnétique c'est-à-dire une onde constituée des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  se propageant à la vitesse  $c^2$  et vibrant dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation.
- Certaines expériences montrent que les détecteurs usuels sont sensibles au seul champ électrique :  
⇒ Il suffit d'étudier  $\vec{E}$  pour décrire la vibration lumineuse.
- Dans les différentes expériences d'interférences et de diffraction, on étudie les trajectoires des rayons lumineux (lignes de champs de  $\vec{k}$ ).  
⇒ Ces rayons lumineux sont quasiment parallèles entre eux.  
  
⇒ En un point M, les différents champs électriques correspondant à différents rayons lumineux sont donc tous contenus dans un même plan : Le plan perpendiculaire à la direction commune de propagation et passant par M.  
  
⇒ Dans ce plan, on peut donc décomposer les différents champs électriques sur des axes communs fixes.
- Si les N rayons ont la même polarisation rectiligne alors l'axe de projection est unique et **on peut se ramener à l'étude de la projection des champs  $\vec{E}$  sur cet axe.**
- Si les N rayons n'ont pas de polarisation rectiligne alors on projette les champs correspondants sur deux axes fixes perpendiculaires entre eux.  
⇒ On étudie les projections des champs dans ces deux directions.

On appelle vibration lumineuse (ou amplitude de vibration lumineuse) en un point M de l'espace à l'instant t, notée  $s(M, t)$ , la projection du champ électrique  $\vec{E}$  sur un axe fixe commun aux différents rayons lumineux passant par M.

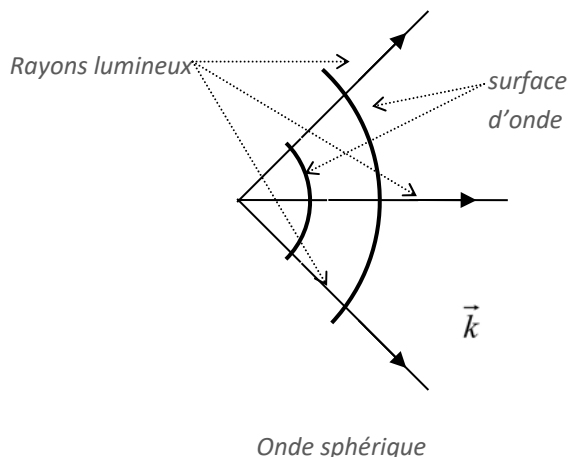
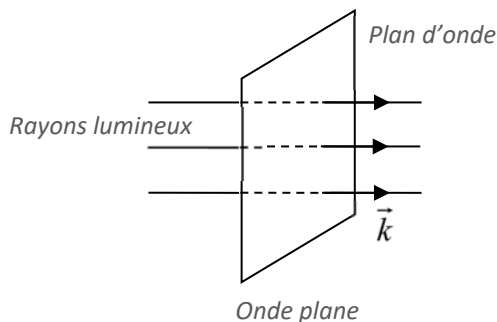
- Pour une onde polarisée elliptiquement, on associera deux grandeurs scalaires correspondant aux axes communs de projection.
- Pour une onde non polarisée, on projettera le champ  $\vec{E}$  sur un axe de référence.

### b. VIBRATION LUMINEUSE DANS LE CAS D'UNE LUMIERE MONOCHROMATIQUE.

- Les rayons lumineux sont les lignes de champ du vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Ce sont aussi les trajectoires de l'énergie :

---

<sup>2</sup> La vitesse de propagation de l'onde dans le vide est  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$  alors que dans un milieu matériel transparent elle vaut :  $V = \frac{c}{n}$



Pour une lumière monochromatique, dans le cadre de la théorie scalaire de la lumière :

$$s(\mathbf{M}, t) = A(\mathbf{M})\cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \phi_0)$$

Où :  $A(\mathbf{M})$  est l'amplitude de la vibration lumineuse,  $\phi_0$  est le retard de phase de la vibration lumineuse en O.

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} \text{ et } \vec{k} = k\vec{u} = \text{vecteur d'onde.}$$

- On introduit :  $\phi(\mathbf{M}) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0$ , le retard de phase de la vibration lumineuse en M, on a alors :

$$s(\mathbf{M}, t) = A(\mathbf{M})\cos(\omega t - \phi(\mathbf{M})) \text{ avec } \phi(\mathbf{M}) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0$$

- La fréquence  $\nu$  d'une onde électromagnétique détermine sa couleur. La longueur d'onde également, à condition de préciser le milieu de propagation (relation de dispersion) :

- Dans le vide :  $\lambda_0 = cT = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi}{k_0}$

- Dans un milieu transparent d'indice  $n$  :  $\lambda = VT = \frac{V}{f} = \frac{2\pi V}{\omega} = \frac{2\pi}{k}$  avec :  $V = \frac{c}{n}$

$$\Rightarrow \lambda = \left(\frac{cT}{n} = \frac{c}{nf} = \frac{2\pi c}{n\omega}\right) = \frac{\lambda_0}{n} \text{ et } k = \frac{2\pi}{\lambda} = nk_0$$

### C. RETARD DE PHASE $\phi(\mathbf{M})$ DANS LE CAS D'UN MILIEU TRANSPARENT HOMOGÈNE.

- Dans un milieu transparent homogène d'indice  $n$ , un rayon lumineux est déterminé par un point O quelconque et son vecteur unitaire  $\vec{u}$ . Soit un point M de ce rayon lumineux tel que  $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ .

La distance parcourue par la lumière entre O et M est donc :  $r = \vec{r} \cdot \vec{u}$ .

On a alors :  $\phi(\mathbf{M}) = k \cdot r + \phi_0$  avec  $k = nk_0$ .

$$\phi(\mathbf{M}) = nk_0 \cdot r + \phi_0 = 2\pi \frac{nr}{\lambda_0} + \phi_0$$

- Ainsi, la différence de phase entre les points O et M est :

$$\phi_{OM} = \phi(\mathbf{M}) - \phi_0 = 2\pi \frac{nr}{\lambda_0}$$

#### d. NOTION DE CHEMIN OPTIQUE.

Soit un milieu transparent caractérisé en tout point  $M(x, y, z)$  par un indice  $n(x, y, z)$ . On définit alors le chemin optique entre deux points A et B le long d'un chemin (C) par :

$$\delta_{AB} = (AB) = \int_{(C)} n(x, y, z) dl$$

- Sachant que  $V(M) = \frac{c}{n(M)}$ , on en déduit que :

$$\delta_{AB} = (AB) = \int_{(C)} \frac{c}{V(M)} dl = \int_{(C)} c dt = c \Delta t$$

Le chemin optique est donc égal à la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant le temps  $\Delta t$  qu'elle met à parcourir le chemin (C).

- Dans le cas d'un milieu **homogène**, le chemin optique s'écrit :

$$\delta_{AB} = (AB) = n \cdot AB$$

#### e. RETARD DE PHASE DANS UN MILIEU TRANSPARENT QUELCONQUE.

Soit une vibration lumineuse atteignant les points M et N. Alors le retard de phase accumulée par la vibration augmente proportionnellement avec la longueur du chemin optique  $\delta_{MN}$  :

$$\varphi_{MN} = \varphi(N) - \varphi(M) = 2\pi \frac{\delta_{MN}}{\lambda_o}$$

$$\text{avec : } \delta_{MN} = (MN) = \int_{(C)} n(x, y, z) dl$$

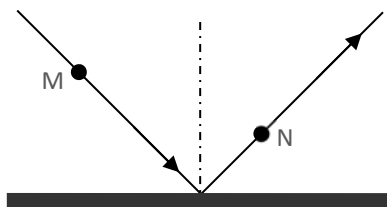
Le retard de phase entre les deux points M et N dans le milieu transparent **homogène** décrit précédemment s'écrit donc :

$$\varphi_{MN} = \varphi(N) - \varphi(M) = 2\pi \frac{(MN)}{\lambda_o} = 2\pi \frac{\delta_{MN}}{\lambda_o}$$

$$\text{avec : } \delta_{MN} = (MN) = n \cdot MN$$

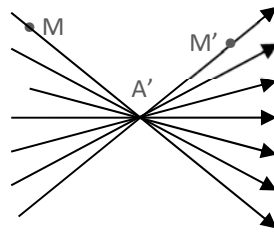
#### f. CAS PARTICULIERS.

- Lors d'une réflexion métallique, on a un déphasage supplémentaire de  $\pi$ .



$$\varphi_{MN} = \varphi(N) - \varphi(M) = 2\pi \frac{\delta_{MN}}{\lambda_o} + \pi$$

- Lors d'une réflexion dioptrique, on a également un déphasage supplémentaire de  $\pi$ .
- Lors du passage par un point de convergence, on a également un déphasage supplémentaire de  $\pi$



$$\varphi_{MM'} = \varphi(M') - \varphi(M) = 2\pi \frac{\delta_{MM'}}{\lambda_0} + \pi$$

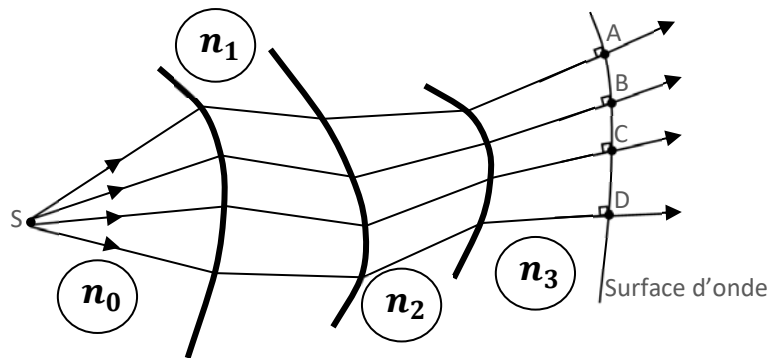
**g. SURFACES D'ONDE – THEOREME DE MALUS.**

Une surface d'onde ( $\Sigma$ ) relative à une source ponctuelle (S) est le lieu des points tels que  $(SM) = Cste$  soit :

$$\phi(M) = Cste \Rightarrow C \text{ est une surface équiphase.}$$

- Une surface d'onde est donc l'ensemble des points atteints au même instant par la lumière issue de M.

**Théorème de Malus :** Les surfaces d'ondes relatives au point source (S) sont orthogonales aux rayons lumineux issus de (S).



⇒ Sur l'exemple ci-dessus, en appliquant le théorème de Malus, on peut affirmer que  $(SA) = (SB) = (SC) = (SD)$

**CAS DES ONDES PLANES :**

- Lorsque l'onde lumineuse est une onde plane, les rayons lumineux sont des droites parallèles entre elles et, d'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde sont des plans parallèles entre eux et perpendiculaires aux rayons lumineux.

Une onde plane monochromatique se propageant dans la direction  $\vec{u}_x$  au sein d'un milieu d'indice  $n$  homogène est de la forme :

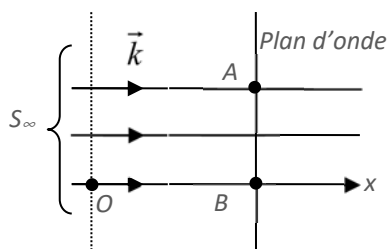
$$s(M, t) = A_o \cos(\omega t - \varphi(M)) \text{ où } \varphi(M) = \varphi_o + \vec{k} \cdot \vec{OM} = \varphi_o + \frac{k}{nk_o} \vec{u}_x \cdot \vec{OM} = \varphi_o + \frac{2\pi}{\lambda_o} nx$$

En notation complexe, on obtient :

$$\underline{s}(M, t) = A_o e^{j(\omega t - \varphi(M))} = \underline{a} e^{j\omega t} \text{ où } \underline{a} = A_o e^{-j\varphi(M)}$$

- Application : En considérant la figure ci-après, on peut déduire :

$$\varphi(A) = \varphi(B) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} (OA) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} nx$$



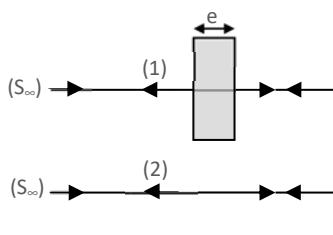
Onde plane dans un milieu homogène

**PROBLEME DE DISCONTINUITÉ D'UN FAISCEAU.**

Attention ! Le théorème de Malus n'est valable que pour des rayons lumineux provenant d'une même source et appartenant à un faisceau continu : Si deux rayons lumineux traversent des milieux différents (discontinuité) alors on ne pourra pas appliquer le théorème de Malus, même s'ils proviennent d'une même source.

**Application :**

Déterminer la différence de marche entre les deux rayons réfléchis (1) et (2) :



**CAS DES ONDES SPHERIQUES :**

- Lorsque l'onde lumineuse est une onde sphérique les rayons lumineux sont des droites concourantes en S et les surfaces d'onde sont des sphères de centre S.

Une onde sphérique divergente de centre S monochromatique se propageant dans un milieu homogène d'indice n est de la forme :

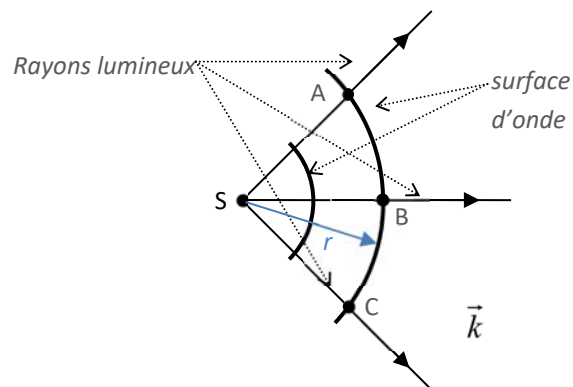
$$s(M, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - \varphi(M)) \text{ où : } \varphi(M) = \varphi_S + \frac{\vec{k} \cdot \vec{SM}}{k \cdot r} = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM) = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0} nr$$

⇒ En notation complexe, on obtient :  $\underline{s}(M, t) = \frac{A_0}{r} e^{j(\omega t - \varphi(M))} = \underline{a} e^{j\omega t}$  où :  $\underline{a} = \frac{A_0}{r} e^{-j\varphi(M)}$

- Application :

En considérant la figure ci-après, on peut déduire :

$$\varphi(A) = \varphi(B) = \varphi(C) = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SA) = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0} nr$$

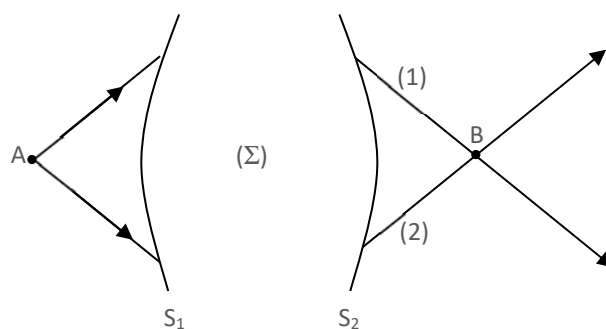


Onde sphérique dans un milieu homogène

### h. STIGMATISME.

Deux points A et B sont stigmatiques vis-à-vis d'un système optique ( $\Sigma$ ) si le chemin optique (AB) est indépendant du rayon ayant traversé le système ( $\Sigma$ ).

$\Rightarrow$  Dans l'exemple ci-dessous, on a :  $(AB)_1 = (AB)_2$



i. APPLICATIONS

Figure 1 : Une source S est placée dans le plan focal objet de la lentille. Déterminer la différence de marche entre les rayons lumineux arrivant en A et en B.

Figure 2 : Déterminer la différence de marche entre les rayons lumineux, issus de A et de B, arrivant en M

Figure 3 : Calculer la différence de chemin optique entre les rayons réfléchis après la lame.

Figure 4 : Calculer la différence de marche entre les rayons (1) et (2)

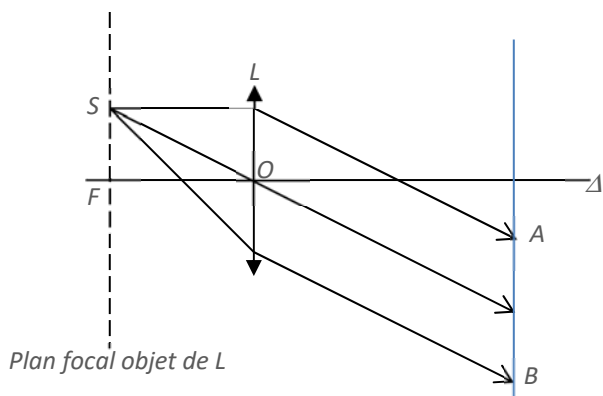


Figure 1.

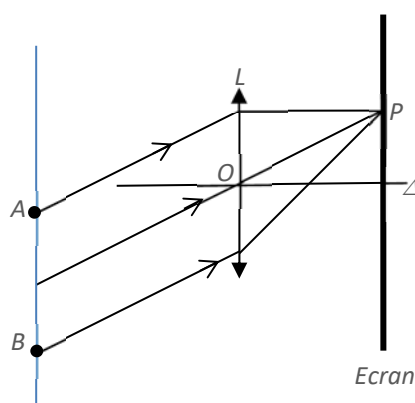


Figure 2.

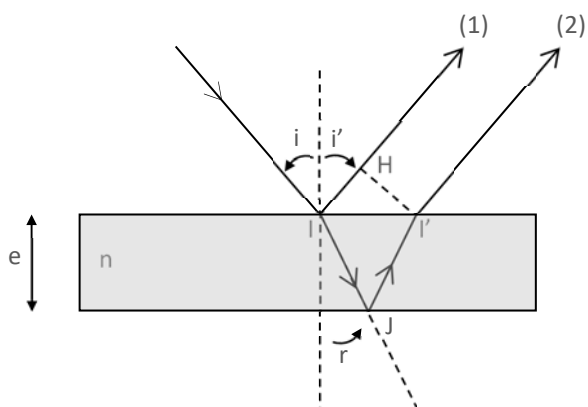


Figure 3.

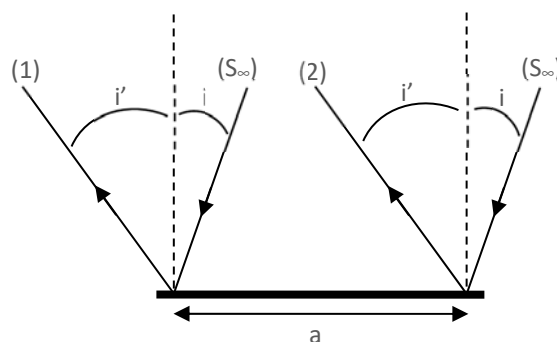


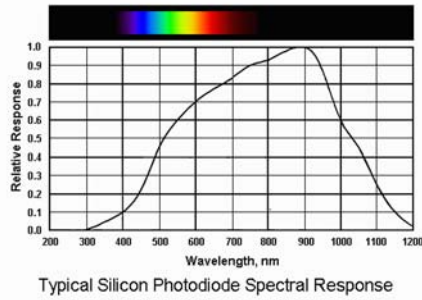
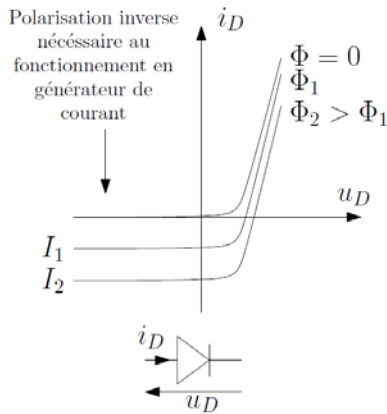
Figure 4.



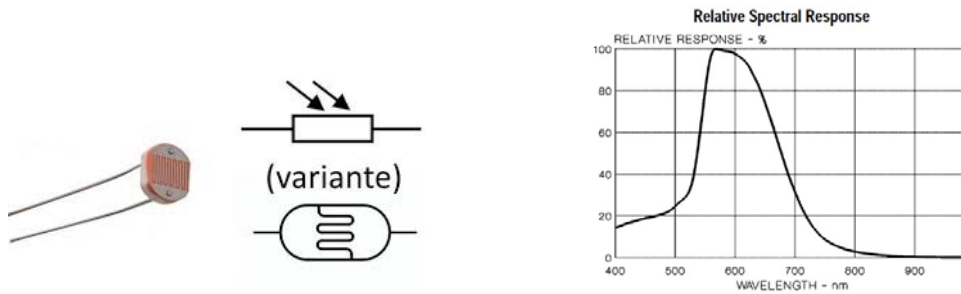
## II. NOTIONS DE PHOTOMETRIE.

### 1. LES DIFFERENTS DETECTEURS.

- **L'œil** est un récepteur dans le visible dont le temps de réponse est d'environ 0,1s, de sensibilité 4 à 5 photons pour 0,1s et de résolution 1'.
- Une **photodiode** est un récepteur dans les UV, le visible et l'infrarouge (sensibilité maximale dans l'infrarouge de l'ordre de 0,1 A/W) dont le temps de réponse est de 1μs.



- Une **photorésistance** est un récepteur dans le visible dont le temps de réponse est d'environ 0,01s et de sensibilité 100A/W.



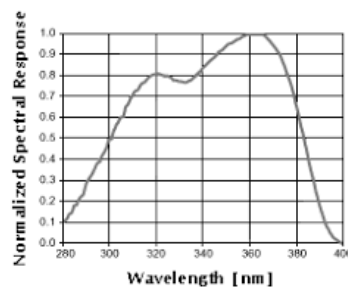
$$\log R = a + bT$$

- Une **thermopile** est un récepteur de très grande bande spectrale (utilisé cependant beaucoup dans l'infrarouge) de temps de réponse de l'ordre de la seconde et de sensibilité 1V/W.

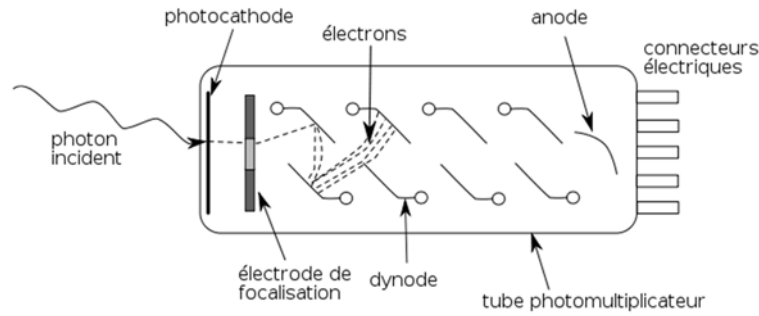
Le principe d'une thermopile est de transformer l'énergie rayonnante en force électromotrice (f.e.m.) en produisant de l'énergie électrique à l'aide de thermocouples. La f.e.m. ainsi produite est alors de la forme :

$$e = a + bT + cT^2$$

Avec a, b et c des constantes liées à la nature des deux matériaux.



- Un **photomultiplicateur** est un récepteur dans les UV, le visible et l'infrarouge dont le temps de réponse est de 1ns et de très grande sensibilité (capable de compter les photons individuellement).



⇒ Sachant que la période d'une onde lumineuse (visible) est comprise entre  $12 \cdot 10^{-16}$  et  $25 \cdot 10^{-16}$  s, on en déduit que la plupart des détecteurs ont des temps de réponse très grand devant la période de l'onde lumineuse.

## 2. DETECTION DES ONDES LUMINEUSES.

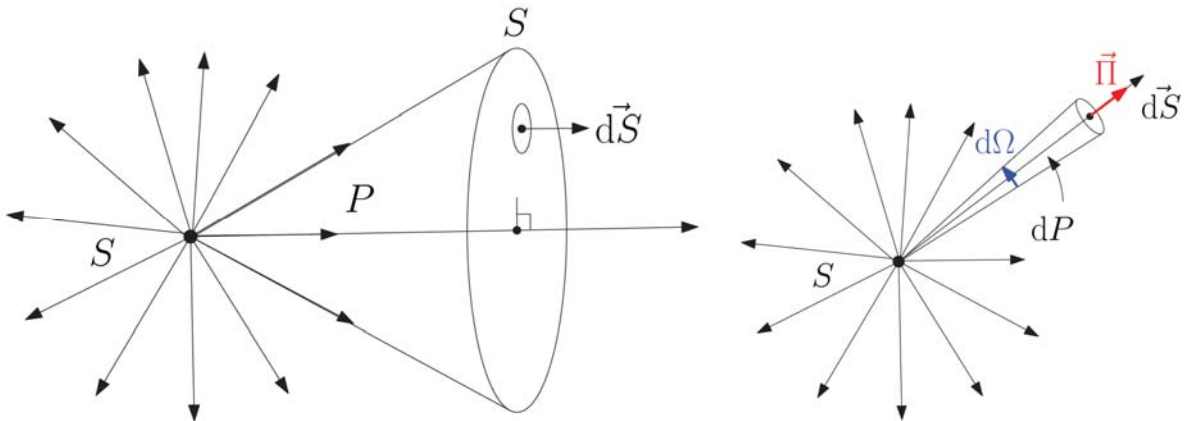
### a. APPROCHE ENERGETIQUE

Considérons une source (pas obligatoirement monochromatique) émettant des OEM dans différentes directions de l'espace. On définit :

- $P = \Phi_e =$  Puissance moyenne rayonnée par la source, appelée également le **flux énergétique**.  
Unité : Watt
- $E_e =$  valeur moyenne de la norme du vecteur de Poynting = **éclairage énergétique**<sup>3</sup>.  
Unité :  $W/m^2$
- $I_e =$  **intensité énergétique** = Puissance moyenne rayonnée dans une direction de l'espace par unité d'angle solide.  
Unité :  $W/sr$ .

Relation entre ces différentes grandeurs :

$$P = \iint_S \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S} \quad ; \quad E_e = \|\langle \vec{\Pi} \rangle\| = \frac{dP}{dS} \quad ; \quad I_e = \frac{dP}{d\Omega}$$



<sup>3</sup> En électromagnétisme, on parle d'intensité « tout court »

### b. APPROCHE PHOTOMETRIQUE : GRANDEURS LUMINEUSES.

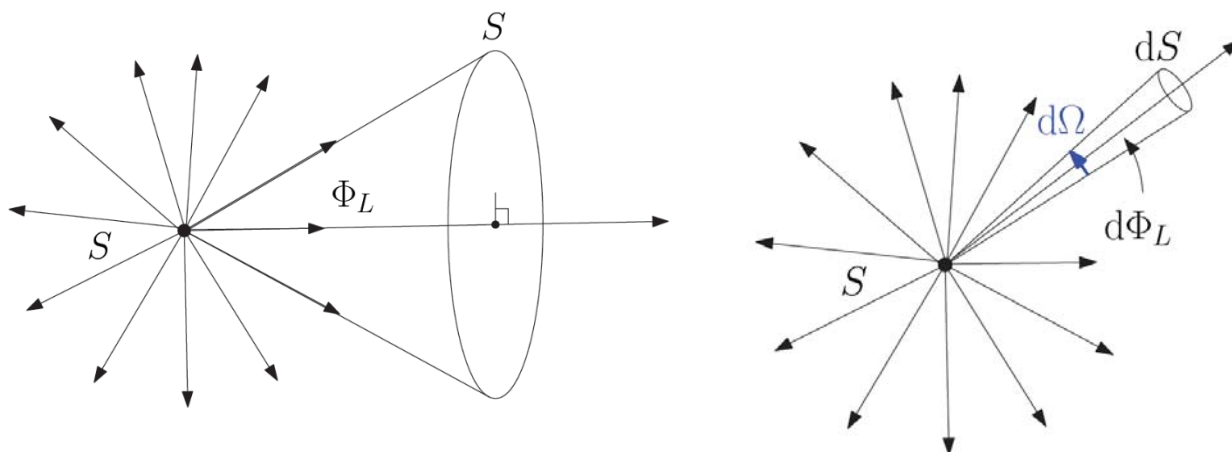
Les grandeurs lumineuses sont adaptées à la sensibilité spectrale de l'œil et tiennent compte de la répartition spectrale des sources

Considérons une source (pas obligatoirement monochromatique) émettant des OEM dans différentes direction de l'espace. On définit les grandeurs lumineuses suivantes :

- $\Phi_L = \text{flux lumineux}$   
Unité : lumen (lm)
- $E_L = \text{éclairement lumineux} = \text{flux lumineux par unité de surface}$   
Unité :  $lm/m^2$  ou Lux
- $I_L = \text{intensité lumineuse} = \text{flux lumineux par unité d'angle solide.}$   
Unité :  $lm/sr$  ou Candela (Cd)

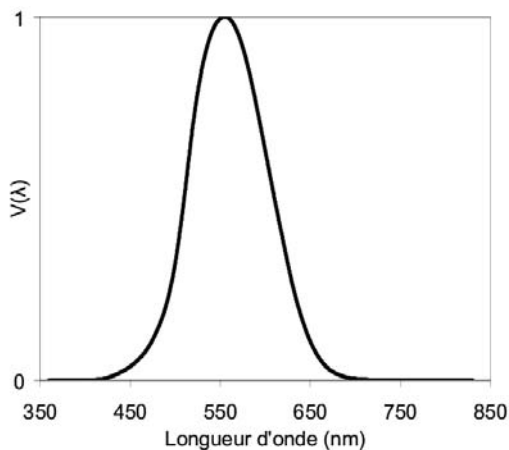
Relations entre les différentes grandeurs :

$$E_L = \frac{d\Phi_L}{dS} ; I_L = \frac{d\Phi_L}{d\Omega}$$



### c. RELATION ENTRE GRANDEURS ENERGETIQUE ET GRANDEURS LUMINEUSES

- Les grandeurs lumineuses ou photométriques, tiennent compte de la sensibilité (ou efficacité lumineuse) spectrale de l'œil  $V(\lambda)$  :



Elle est maximale et vaut 1 pour  $\lambda_{555} = 555 \text{ nm}$  (vert-jaune)

- Pour une longueur d'onde  $\lambda$  donnée la relation entre la puissance (énergétique) et le flux lumineux est :

$$\Phi_L(\lambda) = \alpha(\lambda) \times P(\lambda)$$

Où :

$$\alpha(\lambda) = K_{555} V(\lambda)$$

Avec :

$$K_{555} = 683 \text{ lm/W}$$

**A 555 nm, 1 Watt correspond donc à 683 lm**

Pour les autres longueurs d'ondes, il faut utiliser la fonction  $V$ .

- Pour une source polychromatique, la relation entre flux lumineux et puissance énergétique est :

$$\Phi_L = \int K_{555} V(\lambda) p_\lambda(\lambda) d\lambda$$

Où :

$$p_\lambda(\lambda) = \frac{dP(\lambda)}{d\lambda} \text{ est la densité spectrale de puissance (W/m)}$$

#### d. DETECTION DES ONDES LUMINEUSES.

##### APPROCHE ENERGETIQUE

- L'énergie véhiculée par l'onde électromagnétique est donnée par le vecteur de Poynting : Pour une OPDM de direction  $\vec{k}$ , on a :

$$\vec{\Pi} = \frac{\|\vec{E}\|^2 k}{\mu_0 \omega} \vec{u} = n \frac{\|\vec{E}\|^2}{\mu_0 c} \vec{u} \Rightarrow \langle \vec{\Pi} \rangle = n \frac{\langle \|\vec{E}\|^2 \rangle}{\mu_0 c} \vec{u}$$

- Sachant que les détecteurs ont des temps de réponse grands devant la période  $T$  du rayonnement, on en déduit qu'ils ne mesurent que la valeur moyenne de  $\vec{\Pi}$

⇒ Soit  $P$  la puissance reçue par le détecteur de surface  $S$ , on a alors :

$$P = \iint_S \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S} = \iint_S n \frac{\langle \|\vec{E}\|^2 \rangle}{\mu_0 c} \vec{u} \cdot d\vec{S}$$

L'éclairement énergétique reçu par le détecteur (sous incidence normale) vaut alors :

$$E_e = \alpha \cdot n \frac{\langle \|\vec{E}\|^2 \rangle}{\mu_0 c}$$

Où  $\alpha < 1$  est un coefficient tenant compte de l'efficacité du détecteur (notamment des réflexions à l'entrée du détecteur)

*Cet éclairement est souvent appelé intensité (abus de langage donc)*

##### GRANDEURS LUMINEUSES

La quasi-totalité des détecteurs, mesurent des grandeurs lumineuses et non pas énergétique : notamment l'éclairement mesuré est l'éclairement lumineux.

Sachant que :

$$E_L(\lambda) \propto E_e(\lambda)$$

On admettra que l'éclairement lumineux reçu par un détecteur est, comme l'éclairement énergétique, proportionnel à  $\langle \vec{E}^2 \rangle$  :

$$E_L = k \langle \|\vec{E}\|^2 \rangle = k \langle s^2 \rangle$$

### CONCLUSION

- Généralement, dans les calculs, ces deux éclairements sont confondus et sont aussi appelés intensité :

$$I = E = k \langle \|\vec{E}\|^2 \rangle = k \langle s^2 \rangle$$

- Attention, le calcul de  $I$  ne peut se faire qu'en notation réelle (comme pour  $\vec{I}$ ). On peut cependant travailler en notation complexe en utilisant :

$$I = k \frac{E \cdot E^*}{2} = k \frac{s \cdot s^*}{2}$$

Noter que très souvent la constante  $k$  est omise

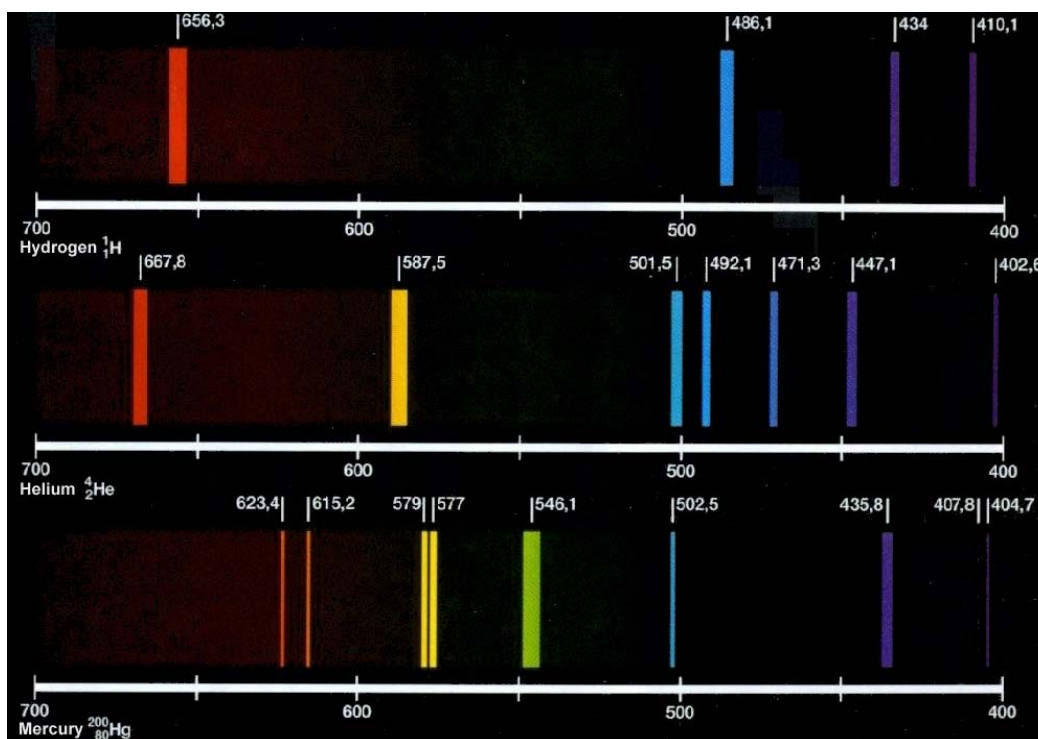
- **Exemple très important** : Pour  $s(M, t) = A_o \cos(\omega t - \varphi(M))$ , on a :

$$I = \langle s^2 \rangle = \frac{A_o^2}{2}$$

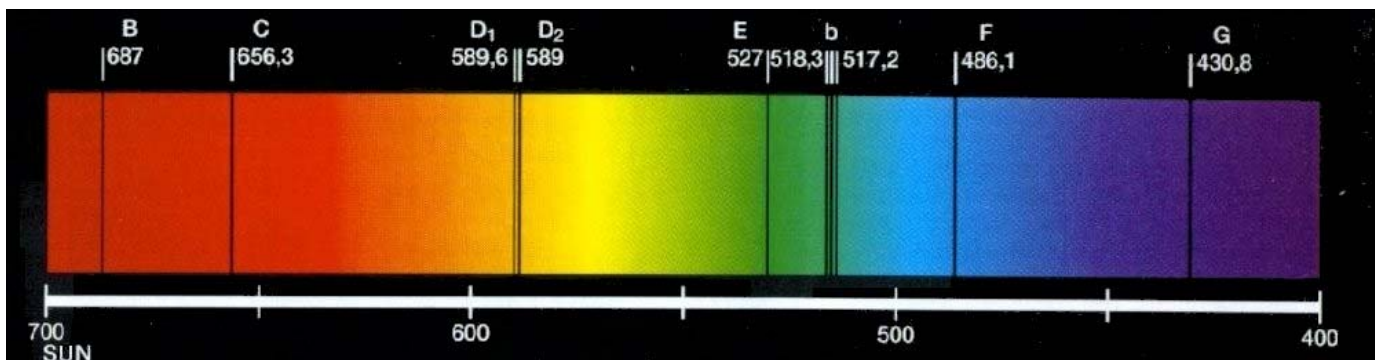
## III. LES SOURCES LUMINEUSES. NOTION DE COHERENCE.

### 1. LES DIFFERENTS TYPES DE SOURCES.

- Les mécanismes d'émission de la lumière sont d'origine microscopique : Par apport d'énergie extérieure, les atomes sont excités. En revenant à des niveaux plus stables ils émettent de la lumière.
- On peut distinguer différents types de spectres :
- ✓ Les spectres de raies (atomes isolés comme dans les lampes spectrales).



- ✓ Les spectres continus (lampes à incandescences, soleil...)



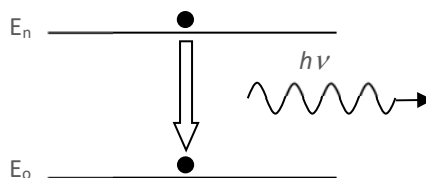
Spectre du soleil avec raies de Fraunhofer.

## 2. L'EMISSION DE LA LUMIERE PAR LES ATOMES.

- Un atome peut se trouver dans divers états d'excitation et son énergie (énergie d'excitation) alors augmenter. Ces états, classés par énergie croissante, sont en nombre discret (c'est-à-dire discontinu) à cause de la nature quantique du système atomique. Si l'atome est dans l'état de plus basse énergie, soit  $E_0$ , et que rien ne le sollicite, il y demeure. En revanche, s'il a été placé, par quelque influence extérieure, dans un des états d'énergie supérieure, soit  $E_n$ , il va spontanément revenir à l'état  $E_0$ ; l'énergie disponible, soit  $E_n - E_0$ , est alors emportée par l'émission d'un seul photon, dont la fréquence  $\nu$  est donnée par :

$$E_n - E_0 = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

où  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$  ( $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ ) est la constante de Planck et  $\lambda$  la longueur d'onde de la radiation émise.



Processus d'émission

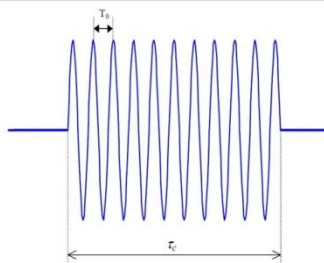
- L'émission de lumière par un corps chauffé (le filament d'une ampoule électrique, l'atmosphère du Soleil) résulte de l'agitation thermique des atomes de ce corps. Les innombrables chocs entre atomes transforment leur énergie cinétique en énergie d'excitation, peuplant les divers et nombreux niveaux  $E_n$ . Par désexcitation, ceux-ci émettent les diverses fréquences ou longueurs d'onde correspondantes. Ces longueurs d'onde sont modifiées par la vitesse de déplacement des atomes émetteurs (effet Doppler Fizeau). **L'addition de ces émissions produit alors un rayonnement continu** et non plus discret, appelé rayonnement thermique.
- Si le corps est assez chaud (quelques milliers de degrés), le rayonnement est de couleur blanche ; il est plus rougeâtre si la température est inférieure, et devient invisible à l'œil, car la rétine n'y est plus sensible, si la température décroît encore (rayonnement infrarouge ou même millimétrique, comme celui du corps noir cosmologique à 2,7 kelvins (-273 °C)).

## a. ÉMISSION SPONTANÉE: LE CONCEPT DU TRAIN D'ONDE.

ÉMISSION SPONTANÉE

- Lorsqu'un atome se trouve dans un état excité (c'est-à-dire hors de son état fondamental, de moindre énergie), il finit par se désexciter vers un état de plus basse énergie en émettant un photon. **Ce photon part a priori dans n'importe quelle direction, avec une énergie rigoureusement égale à la différence d'énergie entre l'état initial et l'état final de l'atome.** Ce phénomène, qui se produit sans cause extérieure forme ce qu'on appelle l'émission spontanée.
- Dans une assemblée d'atomes excités tous parfaitement identiques, il est rigoureusement impossible de prédire à quel instant l'émission d'un d'entre eux, désigné, va se produire : la seule prédiction précise est celle d'une probabilité d'émission ou de son inverse, le temps de vie  $t_n$  du niveau  $E_n$ . Pour un élément donné, ces temps s'étagent entre quelques dixièmes de milliardième de seconde et plusieurs heures, selon les états d'excitation  $E_n$  considérés. Le phénomène est identique pour la désintégration de particules radioactives, conduisant à l'émission de lumière (rayons  $\gamma$ ) ou de particules, à ceci près que les temps s'étagent ici entre le milliardième de seconde et plusieurs milliards d'années.

Les atomes d'une source lumineuse ordinaire émettent des impulsions de radiation d'une durée  $\tau_c$  extrêmement courte (typiquement  $\tau_c = 10^{-11}$  s). Chaque train d'onde contient typiquement quelques  $10^4$  oscillations. Chaque impulsion d'un seul atome est constituée d'un "**train d'ondes**" quasi monochromatique, polarisé rectilignement, possédant une amplitude et une phase initiale donnée. La direction de polarisation, l'amplitude et la phase initiale sont des grandeurs qui varient aléatoirement d'un train d'onde à un autre.

LARGEUR DE RAIES

- Pour des raisons diverses, vues ultérieurement, une raie d'émission présente une certaine largeur liée à la durée d'émission  $\tau_c$ .

Ce temps  $\tau_c$ , appelé temps de cohérence, correspond à la **durée du train d'onde mais aussi la durée de vie du niveau excité.**

- On appelle longueur de cohérence, la **longueur du train d'onde** :

$$l_c = c\tau_c$$

- Considérons une raie d'émission centrée sur la fréquence  $\nu_0$  et sur la longueur d'onde  $\lambda_0$ , avec :

$$c = \lambda_0\nu_0$$

- Soit  $\Delta\nu$  la largeur de raie ( $\Delta\nu \ll \nu_0$ ), la relation entre  $\Delta\nu$  et  $\tau_c$  est<sup>4</sup> :

$$\Delta\nu \cdot \tau_c \approx 1$$

- Soit  $\Delta\lambda$  la largeur de raie ( $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ ), la relation entre  $\Delta\lambda$  et  $\Delta\nu$  se détermine par méthode différentielle<sup>5</sup> :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda \Rightarrow \Delta\nu = \frac{c}{\lambda_0^2} \Delta\lambda$$

Soit :

$$l_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

### LES CAUSES D'ÉLARGISSEMENT DES RAIES SPECTRALES.

#### LARGEUR « NATURELLE » LIÉE A LA DUREE FINIE DU TRAIN D'ONDES.

- Il existe une certaine indétermination sur l'énergie de la radiation émise du fait de sa durée d'émission finie, précisée par **l'inégalité de Heisenberg** :  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ .

⇒ Ainsi, le temps de cohérence  $\tau_{c,nat} = \Delta t$  est lié à la largeur spectrale naturelle  $\Delta\nu_{nat}$  de la source :

$$\Delta\nu_{nat} \cdot \tau_{c,nat} \approx 1$$

- De même, une raie de longueur d'onde moyenne  $\lambda_0$  possède une largeur naturelle :

$$\Delta\lambda_{nat} \approx \frac{\lambda_0^2}{c \cdot \tau_c}$$

⇒ La longueur de cohérence est limitée :

$$l_{c,nat} \approx \frac{c}{\Delta\nu_{nat}} \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_{nat}}$$

#### ÉLARGISSEMENT PAR EFFET DOPPLER : ROLE DE LA VITESSE ET DONC DE LA TEMPERATURE T.

- Soit une source émettant une radiation à la fréquence  $\nu_0$  dans le référentiel où elle est au repos. Du fait du mouvement des atomes, la fréquence perçue par un observateur fixe sera modifiée en raison de l'effet Doppler, avec une largeur typiquement de :

$$\Delta\nu_{Doppler} = 2\nu_0 \left( \frac{V^*}{c} \right)$$

où  $V^*$  représente la vitesse quadratique moyenne, liée à la température T. Par exemple, pour un gaz parfait

monoatomique :  $V^* = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \Rightarrow$  L'écart en fréquence varie en  $\sqrt{T}$  :

$$\Delta\nu_{Doppler} = \frac{2\nu_0}{c} \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

<sup>4</sup> En effet  $\Delta\nu$  et  $\tau_c$  sont inversement proportionnelles. On le justifie facilement avec les inégalités d'Heisenberg dans le cas d'une largeur intrinsèque.

<sup>5</sup> Les largeurs sont des grandeurs définies positives.



$$\Delta v_{\text{Doppler}} \propto \sqrt{T}$$

- De même, l'écart en longueur d'onde dû à l'effet Doppler varie comme  $\sqrt{T}$

$$\Delta \lambda_{\text{Doppler}} = \frac{\lambda_0^2}{c} \Delta v_{\text{Doppler}} = \frac{2\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\Delta \lambda_{\text{Doppler}} \propto \sqrt{T}$$

- Enfin, la longueur de cohérence vérifie :  $l_c \approx \frac{c}{\Delta v_{\text{Doppler}}} \approx \frac{c^2}{2v_0} \sqrt{\frac{m}{3kT}}$

$$l_{c\text{Doppler}} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$$



Lampadaires : Eclairage avec des lampes au sodium basse-pression

#### ÉLARGISSEMENT PAR EFFET COLLISIONNEL : ROLE DE LA PRESSION P.

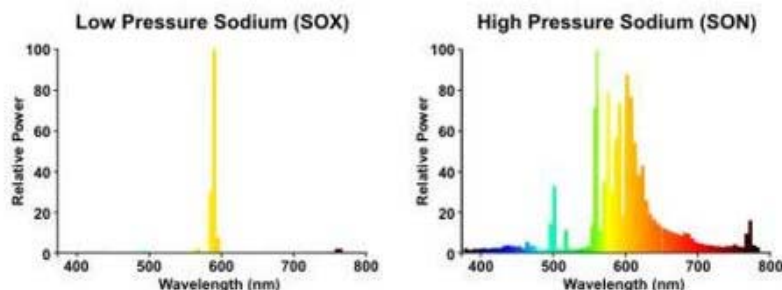
- La durée  $\tau_c$  d'un train d'ondes dépend du temps moyen entre deux collisions  $\tau$ , lui même lié à la vitesse moyenne de l'atome et à son libre parcours moyen  $\langle l \rangle$ , qui représente la distance moyenne parcourue par un atome entre deux collisions, avec  $\tau = \frac{\langle l \rangle}{\langle V \rangle}$ .
- Typiquement,  $\langle l \rangle$  varie comme  $\frac{1}{n_v}$ , où  $n_v$  est le nombre de molécules par unité de volume. Dans le cas d'un gaz parfait, on a :  $n_v = \frac{P}{kT}$ . La vitesse moyenne  $\langle V \rangle$  varie elle en  $\sqrt{T}$ .
- Ainsi, la durée  $\tau_c$  entre deux collisions varie comme  $\frac{\sqrt{T}}{P}$  :

$$\tau_{c,\text{collisions}} \propto \frac{\sqrt{T}}{P}$$

$$l_{c,\text{collisions}} \propto \frac{\sqrt{T}}{P}$$

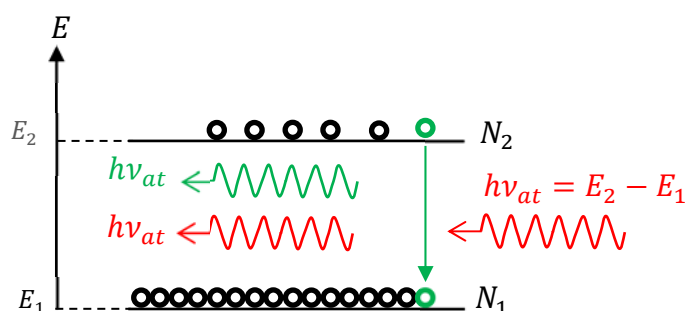
- De même, l'écart en longueur d'onde dû à l'effet collisionnel varie comme  $\frac{P}{\sqrt{T}}$  :

$$\Delta \lambda_{\text{collisions}} \propto \frac{P}{\sqrt{T}}$$



### b. ÉMISSION STIMULÉE : LES LASERS.

- Si un photon d'une énergie égale à celle des photons émis lors d'un processus d'émission spontanée rencontre un atome dans son état excité, il provoque (stimule) la désexcitation immédiate de cet atome, donc l'émission d'un autre photon. C'est sur ce phénomène d'émission stimulée de radiation, prédit par Albert Einstein en 1917, que repose le principe du laser<sup>6</sup> : Une particule (atome, ion ou molécule) excitée émet un photon grâce à la stimulation que provoque l'arrivée d'un photon de même énergie que celui qu'il pourrait potentiellement émettre. **Le 2ème photon émis lors d'un tel processus se trouve être la copie conforme du photon incident, c'est-à-dire qu'il possède exactement la même énergie, la même phase et la même direction de propagation.** L'émission stimulée agit donc comme une duplication de lumière. C'est cette exacte ressemblance entre les photons intervenant lors d'une émission stimulée qui donne la lumière laser.



- Exemples : le laser  $CO_2$  (gaz carbonique) émet un rayonnement dans l'infrarouge, à  $10,6 \mu m$  ; le laser à vapeur de cuivre émet deux rayonnements, l'un à  $510,6 nm$  (vert), l'autre à  $578,2 nm$  (jaune) ; le laser dit « YAG » produit, quant à lui, une lumière située dans le proche infrarouge, à  $1,060 \mu m$ . Le laser Hélium-Néon émet un rayonnement rouge à  $632,8 nm$ .

### c. EXEMPLES DE PROFILS SPECTRAUX.

- Soit une source lumineuse de largeur spectrale  $\Delta\nu$  (et donc de temps de cohérence  $\tau_c$  tel que  $\Delta\nu \cdot \tau_c \approx 1$ ). Cette lumière est caractérisée par son profil spectral donnant l'intensité lumineuse transportée par l'onde par intervalle de fréquence :

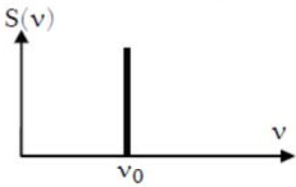
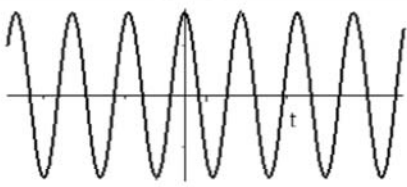
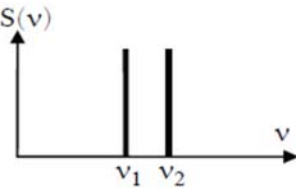

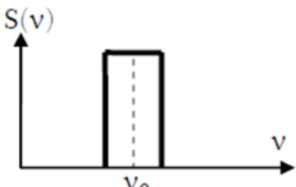
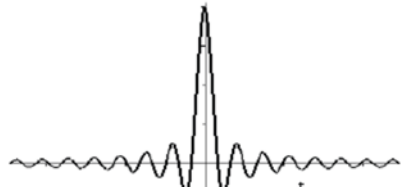
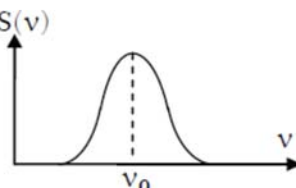
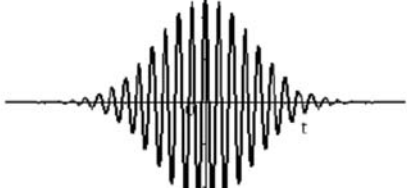
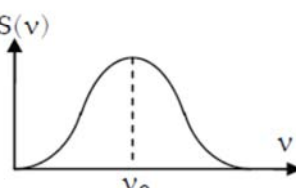
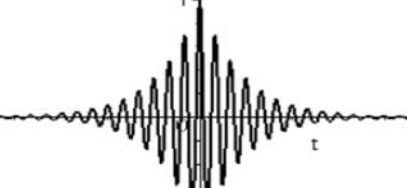
$$S(\nu) = \frac{dI_\nu(\nu)}{d\nu} \quad : \text{densité spectrale ou profil spectral}$$

<sup>6</sup> Le mot « laser » est l'acronyme anglais de *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiations*, ou « amplification de la lumière par l'émission stimulée de rayonnement ». Les premières réalisations de tels dispositifs datent du début des années 60.

- L'intensité lumineuse totale de la source est alors :

$$I = \int S(\nu) d\nu$$

- Ainsi, la largeur spectrale du profil (largeur à mi-hauteur par exemple) nous renseigne directement sur le temps  $\tau_c$  et donc la largeur de la raie d'émission.

<i>source lumineuse.</i>	<i>allure du profil spectral.</i>	<i>allure du paquet d'onde.</i>
Raie monochromatique :		
Doublet de raies de même intensité :		
Distribution rectangulaire		
Raie gaussienne (attribuée à l'effet doppler, donc rôle de T) $S(\nu) = I_0 \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\sigma^2}\right]$ .		
Raie lorentzienne (attribuée aux collisions, donc rôle de P) $S(\nu) = \frac{I_0}{1 + 4\pi^2 \tau_c^2 (\nu - \nu_0)^2}$		

### 3. COHERENCE TEMPORELLE ; COHERENCE SPATIALE.

#### a. CAS D'UNE LUMIERE "NATURELLE" EMISE PAR UNE SOURCE ETENDUE.

Les différents atomes constituant la source émettent une succession ininterrompue de trains d'onde de durée  $\tau$  ne possédant entre eux aucune relation ni de phase, ni d'amplitude, ni de direction de polarisation. Cette absence de corrélation dans les directions de polarisation des différents trains d'onde explique que la lumière naturelle est non polarisée.

- Chaque composante du vecteur électrique  $\vec{E}$  de l'onde résultante peut s'écrire sous la forme scalaire :

$$s(M, t) = A \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_{ai}(t))$$

où l'amplitude  $A$  peut être considérée comme constante à cause du très grand nombre d'atomes émetteurs, et où  $\phi_{al}(t)$  est une fonction aléatoire du temps. A cause de la présence de cette fonction  $\phi_{al}(t)$  aléatoire du temps, la source est dite temporellement incohérente.

Le temps de cohérence  $\tau_c$  temporelle est la durée moyenne des trains d'onde.

$l_c = c \cdot \tau_c$  la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant  $\tau_c$ .  $l_c$  est donc la longueur de cohérence temporelle. Notons que plus une source est monochromatique plus sa longueur de cohérence est grande.

- Un autre problème vient de l'étendue spatiale de la source : les trains d'onde provenant de points différents de la source n'ont pas tous le même vecteur d'onde  $\vec{k}$  on dit que la source présente un défaut de cohérence spatiale.

## b. CAS D'UNE LUMIERE "LASER".

La lumière laser possède une **grande cohérence temporelle** (conséquence directe du processus de l'émission stimulée). On peut ainsi atteindre  $l_c$  de l'ordre du mètre.

Conséquence : la lumière laser présente une très bonne **monochromaticité**.

- Un faisceau laser présente de plus une très bonne **directivité**, assurant à la lumière laser une bonne cohérence spatiale.
- La lumière émise par un laser peut, avec une très bonne approximation, être représentée par une O.P.P.M. (Onde Progressive Plane Monochromatique), polarisée ou non suivant le type de laser utilisé.

## c. INCOHERENCE D'UNE SOURCE LUMINEUSE PONCTUELLE.

- La source est de dimensions faibles à l'échelle macroscopique mais grande à l'échelle microscopique : Ces dimensions définissent l'échelle mésoscopique. Prenons par exemple un filament de quelques millimètres : il peut être considéré comme ponctuel mais il est associé à un très grand nombre d'atomes qui sont autant de sources microscopiques.
- Pour déterminer l'amplitude d'une telle source, on admet le principe suivant :

***l'amplitude de la source est la somme des amplitudes de toutes les sources microscopiques qui le composent.***<sup>7</sup>

- Dans le cas d'une source monochromatique, pour obtenir l'amplitude résultante, on doit ajouter à un instant  $t$  donné, un très grand nombre d'amplitudes de même pulsation, de même module, mais déphasées aléatoirement :

$$s(\mathbf{M}, t) = \sum_{i=1}^N A_i \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_{al,i}(t))$$

⇒ L'intensité  $I$  résultante est donc :

$$I = \langle s(\mathbf{M}, t)^2 \rangle = \left\langle \left( \sum_{i=1}^N A_i \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_{al,i}(t)) \right)^2 \right\rangle$$

⇒ Le terme somme un grand nombre de cosinus et de sinus de nombres aléatoires : on obtient donc zéro sauf pour les termes en «  $\cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_{al,i}(t))^2$  » pour lesquels on obtient  $\frac{1}{2}$  :

<sup>7</sup> Ce principe est facilement admissible si l'on garde à l'esprit l'idée que l'amplitude représente le module du champ électrique de l'onde. On applique ainsi le principe de superposition du champ électrique lui-même.

$$I = \langle s(M, t)^2 \rangle = \sum_{i=1}^N \frac{A_i^2}{2} = \sum_{i=1}^N I_o = NI_o$$

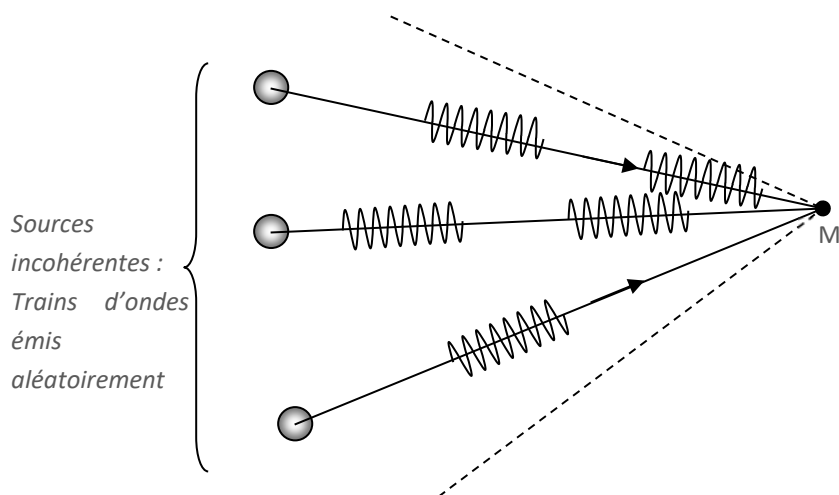
⇒ On obtient donc une simple superposition d'intensités.

- Dans le cas d'une source ponctuelle polychromatique, on montre que l'intensité résultante est encore la somme des intensités des différentes sources microscopiques (de longueurs d'onde différentes).

⇒ On retiendra le résultat général :

**L'intensité d'une source ponctuelle est la somme des intensités des sources microscopiques : cette source est dite globalement incohérente.**

#### d. INTENSITE ASSOCIEE A PLUSIEURS SOURCES PONCTUELLES QUELCONQUES.



- Considérons un ensemble de sources ponctuelles  $S_1...S_j...S_{N'}$  émettant des ondes lumineuses monochromatiques en des points  $O_1...O_j...O_{N'}$  de l'espace et un point M de l'espace recevant ces ondes.
- D'après ce qui précède, on sait que chaque source est globalement incohérente mais on peut ajouter qu'il y a incohérence mutuelle entre les différentes sources :

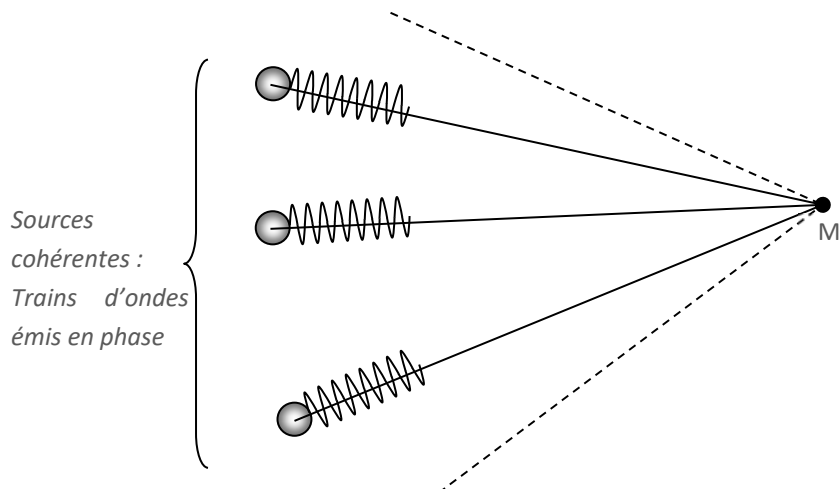
L'intensité reçue en M sera la somme des intensités reçues de la part de chaque source :

$$I(M) = \sum_{j=1}^{N'} I_j$$

#### e. INTENSITE ASSOCIEE A PLUSIEURS SOURCES PONCTUELLES CORRELEES.

- Supposons maintenant que les différentes sources ne sont plus indépendantes les unes des autres mais qu'**elles dérivent toutes d'une source primitive**. Chaque source reste globalement incohérente mais elles deviennent mutuellement cohérentes ou corrélées. En effet il n'y a aucune relation entre les sources microscopiques de chaque source mais chaque source microscopique  $S_j$  possède une image dans les autres sources ponctuelles. Chaque fois

que cette source microscopique  $S_j$  émet un train d'onde, les autres sources ponctuelles émettent le même train d'onde au même instant : **Tous ces trains d'onde sont parfaitement en phase à l'émission.**



- A la réception en M, ces différents trains d'onde sont déphasés mais d'une valeur bien déterminée qui ne dépend que de la position de M.

⇒ Dans l'expression de l'intensité en M des termes supplémentaires à la somme des intensités vont apparaître : ces termes ne s'annuleront plus car ils sont non aléatoires, on dit que **les sources corrélées interfèrent en M.**

- Dans le cas où les sources sont polychromatiques, l'intensité en M, donnée par les différentes longueurs d'onde, est la somme des intensités dues à chaque longueur d'onde, chacune de ces intensités comportant elle des termes d'interférences.
- Notons enfin, que la notion de sources parfaitement corrélées doit être nuancée : Prenons le cas de deux sources  $S_1$  et  $S_2$  issues d'une même source S et considérons l'intensité en un point M. **Lorsque la différence de marche  $(S_1M) - (S_2M)$  est grande devant la longueur d'un train d'onde  $l_c$  alors les deux trains d'onde se recouvrant en M ne sont pas des trains « image ».** L'écart temporel d'émission entre deux trains d'onde étant aléatoire, les trains d'onde se recouvrant en M sont décalés aléatoirement :

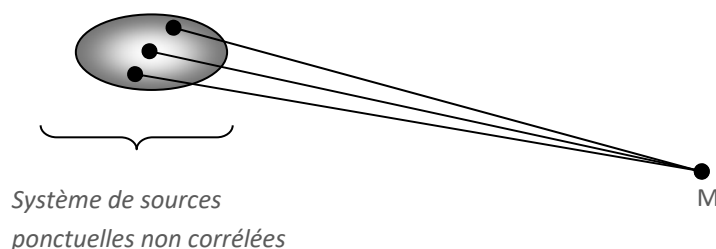
Pour que les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  puissent être parfaitement corrélées, il faut que :

$$(S_1M) - (S_2M) < l_c$$

#### f. INCOHERENCE SPATIALE D'UNE SOURCE ETENDUE.

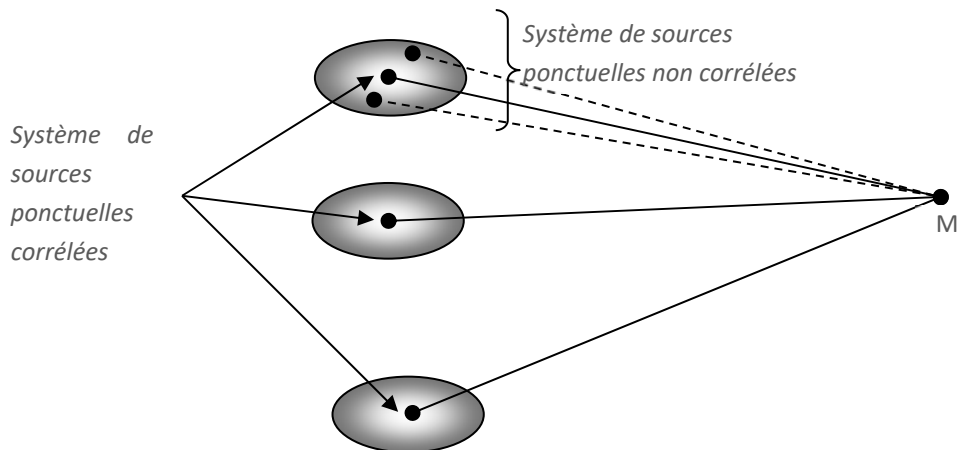
- Soit une source étendue : cette source est décomposable en sources ponctuelles non corrélées entre elles. L'intensité résultante en M est encore la somme des intensités des différentes sources ponctuelles arrivant en M .

⇒ On dit que la source est incohérente d'un point de vue spatial.



**g. INCOHERENCE SPATIALE DE SOURCES ETENDUES.**

- Reprenons le système de  $N'$  sources corrélées en supposant maintenant qu'elles ne sont plus ponctuelles. Chaque source étendue est décomposable en sources ponctuelles mais celles-ci ne sont pas corrélées entre elles : **on obtient ainsi plusieurs systèmes indépendants de sources microscopiques corrélées.**



- Il y a encore perte de cohérence du système mais cette fois d'un point de vue spatial :

L'intensité en M est la somme des intensités dues à chaque système de sources corrélées. Ainsi l'élargissement des sources corrélées entraîne la disparition du terme d'interférence dans l'expression de l'intensité en M : C'est un facteur limitatif très important car l'utilisation de sources très peu étendues limite la luminosité des phénomènes observés.